Случајне променљиве и расподеле

Функција расподеле

**У овој лекцији научићеш:**

* шта је функција расподеле
* које су особине те функције
* на шта се односи појам функција густине

До потпуних карактеристика за случајну променљиву долазимо ако посматрамо догађаје , а не . Вероватноћа догађаја , зависи од x, односно је функција од x. Tа функција се назива функција расподеле вероватноћа или функцијом расподеле.

Функција расподеле је статистичка карактеристика случајне променљиве која омогућава да се израчуна вероватноћа, да случајна променљива узме вредност на неком интервалу на x оси.

*Напомена:* Случајна променљива нема одређену вредност, већ се само може говорити о вероватноћама да узме неку вредност.

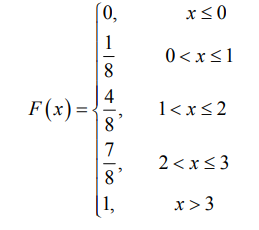
Функција расподеле одређује све битне особине случајне променљиве. Вредност случајне променљиве не може се предвидети пре обављеног експеримента, али функција расподеле се зна. Она је њена потпуно позната математичка функција и јер је X је случајан број, x је реалан број. У сваком појединачном експерименту случајна променљива X је случајна вредност и зато се проучавање своди на њено понашање у пуно понављања екперимента, односно на вероварноћу. Из ових разлога предмет проучавања теорије вероватноће нису случане променљиве, већ њихове расподеле и функције расподела.

**Пример** У бацању 3 новчића број грбова који се може појавити на горњим странама динара је 0,1,2, или 3. Ако случајна променљива X представља број грбова, прикажи функцију расподеле случајне променљиве X.

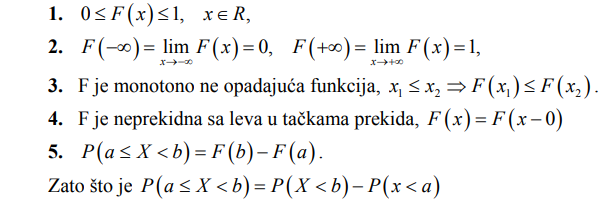
Расподела вероватноће грбова је ![Ovo je slika](raspodela1.png)

Предходна табела састављена је од парова бројева и показује како се број грбова мења случајно. Број грбова је случајна променљива и вероватноће су , , , .

Функција расподеле гласи:



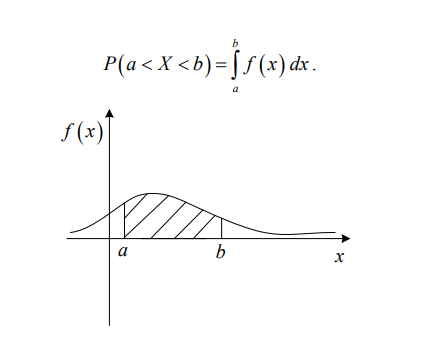
**Особине функције расподеле** Нека је F функција расподеле случајне променљиве X. Тада је:



**Функција густине** Нека је X случајна променљива и F њена функција расподеле.

*Дефиниција* Како је функција расподеле случајне величине непрекидна и неопадајућа функција онда постоји функција f, таква да је , и назива се функцијом густине.

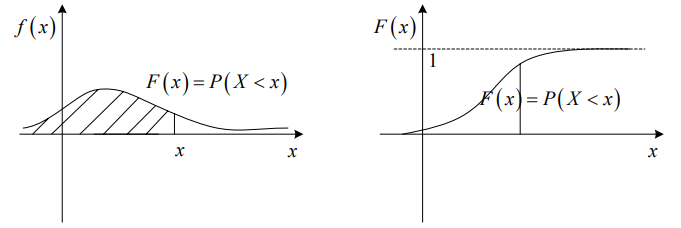
Функција густине вероватноће омогућава као и функција расподеле, да се израчуна вероватноћа да се реализација случајне величине нађе у неком интервалу. Та вероватноћа је једнака површини која је ограничена функцијом густине и границама датог интервала.



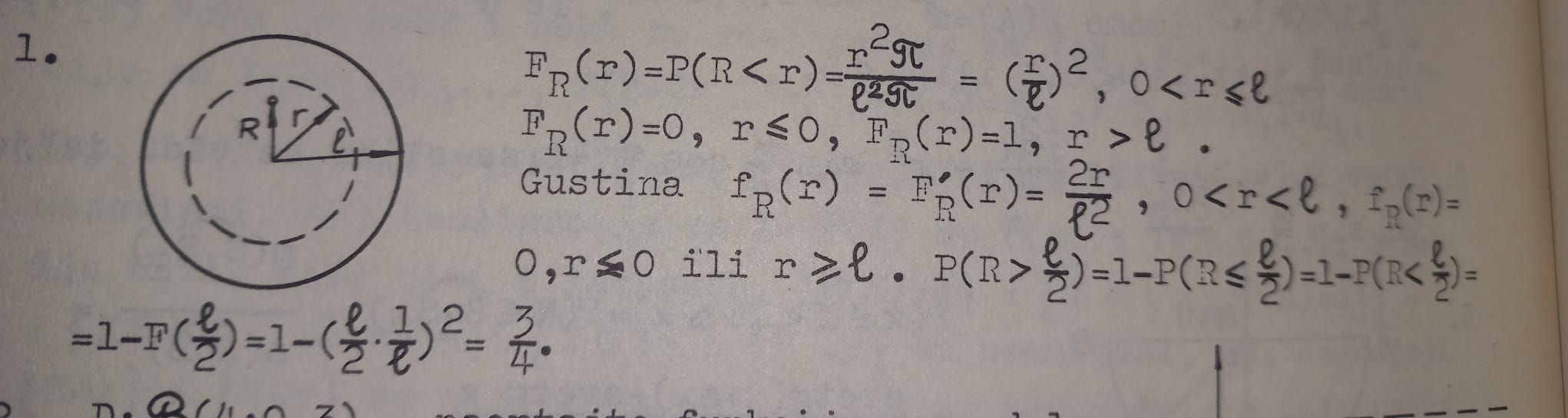
*Дефиниција* Нека је X случајна променљива и F њена функција расподеле. Ако постоји ненегативна функција f дефинисана на R таква да је



Геометријски, функција F је површина испод криве густине, лево од тачке x



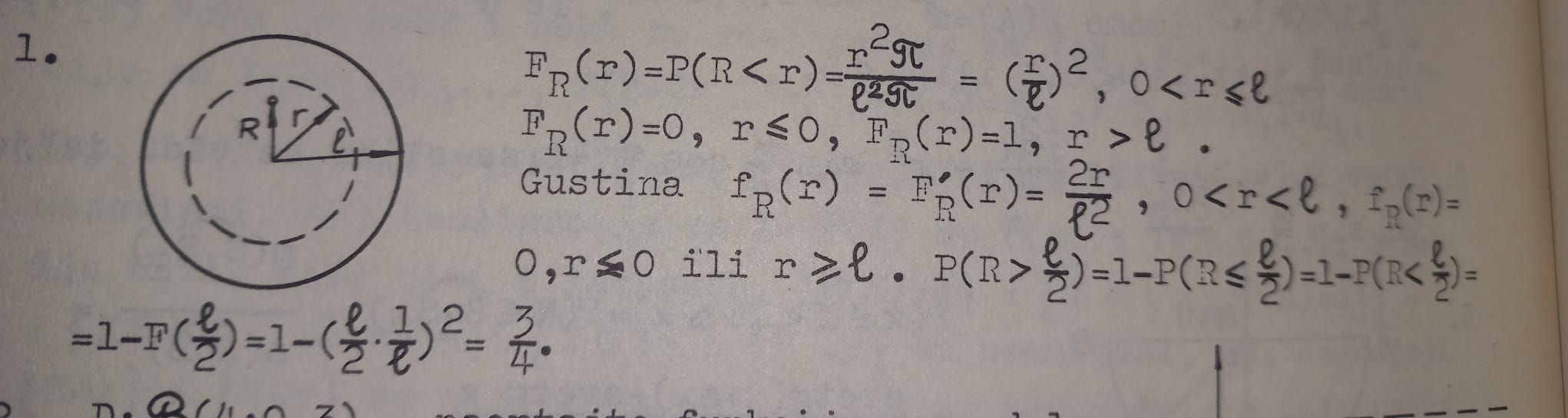
Особине функције густине:



**Задаци** **Пример 1** У круг полупречника l на случајан начин се бира нека тачка. Нека је R растојање одабране тачке од средишта круга.

1. Одредити функцију расподеле и густину за R
2. Наћи вероватноћу да је тачка ближа кружници него центру круга

**Решење**



*Пример 2* Растојање од циља које падобранац постиже приликом скока је случајна променљива X са функцијом расподеле ![Ovo je slika](raspodela5.jpg). Ако је X<10, добија се X негативних бодова, ако је 10≤X<20, добија се 15 негативних бодова, а ако је X≥20, добија се 30 негативних бодова. Нека је Y број негативних бодова падобранаца. Одредити функцију расподеле за Y.

**Решење**

, 0<r≤l , r≤0, Fr(r)=1, r>l Густина , 0<r<l, fr(r)=0, r≤0 или r≥l.

**Пример 3** Висина човека је случајна променљива са расподелом N(170; ). Колики је проценат људи виших од 190 cm, а колики нижих од 160 cm. Колико их је у интервалу 165-180 cm?

**Решење**

**Пример 4** Нека је број деце у породици случајна променљива X са расподелом P(2). Колика је вероватноћа да у породици:

* а) нема ниједно дете
* б) има бар 2 детета
* в) има од 1 до 4 детета

**Решење**

а) б) в)

**Пример 5** Број саобраћајних удеса у току године, по аутомобилу, је случајна променљива са расподелом P(0,3). Колика је вероватноћа да ће два случајно одабрана аутомобила имати исти број удеса у току године?

**Решење**

- број удеса i-тог аутомобила, i=1,2. X1 и X2 су независне, са ;

За додатно објашњење функције расподеле погледај следећи видео [link](<https://www.youtube.com/watch?v=wcoMkpgzAlw>).