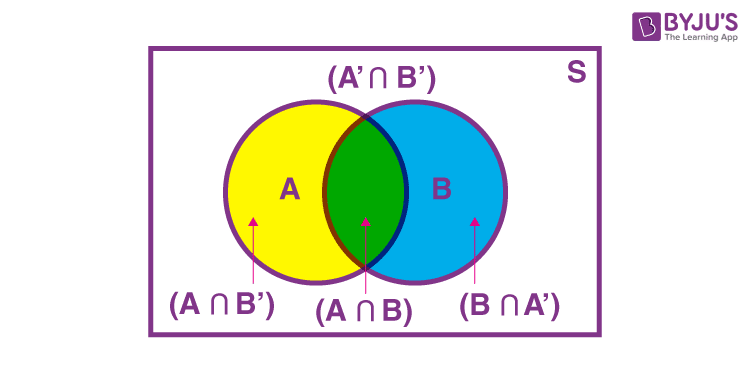
Потпуна вероватноћа



**Пример 1**

Марко је наручио 12 великих паковања лоптица за тенис. и то 8 од добављача I, а преостала од добављача II. Код добављача I обично је 2% неисправних лоптица, а 3% код добављача II. Марко насумично бира паковање и узима лоптицу.

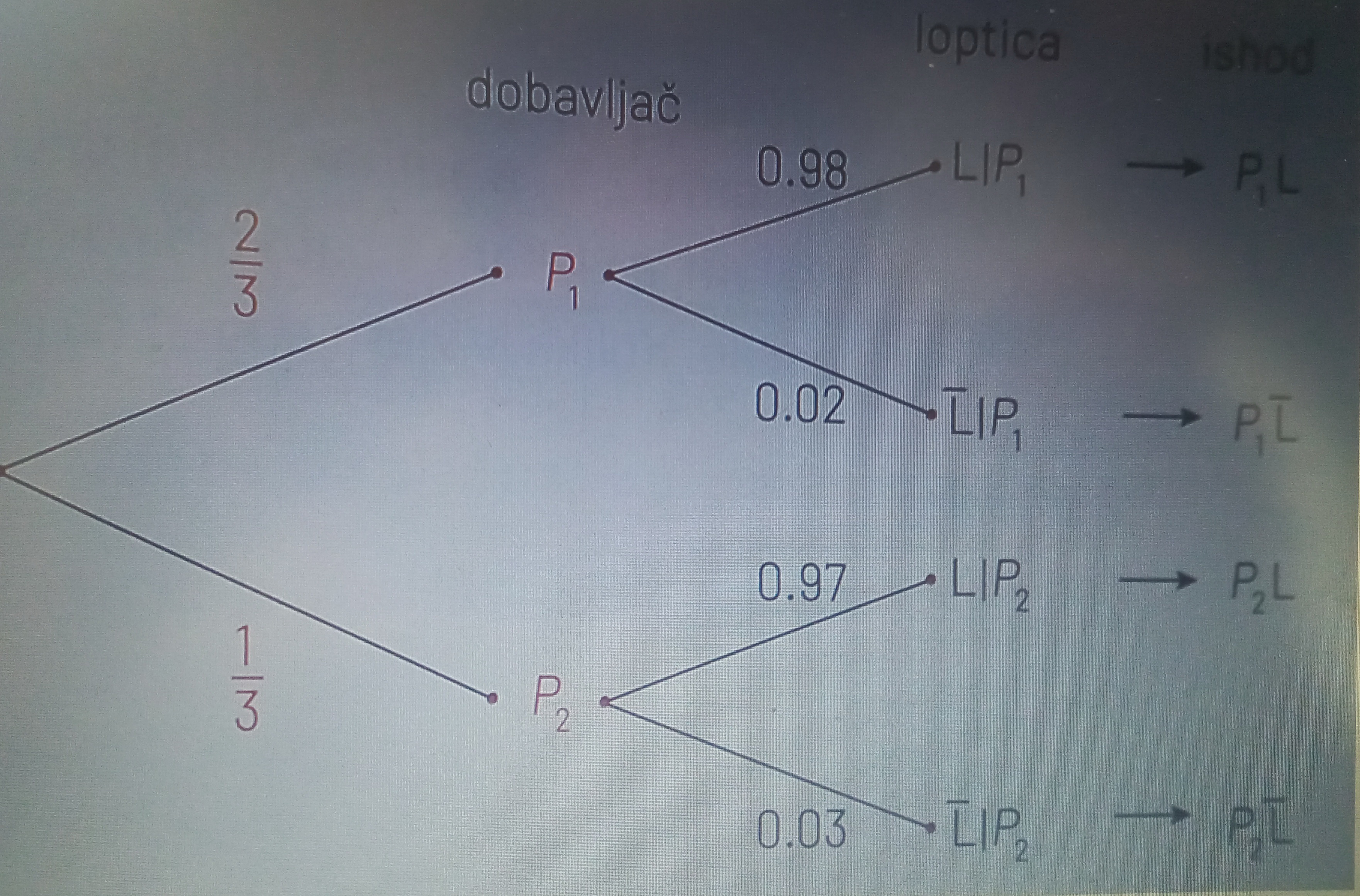
Колика је вероватноћа да је Марко узео неисправну лоптицу?

**Решење**



Нека је догађај Л = {лоптица је неисправна}, , . Јасно је да се вероватноћа догађаја Л не може израчунати простим пребрајањем лоптица и да вероватноћа зависи од тога који је добављач одабран.

Прикажимо простор свих елементарних догађаја користећи се стаблом вероватноће. Број 2% представља вероватноћу да је лоптица неисправна ако је од добављача I, односно p (Л | . Слично уписујемо и остале вероватноће на стабло.



Уочимо да су за догађај Л повољни исходи Л и Л па је тражена вероватноћа .

Можемо рећи да смо вероватноћу p (Л) рачунали по деловима на које смо првим гранањем поделили скуп Ω.

За овако израчунату вероватноћу p (Л) кажемо да је потпуна вероватноћа догађаја Л.

Појаснимо и уопштено. Венеов дијаграм приказује скуп Ω који је подељен на два дисјунктна скупа

и . Тиме је и скуп А подељен на дисјунктне делове А ∩ и А ∩ .

С тога је вероватноћа догађаја А, уз примену формуле условне вероватноће једнака

.

Догађаје Х1 и Х2, који се међусобно искључују и тачно се један мора догодити при извођењу експеримента, зовемо *хипотезе*.

Аналогно се рачуна и вероватноћа догађаја Б који зависи од n хипотеза , , ... .

*Дефиниција*

Нека се догађаји Х1, Х2, ... Hn међусобно искључују и ∪ . Тада за произвољни догађај А важи формула потпуне вероватноће:

.

Горња једнакост се назива формула потпуне вероватноће. Она је корисна за налажење p (A) ако је лакше наћи вероватноће на десној страни.

*Напомена: Ако су догађаји A1, A2, ... An хипотезе, онда вреди p (:math:`A\_{1}) + p (A\_{2}) + ... p (A\_{n}) = 1`. Образложити.*

# Пример 2

Кутија I садржи x белих и y црних куглица, а кутија II садржи z белих и v црних куглица. Из кутије I случајно се извалачи једна куглица и пребацује у кутију II. Затим се из кутије II случајно извлачи бела куглица. Колика је вероватноћа да она буде бела?

# Решење

Скуп свих исхода овог експеримента може се означити као ε = {(б,б), (б,ц), (ц, б), (ц,ц)} где (б,ц) значи да је бела куглица пребачена из кутије I у кутију II, а затим из ове друге је извучена црна куглица.

Догађај који је од интереса је Б = {(б,б), (ц,б)}. Како се из кутије I пребацује или бела (догађај А) или црна куглица ти догађаји чине потпун систем.

Лако је одредити следеће вероватноће , , (пошто је пребачена бела, у кутији II међу z+v+1 куглицама има z+1 белих), . Формула потпуне вероватноће даје p(Б).

*Важна напомена: У излагању теорије вероватноће уобичајени су примери са куглицама, картама, кутијама, итд. То су само модели за бројне конкретне примере на које излагање може да се односи. Саветује се да се математичким појмовима даје значење поред примера и задатака јер у се у животу може наћи конкретна реализација таквог модела.*

# Задатак 1 за самосталан рад



Штампач има 3 дела која дневну количину новина штампају редом у односу 2:2:3. Делови током штампања у неком примерку новина отисну празну страницу и то део у 3% случајева, део :math:`С\_{2} у 5% случајева, а ` у 2% случајева. Одредити вероватноћу да случајно одабране новине немају празну страницу.

# Питалице и задаци за проверу знања о потпуној вероватноћи

question32121

Које су карактеристике потпуне вероватноће? Изабери тачне тврдње.

question12389

У једној од две кутије се налази 40 црвених и 10 плавих куглица, а у другој 42 црвене и 8 плавих, али није познто која кутија садржи које куглице. Отворена је једна од тих кутија и из ње извучена једна куглица. Испоставило се да је она црвене боје. Одредити вероватноћу да је отворена кутија са 40 црвених куглица:

question1238910

Приликом експлозије граната се распада на парчад од три тежинске категорије: крупна, средња и мала, при чему респективно та парчад чине 0,1 ; 0,3 и 0,6 од укупног броја парчади. Приликом удара у оклоп крупно парче га пробија са вероватноћом 0,9 , средње са вероватноћом 0,2 и мало са вероватноћом 0,05. У моменту експлозије на оклоп је пало само једно парче и пробило га. Наћи вероватноћу да је оклоп пробијен крупним, средњим и малим парчетом. Заокружи слово испред тачног одговора.

Додатни материјал о потпуној вероватноћи

U3\_783xznQI