Случајне променљиве и расподеле

Дискретне случајне променљиве

**У овој лекцији ћеш учити о томе шта су подаци**

* шта су дискретне случајне променљиве
* шта су расподеле

*Дефиниција:* Дискретна случајна променљива је пресликавање скупа исхода на скуп . Скуп вероватноћа , k=1,2,... одређује расподелу вероватноћа X.

Како је а по дефиницији , имамо да . Ово оправдава термин "расподела", јер , k=1,2,... показује како се једначина вероватноћа "расподељује" на на поједине вредности ,,... Када нам је позната расподела вероватноћа , k=1,2,... за X можемо одредити вероватнућу догађаја облика , где је S било какав скуп бројева. Заиста, како X узима вредност у . то се догађај . Ставимо

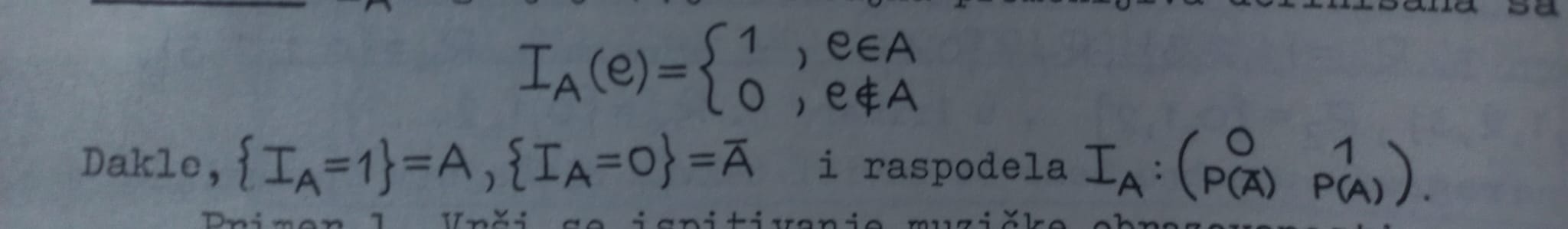
Расподелу случајне променљиве често је погодно представити у облику шеме.

Ако изузмемо тривијалне случајне променљиве где за свако , (тј. X је увек број x0) најједноставније случајне променљиве имају скуп двочлан. Овде су посебно важне случајне променљиве које се зову индикатори (показивачи) догађаја.

**Индикатор**

догађаја А је случајна променљива дефинисана на

Дакле, , и расподела



Расподела вероватноћа као потпуна карактеристика важи само за дискретну случајну променљиву. Две најважније дискретне расподеле су биномна расподела и њена генерализација Пуасонова расподела.

**Биномна расподела** У експерименту се интересујемо за реализацију догађаја А чија је вероватноћа . Ставимо . Експеримент се понавља n пута. Над исходима сложеног експеримента дефинишемо случајну промнљиву као број реализација догађаја А.

**Пример** Изводе се 4 слободна бацања на кош. Промашај у i-том бацању означавамо са Оi а погодак са 1i. Укупно има могућих исхода у та 4 бацања. Претпоставимо да су бацања независна и да је P(1i)=

Из тога можемо закључити да је расподела за Sn следећа

Горња расподела се назива биномна расподела. Писаћемо кратко јер су n и p параметри који одређују биномну расподелу. Тако је у примеру .

Користећи биномну формулу лако је проверити да је

.

Заиста, .

**Паусонова расподела** Региструју се "догађаји" у случајним тренуцима (рецимо позиви у телефонској централи, емисија радиоактивног извора, пролазак аутомобила кроз наплатну рампу, итд.). Посматрамо случајну променљиву xt - број догађаја на интервалу [0,t). Поделимо интервал на [0,t) на n интервала дужина t/n. Ако замислимо да је n велико вероватноћа да се оствари два и више "догађаја" у сваком таквом интервалу је приближно нула. Такође, логично је претпоставити да је вероватноћа pn да се у неком интервалу оствари један догађај, иста за сваки интервал и да pn→0 када n→∞. Претпоставимо, даље, да је pn приближно пропорционлна дужини интервала: pn=αt/n, α>0. Прецизније, нека npn→αt када n→∞. Најзад, претпоставимо да су појављивања "догађаја" у различитим интервалима независна. Нека је Aj догађај да се у j-ом, j=1, 2, ..., n интервалу појави посматрани догађај.

По уведеним претпоставкама Aj, j=1, 2,.., n су независни и са једнаким вероватноћама P(Aj)=pn. Тако је xt број реализација догађаја Aj, j=1, 2,.., n. Значи, xt има B(n;pn) расподелу. Ако је n→∞ и npn→αt важи Паусонова теорема тј. за k=0, 1, 2, ... или .

**Пример** Број возила која за t минута прођу кроз наплатну рампу има расподелу, где је α=2. Колика је вероватноћа да у току 5 минута прође бар једно возило?

Овде X5: P(10). Вероватноћа која нас интересује је . Практично сигурно ће проћи бар једно возило у току 5 минута са таквим интезитетом саобраћаја. Додајмо да α=2 значи "просечно" 2 возила у минуту.

**Пример 1** У једној породици има десеторо деце. Сматрајући да је вероватноћа дечака 0,5 и да се полови јављају независно, наћи вероватноћу да је у породици

* а) 5 дечака и 5 девојчица
* б) број дечака између 3 и 8

**Решење**

S10-број дечака у породици, S10:B(10;0,5)

а) б)

**Пример 2** Серија од 500 производа се прихвата као исправна ако међу 75 случајно изабраних производа има највише два дефектна производа. Ако у серији има 20% неисправних, колика је вероватноћа да се таква серија прихвати као исправна?

**Решење**

**Пример 3** Лансирање меторолошке ракете се понавља до првог успешног лансирања. Ако успеха нема у 4 покушаја, експеримент се прекида. Нека се покушаји изводе независно и нека је вероватноћа успеха за сваки покушај 0,7. Први покушај кошта K динара, а сваки следећи . Ако је лансирање неуспешно, онда добијена информација обезбеђује зараду од C динара. Ако је X нето цена целог експеримента, наћи расподелу за X.

**Решење**

**Пример 4** На путу кретања аутомобила налазе се редом три семафора који раде независно и за које су вероватноће расподеле редом 0,6 0,4 и 0,2. Нека је X број семафора поред којих аутомобил прође пре првог заустављања. Наћи расподелу за X.

**Решење:**

**Пример 5** Из кутије која садржи 25 артикала, од којих је 5 дефектно, узиају се случајно 4 артикла. Нека је X број дефектних међу њима. Наћи расподлу за X ако се артикли узимају без враћања

**Решење**

, k=0,1,2,3,4. X:\binom{0}{0,4096} \binom{1}{0,4096} \binom{2}{0,1536} \binom{3}{0,0256} \binom{4}{0,0016}

За додатно објашњење дискретних случајних променљивих погледај следећи видео

xU3ppOEWY3c