

Marija Milenković RA 89-2023  
Maša Božić RA 74-2023  
Teodora Jović 184-2023

## Zadatak 2

*Zakon minimalni model glukoze* je matematički model koji opisuje kako se glukoza i insulin ponašaju u telu tokom testa tolerancije na glukozu. Cilj ovog modela je da na jednostavan način kvantifikuje insulinsku osetljivost i efikasnost glukoze, koristeći minimalan broj parametara i diferencijalnih jednačina – otuda naziv "minimalni model". Razvijen je 1979. godine od strane Richard N. Bergman i saradnika. Koristi se u kliničkoj i eksperimentalnoj endokrinologiji. Osnovan je na podacima dobijenim iz intravenoznog testa tolerancije na glukozu (IVGTT) [1].

$$\begin{aligned} dG(t)/dt &= -(SG + x(t)) * G(t) + C \\ dx(t)/dt &= ka * I(t) - kb * x(t) \\ y(t) &= G(t) \end{aligned}$$

- G - koncentracija glukoze u krvi u vremenu t
- x - aktivnost insulina
- I - koncentracij ainsulina
- SG - Parametar koji opisuje samoregulaciju glukoze
- C - Unos glukoze spolja (npr. ubrizgavanje glukoze u testu)
- ka - Parametar koji kaže koliko insulin stvara insulinski efekat
- kb - Parametar koji opisuje brzinu "nestajanja" efekta insulina
- y(t) - Merena vrednost glukoze (izlaz sistema)

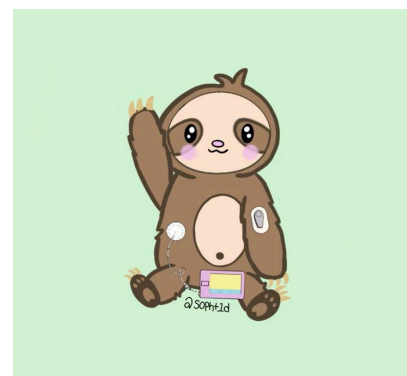
Ako uvedemo promenljive stanja  $x_1$  i  $x_2$ , pri čemu je  $x_1=G(t)$  a  $x_2=x(t)$  i konstante zamenimo odgovarajućim vrednostima, onda dobijemo sistem jednačina:

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= -(0.014 + x_2) * x_1 + 0.1725 \\ dx_2/dt &= 6 * 10^{-6} * u - 0.01 * x_2 \\ y(t) &= x_1 \end{aligned}$$

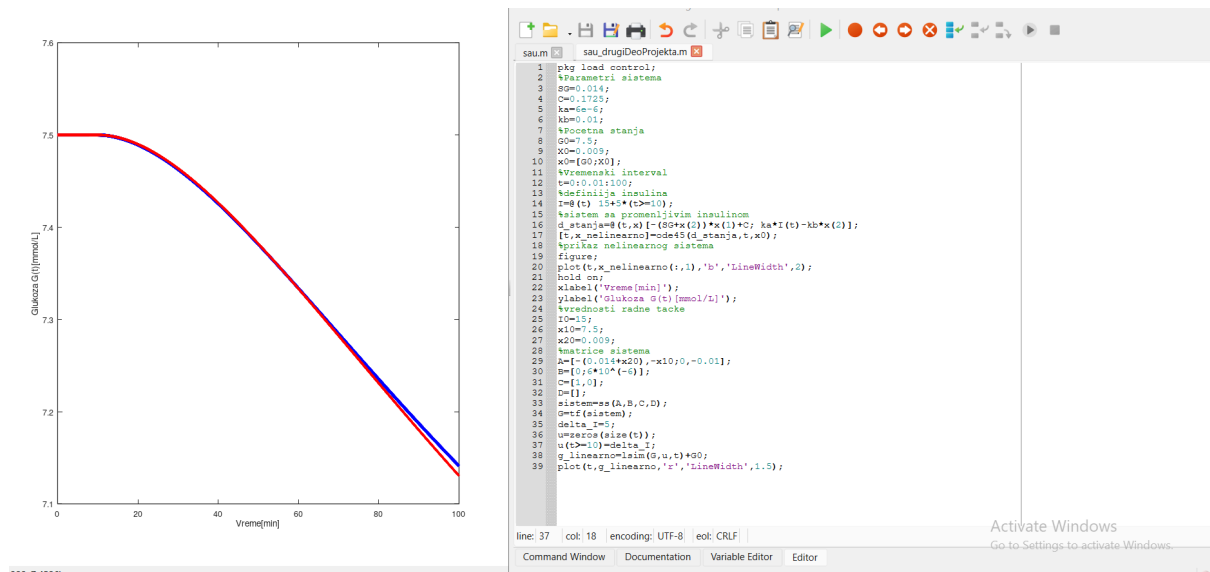
Rešavajući ovaj sistem jednačina kada je sistem u ustaljenom stanju (tj. kada je  $u(0)=15$  i izvodi od  $x_1$  i  $x_2$  su jednake nuli), dobijemo mirnu radnu tačku (7.5, 0.009, 15).

Linearizovan model:

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= -(0.014 + x(20)) * x_1 - x(10)x_2 \\ dx_2/dt &= 6 * 10^{-6} * u - 0.01 * x_2 \\ y(t) &= x_1, \end{aligned}$$



pri čemu su ovde  $x(20)$  i  $x(10)$  nominalne vrednosti a  $x1$  i  $x2$  su inkrementalne vrednosti



Crvena linija predstavlja linearizovan model, a plava nelinearan model.

## Literatura

1. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/9530143/>

Svi sajтови su posećeni u julu 2025.