

# 1. Понятие системы. Причины возникновения общей теории систем

## Из лекции:

Предметом Теории систем служат системы любой природы.

Определённого определения системы нет и не будет.

Система-это комплекс элементов находящихся во взаимодействии.

Система- совокупность взаимосвязанных и целесообразно взаимодействующих элементов.

## Предпосылки тс

1. Достижения формальной логики
2. Отдельные науки достигли такого уровня, что в них обнаружились общие подходы и методы.
3. Возникновение теории информации.
4. Возникновение формальной лингвистики и языков программирования.

## Интернет:

**Общая теория систем** (теория систем) — научная и методологическая концепция исследования объектов, представляющих собой системы. Она тесно связана с системным подходом и является конкретизацией его принципов и методов.

### 1. Система и системный подход

Система - объект, процесс в котором участвующие элементы связаны некоторыми связями и отношениями.

Подсистема - часть системы с некоторыми связями и отношениями.

Любая система состоит из подсистем, любая подсистемы любой системы может быть рассмотрена сама как система.

Пример. Наука - система, когнитивная система обеспечивающая получение, проверку, фиксацию (хранение), актуализацию знаний общества. Наука имеет подсистемы: математика, информатика, физика, филология и др. Любое знание существует лишь в форме систем (систематизированное знание), а теория - наиболее развитая система их организации в систему позволяющая не только описывать, но и объяснять, прогнозировать события, процессы.

Система - это средство достижения цели или все то, что необходимо для достижения цели (элементы, отношения, структура, работа, ресурсы) в некотором заданном множестве объектов (операционной среде).

Дадим теперь более строгое определение системы.

Система - множество связанных друг с другом элементов некоторого вполне определенного множества (некоторых определенных множеств), образующих целостный объект при условии задания для этих объектов и отношений между ними некоторой цели и некоторых ресурсов для достижения этой цели.

Цель, элементы, отношения или ресурсы подсистем при этом будут уже другими, отличными от указанных для всей системы.

Системный подход — направление методологии исследования, в основе которого лежит рассмотрение объекта как целостного множества элементов в совокупности отношений и связей между ними, то есть рассмотрение объекта как системы.

Говоря о системном подходе, можно говорить о некотором способе организации наших действий, таком, который охватывает любой род деятельности, выявляя закономерности и взаимосвязи с целью их более эффективного использования. При этом системный подход является не столько методом решения задач, сколько методом постановки задач. Как говорится, «Правильно заданный вопрос — половина ответа». Это качественно более высокий, нежели просто предметный, способ познания.

Основные принципы системного подхода (системного анализа)

Целостность, позволяющая рассматривать одновременно систему как единое целое и в то же время как подсистему для вышестоящих уровней.

Иерархичность строения, то есть наличие множества (по крайней мере, двух) элементов, расположенных на основе подчинения элементов низшего уровня элементам высшего уровня.

Реализация этого принципа хорошо видна на примере любой конкретной организации. Как известно, любая организация представляет собой взаимодействие двух подсистем: управляющей и управляемой. Одна подчиняется другой.

Структуризация, позволяющая анализировать элементы системы и их взаимосвязи в рамках конкретной организационной структуры. Как правило, процесс функционирования системы обусловлен не столько свойствами её отдельных элементов, сколько свойствами самой структуры.

Множественность, позволяющая использовать множество кибернетических, экономических и математических моделей для описания отдельных элементов и системы в целом.

## 2. Формальное определение системы (с помощью отношения)

$$\langle X, \Phi \rangle$$

$X$  – множество

$\Phi$  – множество отношений между элементами  $X$

**Система** функционирует во времени, имеет входы и выходы, состояния, классы функций на входах и выходах, связи между входами и выходами.

$$\langle T, u, x, y, \Gamma, \eta, \Phi \rangle$$

$T$  – множество моментов времени

$u$  – вектор переменных состояния

$x$  – вектор входных переменных

$y$  – вектор выходных переменных

$\Gamma$  – множество допустимых выходных переменных

$\Phi$  – множество допустимых входных переменных

$\eta$  – функциональные связи между входом и выходом.

**Система** учитывает цели, планы, ресурсы, исполнителей, процесс, помехи, контроль, управление, мотивацию, результат, эффективность.

$$\langle PL, SV, RQ, RI, EX, PR, DT, RG, M, R, EF \rangle$$

$PL$  – цели;

$SV$  – планы;

$RQ$  – ресурсы;

$RI$  – исполнители;

$EX$  – процесс;

$PR$  – помехи;

$DT$  – контроль;

$RG$  – управление;

$M$  – мотивация;

$R$  – результат;

$EF$  – эффективность.

$$X \times X = \{(a, b) | a, b \in X\}$$

$$X \times \dots \times X = \{(a_1, a_2, \dots, a_i) | a_i \in X\}$$

отношение на  $x$  – подмножество декартова отношения произведения  $x$ .

$$\text{sum} \ni (x, y, z) \Leftrightarrow x + y = z$$

пример:  $f(1, 2, 3) = 1$ ;  $f(1, 2, 5) = 0$

Отношение – это логическая функция, отражающая свои аргументы на логическое значение.

Способы задания отношения:

- с помощью правил
- перечислением
- смешанный

## 3. Основные понятия: явления, события, поведения. Фазовое пространство системы

1) Явление-это вообще всё, что чувственно воспринимаемо.

Свидетельство наличия в чем-то другого. В философии.

наличие какой-нибудь болезни в медицине.

Явление - это категория, отражающая внешнее свойство и отношение предмета.

Событие в теории вероятности. Событие - это подмножество множества исходов.

Событие в информатике. Событие - это явление, состоящее в существенном качественном изменении состояния объекта.

Поведение - это совокупность внутренних взаимосвязанных действий с окружающей средой.

Событие - последовательность событий во времени, относящихся к одному и тому же объекту.

Фазовое пространство системы.

пусть наша система содержит:

m-переменных состояния.

n-переменных выходных. Тогда пространство, координаты которого содержат переменные времени, координаты которых соответствуют переменным системы времени.

Фазовой траекторией системы времени называются множество точек пространства соответствующих состояний системы в каждый момент времени.

Фазовое пространство. Аттракторы.

Динамику сложных систем во времени удобно анализировать с помощью фазового пространства - абстрактного пространства с числом измерений, равным числу зависящих от времени переменных, которые характеризуют состояние изучаемой системы. Размерность такого пространства будет зависеть от числа переменных: для n переменных это будет n-мерное пространство, а время будет выступать в качестве внешнего параметра. Точка в таком пространстве будет соответствовать конкретному состоянию системы, а ее перемещение изменению этого состояния

Фазовое пространство в математике и физике — пространство, на котором представлено множество всех состояний системы, так, что каждому возможному состоянию системы соответствует точка фазового пространства.

Сущность понятия фазового пространства заключается в том, что состояние сколь угодно сложной системы представляется в нём одной единственной точкой, а эволюция этой системы — перемещением этой точки

2) Явление: Категория, отражающая внешние свойства и отношения предмета. Форма обнаружения (выражения) сущности предмета.

Событие: В физике: Явление, которому можно приписать три пространственные и одну временную координаты. В теории систем: Явление, состоящее в существенном (качественном) изменении и состоянии объекта.

Поведение: Последовательность событий во времени, относящихся к одному и тому же объекту.

#### **4. Методы теории систем**

1) Системный анализ. Цель-выяснение структуры системы.

Опирается на:

1) абстрактно-логические методы: индукция, дедукция, анализ. метод черного ящика, метод аналогии.

2) математические методы:

корреляционный, дисперсионный. регрессионный, факторный анализ

3) компьютерную имитацию: часто с использованием методов исследования операций

2) Математическое моделирование

Цель-создание объекта, подобного исследуемой системе, для:

1) проверки полноты знаний об объекте

2) получения нового знания об объекте с помощью модели

3) предсказания поведения объекта

4) управление объектом

3) Синтез систем: Состоит в создании систем с заданными свойствами на основе знаний об изученных системах.

Опирается на:

1) расчетно-конструктивный метод

2) исследование операций;

3) вариационное исчисление;

- 4) оптимальное управление
- 5) теорию решения изобретательских задач

## **5. История возникновения и развитие общей теории систем**

В 1891г. академик Е. С. Федоров, работавший в области минералогии и кристаллографии, изучавший особенности строения кристаллических решеток, отметил, что все невообразимое разнообразие природных тел реализуется из ограниченного и небольшого числа исходных форм. Развивая системные представления, он установил и некоторые закономерности развития систем. Ему принадлежит наблюдение, что главным средством жизнеспособности и прогресса систем является не их приспособленность, а способность к приспособлению («жизненная подвижность»), не стройность, а способность к повышению стройности.

Следующая ступень в изучении системности как самостоятельного предмета связана с именем А. А. Богданова. С 1911 по 1925гг. вышли три тома книги «Всеобщая организационная наука (тектология)». Богданову принадлежит идея о том, что все существующие объекты и процессы имеют определенную степень, уровень организованности. Все явления рассматриваются как непрерывные процессы организации и дезорганизации. Богданову принадлежит ценнейшее открытие, что уровень организации тем выше, чем сильнее свойства целого отличаются от простой суммы свойств его частей. Особенностью тектологии Богданова является то, что основное внимание уделяется закономерностям развития организации, рассмотрению соотношений устойчивого и изменчивого, значению обратных связей, учету собственных целей организации, роли открытых систем. Он подчеркивал роли моделирования и математики как потенциальных методов решения задач тектологии.

По настоящему явное и массовое усвоение системных понятий, общественное осознание системности мира, общества и человеческой деятельности началось с 1948г., когда американский математик Н. Винер опубликовал книгу под названием «Кибернетика». Первоначально он определил кибернетику как «науку об управлении и связи в животных и машинах». Такое определение сформировалось у Винера, благодаря его особому интересу к аналогиям процессов в живых организмах и машинах, однако оно неоправданно сужает сферу приложения кибернетики. Уже в следующей книге «Кибернетика и общество» Н. Винер анализирует с позиций кибернетики процессы, происходящие в обществе.

С кибернетикой Винера связаны такие продвижения, как типизация моделей систем, выявление особого значения обратных связей в системе, подчеркивание принципа оптимальности в управлении и синтезе систем, осознание информации как всеобщего свойства материи и возможности ее количественного описания, развитие методологии моделирования вообще и, в особенности идеи математического эксперимента с помощью ЭВМ.

Параллельно, и как бы независимо, от кибернетики прокладывался еще один подход к науке о системах- общая теория систем. Идея построения теории, приложимой к системам любой природы, была выдвинута австрийским биологом Л. Берталанфи. Один из путей реализации этой идеи Берталанфи видел в том, чтобы отыскивать структурное сходство законов, установленных в различных дисциплинах, и, обобщая их, выводить общесистемные закономерности. Одним из важнейших достижений Берталанфи считается введение им понятия открытой системы. В отличие от винеровского подхода, где изучаются внутрисистемные обратные связи, а функционирование систем рассматривается просто как отклик на внешнее воздействие, Берталанфи подчеркивает особое значение обмена веществом, энергией и информацией (негэнтропией) с открытой средой. [3]

Отправной точкой общей теории систем как самостоятельной науки можно считать 1954г., когда было организовано общество содействия развитию общей теории систем. Свой первый ежегодник «Общие системы» общество опубликовало в 1956г. В статье, помещенной в первом томе ежегодника, Берталанфи указал причины появления новой отрасли знания:

Существует общая тенденция к достижению единства различных естественных и общественных наук. Такое единство может быть предметом изучения ОТС.

Эта теория может быть важным средством формирования строгих теорий в науках о живой природе и обществе.

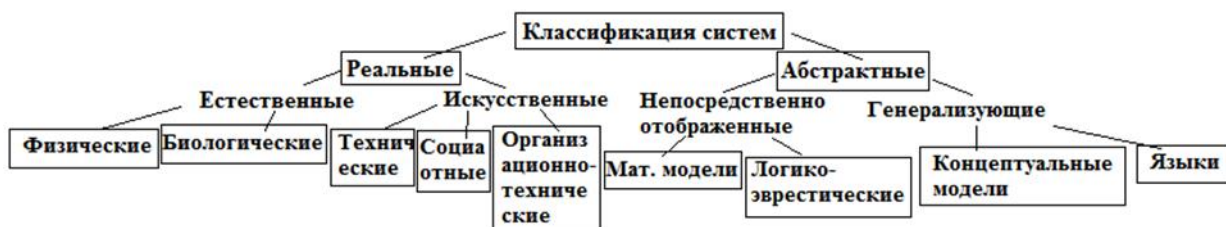
Развивая объединяющие принципы, которые имеют место во всех областях знания, эта теория приблизит нас к цели-достижению единства науки.

Все это может привести к достижению необходимого единства научного образования [4].

Приведенный исторический экскурс показывает, что развитием системного анализа занимались ученые самых различных специальностей: Ампер-физик, Трентовский-философ, Федоров-геолог, Богданов-медик, Винер-математик, Бераланфи-биолог. Это еще раз указывает на положение общей теории систем- в центре человеческих знаний. По степени общности Дж. ван Гиг ставит общую теорию систем на один уровень с математикой и философией [4].

Близко к ОТС на дереве научного знания расположены другие науки, занимающиеся изучением систем: кибернетика, телеология, теория информации, инженерная теория связи, теория ЭВМ, системотехника, исследование операций и сопряженные с ними научные и инженерные направления.

## 6. Классификации систем



**Классификация** – это разбиение на классы по наиболее существенным признакам.

По содержанию различаются **реальные**(материальные) и **абстрактные**(идеальные, продуктивное мышление).

**Естественные** системы – системы неживой и живой природы.

**Искусственные** – создаются человеком для своих нужд. Делятся на технические и социальные.

**Технические** системы – изготовлена человеком в определенных целях.

**Социальные** – системы, развитые обществом.

**Абстрактные** системы являются результатом отражения реальных систем в мозге человека. Делятся на **непосредственные отображения** (отображают аспекты реальных систем) и **генерализующие** (обобщающие).

<u>Основные классификации</u>	<u>Классы</u>
заимосвязи с внешней средой	открытые, закрытые, комбинированные
структуре	простые, сложные, большие
характеру функций	специализированные, многофункциональные
характеру развития	стабильные, развивающиеся
степени организованности	хорошоорганизованные, плохоорганизованные
полноты поведения	математические, решающие, организующиеся, предвидящие, реагирующие
характеру связи между элементами	лиминированные, сохостические
характеру структуры управления	централизованные, децентрализованные
значению	производящие, управляющие, обслуживающие

**Простая** система – система имеющая небольшое кол-во разветвлённых структур, состоящая из небольшого кол-ва связей.

**Сложная** система – система, состоящая из большого кол-ва связей и элементов, структурное разнообразие выполняет сложную функцию или ряд, компоненты могут рассматриваться как подсистемы.

**Большая** система – система не наблюдаемая одновременно с позиции одного наблюдателя во времени или пространстве, число подсистем очень велико, а состав разнороден.

**Сложная** система – более широкий класс, чем большая.

**Детерминированная** система – система для которой её состояние однозначно определяется ее изначальным значением и может быть предсказано для любого последующего момента времени.

**Стохастические** системы – системы, изменения в которых носят случайный характер.

В **хорошоорганизованной** системе можно определить элементы системы, их взаимосвязь и правила объединения их в более крупные компоненты.

В **плохоорганизованной** системе при моделировании не ставится задача определить все компоненты. Рассматриваются макропараметры, используется выборочный метод исследования.

С точки зрения характера функции различают многофункциональные, специальные, универсальные.

Для **специальных** систем характерно единственность назначения и узкая специализация.

**Многофункциональные** системы позволяют реализовать на одной и той же структуре несколько функций.

Для **универсальных** систем реализуется множество действий на одной и той же структуре.

По характеру развития системы бывают стабильными и развивающимися.

У **стабильной** системы структура и функции не меняются с течением времени ее существования, часто, качество функционирования, по мере изнашивания ее элементов, ухудшается. В

В **развивающихся** системах с течением времени их структуры и функции существенно изменяются.

Функции системы более постоянны, неизменными остаются их назначения.

**Автоматические** системы однозначно реагируют на ограниченный набор внешних воздействий, на внутренние воздействия – их организации приспособлены к переходу в равновесное состояние при выводе из него.

**Решающие** системы имеют постоянные критерии, их постоянные реакции, различение на широкий класс их воздействия.

**Самоорганизующиеся** системы имеют гибкие критерии различения и гибкие реакции на внешние воздействия. В самоорганизующихся системах вышедшие из строя элементы самовоспроизводятся.

В **предвидящей** системе устойчивость превосходит сложные воздействия внешнего мира. Может предвидеть дальнейший ход взаимодействия.

**Превращающиеся** системы - системы не связанные постоянством своих носителей.

**Централизованные** системы – системы, в которых одной из частей принадлежит доминирующая роль.

В **децентрализованных** системах все составляющие компоненты примерно одинаково значат.

В **производящих** системах реализуется процесс получения некоторых продуктов и услуг.

**Управляющие** системы. Назначение: организация управления производящими системами.

**Обслуживающие** системы занимаются поддержкой заданных пределов работоспособности производящих и управляющих систем.

## 7. Свойства систем

Свойства систем:

- 1) Эмерджентность – степень несводимости свойств системы к свойствам элементов, из которых она состоит; такое свойство систем, которое обуславливает появление новых свойств и качеств, неприсущих элементам, входящих в состав системы
- 2) Целостность системы – означает, что каждый элемент системы вносит вклад в реализацию целевой функции системы
- 3) Организованность – сложное свойство систем, заключающееся в наличии структуры и функционирования
- 4) Функциональность – проявление определенных свойств при взаимодействии с внешней средой
- 5) Структурность – упорядоченность системы, расположение элементов со связью между ними

- 6) Поведение системы – процесс целенаправленного изменения во времени состояния системы (результат внутренних воздействий). Реализуется самой системой
- 7) Равновесие – система находится в состоянии равновесия, если с течением времени поведение не изменится
- 8) Развитие – составляющая часть поведения; необратимое направленное закономерное изменение
- 9) Устойчивость – способность системы противостоять возмущающим внешним воздействиям (от нее зависит продолжительность жизни системы)

## 8. Динамические системы

**Динамическая система** представляет собой математическую модель некоторого объекта, процесса или явления.

Динамическая система также может быть представлена как система, обладающая состоянием. При таком подходе, динамическая система описывает (в целом) динамику некоторого процесса, а именно: процесс перехода системы из одного состояния в другое.

**Фазовое пространство системы** — совокупность всех допустимых состояний динамической системы. Таким образом, динамическая система характеризуется своим начальным состоянием и законом, по которому система переходит из начального состояния в другое.

Различают системы с *дискретным* временем и системы с *непрерывным* временем.

В системах с **дискретным (каскады)** временем, поведение системы описывается последовательностью состояний. В системах с **непрерывным (потoki)** временем, состояние системы определено для каждого момента времени на вещественной или комплексной оси. Каскады и потоки являются основным предметом рассмотрения в символической и топологической динамике.

Динамическая система (как с дискретным, так и с непрерывным временем) часто описывается автономной системой дифференциальных уравнений, заданной в некоторой области и удовлетворяющей там условиям теоремы существования и единственности решения дифференциального уравнения. Положениям равновесия динамической системы соответствуют особые точки дифференциального уравнения, а замкнутые фазовые кривые — его периодическим решениям.

Для задания динамической системы необходимо описать её фазовое пространство  $X$ , множество моментов времени  $T$  и некоторое правило, описывающее движение точек фазового пространства со временем. Множество моментов времени  $T$  может быть как интервалом вещественной прямой (тогда говорят, что время непрерывно), так и множеством целых или натуральных чисел (дискретное время). Во втором случае «движение» точки фазового пространства больше напоминает мгновенные «скачки» из одной точки в другую: траектория такой системы является не гладкой кривой, а просто множеством точек, и называется обычно орбитой.

## 9. Состав системы

Заметим, что состав – необходимая характеристика системы, но, отнюдь, не достаточная. Системы, имеющие одинаковый состав, нередко обладают разными свойствами, поскольку элементы систем:

1. имеют различную внутреннюю организацию,
2. по-разному взаимосвязаны.

Поэтому в теории систем есть 2 дополнительные характеристики: организация системы и структура системы. Нередко их отождествляют.

Элементы представляют собой кирпичики, из которых строится системы. Они существенно влияют на свойства системы, в значительной степени определяют ее природу. Но свойства системы не сводятся к свойствам элементов.

Элемент – это далее не разложимая единица при данном способе расчленения, входящая в состав системы. Наличие связей между элементами ведет к появлению в целостной системе новых свойств

(эмерджентность), не присущих элементам в отдельности. Для элементов системы характерны некоторые свойства.

Свойство – это вхождение вещи, элемента в некоторый класс вещей, когда не образуется новый предмет; характеристика, присущая вещам и явлениям, позволяющая отличать или отождествлять их. Все элементы обладают 2 видами свойств:

1. элементарность при данном способе расчленения,
2. свойства природы элементов (например, свойства химических элементов – валентность, атомные веса; свойства живых организмов – место в иерархии видов, активность; свойства человека – система ролей, статусов, ценностей, интересов и т.п.).

Многое в системе зависит от типов элементов. Поэтому в теории систем значительную методологическую роль играет построение классификации элементов

Элементы в системе находятся не сами о себе, а связаны один с другим. Под связью понимается любого рода взаимоотношения между частями системы. Она выступает в виде качества, которое присуще материи и заключается в том, что все предметы, явления объективной действительности находятся в бесконечно многообразной зависимости и в многообразных отношениях.

Связь – взаимное ограничение объектов, создающее ограничение на их поведение, зависимость между ними, обмен между элементами веществом, энергией, информацией. Связи играют исключительно важную роль в системе. На них ложится значительная смысловая нагрузка в понимании природы систем. Без них принципиально невозможна система.

Связи выполняют в системе несколько функций, наиболее важные из них:

- системообразующая – связи выступают основой архитектоники системы, обеспечивают взаимодействие элементов, их взаимное влияние, участие в общесистемных процессах;
- специфицирующая – связи задают конкретные свойства системы, ее специфику. Определенный набор, характер, направленность и другие характеристики связей системы предопределяют ее свойства, функциональные возможности и развитие;
- витальная – связи обеспечивают жизнедеятельность системы, они поддерживают обмен системы с окружающей средой, изменения в связях предопределяют характеристики различных этапов развития системы.

При функциональном подходе связи рассматриваются с точки зрения выполняемой ими функции. При этом выделим 2 вида:

1. нейтральные (или статические), при которых действие и противодействие равны по величине, изменений не происходит;
  2. функциональные, характеризующиеся тем, что действие и противодействие не совпадают, и элемент начинает реализовывать в системе некоторую функцию:
- связи порождения (причинно-следственные связи),
  - связи преобразования – реализуются путем непосредственного взаимодействия 2 объектов с переходом их в новое состояние;
  - связи строения (структурные) – обеспечивают строение системы;
  - функциональные связи (в узком смысле слова) – обеспечивают функционирование системы;
  - связи развития – смена состояний отличается качественными изменениями;
  - связи управления – обеспечивают процесс управления системой.

Кроме того, под функциональный подход попадают прямые и обратные связи, каждая из которых выполняет свое назначение. Обратная связь информирует вход системы о состоянии ее выхода, а прямая – связывает один элемент с другим. Обратным связям принадлежит исключительно важная роль в управлении, поскольку они несут для субъекта управления необходимую информацию об объекте управления.

При содержательном подходе связи подразделяются на:

1. энергетические – процессы передачи энергии между элементами системы;
2. материально-вещественные – характеризуются материально-вещественными преобразованиями;
3. информационные – представляют собой информационные потоки.

Связи выступают важнейшей системной характеристикой. Можно с уверенностью утверждать, чем большим числом связей характеризуется система, тем она сложнее.

Максимальное количество связей в системе определяется числом возможных сочетаний между элементами и может быть найдено по формуле:

$$C = n(n-1),$$

где  $n$  – количество элементов, входящих в систему;  $C$  – количество связей между ними.



Если система состоит из 5 элементов ( $n=5$ ), то максимальное количество связей для нее равно 20 ( $C=5*4=20$ ).

Эта формула верна только для тех систем, у которых между двумя элементами допустима одна связь.

## 10. Структура системы

Всякая система определяется не только составом своих частей, но также порядком и способом объединения этих частей в единое целое. Все части (элементы) системы находятся в определенных отношениях или связях друг с другом. Здесь мы выходим на следующее важнейшее понятие системологии — понятие структуры.

Структура — это совокупность связей между элементами системы

Можно еще сказать так: структура — это внутренняя организация системы.

Связи — это элементы, осуществляющие непосредственное взаимодействие между элементами (или подсистемами) системы, а также с элементами и подсистемами окружения.

Связь — одно из фундаментальных понятий в системном подходе. Система как единое целое существует именно благодаря наличию связей между ее элементами, т.е., иными словами, связи выражают законы функционирования системы. Связи различают по характеру взаимосвязи как прямые и обратные, а по виду проявления (описания) как детерминированные и вероятностные.

Прямые связи предназначены для заданной функциональной передачи вещества, энергии, информации или их комбинаций — от одного элемента к другому в направлении основного процесса.

Обратные связи, в основном, выполняют осведомляющие функции, отражая изменение состояния системы в результате управляющего воздействия на нее. Открытие принципа обратной связи явилось выдающимся событием в развитии техники и имело исключительно важные последствия. Процессы управления, адаптации, саморегулирования, самоорганизации, развития невозможны без использования обратных связей.

С помощью обратной связи сигнал (информация) с выхода системы (объекта управления) передается в орган управления. Здесь этот сигнал, содержащий информации о работе, выполненной объектом управления, сравнивается с сигналом, задающим содержание и объем работы (например, план). В случае возникновения рассогласования между фактическим и плановым состоянием работы принимаются меры по его устранению

## 11. Цель как общесистемная категория

Цель:

- Цель системы, обладающей свободой воли
- Объективная реальность, существующая помимо чьей-то воли

Как предмет философии:

- Цель предпринимателя - получить прибыль
- Цель художника – написать картину

Как предмет теории систем:

- Целесообразность биосферы
- Целесообразность функционирования рынка

Цель в теории систем понимается как объективный закон, который может воплощаться как в деятельности субъектов, наделенных свободой воли, так и без их участия.

Объективная цель системы состоит в сохранении и воспроизводстве ее существования.

Целесообразность поведения системы состоит в содействии сохранению и воспроизводству ее существования.

При наличии полной информации о влиянии поведения системы на сохранение и воспроизводство ее существования цель системы в каждый момент времени может быть представлена в форме оптимального вектора преобразования в пространстве состояния системы.

Этот вектор соединяет точку, соответствующую состоянию системы в текущий момент времени, с точкой, соответствующей состоянию, наилучшему из числа достижимых к следующему моменту времени.



Для отыскания оптимального вектора преобразования необходима количественная оценка допустимых вектров преобразования.

Способы оценки:

- Вероятность возникновения системы данного класса в течение заданного промежутка времени.
- Вероятность прекращения существования в течение заданного промежутка времени.
- Математическое ожидание оставшегося времени существования системы.

Методы исследования целесообразности:

- Индуктивный метод (Наблюдение за реальным поведением систем → Фиксация его результатов → Системы выживают или гибнут)
- Дедуктивный метод (Системный анализ → Модельное описание структуры систем → Выявление зависимости показателей целесообразности от переменных систем и среды → Синтез оптимального вектора преобразования.

## 12. Основные этапы жизненного цикла системы

**Жизненный цикл системы** является старейшим методом построения информационных систем, в наши дни он используется при создании сложных проектов среднего и крупного масштабов.

Данный процесс включает в себя шесть этапов:

- 1) подготовка проекта;
- 2) исследование системы;
- 3) проектирование;
- 4) программирование;
- 5) инсталляция;
- 6) эксплуатация и освоение системы.

**Этап определения проекта** позволяет сформулировать проблемы организации, которые могут быть решены при помощи создания новой информационной системы или модификации старой.

**На этапе системного исследования** анализируются проблемы, связанные с существующими системами, и оцениваются различные варианты их решения. Большая часть информации, полученной на этом этапе, используется для определения требований, предъявляемых к системе.

**На стадии проектирования** разрабатываются спецификации для выбранного решения.

**Этап программирования** заключается в трансляции проектных спецификаций (разработанных на предыдущем этапе) в программный код. Системные аналитики совместно с программистами готовят спецификации для каждой программы, входящей в систему.

**Инсталляция (установка)** включает в себя три процесса, предшествующих запуску системы: тестирование, обучение персонала и конверсию.

Затем на **этапе эксплуатации** и освоения проверяется функционирование системы, пользователи и технические специалисты определяют необходимость внесения каких-либо модификаций и коррективов. После того как система окончательно настроена, она нуждается в постоянном техническом обслуживании для исправления возникающих ошибок или перенастройки для соответствия новым требованиям организации, а также для повышения эффективности работы. Со временем техническое обслуживание требует все больше затрат и времени — жизненный цикл системы подходит к концу. По его окончании на предприятии внедряется новая система, и все начинается сначала.

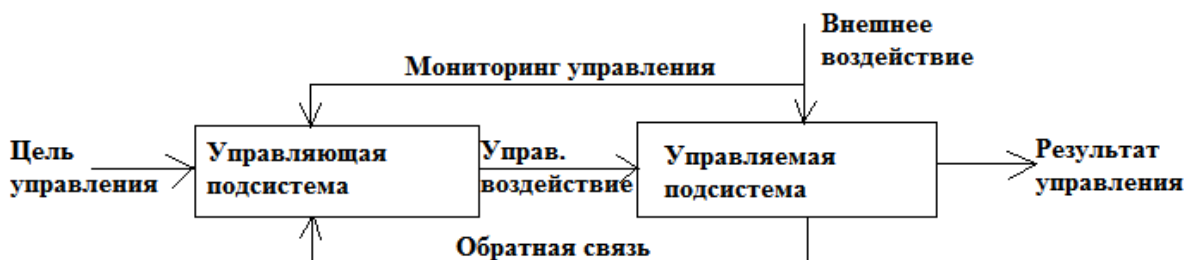
### 13. Кибернетические системы

Кибернетическая система – множество взаимосвязанных элементов, способных воспринимать, запоминать и перерабатывать информацию, а также обмениваться ей. (Глушков В.М.)

Кибернетика рассматривает систему независимо от природных элементов (абстрактные кибернетические системы, система управления).

Характеристика кибернетических систем:

- 1.Цель управления
- 2.Объект управления
- 3.Управляющая система



Аксиомы управления:

1. Наличие наблюдаемости объектов управления
2. Наличие управляемости – способность объекта управления переходить в пространстве состояний из текущего в требуемое под воздействием управляющей системы
3. Наличие целей управления
4. Свобода выбора - возможность выбора управляющих воздействий из некоторого множества допустимых альтернатив
5. Наличие критерия эффективности управления.

6. Наличие ресурсов, обеспечивающих реализацию принятых решений. Управление без ресурсов невозможно.

#### **14. Меры информации в системе. Закон Шеннона Эшби и Виннера**

Количество информации - числовая величина, адекватно характеризующая актуализируемую информацию по разнообразию, сложности, структурированности (упорядоченности), определенности, выбору состояний отображаемой системы. Мера - непрерывная действительная неотрицательная функция, определенная на множестве событий и являющаяся аддитивной (мера суммы равна сумме мер). Меры могут быть статические и динамические, в зависимости от того, какую информацию они позволяют оценивать: статическую (не актуализированную; на самом деле оцениваются сообщения без учета ресурсов и формы актуализации) или динамическую (актуализированную т.е. оцениваются также и затраты ресурсов для актуализации информации).

Мера Р. Хартли. Пусть имеется  $N$  состояний системы  $S$  или  $N$  опытов с различными, равновероятными, последовательными состояниями системы. Если каждое состояние системы закодировать, например, двоичными кодами определенной длины  $d$ , то эту длину необходимо выбрать так, чтобы число всех различных комбинаций было бы не меньше, чем  $N$ . Наименьшее число, при котором это возможно, называется мерой разнообразия множества состояний системы и задается формулой Р. Хартли:  $H = k \log_2 N$ , где  $k$  - коэффициент пропорциональности (масштабирования, в зависимости от выбранной единицы измерения меры), а - основание системы меры. Формула Хартли отвлечена от семантических и качественных, индивидуальных свойств рассматриваемой системы (качества информации в проявлениях системы с помощью рассматриваемых  $N$  состояний системы). Это основная и положительная сторона формулы. Но имеется основная и отрицательная ее сторона: формула не учитывает различимость и различность рассматриваемых  $N$  состояний системы.

Мера К. Шеннона. Формула Шеннона дает оценку информации независимо, отвлеченно от ее смысла: где  $n$  - число состояний системы;  $p_i$  - вероятность (или относительная частота) перехода системы в  $i$ -е состояние, причем сумма всех  $p_i$  равна 1. Главной положительной стороной формулы Шеннона является ее отвлеченность от семантических и качественных, индивидуальных свойств системы. В отличие от формулы Хартли, она учитывает различность, разноречивость состояний - формула имеет статистический характер (учитывает структуру сообщений), делающий эту формулу удобной для практических вычислений. Основной отрицательной стороной формулы Шеннона является то, что она не различает состояния (с одинаковой вероятностью достижения, например), не может оценивать состояния сложных и открытых систем и применима лишь для замкнутых систем, отвлекаясь от смысла информации.

Другие меры информации. Многими авторами в последнее время рассматриваются различные количественные меры для измерения смысла информации, например, мера, базирующаяся на понятии цели (А. Харкевич и другие); мера, базирующаяся на понятии тезаурус  $T$ , где  $X, Y, Z$  - множества, соответственно, имен, смыслов и значений (прагматики) этих знаний (Ю. Шрейдер и другие); мера сложности восстановления двоичных слов (А. Колмогоров и другие); меры апостериорного знания (Н. Винер и другие); мера успешности принятия решения (Н. Моисеев и другие); меры информационного сходства и разнообразия и другие способы, подходы к рассмотрению мер информации.

#### **15. Системный анализ – основной метод теории систем.**

Сторонники первого подхода делают уклон на математику. (Статический С.А. и др.)

В другом подходе на первое место ставится логика системы, С.А. рассматривается как методология. (Логический С.А.)

Системный анализ – взаимосвязанное логико-математическое и комплексное рассмотрение всех вопросов, относящихся не только к замыслу разработки, производству, эксплуатации и ликвидации современных технических систем, но и к методам руководства всеми этапами, с учетом других аспектов.

Отличие С.А. от других методов:

1. Рассматриваются все теоретически возможные методы и средства достижения целей по жизненному циклу системы.
2. Альтернативы оцениваются обязательно с позиции длительной перспективы.
3. Отсутствие стандартных решений.
4. Четкое изложение различных взглядов при решении одной и той же проблемы.
5. Применяется к проблемам для которых не полностью определены стоимости или времени.
6. Особое внимание уделяется факторам риска и неопределенности.
7. Признается принципиальное значение организационных и субъективных факторов в процессе принятия решений.

Проблемы можно разделить на 3 класса:

1. Хорошо структурированные или количественно-сформулированные
2. Неструктурированные или качественно-выраженные проблемы
3. Слабоструктурированные или смешанные.

Для 1 класса проблем используется методология исследования организации.

Для 2 класса проблем используют эвристический метод.

Для 3 класса проблем (особенности):

- Намечены для решения в будущем
- Сталкиваются с набором альтернатив
- Зависит от полноты технических достижений
- Внутренне сложны
- Содержат элементы риска

Достоинства С.А. – он рассматривает проблему в целом с ударением на ясность анализа, на количественные методы, на выявление неопределенности; позволяет систематически и эффективно сочетать суждения и интуицию экспертов в соответствующих областях; является структурной основой, обеспечивающей использование суждений экспертов для получения результатов, превосходящих любые индивидуальные суждения.

Ограниченность С.А. – неполнота анализа; приближенность меры эффективности; отсутствие методов точного предсказания будущего.

Недостатки С.А. – многие факторы не поддаются количественной обработке и могут быть упущены или умышленно оставлены «на потом».

## **16. Принципы системного анализа**

Принципы- обобщенные опытные данные, закон явлений, найденный из наблюдений экспертов.

Принципы системного анализа:

- Оптимальность. В результате анализа необходимо найти оптимальное решение задачи.

- Эмерджентность. Этот принцип предполагает следующее важное свойство системы: чем больше система и чем больше различие между частью и целым, тем выше вероятность того, что свойства целого могут сильно отличаться от свойств его частей. Принцип эмерджентности позволяет выявить несовпадение локальных оптимумов целей системы с глобальным оптимумом системы. Этот фактор необходимо учитывать при проведении системного анализа деятельности организации, поскольку он играет важную роль.
- Системность. Исследование объекта, с одной стороны, как единого целого, а с другой, как части более крупной системы, с которой объект находится в определенных отношениях.
- Иерархичность. Определение в системе структурных отношений, характеризующихся упорядоченностью, организованностью взаимодействий между отдельными ее уровнями по вертикали. Большинство организаций представляют собой сложные системы, и необходимость иерархического построения этих систем обусловлена тем, что управление в них связано с переработкой и использованием больших объемов информации.
- Интеграция. Изучение интеграционных свойств и закономерностей системы.
- Формализация. Получение комплексных количественных характеристик.

## 17. Этапы реализации(применения) системного анализа

### Основные этапы СА

1. Определение конфигуратора. - Всякое сложное явление требует разностороннего, многопланового описания, рассмотрения с различных точек зрения. Конфигуратор – агрегат, состоящий из качественно различных языков описания системы и обладающий тем свойством, что число этих языков минимально, но необходимо для заданной цели. конфигуратором для задания любой точки n-мерного пространства является совокупность ее координат; конфигуратором для описания поверхности любого трехмерного тела является совокупность трех ортогональных проекций, принятых в техническом черчении и начертательной геометрии;
2. Постановка проблемы – отправной момент исследования. В исследовании сложной системы ему предшествует работа по структурированию проблемы.
3. Расширение проблемы до проблематики, т.е. нахождение системы проблем, существенно связанных с исследуемой проблемой, без учета которых она не может быть решена.
4. Выявление целей: цели указывают направление, в котором надо двигаться, чтобы поэтапно решить проблему.
5. Формирование критериев. Критерий – это количественное отражение степени достижения системой поставленных перед ней целей. Критерий –это правило выбора предпочтительного варианта решения из ряда альтернативных. Критериев может быть несколько. Многокритериальность является способом повышения адекватности описания цели. Критерии должны описать по возможности все важные аспекты цели, но при этом необходимо минимизировать число необходимых критериев.
6. Агрегирование критериев. Выявленные критерии могут быть объединены либо в группы, либо заменены обобщающим критерием. Агрегирование. Как и в случае декомпозиции, техника агрегирования основана на использовании определенных моделей исследуемой или проектируемой системы.
7. Генерирование альтернатив и выбор с использованием критериев наилучшей из них. Формирование множества альтернатив является творческим этапом системного анализа.
8. Исследование ресурсных возможностей, включая информационные потоки и ресурсы.
9. Выбор формализации (построение и использование моделей и ограничений) для решения проблемы.

10. Оптимизация (для простых систем). «Оптимальным» будет такое решение, которое максимизирует наименее возможное значение из всех критериев. Этот метод еще называют как «метод подтягивания самого отстающего».

11. Декомпозиция. Это разбиение целого на части с целью его детального изучения. Она является одной из основных процедур системного анализа. Задача разбивается на подзадачи, система – на подсистемы, цели – на подцели и т. д.

12. Наблюдение и эксперименты над исследуемой системой.

13. Построение системы.

14. Использование результатов проведенного системного исследования.

## **18. Классификация методов моделирования систем МФПС**

Существуют также новые методы, базирующиеся на сочетании средств МАИС и МФПС. Эта группа методов представлена в качестве самостоятельной группы методов моделирования, обобщенно названной специальными методами. Стрелками показано, какие средства МАИС и МФПС использованы при создании этих методов.

Наибольшее распространение получили следующие специальные методы моделирования систем:

■ имитационное динамическое моделирование (System Dynamics Symulation Modeling);

этот метод предложен Дж. Форрестером (США) в 50-х гг. XX в., он использует удобный для человека структурный язык, помогающий выражать реальные взаимосвязи, отображающие в системе замкнутые контуры управления, и аналитические представления (линейные конечно-разностные уравнения), позволяющие реализовать формальное исследование полученных моделей на ЭВМ с использованием специализированного языка DYNAMO; в нашей стране это направление развивается профессором А.В. Федотовым применительно к системам управления вузом и другими социально-экономическими объектами ;

■ ситуационное моделирование;

идея предложена Д.А. Поспеловым [68] и реализована Ю.И. Клыковым и Л.С. Загадской (см. [80, гл. 7]); это направление базируется на отображении в памяти ЭВМ и анализе проблемных ситуаций с применением специализированного языка, разрабатываемого с помощью выразительных средств теории множеств, математической логики и теории языков;

■ структурно-лингвистическое моделирование;

подход возник в 70-е гг. XX в. в инженерной практике и основан на использовании для реализации идей комбинаторики структурных представлений разного рода, с одной стороны, и средств математической лингвистики, с другой; в расширенном понимании подхода в качестве языковых (лингвистических) средств используются и другие методы дискретной математики (языки, основанные на теоретико-множественных представлениях, на использовании средств математической логики, семиотики);

■ когнитивный подход (от лат. *cognitio* – знание, познание);

подход базируется на идеях когнитивной психологии; истоки когнитивного подхода прослеживаются, начиная с работ древнегреческих мыслителей (учение об универсалиях Платона); оформление когнитивного подхода как особой дисциплины связывают с именем У. Найссера, опубликовавшего в 1967 г. книгу с изложением этого подхода (Neisser, U. *Cognitive Psychology*. – N.Y., 1967; Найссер, У. *Познание и реальность*. – М., 1981), которая стала в определенном смысле программной; в настоящее время наблюдается обилие моделей, предлагаемых для интерпретации различных аспектов мыслительного процесса; в нашей стране это направление активно развивается школой профессора Г.В. Гореловой применительно к системам управления муниципальными образованиями [28]. В моделях этой школы графические представления сочетаются с аналитическими методами исследования импульсных процессов.

■ подход, базирующийся на идее постепенной формализации моделей принятия решений путем поочередного использования средств МАИС и МФПС;

этот подход к моделированию самоорганизующихся (развивающихся) систем был первоначально предложен одним из авторов учебника на базе концепции структурно-лингвистического моделирования [21,25], а в последующем стал основой практически всех методик системного анализа (подробнее подход и его использование при разработке методик и языков моделирования рассмотрен в гл. 4);

■ теория информационного поля и информационных цепей (информационный подход к моделированию и анализу систем);

концепция информационного поля предложена одним из авторов данного учебника и впервые опубликована в его брошюре по теоретическим основам кибернетики [33]; теория основана на использовании для активизации интуиции ЛПР законов диалектики, а в качестве средства формализованного отображения объекта или проблемной ситуации – аппарата математической теории поля и теории цепей; этот подход рассматривается в гл. 3, а примеры его применения – в гл. 6-8; для краткости подход назван информационным, поскольку в его основе лежит отображение реальных ситуаций с помощью информационных моделей.

Классификация методов моделирования, подобная рассмотренной, помогает осознанно выбирать методы моделирования, она может развиваться, дополняться конкретными методами, т.е. аккумулировать опыт, накапливаемый в процессе проектирования и управления.

## **19. Классификация методов моделирования систем МАИС**

**Классификация методов ИСУ :**

- МАИС - методы активизация интуиции и опыта специалистов (творческой деятельности)
- МФПС - методы формального представления систем
- комплексные методы - используют элементы и МАИС и МФПС

Плохо организованная система (социально-экономические, организационно-экономические системы) или диффузные (размытые) системы (в силу своей открытости).

**МАИС (для плохо организованных систем) :**

- мозговая атака
- морфологический анализ
- метод аналогий
- сценарный метод
- структуризация (дерево целей, графические методы, сетевые модели)
- метод Дельфи
- метод решающих матриц
- экспертные методы

### **1. Мозговая атака.**

В основу ее проведения заложены следующие предпосылки :

- возникновению новаторских идей препятствуют контрольные механизмы сознания (при обычном обсуждении)
- поток идей сковывается подавлением стереотипных форм принятия решений
- оригинальные идеи рождаются в процессе побуждения к свободным ассоциациям

Два этапа :

1. Обсуждение проблемы, запись на магнитофон (45 минут)
2. Оценка идей путем прослушивания записи (или просмотра):  
установление корреляционных связей между мнениями; выбор программы действий.

Основная сложность - обеспечение благоприятной обстановки.



**II. Сценарный метод** - метод реализации ситуационного подхода при принятии решений. Базируется на итеративной последовательности построения сценариев с целью выбора подходящей альтернативы управления.

Принципы, лежащие в основе метода :

1. принцип последовательного разрешения неопределенности (итеративный процесс)
2. принцип содержательного и формального описания объекта управления

^ Содержательное описание - фразами, обычным языком (не формализуется, хотя есть какие-то формальные элементы - цель формирования системы; ее принципы; закономерности, параметры, факторы).

^ Формальное описание - определение дается формальным языком (это может быть математический аппарат).

3. принцип исследования сценариев в развитии.

Цель метода - получение научно обоснованного прогноза для принятия управленческих решений.

Сценарий - это гипотетическая картина последовательного развития во времени и пространстве событий, составляющих эволюцию объектов управления.

## **20. Измерительные шкалы. Типы шкал**

Измерение - это алгоритмическая операция, которая данному наблюдаемому состоянию объекта ставит в соответствие определенное обозначение: число, помер или символ. Обозначим через  $x_i$ ,  $i=1, \dots, m$  наблюдаемое состояние (свойство) объекта, а через  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  - обозначение для этого свойства. Чем теснее соответствие между состояниями и их обозначениями, тем больше информации можно извлечь в результате обработки данных. Менее очевидно, что степень этого соответствия зависит не только от организации измерений (т. е. от экспериментатора), но и от природы исследуемого явления, и что сама степень соответствия в свою очередь определяет допустимые (и недопустимые) способы обработки данных!

Множество обозначений, используемых для регистрации состояний наблюдаемого объекта, называется измерительной шкалой.

Измерительные шкалы в зависимости от допустимых на них операций различаются по их силе. Самые слабые - номинальные шкалы, а самые сильные - абсолютные.

Выделяют три основных атрибута измерительных шкал, наличие или отсутствие которых определяет принадлежность шкалы к той или иной категории:

1. упорядоченность данных означает, что один пункт шкалы, соответствующий измеряемому свойству, больше, меньше или равен другому пункту;
2. интервальность пунктов шкалы означает, что интервал между любой парой чисел, соответствующих измеряемым свойствам, больше, меньше или равен интервалу между другой парой чисел;
3. нулевая точка (или точка отсчета) означает, что набор чисел, соответствующих измеряемым свойствам, имеет точку отсчета, обозначаемую за ноль, что соответствует полному отсутствию измеряемого свойства.

Кроме того, выделяют следующие группы:

- 1)о неметрические или качественные шкалы, в которых отсутствуют единицы измерений (номинальная и порядковая шкалы);
- 2)о количественные или метрические (шкала интервалов, шкала отношений и абсолютная шкала)
- 1.Шкала наименований.

Шкала наименований (номинальная или классификационная) представляет собой конечный набор обозначений для никак не связанных между собой состояний (свойств) объекта (рис. 1).

Здесь отсутствуют все главные атрибуты измерительных шкал, а именно упорядоченность, интервальность, нулевая точка.

Измерение будет состоять в том, чтобы, проведя эксперимент над объектом, определить принадлежность результата к тому или иному состоянию и записать это с помощью символа (набора символов), обозначающего данное состояние. Это самая простая шкала из тех, что могут рассматриваться как измерительные, хотя фактически эта шкала не ассоциируется с измерением и не связана с понятием «величина». Она используется только с целью отличить один объект от другого.

Если классифицируются дискретные по своей природе объекты и явления, то естественнее всего использовать шкалу наименований.

Примеры:

Для обозначения в номинальной шкале могут быть использованы:

о слова естественного языка (например, географические названия, собственные имена людей и т. д.);  
о произвольные символы (гербы и флаги государств, эмблемы родов войск, всевозможные значки и т. д.);

о номера (регистрационные номера автомобилей, официальных документов, номера на майках спортсменов);

о их различные комбинации (например, почтовые адреса, экслибрисы личных библиотек, печати и пр.).

Однако необходимость классификации возникает и в тех случаях, когда классифицируемые состояния образуют непрерывное множество (или континуум). Задача сводится к предыдущей, если все множество разбить на конечное число подмножеств, искусственно образуя тем самым классы эквивалентности; тогда принадлежность состояния к какому-либо классу снова можно регистрировать в шкале наименований. Однако условность введенных классов (не их шкальных обозначений, а самих классов) рано или поздно проявится на практике.

## *2. Порядковые шкалы*

Следующей по силе за номинальной шкалой идет порядковая, шкала (ординальная, ранговая). Она применяется в тех случаях, когда наблюдаемый (измеряемый) признак состояния имеет природу, не только позволяющую отождествить состояния с одним из классов эквивалентности, но и дающую возможность в каком-то отношении сравнивать разные классы.

Порядковая шкала не имеет определенной количественной меры. При этом присутствует упорядоченность, но отсутствуют атрибуты интервальности и нулевой точки.

Единственными типами отношений между неколичественными значениями шкалы могут быть:

а) равенство одинаковых значений порядковых переменных величин, соответствующих объектам одной категории,

б) неравенство разных значений переменных величин, соответствующих объектам одной категории;

в) отношения «больше» или «меньше» между разными значениями переменных величин, соответствующих объектам одной категории.

Измерение в шкале порядка может применяться, например, в следующих ситуациях:

о когда необходимо упорядочить объекты во времени или пространстве. Это ситуация, когда интересуются не сравнением степени выраженности какого-либо качества, а лишь взаимным пространственным или временным расположением этих объектов;

о когда нужно упорядочить объекты в соответствии с каким-либо качеством, но при этом не требуется производить его точное измерение;

о когда какое-либо качество в принципе измеримо, но в настоящий момент не может быть измерено по причинам практического или теоретического характера.

### *2.1. Типовые порядковые шкалы*

Обозначив такие классы символами и установив между этими символами отношения порядка, мы получим шкалу простого порядка:  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ .

Характерной особенностью порядковых шкал является то, что отношение порядка ничего не говорит о дистанции между сравниваемыми классами. Поэтому порядковые экспериментальные данные, даже если они изображены цифрами, нельзя рассматривать как числа. Например, нельзя вычислять выборочное среднее порядковых измерений.

Пример. Рассматривается испытание умственных способностей, при котором измеряется время,

затрачиваемое испытуемым на решение тестовой задачи. В таких экспериментах время хотя и измеряется в числовой шкале, но как мера интеллекта принадлежит порядковой шкале. Порядковые шкалы определяются только для заданного набора сравниваемых объектов, у этих шкал нет общепринятого, а тем более абсолютного стандарта. Примеры:

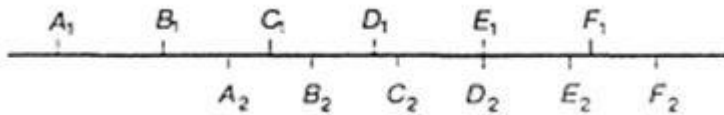
1. При определенных условиях правомерно выражение «первый в мире, второй в Европе» - просто чемпион мира занял второе место на европейских соревнованиях.
2. Само расположение шкал является примером порядковой шкалы.

### 2.2. Модифицированные порядковые шкалы

Опыт работы с сильными числовыми шкалами и желание уменьшить относительность порядковых шкал, придать им хотя бы внешнюю независимость от измеряемых величин побуждают исследователей к различным модификациям, придающим порядковым шкалам некоторое (чаще всего кажущееся) усиление. Кроме того, многие величины, измеряемые в порядковых (принципиально дискретных) шкалах, имеют действительный или мыслимый непрерывный характер, что порождает попытки модификации (усиления) таких шкал. При этом иногда с полученными данными начинают обращаться как с числами, что приводит к ошибкам, неправильным выводам и решениям.

### 3. Шкалы интервалов

Следующая по силе шкала - шкала интервалов (интервальная шкала), которая в отличие от предыдущих, качественных, шкал уже является количественной шкалой. Эта шкала применяется, когда упорядочивание значений измерений можно выполнить настолько точно, что известны интервалы между любыми двумя из них (рис. 2).



В шкале интервалов присутствуют упорядоченность и интервальность, но нет нулевой точки. Шкалы могут иметь произвольные начала отсчета, а связь между показаниями в таких шкалах является линейной:

$$y = ax + b,$$

где  $a > 0$ ;  $-\infty < b < \infty$ .

Для этой шкалы справедливо следующее свойство:

$$\frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} = \frac{y_1 - y_2}{y_3 - y_4} = \text{const}.$$

#### 1. Шкалы разностей

Частным случаем интервальных шкал являются шкалы разностей: циклические (периодические) шкалы, шкалы, инвариантные к сдвигу. В такой шкале значение не изменяется при любом числе сдвигов.

$$y = x + nb,$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Постоянная  $b$  называется периодом шкалы.

Примеры. В таких шкалах измеряется направление из одной точки (шкала компаса, роза ветров и т. д.), время суток (циферблат часов), фаза колебания (в градусах или радианах).

Однако соглашение о хотя и произвольном, но едином для нас начале отсчета шкалы позволяет использовать показания в этой шкале как числа, применять к нему арифметические действия (до тех пор пока кто-нибудь не забудет об условности нуля, например при переходе на летнее время или обратно).

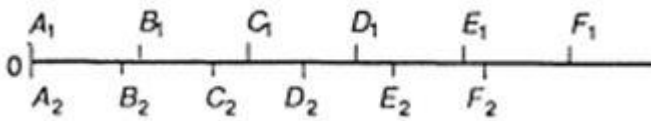
#### 5. Шкалы отношений

Следующей по силе шкалой является шкала отношений (подобий). Измерения в такой шкале являются «полноправными» числами, с ними можно выполнять любые арифметические действия, здесь присутствуют все атрибуты измерительных шкал: упорядоченность,

интервальность, нулевая точка. Величины, измеряемые в шкале отношений, имеют естественный, абсолютный нуль, хотя остается свобода в выборе единиц (рис. 3):

$$y = ax,$$

где  $a \neq 0$



## 6. Абсолютная шкала

Абсолютная (метрическая) шкала имеет и абсолютный нуль ( $b = 0$ ), и абсолютную единицу ( $a = 1$ ). В качестве шкальных значений при измерении количества объектов используются натуральные числа, когда объекты представлены целыми единицами, и действительные числа, если кроме целых единиц присутствуют и части объектов.

Именно такими качествами обладает числовая ось, которую естественно называть абсолютной шкалой.

Важной особенностью абсолютной шкалы по сравнению со всеми остальными является отвлеченность (безразмерность) и абсолютность ее единицы. Указанная особенность позволяет производить над показаниями абсолютной шкалы такие операции, которые недопустимы для показаний других шкал, — употреблять эти показания в качестве показателя степени и аргумента логарифма.

Примеры:

1. Абсолютные шкалы применяются, например, для измерения количества объектов, предметов, событий, решений и т. п.
2. Примером абсолютной шкалы также является шкала температур по Кельвину.

Числовая ось используется как измерительная шкала в явной форме при счете предметов, а как вспомогательное средство присутствует во всех остальных шкалах.

## 7. Шкалирование

Шкалирование представляет собой отображение какого-либо свойства объекта или явления в числовом множестве.

Можно сказать, что чем сильнее шкала, в которой производятся измерения, тем больше сведений об изучаемом объекте, явлении, процессе дают измерения. Поэтому так естественно стремление каждого исследователя провести измерения в возможно более сильной шкале. Однако важно иметь в виду, что выбор шкалы измерения должен ориентироваться на объективные отношения, которым подчинена наблюдаемая величина, и лучше всего производить измерения в той шкале, которая максимально согласована с этими отношениями. Можно измерять и в шкале более слабой, чем согласованная (это приведет к потере части полезной информации), но применять более сильную шкалу опасно: полученные данные на самом деле не будут иметь той силы, на которую ориентируется их обработка.

Иногда же исследователи усиливают шкалы; типичный случай — «оцифровка» качественных шкал: классам в номинальной или порядковой шкале присваиваются номера, с которыми дальше «работают» как с числами. Если в этой обработке не выходят за пределы допустимых преобразований, то «оцифровка» — это просто перекодировка в более удобную (например, для ЭВМ) форму. Однако применение других операций сопряжено с заблуждениями, ошибками, так как свойства, навязываемые подобным образом, на самом деле не имеют ме-ста.

По мере развития соответствующей области знания тип шкалы может меняться.

## 21. Способы шкалирования

Если A равносильно B, то (A,B) – 1

Если A не значительно важнее B, то – 3

Если A значительно важнее B, то – 5

Если A явно важнее B, то – 7

Если A абсолютно превосходит B, то – 9

Иерархия – вид систем, которые состоят из несвязных частей.

Шкалирование – это отображение свойств объекта в числовом множестве.

1. Идеальное измерение

Идеальная матрица сравнения

10 .  $a_{ij} = 1$

20 .  $a_{ji} = 1 / a_{ij} = W_j / W_i$

30 .  $a_{ij} \cdot a_{ja} = a_{ia}$

40 .  $W_1 / W_n$  – собственный вектор A, собственный вектор n

Матрица A, обладающая свойством  $a_{ji} = 1 / a_{ij}$  матрицы называется обратно симметричной

Матрица A называется согласованной, если  $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$

Справедлива теорема: положительная обратно симметричная матрица, т.и.т.т.к. её собственное значение совпадают.

Пусть дана положительная симметричная матрица, если - согласованная, индекс согласованности для обратно симметричной матрицы  $IS = (\lambda_{max} - n) / n - 1$

Матрица n-ого порядка

Пусть дана обратно симметричная положительная матрица

1/ Суммированием элементов строки

Складываем все элементы столбца

Делим каждый элемент столбца на сумму

2/ Суммируем элементы каждого столбца и записываем

Заменяем каждый элемент столбца на обратный

Делим каждый элемент на сумму

3/ Суммируем элементы каждого столбца

Делим элементы каждого столбца на сумму

Делим каждый элемент на n

4/ перемножаем

Извлекаем корень n-ой степени из числа

Складываем сумму элементов

Каждый элемент делим на сумму

## 22. Элементы теории игр. Решение матричной игры в чистых стратегиях

Теория игр — математический метод изучения оптимальных стратегий в играх. Под игрой понимается процесс, в котором участвуют две и более сторон, ведущих борьбу за реализацию своих интересов. Каждая из сторон имеет свою цель и использует некоторую стратегию, которая может вести к выигрышу или проигрышу — в зависимости от поведения других игроков. Теория игр помогает выбрать лучшие стратегии с учётом представлений о других участниках, их ресурсах и их возможных поступках.

Ситуация называется конфликтной, если в ней участвуют стороны, интересы которых полностью или частично противоположны.

Стратегией игрока называется совокупность правил, определяющих выбор его действия при каждом личном ходе в зависимости от сложившейся ситуации.

Игрок – участник конфликта.

Выбор и осуществление одного из действий, предусмотренных правилами, называется ходом игрока.

Классификация игр:

1. По количеству участников игры n-мер. ( $n \geq 2$ )

2. По количеству стратегий игры делятся на конечные и бесконечные. Если в игре все игроки имеют конечное число возможных стратегий, то она называется конечной. Если же хотя бы один из игроков имеет бесконечное количество возможных стратегий игра называется бесконечной.

3. По способу раздела выигрыша:

- антагонистические;

- выигрыш одного игрока (группы игроков) = проигрышу одного игрока и не существует внешнего источника платежа;

- неантагонистические.

4. По информированности игроков:

игры с полной и не полной информацией.

5. По способу выбора стратегии:

- игра в нормальной форме – стратегия выбирается и не меняется в зависимости от других сторон;
- позиционная игра – стратегия меняется в процессе игры.

6. По возможности заключения союза между игроками:

- бескоалиционные - игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции

коалиционные - правила игры разрешают создавать коалиции;

- кооперативные - в кооперативных играх коалиции заранее определены.

Матричная игра — это конечная игра двух игроков с нулевой суммой, в которой задается выигрыш игрока 1 в виде матрицы (строка матрицы соответствует номеру применяемой стратегии игрока 1, столбец — номеру применяемой стратегии игрока на пересечении строки и столбца матрицы находится выигрыш игрока 1, соответствующий применяемым стратегиям).

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$

$Y = \{y_1, \dots, y_n\}$

$a_{ij}$  – величина выигрыша 1 игрока (величина выигрыша 2 игрока), в случае применения стр.  $x_i$  и  $y_j$ .

Чистая стратегия

Стратегия I игрока

$\max_i(\min\{a_{ij}\}) = \Theta$  – нижняя цена игры

Стратегия I игрока – максиминная

Стратегия II игрока

$\min_j(\max\{a_{ij}\}) = \bar{\Theta}$  – верхняя цена игры

минимаксная – стратегия II игрока

Всегда  $\Theta \leq \bar{\Theta}$

$\Theta = \bar{\Theta} = \Theta$  – игра имеет цену в чистой стратегии

$a_{ij} = \Theta$  – седловой элемент

## 23. Решение матричной игры в смешанных стратегиях

2 9

6 3

В данном случае  $a=3$ ,  $b=6$ . Таким образом, игрок А может выиграть не менее 3, а игрок В может ограничить свой проигрыш (выигрыш игрока А) шесть единицами. Область между 3 и 6 остается как бы нейтральной, и каждый игрок может попытаться улучшить свой результат за счет этой области. Но как это сделать? Если игроки применяют свои наиболее предпочтительные стратегии А2 и В1, то игрок А выигрывает, а игрок В проигрывает 6 единиц. Это, конечно, устраивает игрока А, но невыгодно игроку В. Поэтому, если игрок В заметит, что игрок А предпочтительно использует свою стратегию А2, то он может перейти на свою стратегию В2 и понизить выигрыш игрока А до 2 единиц. В свою очередь игрок А может в ответ перейти на свою первую стратегию и выиграть уже 9 единиц. В свою очередь, узнав об этом, игрок В может снова сменить стратегию и понизить выигрыш игрока А до 2 единиц. Из этих рассуждений ясно, что игрокам надо так выбирать свои чистые стратегии в очередной партии, чтобы партнер не догадался об очередном выборе. Этого можно добиться, используя случайный выбор, однако вероятности выбора стратегий необходимо определить. Анализ игры без седловой точки показывает, что игрок А выигрывает больше максимина, получаемого им при максиминной стратегии, если в ходе игры будет пользоваться случайным образом не одной, а несколькими чистыми стратегиями, т. е. будет случайным образом смешивать чистые стратегии или говорят применять смешанную стратегию. Аналогично игрок В проиграет меньше минимакса, выплачиваемого им игроку А при минимаксной стратегии, если он будет использовать свою смешанную стратегию.

Обозначим через  $p_1, \dots, p_m$  вероятности, с которыми игрок А использует в ходе игры свои чистые стратегии А1, ..., Ам, а через  $q_1, \dots, q_n$  аналогичные величины для игрока В. Очевидно, должны выполняться условия неотрицательности:

И условия нормировки:

Упорядоченные множества  $P_1, \dots, p_m$  и  $Q_1, \dots, q_n$  полностью определяют характер действий игроков и называются смешанными стратегиями игроков А и В соответственно. Очевидно, игроки располагают бесконечным множеством смешанных стратегий.

Так как каждый раз применение игроком одной чистой стратегии исключает применение другой, то чистые стратегии являются Несовместными событиями. Кроме того, они являются единственными возможными событиями.

Чистая стратегия есть частный случай смешанной стратегии. Действительно, если в смешанной стратегии какая-либо  $i$ -я чистая стратегия применяется с вероятностью 1, то все остальные чистые стратегии не применяются. И эта  $i$ -я чистая стратегия является частным случаем смешанной стратегии. Для соблюдения секретности каждый игрок применяет свои стратегии независимо от выбора другого игрока.

Итак, пусть игроки А и В применяют смешанные стратегии  $\sigma$  и  $\tau$ . Это означает, что игрок А использует стратегию  $A_i$  с вероятностью  $p_i$ , а игрок В – стратегию  $B_j$  с вероятностью  $q_j$ . Поскольку игроки выбирают свои чистые стратегии случайно и независимо друг от друга, то вероятность выбора комбинации  $(A_i, B_j)$  будет равна произведению вероятностей  $p_i$  и  $q_j$ . При использовании смешанных стратегий игра приобретает случайный характер, случайной становится и величина выигрыша игрока А (проигрыша игрока В). Поэтому можно вести речь лишь о средней величине (математическом ожидании) выигрыша (проигрыша). Ясно, что эта величина является функцией от смешанных стратегий  $\sigma$  и  $\tau$  и определяется по формуле

Эта функция называется платежной функцией игры с платежной матрицей  $a_{ij}$ .

По аналогии с введенными ранее понятиями нижней чистой и верхней чистой цены игры вводятся понятия нижней и верхней цены (без слова «чистая») применительно к смешанным стратегиям, сохраняя для них те же обозначения  $\underline{v}$  и  $\bar{v}$ . Понятно, что вместо выигрыша  $a_{ij}$  теперь надо иметь ввиду средний выигрыш  $\bar{a}_{ij}$ , а вместо чистых стратегий с номерами  $i$  и  $j$ , следует подразумевать смешанные стратегии  $\sigma$  и  $\tau$  (в дальнейшем черточки будем опускать, если это не вызывает недоразумений).

Нижней ценой игры будем называть число

А верхней ценой игры число

По аналогии с играми, имеющими седловые точки в чистых стратегиях назовем оптимальными смешанные стратегии игроков А и В, удовлетворяющие равенству

Величину  $\bar{v}$  в этой формуле называют ценой игры и обозначают  $v$ .

В дальнейшем будем пользоваться и другим, эквивалентным данному, определением оптимальных смешанных стратегий: называются оптимальными смешанными стратегиями соответственно игроков А и В, если они образуют седловую точку для платежной функции  $\Phi(\sigma, \tau)$ , т. е. удовлетворяют неравенству

Из этого неравенства следует, что в седловой точке платежная функция достигает максимума по смешанным стратегиям игрока А и минимума по смешанным стратегиям игрока В.

Оказывается, если использовать смешанные стратегии, то для любой матричной игры можно найти оптимальные стратегии и цену игры. В этом состоит смысл основной теоремы в теории матричных игр.

Теорема В смешанных стратегиях любая конечная матричная игра имеет седловую точку.

## 24. Принятие решений в условиях неопределенности (игры с природой)

. Понятие игры с природой

Отличительная особенность игры с природой состоит в том, что в ней сознательно действует только один из участников, в большинстве случаев называемый игроком 1. Игрок 2 (природа) сознательно против игрока 1 не действует, а выступает как не имеющий конкретной цели и случайным образом выбирающий очередные "ходы" партнер по игре.

2. Принятие решений в условиях полной неопределенности

Неопределенность, связанную с отсутствием информации о вероятностях состоянии среды (природы), называют "безнадежной" или "дурной".

В таких случаях для определения наилучших решений используются следующие критерии: максимакса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

#### Критерий максимакса

С его помощью определяется стратегия, максимизирующая максимальные выигрыши для каждого состояния природы. Это критерий крайнего оптимизма. Наилучшим признается решение, при котором достигается максимальный выигрыш.

Следует отметить, что ситуации, требующие применения такого критерия, в экономике в общем нередки, и пользуются им не только безоглядные оптимисты, но и игроки, поставленные в безвыходное положение, когда они вынуждены руководствоваться принципом "или пан, или пропал".

#### Максиминный критерий Вальда

С позиций данного критерия природа рассматривается как агрессивно настроенный и сознательно действующий противник типа тех, которые противодействуют в стратегических играх.

В соответствии с критерием Вальда из всех самых неудачных результатов выбирается лучший. Это перестраховочная позиция крайнего пессимизма, рассчитанная на худший случай.

Такая стратегия приемлема, например, когда игрок не столь заинтересован в крупной удаче, но хочет себя застраховать от неожиданных проигрышей. Выбор такой стратегии определяется отношением игрока к риску.

#### Критерий минимаксного риска Сэвиджа

Выбор стратегии аналогичен выбору стратегии по принципу Вальда с тем отличием, что игрок руководствуется не матрицей выигрышей, а матрицей рисков:

Выбирается та стратегия при которой минимально возможный из самых крупных рисков.

#### Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица

Этот критерий при выборе решения рекомендует руководствоваться некоторым средним результатом, характеризующим состояние между крайним пессимизмом и безудержным оптимизмом. Согласно этому критерию стратегия в матрице  $A$  выбирается в соответствии со значением

При  $p = 0$  критерий Гурвица совпадает с максимаксным критерием, а при  $p = 1$  - с критерием Вальда.

Применительно к матрице рисков  $R$  критерий пессимизма-оптимизма Гурвица имеет вид:

При  $p = 0$  выбор стратегии игрока 1 осуществляется по условию наименьшего из всех возможных рисков ( $r_{ij}$ ); при  $p = 1$  - по критерию минимаксного риска Сэвиджа.

В случае, когда по принятому критерию рекомендуется к использованию несколько стратегий, выбор между ними может делаться по дополнительному критерию, например в расчет могут приниматься средние квадратичные отклонения от средних выигрышей при каждой стратегии. Еще раз подчеркнем, что здесь стандартного подхода нет. Выбор может зависеть от склонности к риску ЛПР.

## 25. Принятие решений в условиях риска

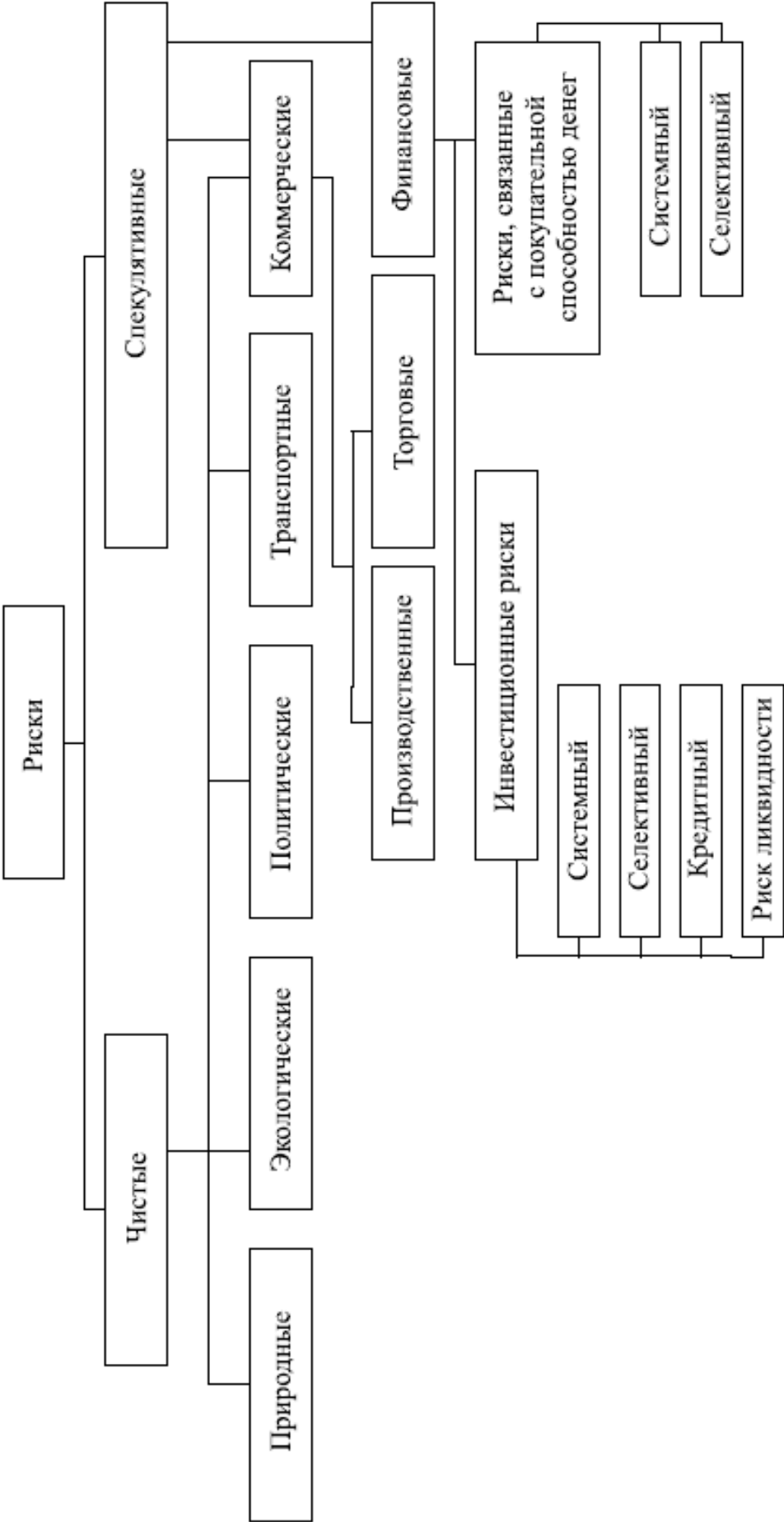
**Риск** – это потенциально существующая вероятность потери ресурсов (в виде дополнительных непредвиденных расходов) или неполучения доходов, связанных с реализацией конкретного управленческого решения.

Таким образом, риск характеризуется вероятностью возникновения и величиной потерь. В большей или меньшей степени риск присутствует практически во всех управленческих решениях. Устранить его полностью практически невозможно. Задача управления рисками сводится к их



предвидению, уменьшению вероятности возникновения и снижению неблагоприятных последствий.

В зависимости от возможного экономического результата решения риски можно разделить на две группы: чистые и спекулятивные (рис. 5.10).



Зона допустимого риска – область, в пределах которой величина возможных потерь не превышает ожидаемой прибыли, а следовательно коммерческая деятельность имеет экономическую целесообразность.

Зона критического риска показывает возможные потери, превышающие величину ожидаемой прибыли вплоть до величины расчетной выручки (суммы затрат и прибыли). При таком риске организация рискует не только не получить никакого дохода, но и может понести убытки, равные размеру издержек.

Зона катастрофического риска – возможные потери, которые могут достигать величины, приближающейся, равной или большей собственного капитала организации. К данной категории рисков также относят риск, связанный с угрозой жизни людей и возникновением экологических катастроф.

Кривая R1 показывает, что с расчетной вероятностью  $V_p$ , близкой к единице, организация получит расчетную прибыль, с вероятностью от нуля до расчетной возможно как получение прибыли, превышающей расчетную, так и получение убытков, вплоть до размера собственного капитала.

Сдвиг кривой риска влево (кривая R2) означает, что риск увеличивается, и с вероятностью, близкой к единице, прибыль может быть не получена. Кривая, по форме приближенная к R2, показывает, что принятие более рискованного решения может принести и больше выгоды. Так, мы видим, что при принятии решения с вероятностью 0,5 организация может получить сверхприбыль, значительно превышающую расчетную, и с той же вероятностью понести убытки, для покрытия которых организации потребуется задействовать резервные фонды, а если таковых нет, то основной капитал. Оценка коммерческого риска заключается в определении зон допустимого, критического и катастрофического рисков. При оценке рисков применяют следующие методы: статистический, экспертный и расчетно-аналитический.

Статистический метод основан на статистическом анализе потерь, наблюдающихся в аналогичных видах хозяйственной деятельности, установлении их уровней и частоты появления.

Экспертный метод заключается в сборе и обработке мнений экспертов, которые оценивают вероятности возникновения определенных уровней потерь в конкретных коммерческих операциях.

Расчетно-аналитический метод базируется на построении математических моделей, предлагаемых теорией вероятности.

Управление рисками включает следующие направления деятельности:

- анализ и оценку степени риска;
- разработку мероприятий по предупреждению, минимизации и страхованию риска;
- антикризисное управление, заключающееся в разработке мероприятий по ликвидации последствий возникающих убытков.

Система управления рисками предполагает:

- эффективную систему оценки и контроля за выполнением УР;
- привлечение в ходе разработки УР специалистов в области риск-менеджмента;
- выделение средств и формирование страховых фондов для страхования рисков.

На практике при разработке управленческого решения ЛПР приходится учитывать несколько видов рисков, общий уровень которых определяется как сумма частных:

$$R = \sum r_i,$$

где  $R$  – общий риск;

$r_i$  – частные риски.

Количественная оценка степени риска, который может привести к банкротству, определяется по формуле:

$$K_p = Y/C,$$

где  $K_p$  – коэффициент риска;

$Y$  – максимально возможная величина убытков;

$C$  – сумма собственных средств.

Эмпирические исследования показывают, что оптимальный коэффициент риска составляет 0,3, а критический (превышение которого ведет к банкротству) – 0,7.

Если в приведенной выше формуле в качестве числителя подставить размер резервного фонда, а в качестве знаменателя – максимально возможные убытки, то получим формулу:

$$K_{пр} = P_{ф} / Y,$$

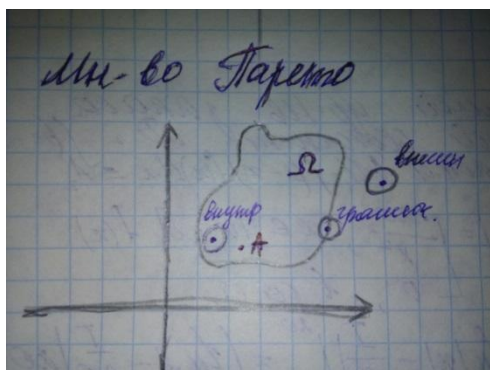
где  $K_{пр}$  – коэффициент покрытия риска;

$P_{ф}$  – размер резервного фонда;

$Y$  – максимально возможные убытки.

Коэффициент покрытия риска показывает, в какой мере резервный фонд способен покрыть возможные убытки.

## 26. Многокритериальные задачи. Метод идеальной точки. Метод уступок



Множество Парето:

1. Класс. Мы можем увеличить обе координаты.
2. Класс. Мы можем увеличить только одну координату.
3. Класс. Множество Парето. Точки, которые нельзя сдвинуть ни на север, ни на юг.

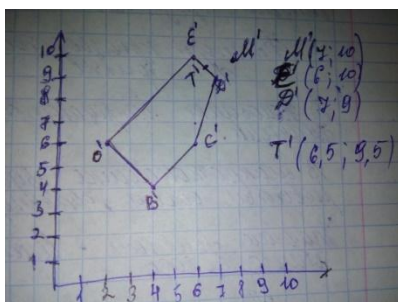
Задача. Пусть задано множество  $\Omega$ , в каждой точке определены функции  $U=\Phi(x,y), V=\Psi(x,y)$ . Во множестве  $\Omega$  найти точку  $(x_0, y_0)$ , чтобы  $\Phi(x_0, y_0) \rightarrow \max, \Psi(x_0, y_0) \rightarrow \max$ .

1. Подход - метод уступок. (Лицо, принадлежащее решению работая с человеком, ищет какую точку лучше выбрать, находят компромиссы)
2. Метод идеальной точки – отыскивается на границе Парето ближайшее к точке утопий.

На множестве найти решение

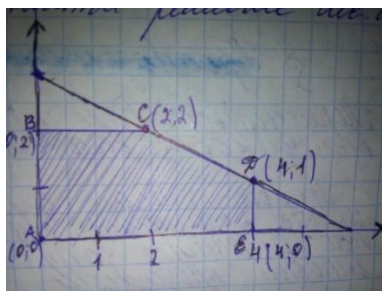
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} U &= x + y + 2 \\ V &= x - y + 6 \\ U, V &\rightarrow \max \end{aligned}$$



системы:

$$\begin{aligned} 2. \\ (U-7)-(V-10) &= 0 \\ \begin{cases} U - V + 3 &= 0 \\ -U - V + 16 &= 0 \end{cases} \\ -2V &= -19 \\ V &= 9,5 \\ U &= -9,5 + 16 = 6,5 \\ T' &\text{ – идеальная точка} \end{aligned}$$



Метод ведущего критерия. Выделяется самый важный критерий, для других критериев устанавливается ограничение.

Метод равный и наименьший в относительных отклонениях. Определяем для каждого критерия равные отклонения, потом сужаем границы.

## 27. Производственные функции

Производственная функция (также функция производства) — экономико-математическая количественная зависимость между величинами выпуска (количество продукции) и факторами производства, такими как затраты ресурсов, уровень технологий.

Основными свойствами производственной функции являются:

1. Непрерывность функции, то есть, её график представляет сплошную, непрерывную линию;
2. Производство не возможно при отсутствии хотя бы одного из факторов;
3. Увеличение затрат любого из факторов при неизменных количествах другого приводит к увеличению выпуска продукции;
4. Можно сохранить выпуск продукции на постоянном уровне, замещая некоторое количество одного фактора дополнительным использованием другого. То есть, уменьшение использования труда можно компенсировать дополнительным использованием капитала (например, приобретая новое производственное оборудование, которое обслуживается меньшим числом работников).

ПФ удовлетворяет следующему ряду свойств:

- 1) без ресурсов нет выпуска, т.е.  $f(0,0,a)=0$ ;
- 2) при отсутствии хотя бы одного из ресурсов нет выпуска, т.е. ;
- 3) с ростом затрат хотя бы одного ресурса объем выпуска растет;
- 4) с ростом затрат одного ресурса при неизменном количестве другого ресурса объем выпуска растет, т.е. если  $x>0$ , то ;
- 5) с ростом затрат одного ресурса при неизменном количестве другого ресурса величина прироста выпуска на каждую дополнительную единицу  $i$ -го ресурса не растет (закон убывающей эффективности), т.е. если то ;
- 6) при росте одного ресурса предельная эффективность другого ресурса возрастает, т.е. если  $x>0$ , то ;
- 7) ПФ является однородной функцией, т.е. ; при  $p>1$  имеем рост эффективности производства от роста масштаба производства; при  $p<1$  имеем падение эффективности производства от роста масштаба производства; при  $p=1$  имеем постоянную эффективность производства при росте его масштаба.

Виды производственных функций:

1. Линейно - однородная производственная функция

Производственная функция называется однородной степени  $n$ , если при умножении ресурсов на некоторое число  $k$  полученный объем производства будет в  $k^n$  раз отличаться от первоначального. Условия однородности производственной функции записывается следующим образом:  $Q = f(kL, kK) = k^n Q$

- a) производственная функция Кобба-Дугласа:  $Q = AK^\alpha L^\beta v$

или:  $\ln Q = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L + \ln v$

- b) производственная функция с постоянной эластичностью замещения

$$Q = a [a K^{-b} + (1 - c) L^{-b}]^{-1/b},$$

Эластичность замещения факторов для данной производственной функции определяется формулой:  
 $\sigma = 1/(1+b)$ .

2. Линейная производственная функция, которая имеет следующий вид:

$$Q(L,K) = aL + bK$$

Данная производственная функция является однородной первой степени, следовательно, она имеет постоянную отдачу от масштабов производства.

а) функцией Леонтьева:

$$Q(L,K) = \min\{ L/a ; K/b\},$$

3. Другие виды:

а) Неоклассическая – однородная производственная функция произвольной степени, с условиями:

- Первые частные производные  $> 0$
- Вторые частные производные  $< 0$
- Вторые смешанные производные  $> 0$

б) Модель Солоу:  $Y = F(K,L,E)$ , где  $K$ - капитал,  $L$  - труд,  $E$  - переменная, отражающая эффективность труда одного работника, зависящая от квалификации, образования и здоровья работника.

с) Функция с постоянной эластичностью замещения:  $Y = A[a_1(x_1)^{-\rho} + \dots + a_n(x_n)^{-\rho}]^{-1/\rho}$

## Задачи:

1. Решение игр
2. Критерии
3. Многокритериальные задачи
4. Шкалирование