Computerorientierte Physik, SS/13, Übung 3

Christof Gattringer

Bauen Sie Ihr Runge Kutta Programm so um, dass damit die Hamiltongleichungen für das Doppelpendel gelöst werden können. Berechnen Sie nach jedem Schritt die Gesammtenergie, so dass Sie die Richtigkeit und Rechengenauigkeit überprüfen können. Machen Sie einige Plots von θ_2 als Funktion von θ_1 und von p_2 versus p_1 für verschiedene Startbedingungen.

In diesem Projekt soll insbesondere auch das chaotische Verhalten des Doppelpendels analysiert werden. Verwenden Sie dazu die beiden in der Vorlesung besprochenen Methoden, Poincare Schnitte und die Stabilitätsanalyse von Bahnen.

Poincare Schnitte:

Immer wenn $\theta_2 = 0$, und $p_2 > 0$ ist, werden die Werte (θ_1, p_1) in der Ebene geplottet. Wie in der Vorlesung diskutiert, liegt chaotisches Verhalten vor wenn diese Punkte flächenfüllend sind. Konzentrieren sich die Punkte auf 1-dimensionalen Kurven, so ist die Bewegung regulär.

Die Bedingung $\theta_2 = 0$ soll im Programm als Abfrage $|\theta_1| < \epsilon$ implementiert werden. Zeichnen Sie die Poincare Schnitte für verschiedene Anfangsbedingungen. Zur Orientierung: ich habe beispielsweise $\theta_1(0) = 0.0, \theta_2(0) = 0.0, p_1(0) = 4.0, p_2(0) = 2.0$ und $\theta_1(0) = 0.0, \theta_2(0) = 0.0, p_1(0) = 0.0, p_2(0) = 4.0$ verwendet, Sie sollen aber eigene Werte für einen regulären und einen chaotische Fall finden.

Stabilitätsanalyse:

Es seien $y(t) = (\theta_1(t), \theta_2(t), p_1(t), p_2(t))$ und $y'(t) = (\theta_1'(t), \theta_2'(t), p_1'(t), p_2'(t))$ zwei Trajektorien im Phasenraum die aus zwei unterschiedlichen Anfangsbedingungen resultieren. Schreiben Sie ein Programm, das zwei Trajektorien zu nur ganz leicht unterschiedlichen Anfangsbedingungen berechnet, und das den Abstand in Phasenraum

$$\delta(t) = \sqrt{(\theta_1(t) - \theta_1'(t))^2 + (\theta_2(t) - \theta_2'(t))^2 + (p_1(t) - p_1'(t))^2 + (p_2(t) - p_2'(t))^2}\,, \tag{1}$$

als Funktion von t ausgibt. Erzeugen Sie Plots von $\delta(t)$ für verschiedene Anfangsbedingungen (chaotisch und nicht chaotisch).