Team notebook

Universidad Francisco de Paula Santander - Semillero SILUX - Lenguaje Java

May 19, 2019

Contents

1 1 - Input Output

1.1 Scanner

```
Libreria para recibir las entradas; reemplaza el Scanner original,
    mejorando su eficiencia.
Contiene los metodos next, nextLine y hasNext. Para recibir datos
    numericos parsear el string leido.

static class Scanner {
        BufferedReader br = new BufferedReader(new
            InputStreamReader(System.in));
        StringTokenizer st = new StringTokenizer("");
        int spaces = 0;

        public String nextLine() throws IOException {
                if (spaces-- > 0) return "";
                else if (st.hasMoreTokens()) return new
                    StringBuilder(st.nextToken("\n")).toString();
                return br.readLine();
        }

        public String next() throws IOException {
                spaces = 0;
                while (!st.hasMoreTokens()) st = new
                    StringTokenizer(br.readLine());
                return st.nextToken();
        }

        public boolean hasNext() throws IOException {
                while (!st.hasMoreTokens()) {
                        String line = br.readLine();
                        if (line == null) return false;
                        if (line.equals("")) spaces = Math.max(spaces, 0) +
                            1;
                        st = new StringTokenizer(line);
                }
```

```
            return true;
        }
}
```

1.2 printWriter

```
Utilizar en lugar del System.out.println para mejorar la eficiencia.

import java.io.PrintWriter;

PrintWriter so = new PrintWriter(new BufferedWriter(new
    OutputStreamWriter(System.out)));
so.print("Imprime sin salto de linea");
so.println("Imprime con salto de linea");

//Al finalizar
so.close();
```

2 2 - Data Structures

2.1 Disjoint Set

```
Estructura de datos para modelar una coleccin de conjuntos disyuntos.
Permite determinar de manera eficiente a que conjunto pertenece un
    elemento,
si dos elementos se encuentran en un mismo conjunto y unir dos conjuntos
    disyuntos en un uno.

static int MAX = 100005;

    class Dsu{

        int dsu[] = new int[MAX];
        int size[] = new int[MAX];
        int numsets;


        Dsu(int n){
            for(int i = 0; i <= n; i++){
                dsu[i] = i;
                size[i] = 1;
            }
            numsets = n;
        }

        int find(int u){
            return (dsu[u] == u) ? u : (dsu[u] = find(dsu[u]));
        }

        void union(int a,int b){
            a = find(a);
            b = find(b);
            if(a == b)return;
            if(size[a] > size[b]){
                int c = a;
                a = b;
                b = c;
            }
            dsu[a] = b;
            size[b] += size[a];
            numsets--;
        }

        int sizeOf(int i) {
            return size[find(i)];
        }

    }
```

2.2 RMQ

```
Range minimum query. Recibe como parametro en el constructor un array de
    valores. Las consultas se realizan con el mtodo rmq(indice_inicio,
    indice_final) y pueden actualizarse los valores con
    update_point(indice, nuevo_valor)

import java.util.*;

static class SegmentTree {

        int[] st;//lazy;
        int n, neutro = 1 << 30;
```

```
    SegmentTree(int[] arr) {
        n = arr.length;
        st = new int[n << 2];
        //lazy=new int[n << 2];
        build(1, 0, n - 1, arr);
    }

    int query(int i, int j) {
        return query(1, 0, n - 1, i, j);
    }

    void update(int i, int j, int val) {
        update(1, 0, n - 1, i, j, val);
    }

    int left(int p) {
        return p << 1;
    }

    int right(int p) {
        return (p << 1) | 1;
    }

    void build(int p, int L, int R, int[] arr) {
        if (L == R) {
            st[p] = arr[L];
        } else {
            int m = (L + R) / 2, l = left(p), r = right(p);
            build(l, L, m, arr);
            build(r, m + 1, R, arr);
            st[p] = Math.min(st[l], st[r]);
        }
    }

    /*
void propagate(int p, int L, int R, int val) {
    if (val == neutro) return;
    st[p] = val;
    lazy[p] = neutro;
    if (L != R) {
        lazy[left(p)] = val;
        lazy[right(p)] = val;
    }
}*/
    int query(int p, int L, int R, int i, int j) {
        //propagate(p, L, R, lazy[p]);
        if (i > R || j < L) {
            return neutro;
        }
        if (i <= L && j >= R) {
            return st[p];
        }
        int m = (L + R) / 2, l = left(p), r = right(p);
        l = query(l, L, m, i, j);
        r = query(r, m + 1, R, i, j);
        return Math.min(l, r);
    }

    void update(int p, int L, int R, int i, int j, int val) {
        //propagate(p, L, R, lazy[p]);
        if (i > R || j < L) {
            return;
        }
        if (i <= L && j >= R) {
            st[p] = val;//propagate(p, L, R, val);
        } else {
            int m = (L + R) / 2, l = left(p), r = right(p);
            update(l, L, m, i, j, val);
            update(r, m + 1, R, i, j, val);
            st[p] = Math.min(st[l], st[r]);
        }
    }
};
```

3 3 - Dynamic Programming

3.1 Knapsack

```
Dados N articulos, cada uno con su propio valor y peso y un tamao maximo
    de una mochila, se debe calcular el valor maximo de los elementos que
    es posible llevar.
Debe seleccionarse un subconjunto de objetos, de tal manera que quepan en
    la mochila y representen el mayor valor posible.


static int MAX_WEIGHT = 40;//Peso maximo de la mochila
static int MAX_N = 1000; //Numero maximo de objetos
```

```
static int N;//Numero de objetos
static int prices[] = new int[MAX_N];//precios de cada producto
static int weights[] = new int[MAX_N];//pesos de cada producto
static int memo[][]= new int[MAX_N][MAX_WEIGHT];//tabla dp

//El metodo debe llamarse con 0 en el id, y la capacidad de la mochila en
    w
static int knapsack (int id, int w) {
  if (id == N || w == 0) return 0;
  if (memo[id][w] != -1) return memo[id][w];
  if (weights[id] > w) memo[id][w] = knapsack(id + 1, w);
  else memo[id][w] = Math.max(knapsack(id + 1, w), prices[id] +
      knapsack(id + 1, w - weights[id]));
       return memo[id][w];
}
//Antes de llamar al metodo, todos los campos de la tabla memo deben
    iniciarse a -1
```

3.2 Longest Common Subsequence

```
Dados dos Strings, encuentra el largo de la subsecuencia en comn mas
    larga entre ellas.


static int M_MAX = 20; // Mximo size del String 1
static int N_MAX = 20; // Mximo size del String 2
static int m, n; // Size de Strings 1 y 2
static char X[]; // toCharArray del String 1
static char Y[]; // toCharArray del String 2
static int memo[][] = new int[M_MAX + 1][N_MAX + 1];

static int lcs (int m, int n) {
  for (int i = 0; i <= m; i++) {
    for (int j = 0; j <= n; j++) {
      if (i == 0 || j == 0) memo[i][j] = 0;
      else if (X[i - 1] == Y[j - 1]) memo[i][j] = memo[i - 1][j - 1] + 1;
      else memo[i][j] = Math.max(memo[i - 1][j], memo[i][j - 1]);
    }
  }
  return memo[m][n];
}
```

3.3 Longest increasing subsequence

```
Halla la longitud de la subsecuencia creciente mas larga. MAX debe
    definirse en el tamao limite del array, n es el tamao del array. Si
    debe admitir valores repetidos, cambiar el < de I[mid] < values[i]
    por <=

static int inf = 2000000000;
static int MAX = 100000;
static int n;
static int values[] = new int[MAX + 5];
static int L[] = new int[MAX + 5];
static int I[] = new int[MAX + 5];

static int lis() {
        int i, low, high, mid;
        I[0] = -inf;
        for (i = 1; i <= n; i++) I[i] = inf;
        int ans = 0;
        for(i = 0; i < n; i++) {
                low = mid = 0;
                high = ans;
                while(low <= high) {
                        mid = (low + high) / 2;
                        if(I[mid] < values[i]) low = mid + 1;
                        else high = mid - 1;
                }
                I[low] = values[i];
                if(ans < low) ans = low;
        }
        return ans;
}
```

3.4 Max Range Sum

```
Dado un arreglo de enteros, retorna la mxima suma de un rango de la lista.

static int maxRangeSum (int[] a) {
        int sum = 0, ans = 0;
        for (int i = 0; i < a.length; i++) {
                if (sum + a[i] >= 0) {
                        sum += a[i];
                  ans = Math.max(ans, sum);
```

```
        } else sum = 0;
      }
      return ans;
}
```

4 4 - Geometry

4.1 Angle

```
Dados 3 puntos A, B, y C, determina el valor del angulo ABC (origen en B)
    en radianes. IMPORTANTE: Definir la clase Point y Vec (Geometric
    Vector). Si se desea convertir a grados sexagesimales, revisar
    Sexagesimal degrees and radians.

static double angle(Point a, Point b, Point c) {
      Vec ba = toVector(b, a);
      Vec bc = toVector(b, c);
      return Math.acos((ba.x * bc.x + ba.y * bc.y) / Math.sqrt((ba.x *
          ba.x + ba.y * ba.y) * (bc.x * bc.x + bc.y * bc.y)));
}
```

4.2 Area

```
Calcula el area de un polgono representado como un ArrayList de puntos.
    IMPORTANTE: Definir P[0] = P[n-1] para cerrar el polgono. El algortmo
    utiliza el metodo de determinante de la matriz de puntos de la
    figura. IMPORTANTE: Debe definirse previamente la clase Point.

public static double area(ArrayList<Point> P) {
  double result = 0.0;
  for (int i = 0; i < P.size()-1; i++) {
      result += ((P.get(i).x * P.get(i + 1).y) - (P.get(i + 1).x *
          P.get(i).y));
  }
  return Math.abs(result) / 2.0;
}
```

4.3 Collinear Points

```
Determina si el punto r est en la misma linea que los puntos p y q.
    IMPORTANTE: Deben incluirse las estructuras point y vec.


static double cross(Vec a, Vec b) {
      return a.x * b.y - a.y * b.x;
}
static boolean collinear(Point p, Point q, Point r) {
      return Math.abs(cross(toVector(p, q), toVector(p, r))) < 1e-9;
}
```

4.4 Convex Hull

```
Retorna el polgono convexo mas pequeo que cubre (ya sea en el borde o en
    el interior) un set de puntos. Recibe un vector de puntos, y retorna
    un vector de puntos indicando el polgono resultante. Es necesario que
    esten definidos previamente:

Estructuras: point y vec
 Mtodos : collinear, euclideanDistance, ccw (de inPolygon) y angle.

import java.util.ArrayList;
import java.util.Comparator;
import java.util.Collections;

static ArrayList<Point> ConvexHull (ArrayList<Point> P) {
  int i, j, n = (int)P.size();
  if (n <= 3) {
    if (P.get(0).x != P.get(n-1).x || P.get(0).y != P.get(n-1).y)
        P.add(P.get(0));
    return P;
  }
  int P0 = 0;
  for (i = 1; i < n; i++)
    if (P.get(i).y < P.get(P0).y || (P.get(i).y == P.get(P0).y &&
        P.get(i).x > P.get(P0).x)) P0 = i;
  Point temp = P.get(0); P.set(0, P.get(P0)); P.set(P0 ,temp);
  Point pivot = P.get(0);
  Collections.sort(P, new Comparator<Point>(){
    public int compare(Point a, Point b) {
      if (collinear(pivot, a, b)) return euclideanDistance(pivot, a) <
          euclideanDistance(pivot, b) ? -1 : 1;
```

```
      double d1x = a.x - pivot.x, d1y = a.y - pivot.y;
      double d2x = b.x - pivot.x, d2y = b.y - pivot.y;
      return (Math.atan2(d1y, d1x) - Math.atan2(d2y, d2x)) < 0 ? -1 : 1;
    }
  });
  ArrayList<Point> S = new ArrayList<Point>();
  S.add(P.get(n-1)); S.add(P.get(0)); S.add(P.get(1));
  i = 2;
  while (i < n) {
    j = S.size() - 1;
    if (ccw(S.get(j-1), S.get(j), P.get(i))) S.add(P.get(i++));
    else S.remove(S.size() - 1);
  }
  return S;
}
```

4.5 Euclidean Distance

```
Halla la distancia euclideana de 2 puntos en dos dimensiones (x,y). Para
    usar el primer mtodo, debe definirse previamente la clase Point


/*Trabajando con la clase Point*/
static double euclideanDistance(Point p1, Point p2) {
  return Math.hypot(p1.x - p2.x, p1.y - p2.y);
}
/*Trabajando con los valores x y y de cada punto*/
static double euclideanDistance(double x1, double y1, double x2, double
    y2){
   return Math.hypot(x2 - x1, y2 - y1);
}
```

4.6 Gometric Vector

```
Dados dos puntos A y B, crea el vector A->B. IMPORTANTE: Debe definirse
    la clase Point. Es llamado Vec para no confundirlo con vector como
    coleccin de elementos.


static class Vec {
   public double x, y;
   public Vec(double _x, double _y) {
       this.x = _x;
       this.y = _y;
   }
}
static Vec toVector(Point a, Point b) {
       return new Vec(b.x - a.x, b.y - a.y);
}
```

4.7 Perimeter

```
Calcula el permetro de un polgono representado como un vector de puntos.
    IMPORTANTE: Definir P[0] = P[n-1] para cerrar el polgono. La
    estructura point debe estar definida, al igual que el mtodo
    euclideanDistance.

public static double perimeter (ArrayList<Point> P) {
  double result = 0.0;
  for (int i = 0; i < P.size()-1; i++){
    result += euclideanDistance(P.get(i), P.get(i+1));
  }
  return result;
}
```

4.8 Point in Polygon

```
Determina si un punto pt se encuentra en el polgono P. Este polgono se
    define como un vector de puntos, donde el punto 0 y n-1 son el mismo.
    IMPORTANTE: Deben incluirse las estructuras point y vec, ademas del
    mtodo angle y el mtodo cross que se encuentra en Collinear Points.


static boolean ccw (Point p, Point q, Point r) {
  return cross(toVector(p, q), toVector(p, r)) > 0;
}

static boolean inPolygon (Point pt, ArrayList<Point> P) {
  if (P.size() == 0) return false;
  double sum = 0;
  for (int i = 0; i < P.size()-1; i++) {
```

```
    if (ccw(pt, P.get(i), P.get(i+1))) sum += angle(P.get(i), pt,
        P.get(i+1));
    else sum -= angle(P.get(i), pt, P.get(i+1));
  }
  if(Math.abs(Math.abs(sum) - 2*Math.acos(-1.0)) < 1e-9) return true;
  return false;
}
```

4.9 Point

La clase punto ser la base sobre la cual se ejecuten otros algoritmos.

```
static class Point {
        public double x, y;
        public Point() { this.x = this.y = 0.0; }
        public Point(double _x, double _y){
                this.x = _x;
                this.y = _y;
        }
        public boolean equals(Point other){
                if(Math.abs(this.x - other.x) < 1e-9 && (Math.abs(this.y -
                    other.y) < 1e-9)) return true;
                return false;
        }
}
```

4.10 Sexagesimal degrees and radians

Conversiones de grados sexagesimales a radianes y viceversa.

```
static double DegToRad(double d) {
        return d * Math.PI / 180.0;
}

static double RadToDeg(double r) {
        return r * 180.0 / Math.PI;
}
```

5 5 - Graphs

5.1 AdjacencyList

```
import java.util.*;

public class Main{

  static int v, e; //v = cantidad de nodos, e = cantidad de aristas
  static int MAX=1000; //Cantidad Mxima de Nodos
  static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Lista de
      Adyacencia del grafo

  public static void main( String [] args ){
    int origen, destino;
    Scanner sc = new Scanner( System.in );

    //Al iniciar cada caso de prueba
    v = sc.nextInt();
    e = sc.nextInt();
    init();

    while( e > 0 ){
      origen = sc.nextInt();
      destino = sc.nextInt();

      ady[ origen ].add( destino );
      ady[ destino ].add( origen );
      e--;
    }
  }

  static void init(){
    int i;
    for( i = 0; i < v; i++ ){
      ady[i] = new ArrayList<Integer>();
    }
  }
}
```

5.2 AdjacencyMatrix

```
import java.util.*;

public class Main{

  static int v, e; //v = cantidad de nodos, e = cantidad de aristas
  static int MAX=1000; //Cantidad Mxima de Nodos
  static int ady[][] = new int [MAX][MAX];

  public static void main( String [] args ){
    int origen, destino;
    Scanner sc = new Scanner( System.in );

    //Al iniciar cada caso de prueba
    v = sc.nextInt();
    e = sc.nextInt();
    init();

    while( e > 0 ){
      origen = sc.nextInt();
      destino = sc.nextInt();

      ady[ origen ][ destino ] = 1;
      ady[ destino ][ origen ] = 1;
      e--;
    }
  }

  static void init(){
    int i, j;
    for( i = 0; i < v; i++ ){
      for( j = 0; j < v; j++ ){
        ady[i][j] = 0;
      }
    }
  }
}
```

5.3 BFS

```
Algoritmo de bsqueda en anchura en grafos, recibe un nodo inicial s y
    visita todos los nodos alcanzables desde s. BFS tambin halla la
    distancia ms corta entre el nodo inicial s y los dems nodos si todas
    las aristas tienen peso 1.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int v; //vertices
static int MAX=100005;
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //lista de
    Adyacencia
static long distance[] = new long[MAX];

//Recibe el nodo inicial s
static void bfs(int s){
    Queue<Integer> q = new LinkedList<Integer>();
    q.add(s);
    distance[s] = 0;
    int actual, i, next;

    while( !q.isEmpty() ){
        actual = q.poll();
        for( i = 0; i < ady[actual].size(); i++){
            next = ady[actual].get(i);
            if( distance[next] == -1 ){
                distance[next] = distance[actual] + 1;
                q.add(next);
            }
        }
    }
}

public static void main(String[] args) {

    for (int j = 0; j <= v; j++) { //Inicializacion de las estructuras
            ady[j] = new ArrayList<Integer>(); //Lista de Adyacencia
           distance[j] = -1; //Distancia a cada nodo
    }

}
```

5.4 Bipartite Check

```
Algoritmo para la deteccin de grafos bipartitos. Modificacin de BFS.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int v, e; //vertices, arcos
static int MAX=100005;
```

```
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //lista de
    Adyacencia
static int color[] = new int[MAX];
static boolean bipartite;

//Recibe el nodo inicial s
static void bfs(int s){
    Queue<Integer> q = new LinkedList<Integer>();
    q.add(s);
    color[s] = 0;
    int actual, i, next;

    while( !q.isEmpty() && bipartite ){
        actual = q.poll();
        for( i = 0; i < ady[actual].size(); i++){
            next = ady[actual].get(i);
            if( color[next] == -1 ){
                color[next] = 1 - color[actual];
                q.add(next);
            }else if( color[next] == color[actual] ){
                bipartite = false;
                return;
            }
        }
    }
}
```

5.5 DFS

```
Algoritmo de bsqueda en profundidad para grafos. Parte de un nodo inicial
    s visita a todos sus vecinos. DFS puede ser usado para contar la
    cantidad de componentes conexas en un grafo y puede ser modificado
    para que retorne informacin de los nodos dependiendo del problema.
    Permite hallar ciclos en un grafo.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE


static int MAX=100005; //Cantidad mxima de nodos del grafo
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Lista de
    adyacencia
static boolean marked[] = new boolean[MAX]; //Estructura auxiliar para
    marcar los grafos visitados

//Recibe el nodo inicial s
static void dfs( int s ){
        marked[s] = true;
        int i, next;

        for( i = 0; i < ady[s].size(); i++){
                next = ady[s].get(i);
                if( !marked[next] ){
                        dfs(next);
                }
        }
}

public static void main(String[] args) {


           for (int i = 0; i < MAX; i++) { //inicializa la lista de
               adyacencia y el arreglo de marcados.
               ady[i] = new ArrayList<Integer>();
               marked[i] = false;
           }


}
```

5.6 Dijkstra's Algorithm

```
ALgoritmo que dado un grafo con pesos no negativos halla la ruta mnima
    entre un nodo inicial s y todos los dems nodos.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int v, e; //v = cantidad de nodos, e = cantidad de aristas
static int MAX=100005; //Cantidad Mxima de Nodos
static ArrayList<Node> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Lista de Adyacencia
    del grafo
static boolean marked[] = new int[MAX]; //Estructura auxiliar para marcar
    los nodos visitados
static long distance[] = new long[MAX]; //Estructura auxiliar para llevar
    las distancias a cada nodo
static int prev[] = new int[MAX]; //Estructura auxiliar para almacenar
    las rutas

//Recibe el nodo inicial s
```

```
static void dijkstra( int s ) {
    PriorityQueue<Node> pq = new PriorityQueue<Node>();
    pq.add(new Node(s, 0));//se inserta a la cola el nodo Inicial.
    distance[s] = 0;
    int actual, j, adjacent;
    long weight;
    Node x;

    while( pq.size() > 0 ) {
        actual = pq.peek().adjacent;
        pq.poll();
        if ( !marked[actual] ) {
            marked[actual] = true;
            for (j = 0; j < ady[actual].size(); j++) {
                adjacent = ady[actual].get(j).adjacent;
                weight = ady[actual].get(j).cost;
                if ( !marked[adjacent] ) {
                    if (distance[adjacent] > distance[actual] + weight) {
                        distance[adjacent] = distance[actual] + weight;
                        prev[adjacent] = actual;
                        pq.add(new Node(adjacent, distance[adjacent]));
                    }
                }
            }
        }
    }
}

//Retorna en un String la ruta desde s hasta t
//Recibe el nodo destino t
static String path(int t) {
    String r="";
    while(prev[t]!=-1){
        r="-"+t+r;
        t=prev[t];
    }
    if(t!=-1){
        r=t+r;
    }
    return r;
}
```

5.7 Edge

```
Estructura Edge con su comparador. Usada en algoritmos como Kruskal y
    Puentes e Itmos.

/* Arco Simple */
static class Edge{

    public int src, dest;

    public Edge(int s, int d) {
        this.src = s;
        this.dest = d;
    }
}

/* Arco con pesos */
static class Edge implements Comparable<Edge> {

    public int src, dest, weight;

    public Edge(int s, int d, int w) {
        this.src = s;
        this.dest = d;
        this.weight=w;
    }

    @Override
    public int compareTo(Edge o) {
        return this.weight-o.weight;
    }
}
```

5.8 EdgeList

```
import java.util.*;

public class Main{

  static int v, e; //v = cantidad de nodos, e = cantidad de aristas
  static ArrayList<Edge> edges;

  public static void main( String [] args ){
    int origen, destino;
```

```
    Scanner sc = new Scanner( System.in );

    //Al iniciar cada caso de prueba
    v = sc.nextInt();
    e = sc.nextInt();
    init();

    while( e > 0 ){
      origen = sc.nextInt();
      destino = sc.nextInt();
      edges.add( new Edge(origen, destino) );
      e--;
    }
  }

       static void init(){
              edges = new ArrayList<Edge>(); //Kruskal
       }

        /* Arco Simple */
       static class Edge{

         public int src, dest;

         public Edge(int s, int d) {
           this.src = s;
           this.dest = d;
         }
       }
}
```

5.9 FloodFill

Dado un grafo implicito colorea y cuenta el tamao de las componentes conexas. Normalmente usado en rejillas 2D.

```
//aka Coloring the connected components

       static int tam = 1000; //Mximo tamao de la rejilla
       static int dy[] = {1,1,0,-1,-1,-1, 0, 1}; //Estructura auxiliar
           para los desplazamientos
       static int dx[] = {0,1,1, 1, 0,-1,-1,-1};
       static char grid[][] = new char [tam][tam]; //Matriz de caracteres
       static int X, Y; //Tamao de la matriz

       /*Este mtodo debe ser llamado con las coordenadas x, y donde se
           inicia el
       recorrido. c1 es el color que estoy buscando, c2 el color con el
           que se va
       a pintar. Retorna el tamao de la componente conexa*/
       static int floodfill(int y, int x, char c1, char c2) {
              if (y < 0 || y >= Y || x < 0 || x >= X) return 0;

              if (grid[y][x] != c1) return 0; // base case

              int ans = 1;
              grid[y][x] = c2; // se cambia el color para prevenir ciclos

              for (int i = 0; i < 8; i++)
                     ans += floodfill(y + dy[i], x + dx[i], c1, c2);

              return ans;
       }
```

5.10 Floyd Warshall

Algoritmo para grafos que halla la distancia mnima entre cualquier par de nodos. ady[i][j] guardar la distancia mnima entre el nodo i y el j.
Ajustar los tipos de datos segun el problema.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

```
static int v;//vertices
static int MAX = 505;
static int ady[][] = new int [MAX][MAX];

static void floydWarshall(){
   int i,j,k, aux;

   for( k = 0; k < v; k++ ){
      for( i = 0; i < v; i++ ){
         for( j = 0; j < v; j++ ){
            ady[i][j] = Math.min( ady[i][j], ( ady[i][k] + ady[k][j] )
                );
         }
      }
   }
```

```
}

public static void main(String[] args) {

     ady = new int[v][v]; // Inicializacion de la matriz de adyacencia
       for (int i = 0; i < v; i++) {
           for (int j = 0; j < v; j++) {
               ady[i][j] = Integer.MAX_VALUE;
           }
       }
}
```

5.11 Kruskal

```
Algoritmo para hallar el arbol cobertor mnimo de un grafo no dirigido y
    conexo. Utiliza la tcnica de Union-Find(Conjuntos disjuntos) para
    detectar que aristas generan ciclos.
Requiere la clase Edge(con pesos).
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int v, e; //vertices, arcos
static int MAX=100005;
static int parent[]= new int [MAX];
static ArrayList<Edge> edges;
static ArrayList<Edge> answer;

//UNION-FIND
static int find(int i){
    parent[i] = ( parent[i] == i ) ? i : find(parent[i]);
    return parent[i];
}

static void unionFind(int x, int y){
    parent[ find(x) ] = find(y);
}

static void kruskall(){
    Edge actual;
    int aux, i, x,y;
    aux = i = 0;
    Collections.sort(edges);

    while( aux < (v-1) && i < edges.size() ){
        actual = edges.get(i);
        x = find(actual.src);
        y = find(actual.dest);

        if( x != y ){
            answer.add(actual);
            aux++;
            unionFind(x, y);
        }
        i++;
    }
}
```

5.12 LoopCheck

```
Determina si un Grafo DIRIGIDO tiene o no ciclos.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static final int MAX = 10010; //Cantidad maxima de nodos
static int v; //Cantidad de Nodos del grafo
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Estructura para
    almacenar el grafo
static int dfs_num[] = new int[MAX];
static boolean loops; //Bandera de ciclos en el grafo

/* DFS_NUM STATES
       2 - Explored
       3 - Visited
       -1 - Unvisited
*/

/*
Este metodo debe ser llamado desde un nodo inicial u.
Cortara su ejecucion en el momento que encuentre algun ciclo en el grafo.
*/
static void graphCheck( int u ){
       int j, next;

       if( loops ) return;

       dfs_num[u] = 2;

       for(j = 0; j < ady[u].size(); j++ ){
```

```
                next = ady[u].get(j);

                if( dfs_num[next] == -1 )    graphCheck( next );
                else if( dfs_num[next] == 2 ){
                        loops = true;
                        break;
                }
        }

        dfs_num[u] = 3;
}


public static void main(String args[]){
        for( int s = 1; s <= v && !loops; s++ ){ //Por si el grafo es NO
            conexo
                if( dfs_num[s] == -1 ) graphCheck(s);
        }
}
```

5.13 Lowest Common Ancestor

```
Dados los nodos a y b de un arbol determina cual es el ancestro comun mas
    bajo entre a y b.
*Tambien puede determinar la arista de peso maximo entre los nodos a y b
    (Para esto quitar los "//" y agregar la clase Node)
SE DEBE EJECUTAR EL METODO build() ANTES DE UTILIZARSE

static int n, e; //Cantidad de nodos y aristas
static int MAX = 100005; //Cantidad maxima de nodos
static int LOG2 = 17; //log2(MAX)
//static ArrayList<Node> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Lista de adyacencia
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Lista de
    adyacencia
static int dep[] = new int[MAX]; //Almacena la profundidad de cada nodo
static int par[][] = new int[MAX][LOG2]; //Almacena los padres para
    responder las consultas
//static int rmq[][] = new int[MAX][LOG2]; //Almacena los pesos para
    responder las consultas

static int lca(int a, int b) {
        //int ans = -1;
    if (dep[a] < dep[b]) { int c=a;a=b;b=c; }
    int diff = dep[a] - dep[b];
    for (int i = LOG2-1; i >= 0; i--) {
        if ((diff & (1 << i)) > 0) {
                //ans = Math.max(ans, rmq[a][i]);
                a = par[a][i];
        }
    }
    //if (a == b) return ans;
        if (a == b) return a;
    for (int i = LOG2-1; i >= 0; i--) {
        if (par[a][i] != par[b][i]) {
                //ans = Math.max(ans, Math.max(rmq[a][i], rmq[b][i]));
            a = par[a][i];
            b = par[b][i];
        }
    }
        //return Math.max(ans, Math.max(rmq[a][0], rmq[b][0]));
        return par[a][0];
}

static void dfs(int u, int p, int d) {
        dep[u] = d;
        par[u][0] = p;
        for (int v /*Node nx*/ : ady[u]) {
                //int v = nx.adjacent;
                if (v != p) {
                        //rmq[v][0] = nx.cost;
                        dfs(v, u, d + 1);
                }
        }
}

static void build() {
        for(int i = 0; i < n; i++) dep[i] = -1;
        for(int i = 0; i < n; i++) {
                if(dep[i] == -1) {
                        //rmq[i][0] = -1;
                        dfs(i, i, 0);
                }
        }
        for(int j = 0; j < LOG2-1; j++) {
                for(int i = 0; i < n; i++) {
                        par[i][j+1] = par[ par[i][j] ][j];
                        //rmq[i][j+1] = Math.max(rmq[ par[i][j] ][j],
                            rmq[i][j]);
```

```
            }
        }
}
```

5.14 Maxflow

```
Dado un grafo, halla el mximo flujo entre una fuente s y un sumidero t.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int n; //Cantidad de nodos del grafo
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[105]; //lista de
    Adyacencia
static int capacity[][] = new int[105][105]; //Capacidad de aristas de la
    red
static int flow[][] = new int[105][105]; //Flujo de cada arista
static int prev[] = new int[105];

static void connect(int i, int j, int cap){
    ady[i].add(j);
    ady[j].add(i);
    capacity[i][j] += cap;
    //Si el grafo es dirigido no hacer esta linea
    //capacity[j][i] += cap;
}

static int maxflow(int s, int t, int n){ //s=fuente, t=sumidero, n=numero
    de nodos
    int i, j, maxFlow, u, v, extra, start, end;
    for( i = 0; i <= n; i++ ){
        for( j = 0; j <= n; j++ ){
            flow[i][j] = 0;
        }
    }

    maxFlow = 0;

    while( true ){
        for( i = 0; i <= n; i++ ) prev[i] = -1;

        Queue<Integer> q = new LinkedList<Integer>();
        q.add(s);
        prev[s] = -2;
        while( !q.isEmpty() ){
            u = q.poll();
            if( u == t ) break;
            for( j = 0; j < ady[u].size(); j++){
                v = ady[u].get(j);
                if( prev[v] == -1 && capacity[u][v] - flow[u][v] > 0 ){
                    q.add(v);
                    prev[v] = u;
                }
            }
        }
        if( prev[t] == -1 ) break;

        extra = Integer.MAX_VALUE;
        end = t;
        while( end != s ){
            start = prev[end];
            extra = Math.min( extra, capacity[start][end]-flow[start][end]
                );
            end = start;
        }

        end = t;
        while( end != s){
            start = prev[end];
            flow[start][end] += extra;
            flow[end][start] = -flow[start][end];
            end = start;
        }

        maxFlow += extra;
    }

    return maxFlow;
}

public static void main( String args[] ){
    //Para cada arista
    connect( s, d, f); //origen, destino, flujo
}
```

5.15 Node

```
Estructura Node con su comparador. Usada en algoritmos como Dijkstra.

static class Node implements Comparable<Node> {
       public int adjacent;
    public int cost;

       public Node(int ady, int c) {
           this.adjacent = ady;
           this.cost = c;
    }

       @Override
       public int compareTo(Node o) {
           if (this.cost >= o.cost) return 1;
       else   return -1;
       }
}
```

5.16 Prim

```
Algoritmo para hallar el arbol cobertor mnimo de un grafo no dirigido y
    conexo.
Requiere de la clase Node
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int v, e; //vertices, arcos
static int MAX=100005;
static ArrayList<Node> ady[] = new ArrayList[MAX];
static boolean marked[] = new boolean[MAX];
static int rta;
static PriorityQueue<Node> pq;

static void prim(){
       process(0); //Nodo inicial;
       int u, w;

       while( pq.size() > 0 ){
              u = pq.peek().adjacent;
              w = pq.peek().cost;

              pq.poll();

              if( !marked[u] ){
                     rta += w;
                     process(u);
              }
       }
}

static void process( int u ){
       marked[u] = true;
       int i, v;

       for( i = 0; i < ady[u].size(); i++ ){
              v = ady[u].get(i).adjacent;
       if( !marked[v] ){
                     pq.add( new Node( v, ady[u].get(i).cost ) );
              }
       }
}
```

5.17 Puentes itmos

```
Algoritmo para hallar los puentes e itsmos en un grafo no dirigido.
    Requiere de la clase Edge.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int n, e; //vertices, arcos
static int MAX=1010;
static ArrayList<Integer> ady[]=new ArrayList [MAX];
static boolean marked[]=new boolean [MAX];
static int prev[]=new int [MAX];
static int dfs_low[]=new int [MAX];
static int dfs_num[]=new int [MAX];
static boolean itsmos[]=new int [MAX];
static ArrayList<Edge> bridges;
static int dfsRoot, rootChildren, cont;

/* Recibe el nodo inicial */
static void dfs(int u){
    dfs_low[u] = dfs_num[u] = cont;
    cont++;
    marked[u] = true;
    int j, v;

    for(j = 0; j < ady[u].size(); j++){
```

```
        v = ady[u].get(j);
        if( !marked[v] ){
            prev[v] = u;
            //Caso especial
            if( u == dfsRoot ) rootChildren++;
            dfs(v);

            //Itmos
            if( dfs_low[v] >= dfs_num[u] ) itsmos[u] = true;

            //Puentes
            if( dfs_low[v] > dfs_num[u] ) bridges.add(new Edge(
                Math.min(u,v),Math.max(u,v)) );

            dfs_low[u] = Math.min(dfs_low[u], dfs_low[v]);
        }else if( v != prev[u] ) dfs_low[u] = Math.min(dfs_low[u],
             dfs_num[v]);
    }
}

public static void main(String args[]){
    dfs( dfsRoot );
    /* Caso especial */
    itmos[dfsRoot] = ( itmos[ dfsRoot ] && rootChildren > 1 ) ? true :
        false;
}
```

5.18 Tarjan

```
Algoritmo para hallar componentes fuertemente conexas(SCC) en grafos
    dirigidos.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

   static int v;
    static int n = 5000; // Mxima cantidad de nodos
    static int dfs_low[] = new int[n];
    static int dfs_num[] = new int[n];
    static boolean marked[] = new boolean[n];
    static Stack<Integer> s;
    static int dfsCont, cantSCC;
    static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[n];

    public static void tarjanSCC(int u) {
        dfs_low[u] = dfs_num[u] = dfsCont;
        dfsCont++;
        s.push(u);
        marked[u] = true;
        int j, v;
        for (j = 0; j < ady[u].size(); j++) {
            v = ady[u].get(j);

            if (dfs_num[v] == -1) {
                tarjanSCC(v);
            }

            if (marked[v]) {
                dfs_low[u] = Math.min(dfs_low[u], dfs_low[v]);
            }
        }

        if (dfs_low[u] == dfs_num[u]) {
            cantSCC++;
            /* Esta seccion comentada se usa para imprimir las componentes
                conexas */
            /* System.out.println("COMPONENTE CONEXA #" + cantSCC );
            while( !s.empty() ){
                    v = s.peek();
                    s.pop();
                    marked[v] = false;
                    System.out.println(v);
                    if( u == v ) break;
            } */
        }
    }

    public static void main(String[] args) {

        cantSCC=0;
        for (int i = 0; i < n; i++) { //inicializa las estructuras
            necesarias para la ejecucion del algoritmo.
            ady[i] = new ArrayList<Integer>();
            dfs_low[i] = 0;
            dfs_num[i] = -1;
            marked[i] = false;
        }

        for (int i = 0; i < v; i++) { //Por si el grafo no es conexo
            if (dfs_num[i] == -1) {
```

```
                dfsCont = 0;
                s = new Stack<Integer>();
                tarjanSCC(i);
            }
        }
    }
```

5.19 Topological Sort

```
Dado un grafo acclico y dirigido, ordena los nodos linealmente de tal
    manera que si existe una arista entre los nodos u y v entonces u
    aparece antes que v.
Este ordenamiento es una manera de poner todos los nodos en una lnea
    recta de tal manera que las aristas vayan de izquierda a derecha.
SE DEBEN LIMPIAR LAS ESTRUCTURAS DE DATOS ANTES DE UTILIZARSE

static int v, e; //vertices, arcos
static int MAX=100005; //Cantidad mxima de nodos del grafo
static ArrayList<Integer> ady[] = new ArrayList[MAX]; //Lista de
    adyacencia
static ArrayList<Integer> topoSort; //Lista de adyacencia
static boolean marked[] = new boolean[MAX]; //Estructura auxiliar para
    marcar los grafos visitados

//Recibe un nodo inicial u
static void dfs( int u ){
       int i, v;
       marked[u] = 1;
       for( i = 0; i < ady[u].size(); i++){
              v = ady[u].get(i);
              if( !marked[v] ) dfs(v);
       }
       topoSort.add(u);
}

public static void main( String args[]){
       for(i=0; i<v; i++){
              if( !marked[i] )      dfs(i)
       }
       //imprimir topoSort en reversa :3
}
```

5.20 init

```
 Mtodo  para la limpieza de TODAS las estructuras de datos utilizadas en
    TODOS los algoritmos de grafos.
Copiar solo las necesarias, de acuerdo al algoritmo que se este
    utilizando.

/*Debe llamarse al iniciar cada caso de prueba luego de haber leido la
    cantidad de nodos v
Limpia todas las estructuras de datos.*/
static void init() {
    long max = Long.MAX_VALUE;
    edges = new ArrayList<Edge>(); //Kruskal
    answer = new ArrayList<Edge>(); //Kruskal
    loops = false; //Loop Check
    rta = 0; //Prim
    pq = new PriorityQueue<Node>(); //Prim
    cont = dfsRoot = rootChildren = 0; //Puentes
    bridges = new ArrayList<Edge>(); //Puentes
    cantSCC = 0; //Tarjan
    topoSort = new ArrayList<Integer>(); //Topological Sort
    bipartite = true;

    for (int j = 0; j <= v; j++) {
        distance[j] = -1; //Distancia a cada nodo (BFS)
        distance[j] = max; //Distancia a cada nodo (Dijkstra)
        ady[j] = new ArrayList<Integer>(); //Lista de Adyacencia
        ady[j] = new ArrayList<Node>(); //Lista de Adyacencia (Dijkstra)
        marked[j] = false; //Estructura auxiliar para marcar los nodos ya
            visitados
        prev[j] = -1; //Estructura auxiliar para almacenar las rutas
        parent[j] = j; //Estructura auxiliar para DS
        dfs_num[j] = -1;
        dfs_low[j] = 0;
        itsmos[j] = false;
        color[j] = -1; //Bipartite Check

        for(j = 0; j < v; j++) ady[i][j] = Integer.MAX_VALUE; //Warshall
    }
}
```

6 6 - Math

6.1 Binomial Coefficient

```
Calcula el coeficiente binomial nCr, entendido como el nmero de
    subconjuntos de k elementos escogidos de un conjunto con n elementos.

static long ncr(long n, long r) {
       if (r < 0 || n < r) return 0;
       r = Math.min(r, n - r);
       long ans = 1;
       for (int i = 1; i <= r; i++) {
              ans = ans * (n - i + 1) / i;
       }
       return ans;
}
```

6.2 Catalan Number

```
Guarda en el array Catalan Numbers los numeros de Catalan hasta MAX.

static int MAX = 30;
static long catalan[] = new long[MAX+1];

static void catalanNumbers(){
       catalan[0] = 1;
       for(int i = 1; i <= MAX; i++){
              catalan[i] = (long)(catalan[i-1]*((double)(2*((2 * i)-
                  1))/(i + 1)));
       }
}
```

6.3 Euler Totient

```
La funcin totient de Euler devuelve la cantidad de enteros positivos
    menores o iguales a n que son coprimos con n (gcd(n, i) = 1)

* Dado un valor n calcula el Euler totient de n. Debe ejecutarse primero
    Sieve of Eratosthenes (al menos hasta un numero mayor a la raiz
    cuadrada de n).

static long eulerTotient (long n) {
    long tot = n;
    for (int i = 0, p = primes.get(i); p*p <= n; p = primes.get(++i)) {
        if (n % p == 0) {
            while (n % p == 0) n /= p;
            tot -= tot / p;
        }
    }
    if (n > 1) tot -= tot / n;
    return tot;
}

* Calcular el Euler totient para todos los numeros menores o iguales a
    MAX.

static int MAX = 100;
static int[] totient = new int [MAX+1];
static boolean marked = new boolean[MAX+1];

static void eulerTotient() {
    marked[1] = 1;
    for (int i = 0; i <= MAX; i++) totient[i] = i;
    for (int i = 2; i <= MAX; i++) if (!marked[i]) {
        for (int j = i; j <= MAX ; j += i){
            totient[j] -= totient[j] / i;
            marked[j] = 1;
        }
        marked[i] = 0;
    }
}
```

6.4 Extended Euclides

```
El algoritmo de Euclides extendido retorna el gcd(a, b) y calcula los
    coeficientes enteros X y Y que satisfacen la ecuacin: a*X + b*Y =
    gcd(a, b).

static int x, y;

static int extendedEuclid(int a, int b) {
    if (b == 0) {
        x = 1;
```

```
        y = 0;
        return a;
    }
    int d = extendedEuclid(b, a % b);
    int temp = x;
    x = y;
    y = temp - ((a/b)*y);
    return d;
}
```

6.5 Fibonacci mod m

```
Calcula fibonacci(n) % m.

static long fib(long n, long m) {
    long a = 0, b = 1, c;
    int log2 = (int) (Math.log(n) / Math.log(2));
    for (int i = log2; i >= 0; i--) {
        c = a;
        a = ((c%m) * (2*(b%m) - (c%m) + m)) % m;
        b = ((c%m) * (c%m) + (b%m) * (b%m)) % m;
        if (((n >> i) & 1) != 0) {
            c = (a + b) % m;
            a = b; b = c;
        }
    }
    return a;
}
```

6.6 Gaussian Elimination

```
Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por eliminacin Gaussiana. matrix
    contiene los valores de la matriz cuadrada y result los resultados de
    las ecuaciones. Retorna un vector con el valor de las n incongnitas.
    Los resultados pueden necesitar redondeo.

import java.util.ArrayList;

static int MAX = 100;
static int n = 3;
static double matrix[][] = new double[MAX][MAX];
static double result[] = new double[MAX];

static ArrayList<Double> gauss() {
       ArrayList<Double> ans = new ArrayList<Double>();
  for(int i = 0; i < n; i++) ans.add(0.0);
  double temp;
       for (int i = 0; i < n; i++) {
    int pivot = i;
        for (int j = i + 1; j < n; j++) {
             temp = Math.abs(matrix[j][i]) - Math.abs(matrix[pivot][i]);
          if (temp > 0.000001) pivot = j;
        }
        double temp2[] = new double[n];
        System.arraycopy(matrix[i],0,temp2,0,n);
        System.arraycopy(matrix[pivot],0,matrix[i],0,n);
        System.arraycopy(temp2,0,matrix[pivot],0,n);
        temp = result[i];
        result[i] = result[pivot];
        result[pivot] = temp;
        if (!(Math.abs(matrix[i][i]) < 0.000001)) {
          for (int k = i + 1; k < n; k++) {
                    temp = -matrix[k][i] / matrix[i][i];
                    matrix[k][i] = 0;
                    for (int l = i + 1; l < n; l++) {
                    matrix[k][l] += matrix[i][l] * temp;
                }
                    result[k] += result[i] * temp;
            }
        }
  }
  for (int m = n - 1; m >= 0; m--) {
       temp = result[m];
       for (int i = n - 1; i > m; i--) {
             temp -= ans.get(i) * matrix[m][i];
       }
       ans.set(m,temp / matrix[m][m]);
  }
  return ans;
}
```

6.7 Greatest common divisor

```
Calcula el mximo comn divisor entre a y b mediante el algoritmo de
    Euclides

public static int gcd(int a, int b) {
    if (b == 0) {
        return a;
    }
    return gcd(b, a % b);
}
```

6.8 Lowest Common multiple

```
Calculo del mnimo comn mltiplo usando el mximo comn divisor. Agregar
    Greatest Common Divisor.

public static int lcm(int a, int b) {
    return a * b / gcd(a, b);
}
```

6.9 Miller-Rabin

```
La funcin de Miller-Rabin determina si un nmero dado es o no un nmero
    primo. IMPORTANTE: Debe agregarse los mtodos de Modular
    Exponentiation y Modular Multiplication.

public static boolean isPrime(long p) {
    if (p < 2 || (p != 2 && p % 2 == 0)) {
        return false;
    }
    long s = p - 1;
    while (s % 2 == 0) {
        s /= 2;
    }
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
        long a = (long) (Math.random() * p) % (p - 1) + 1;
        long temp = s;
        long mod = modpow(a, temp, p);
        while (temp != p - 1 && mod != 1 && mod != p - 1) {
            mod = modmul(mod, mod, p);
            temp *= 2;
        }
        if (mod != p - 1 && temp % 2 == 0) {
            return false;
        }
    }
    return true;
}
```

6.10 Modular Exponentiation

```
Realiza la operacin (a ^ b) % mod.

static long modpow( long a, long b, long mod) {
    if (b == 0) return 1;
    if (b % 2 == 0) {
        long temp = modpow(a, b/2, mod);
        return (temp * temp) % mod;
    } else {
        long temp = modpow(a, b-1, mod);
        return (temp * a) % mod;
    }
}
```

6.11 Modular Inverse

```
El inverso multiplicativo modular de a % mod es un entero b tal que (a*b)
    % mod = 1. ste existe siempre y cuando a y mod sean coprimos (gcd(a,
    mod) = 1).
El inverso modular de a se utiliza para calcular (n/a) % mod como (n*b) %
    mod.

* Se puede calcular usando el algoritmo de Euclides extendido. Agregar
    Extended Euclides.

public static long modInverse(int a, int mod) {
    long d = extendedEuclid(a, mod);
    if (d > 1) {
        return -1;
    }
    return (x % mod + mod) % mod;
}
```

```
* Si mod es un nmero primo, se puede calcular aplicando el pequeo teorema
    de Fermat. Agregar Modular Exponentiation.

public static long modInverse(int a, int mod) {
    return modpow(a, mod - 2, mod);
}

* Calcular el inverso modular para todos los numeros menores a mod.

static int inv[];

public static void modInverse(int mod) {
    inv = new int[mod];
    inv[1] = 1;
    for (int i = 2; i < mod; i++) {
        inv[i] = (mod - (mod / i) * inv[mod % i] % mod) % mod;
    }
}
```

6.12 Modular Multiplication

```
Realiza la operacin (a * b) % mod minimizando posibles desbordamientos.

public static long modmul(long a, long b, long mod) {
    long x = 0;
    long y = a % mod;
    while (b > 0) {
        if (b % 2 == 1) {
            x = (x + y) % mod;
        }
        y = (y << 1) % mod;
        b >>= 1;
    }
    return x % mod;
}
```

6.13 Pisano Period

```
Calcula el Periodo de Pisano de m, que es el periodo con el cual se
    repite la Sucesin de Fibonacci modulo m.

IMPORTANTE: Si m es primo el algoritmo funciona (considerable) para m <
    10^6. Debe agregarse Modular Exponentiation (sin el modulo) y Lowest
    Common Multiple (para long).

static long period(long m) {
    long a = 0, b = 1, c, pp = 0;
    do {
        c = (a + b) % m;
        a = b; b = c; pp++;
    } while (a != 0 || b != 1);
    return pp;
}

static long pisanoPrime(long p, long e) {
    return modpow(p, e-1) * period(p);
}

static long pisanoPeriod(long m) {
    long pp = 1;
    for (long p = 2; p*p <= m; p++) {
        if (m % p == 0) {
                long e = 0;
                while (m % p == 0) {
                        e++;
                        m /= p;
                }
                pp = lcm(pp, pisanoPrime(p, e));
        }
    }
    if (m > 1) pp = lcm(pp, period(m));
    return pp;
}
```

6.14 Pollard Rho

```
La funcin Rho de Pollard calcula un divisor no trivial de n. IMPORTANTE:
    Deben agregarse Modular Multiplication y Greatest common divisor para
    long.

public static long pollardRho(long n) {
    long i = 0, k = 2, x = 3, y = 3, d;
    while (true) {
        x = (modmul(x, x, n) + n - 1) % n;
```

```
        d = gcd(Math.abs(y - x), n);
        if (d != 1 && d != n) {
            return d;
        }
        if (++i == k) {
            y = x;
            k <<= 1;
        }
    }
}
```

6.15 Prime Factorization

```
Guarda en factors la lista de factores primos de n de menor a mayor.
    IMPORTANTE: Debe ejecutarse primero Sieve of Eratosthenes (al menos
    hasta un numero mayor a la raiz cuadrada de n).

static ArrayList<Integer> factors = new ArrayList<>();

public static void primeFactors(long n) {
    factors.clear();
    for (int i = 0, p = primes.get(i); p*p <= n; p = primes.get(++i)) {
        while (n % p == 0) {
            factors.add(p);
            n /= p;
        }
    }
    if (n > 1) factors.add(n);
}
```

6.16 Sieve of Eratosthenes

```
Guarda en primes los nmeros primos menores o iguales a MAX. Para saber si
    p es un nmero primo, hacer: if (!marked[p])

static int MAX = 1000000;
static int SQRT = 1000;
static ArrayList<Integer> primes = new ArrayList<>();
static boolean marked[] = new boolean[MAX+1];

static void sieve() {
        marked[1] = true;
        int i = 2;
        for (; i <= SQRT; ++i) if (!marked[i]) {
                primes.add(i);
                for (int j = i*i; j <= MAX; j += i) marked[j] = true;
        }
        for (; i <= MAX; ++i) if (!marked[i]) primes.add(i);
}
```

7 7 - String

7.1 KMP's Algorithm

```
Encuentra si el string pattern se encuentra en el string cadena. Debe
    estar definido el mtodo prefix_function.

import java.util.ArrayList;

static boolean kmp(String cadena, String pattern) {
        int n=cadena.length();
        int m=pattern.length();
        ArrayList<Integer> tab=prefix_function(pattern);

        for(int i = 0, seen = 0; i < n; i++) {
                while(seen > 0 && cadena.charAt(i) !=
                    pattern.charAt(seen)) {
                        seen = tab.get(seen-1);
                }
                if(cadena.charAt(i) == pattern.charAt(seen)) seen++;
                if(seen == m) return true;
        }
        return false;
}
```

7.2 Prefix-Function

```
Dado un string s retorna un ArrayList lps donde lps[i] es el largo del
    prefijo propio ms largo que tambien es sufijo de s[0] hasta s[i].
*Para retornar el vector de suffix_link quitar el comentario (//).
```

```
static ArrayList<Integer> prefix_function(String s) {
    int n = s.length(), len = 0, i = 1;
    ArrayList<Integer> lps = new ArrayList<>();
    Collections.fill(lps, n);
    lps.set(len, 0);
    while (i < n) {
        if (s.charAt(len) != s.charAt(i)) {
            if (len > 0) len = lps.get(len-1);
            else lps.set(i++, len);
        } else lps.set(i++, ++len);
    }
    //lps.add(0, -1); //Para SuffixLink
    return lps;
}
```

7.3 String Hashing

Estructura para realizar operaciones de hashing.

```
static long p[] = {257, 359};
static long mod[] = {1000000007, 1000000009};
static long X = 1000000010;

static class Hashing {
       long[][] h, pot;
       int n;

       public Hashing(String _s) {
              char[] s = _s.toCharArray();
              n = s.length;
              h = new long[2][n + 1];
              pot = new long[2][n + 1];

              for (int i = 0; i < 2; ++i) {
                     pot[i][0] = 1;
              }
              for (int i = 1; i <= n; ++i) {
                     for (int j = 0; j < 2; ++j) {
                            h[j][i] = (h[j][i-1] * p[j] + s[i-1]) %
                                mod[j];
                            pot[j][i] = (pot[j][i-1] * p[j]) % mod[j];
                     }
              }
       }
       //Hash del substring en el rango [i, j)
       long hash(int i, int j) {
              long a = (h[0][j] - (h[0][i] * pot[0][j-i] % mod[0]) +
                  mod[0]) % mod[0];
              long b = (h[1][j] - (h[1][i] * pot[1][j-i] % mod[1]) +
                  mod[1]) % mod[1];
              return a*X + b;
       }
}
```

7.4 Suffix Array Init

Crea el suffix array. Deben inicializarse las variables s (String original), N_MAX (Mximo size que puede tener s), y n (Size del string actual).

```
static String s;
static int N_MAX = 30;
static int n;
static char _s[];
static int sa[] = new int[N_MAX];
static int rk[] = new int[N_MAX];
static long rk2[] = new long[N_MAX];

static List<Integer> wrapper = new AbstractList<Integer>() {
  @Override
  public Integer get(int i) { return sa[i]; }

  @Override
  public int size() { return n; }

  @Override
  public Integer set(int i, Integer e) {
     int v = sa[i];
     sa[i] = e;
     return v;
  }
};

static void suffixArray() {
  _s = s.toCharArray();
  for (int i = 0; i < n; i++) {
```

```
    sa[i] = i; rk[i] = _s[i]; rk2[i] = 0;
  }
  for (int l = 1; l < n; l <<= 1) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
      rk2[i] = ((long) rk[i] << 32) + (i + l < n ? rk[i + l] : -1);
    }
    Collections.sort(wrapper, new Comparator<Integer>() {
      @Override
      public int compare(Integer o1, Integer o2) {
          if(rk2[o1.intValue()] > rk2[o2.intValue()]) return 1;
          else if(rk2[o1.intValue()] == rk2[o2.intValue()]) return 0;
          else return -1;
        }
    });
    for (int i = 0; i < n; i++) {
      if (i > 0 && rk2[sa[i]] == rk2[sa[i - 1]])
        rk[sa[i]] = rk[sa[i - 1]];
      else rk[sa[i]] = i;
    }
  }
}
```

7.5 Suffix Array Longest Common Prefix

```
Calcula el array Longest Common Prefix para todo el suffix array.
    IMPORTANTE: Debe haberse ejecutado primero suffixArray(), incluido en
    Suffix Array Init.java

static int lcp[] = new int[N_MAX];

static void calculateLCP() {
  for (int i = 0, l = 0; i < n; i++) {
    if (rk[i] > 0) {
      int j = sa[rk[i] - 1];
      while (_s[i + l] == _s[j + l]) l++;
      lcp[rk[i]] = l;
      if(l > 0) l--;
    }
  }
}
```

7.6 Suffix Array Longest Common Substring

```
Busca el substring comn mas largo entre dos strings. Retorna un int[2],
    con el size del substring y uno de los indices del suffix array. Debe
    ejecutarse previamente suffixArray() y calculateLCP()

// Los substrings deben estar concatenados de la forma
    "string1#string2$", antes de ejecutar suffixArray() y calculateLCS()
// m debe almacenar el size del string2.

static int[] longestCommonSubstring() {
  int i, ans[] = new int[2];
  ans[0] = -1; ans[1] = 0;
  for (i = 1; i < n; i++) {
    if (((sa[i] < n - m - 1) != (sa[i - 1] < n - m - 1)) && lcp[i] >
        ans[0]) {
      ans[0] = lcp[i]; ans[1] = i;
    }
  }
  return ans;
}
```

7.7 Suffix Array Longest Repeated Substring

```
Retorna un int[] con el size y el indice del suffix array en el cual se
    encuentra el substring repetido mas largo. Debe ejecutarse primero
    suffixArray() y calculateLCP().

static int[] longestRepeatedSubstring() {
  int ans[] = new int[2]; ans[0] = -1; ans[1] = -1;
  for(int i = 0; i < n; i++) {
    if(ans[0] < lcp[i]) {
      ans[0] = lcp[i]; ans[1] = i;
    }
  }
  return ans;
}
```

7.8 Suffix Array String Matching Boolean

```
Busca el string p en el string s (definido en init), y retorna true si se
    encuentra, o false en caso contrario. Debe inicializarse m con el
    tamao de p, y debe ejecutarse previamente suffixArray() de Suffix
    Array Init.java.

static String p;
static int m;

static boolean stringMatching() {
  if(m - 1 > n) return false;
  char [] _p = p.toCharArray();
  int l = 0, h = n - 1, c = l;
  while (l <= h) {
    c = (l + h) / 2;
    int r = strncmp(_s, sa[c], _p);
    if(r > 0) h = c - 1;
    else if(r < 0) l = c + 1;
    else return true;
  }
  return false;
}
```

7.9 Suffix Array String Matching

```
Busca el string p en el string s (definido en init), y retorna un int[2]
    con el primer y ultimo indice del suffix array que coinciden con la
    busqueda. Si no se encuentra, retorna [-1, -1]. Debe inicializarse m
    con el tamao de p, y debe ejecutarse previamente suffixArray() de
    Suffix Array Init.java.

static String p;
static int m;

static int[] stringMatching() {
  int[] ans = {-1, -1};
  if(m - 1 > n) return ans;
  char [] _p = p.toCharArray();
  int l = 0, h = n - 1, c = l;
  while (l < h) {
    c = (l + h) / 2;
    if(strncmp(_s, sa[c], _p) >= 0) h = c;
    else l = c + 1;
  }
  if (strncmp(_s, sa[l], _p) != 0) return ans;
  ans[0] = l;
  l = 0; h = n - 1; c = l;
  while (l < h) {
    c = (l + h) / 2;
    if (strncmp(_s, sa[c], _p) > 0) h = c;
    else l = c + 1;
  }
  if (strncmp(_s, sa[h], _p) != 0) h--;
  ans[1] = h;
  return ans;
}
```

7.10 Suffix Array strncmp

```
Mtodo utilitario. Necesario para las dos versiones de Matching.

static int strncmp(char[] a, int i, char[] b) {
  for (int k = 0; i + k < a.length && k < m - 1; k++) {
      if (a[i + k] != b[k]) return a[i + k] - b[k];
  }
  return 0;
}
```

7.11 Trie

```
(Prefix tree) Estructura de datos para almacenar un diccionario de
    strings. Debe ejecutarse el mtodo init_trie. El mtodo dfs hace un
    recorrido en orden del trie.

import java.util.*;

class Main {

    static int MAX_L = 26; //cantidad de letras del lenguaje
    static char L = 'a'; //primera letra del lenguaje
    static ArrayList<node> trie;

    static class node {
        Integer next[];
        boolean fin;
```

```
    public node() {
        next = new Integer[MAX_L];
        this.fin = false;
    }
}

static void init_trie() {
    trie = new ArrayList<>();
    trie.add(new node());
}

static void add_str(String s) {
    int cur = 0, c;
    for (int i = 0; i < s.length(); i++) {
        c = s.charAt(i) - L;
        if (trie.get(cur).next[c] == null) {
            trie.get(cur).next[c] = trie.size();
            trie.add(new node());
        }
        cur = trie.get(cur).next[c];
    }
    trie.get(cur).fin = true;
}

static boolean contain(String s) {
    int cur = 0, c;
    for (int i = 0; i < s.length(); i++) {
        c = s.charAt(i) - L;
        if (trie.get(cur).next[c] == null) return false;
        cur = trie.get(cur).next[c];
    }
    return trie.get(cur).fin;
}

static void dfs(int cur) {
    for (int i = 0; i < MAX_L; ++i) {
        if (trie.get(cur).next[i] != null) {
            //System.out.println((char)(i+L));
            dfs(trie.get(cur).next[i]);
        }
    }
}

public static void main(String[] args) {
        init_trie();
        String s[] = {"hello", "world", "help"};
        for (String c : s) add_str(c);
    }
}
```

7.12 Z-Function

```
Dado un string s retorna un arreglo z donde z[i] es igual al mayor numero
    de caracteres desde s[i] que coinciden con los caracteres desde s[0]

static int[] z_function(String ss) {
    StringBuilder s = new StringBuilder(ss);
    int n = s.length();
    int[] z = new int[n];
    for (int i = 1, x = 0, y = 0; i < n; i++) {
        z[i] = Math.max(0, Math.min(z[i - x], y - i + 1));
        while (i + z[i] < n && s.charAt(z[i]) == s.charAt(i + z[i])) {
            x = i; y = i + z[i]; z[i]++;
        }
    }
    return z;
}
```

8 8 - Utilities

8.1 Binary search

```
static int binary_search(int array[], int n, int x){
        int l = 0; r = n-1;
        while (l <= r) {
                int m = (l+r)/2;
                if(array[m] < x) l = m+1;
                else if (array[m] > x) r = m-1;
                else return m;
        }
        return -1;
}
```

8.2 Biseccion

```
 Mtodo  de  biseccin  para una funcin f(m)

static double eps = 0.0000001;

static double bis(double a, double b) {
               double m = (a+b)/2;
               if(Math.abs(f(m)) < eps) return m;
               if(f(a) * f(m) < 0) return bis(a, m);
               return bis(m, b);
       }
}
```

8.3 Bit Manipulation

```
Operaciones a nivel de bits.

n & (n<<k)     -> Verifica si el k-esimo bit esta encendido o no
n | (1<<k)     -> Enciende el k-esimo bit
n & ~(1<<k)    -> Apaga el k-esimo bit
n ^ (1<<k)     -> Invierte el k-esimo bit
~n             -> Invierte todos los bits
n & -n         -> Devuelve el bit encendido mas a la derecha
~n & (n+1)     -> Devuelve el bit apagado mas a la derecha
n | (n+1)      -> Enciende el bit apagado mas a la derecha
n & (n-1)      -> Apaga el bit encendido mas a la derecha
```

8.4 Lower bound

```
static int lower_bound(int arr[], int n, int x) {
       int l = 0, r = n-1;
       if (arr[r] < x) return -1;
       while (l < r){
              int m = (l+r)/2;
              if (arr[m] < x) l = m+1;
              else r = m;
       }
       return l;
}
```

8.5 Upper bound

```
static int upper_bound(int arr[], int n, int x) {
       int l = 0, r = n-1;
       if ( arr[r] <= x) return -1;
       while (l < r) {
              int m = (l+r)/2;
              if(arr[m] > x) r = m;
              else l = m+1;
       }
       return l;
}
```

9 9 - Tips and formulas

9.1 ASCII Table

Caracteres ASCII con sus respectivos valores numéricos.

No.	ASCII	No.	ASCII
0	NUL	16	DLE
1	SOH	17	DC1
2	STX	18	DC2
3	ETX	19	DC3
4	EOT	20	DC4
5	ENQ	21	NAK
6	ACK	22	SYN
7	BEL	23	ETB
8	BS	24	CAN
9	TAB	25	EM
10	LF	26	SUB
11	VT	27	ESC
12	FF	28	FS
13	CR	29	GS
14	SO	30	RS
15	SI	31	US

No.	ASCII	No.	ASCII
32	(space)	48	0
33	!	49	1
34	”	50	2

35	#	51	3
36	$	52	4
37	%	53	5
38	&	54	6
39	’	55	7
40	(	56	8
41	)	57	9
42	*	58	:
43	+	59	;
44	,	60	¡
45	-	61	=
46	.	62	¿
47	/	63	?

No.	**ASCII**	**No.**	**ASCII**
64	@	80	P
65	A	81	Q
66	B	82	R
67	C	83	S
68	D	84	T
69	E	85	U
70	F	86	V
71	G	87	W
72	H	88	X
73	I	89	Y
74	J	90	Z
75	K	91	[
76	L	92	\
77	M	93	]
78	N	94	^
79	O	95	_

No.	**ASCII**	**No.**	**ASCII**
96	‘	112	p
97	a	113	q
98	b	114	r
99	c	115	s
100	d	116	t
101	e	117	u
102	f	118	v
103	g	119	w
104	h	120	x
105	i	121	y
106	j	122	z
107	k	123	{
108	l	124	|
109	m	125	}
110	n	126	~
111	o	127	

9.2 Formulas

—p2.2cm—p8.2cm—

Combinación (Coeficiente Binomial) Número de subconjuntos de k elementos escogidos de un conjunto con n elementos. $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
Combinación con repetición Número de grupos formados por n elementos, partiendo de m tipos de elementos. $CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$
Permutación Número de formas de agrupar n elementos, donde importa el orden y sin repetir elementos $P_n = n!$
Permutación múltiple Elegir r elementos de n posibles con repetición n^r
Permutación con repetición Se tienen n elementos donde el primer elemento se repite a veces , el segundo b veces , el tercero c veces, ... $PR_n^{a,b,c\cdots} = \frac{P_n}{a!b!c!\ldots}$
Permutaciones sin repetición Núumero de formas de agrupar r elementos de n disponibles, sin repetir elementos $\frac{n!}{(n-r)!}$

Distancia Euclideana $d_E(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Distancia Manhattan $d_M(P_1, P_2) = \lvert x_2 - x_1 \rvert + \lvert y_2 - y_1 \rvert$

Considerando r como el radio, α como el ángulo del arco o sector, y (R, r) como radio mayor y menor respectivamente.

Área $A = \pi * r^2$

Longitud $L = 2 * \pi * r$

Longitud de un arco $L = \frac{2 * \pi * r * \alpha}{360}$

Área sector circular $A = \frac{\pi * r^2 * \alpha}{360}$

Área corona circular $A = \pi(R^2 - r^2)$

Considerando b como la longitud de la base, h como la altura, letras minúsculas como la longitud de los lados, letras mayúsculas como los ángulos, y r como el radio de círcunferencias asociadas.

Área conociendo base y altura $A = \frac{1}{2}b * h$

Área conociendo 2 lados y el ángulo que forman $A = \frac{1}{2}b * a * sin(C)$

Área conociendo los 3 lados $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ con $p = \frac{a+b+c}{2}$

Área de un triángulo circunscrito a una circunferencia $A = \frac{abc}{4r}$

Área de un triángulo inscrito a una circunferencia $A = r(\frac{a+b+c}{2})$

Área de un triangulo equilátero $A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

Considerando un triangulo rectángulo de lados a, b y c, con vértices A, B y C (cada vértice opuesto al lado cuya letra minuscula coincide con el) y un ángulo α con centro en el vertice A. a y b son catetos, c es la hipotenusa:

$sin(\alpha) = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$

$cos(\alpha) = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$

$tan(\alpha) = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{a}{b}$

$sec(\alpha) = \frac{1}{cos(\alpha)} = \frac{c}{b}$

$csc(\alpha) = \frac{1}{sin(\alpha)} = \frac{c}{a}$

$cot(\alpha) = \frac{1}{tan(\alpha)} = \frac{b}{a}$

Propiedad neutro (a % b) % b = a % b

Propiedad asociativa en multiplicación (ab) % c = ((a % c)(b % c)) % c

Propiedad asociativa en suma (a + b) % c = ((a % c) + (b % c)) % c

Pi $\pi = acos(-1) \approx 3.14159$

e $e \approx 2.71828$

Número áureo $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803$

9.3 Sequences

Listado de secuencias mas comunes y como hallarlas.

—p1.8cm—p8.6cm—

22cmEstrellas octangulares 0, 1, 14, 51, 124, 245, 426, 679, 1016, 1449, 1990, 2651, ...

$f(n) = n * (2 * n^2 - 1)$.

22cm Euler totient 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6,...

$f(n) =$ Cantidad de números naturales $\leq n$ coprimos con n.

22cmNúmeros de Bell 1, 1, 2, 5, 15, 52, 203, 877, 4140, 21147, 115975, ...

Se inicia una matriz triangular con f[0][0] = f[1][0] = 1. La suma de estos dos se guarda en f[1][1] y se traslada a f[2][0]. Ahora se suman f[1][0] con f[2][0] y se guarda en f[2][1]. Luego se suman f[1][1] con f[2][1] y se guarda en f[2][2] trasladandose a f[3][0] y así sucesivamente. Los valores de la primera columna contienen la respuesta.

22cm Números de Catalán 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, ...

$f(n) = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$

22cmNúmeros de Fermat 3, 5, 17, 257, 65537, 4294967297, 18446744073709551617, ...

$f(n) = 2^{(2^n)} + 1$

22cm Números de Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

$f(0) = 0;\ f(1) = 1;\ f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ para $n > 1$

22cm Números de Lucas 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, ...

$$f(0) = 2;\ f(1) = 1;\ f(n) = f(n-1) + f(n-2) \text{ para } n > 1$$

22cmNúmeros de Pell 0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985, 2378, 5741, 13860, ...

$$f(0) = 0; f(1) = 1; f(n) = 2f(n-1) + f(n-2) \text{ para } n > 1$$

22cm Números de Tribonacci 0, 0, 1, 1, 2, 4, 7, 13, 24, 44, 81, 149, 274, 504, ...

$$f(0) = f(1) = 0; f(2) = 1; f(n) = f(n-1) + f(n-2) + f(n-3) \text{ para } n > 2$$

22cmNúmeros factoriales 1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, ...

$$f(0) = 1; f(n) = \prod_{k=1}^{n} k \text{ para } n > 0.$$

22cmNúmeros piramidales cuadrados 0, 1, 5, 14, 30, 55, 91, 140, 204, 285, 385, 506, 650, ...

$$f(n) = \frac{n * (n+1) * (2 * n + 1)}{6}$$

22cmNúmeros primos de Mersenne 3, 7, 31, 127, 8191, 131071, 524287, 2147483647, ...

$$f(n) = 2^{p(n)} - 1 \text{ donde } p \text{ representa valores primos iniciando en } p(0) = 2.$$

22cmNúmeros tetraedrales 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, 286, 364, 455, ...

$$f(n) = \frac{n * (n+1) * (n+2)}{6}$$

22cmNúmeros triangulares 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, ...

$$f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

22cmOEIS A000127 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163, 256, 386, 562, ...

$$f(n) = \frac{(n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24)}{24}.$$

22cmSecuencia de Narayana 1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60, 88, 129, ...

$$f(0) = f(1) = f(2) = 1; f(n) = f(n-1) + f(n-3) \text{ para todo } n > 2.$$

22cm Secuencia de Silvestre 2, 3, 7, 43, 1807, 3263443, 10650056950807, ...

$$f(0) = 2; f(n+1) = f(n)^2 - f(n) + 1$$

22cmSecuencia de vendedor perezoso 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46, 56, 67, 79, 92, 106, ...

Equivale al triangular(n) + 1. Máxima número de piezas que se pueden formar al hacer n cortes a un disco.

$$f(n) = \frac{n(n+1)}{2} + 1$$

22cmSuma de los divisores de un número 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, ...

Para todo $n > 1$ cuya descomposición en factores primos es $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} ... p_k^{a_k}$ se tiene que:

$$f(n) = \frac{p_1^{a_1+1} - 1}{p_1 - 1} * \frac{p_2^{a_2+1} - 1}{p_2 - 1} * ... * \frac{p_k^{a_k+1} - 1}{p_k - 1}$$

9.4 Time Complexities

Aproximación del mayor número n de datos que pueden procesarse para cada una de las complejidades algoritmicas. Tomar esta tabla solo como referencia.

Complexity	**n**
$O(n!)$	11
$O(n^5)$	50
$O(2^n * n^2)$	18
$O(2^n * n)$	22
$O(n^4)$	100
$O(n^3)$	500
$O(n^2 \log_2 n)$	1.000
$O(n^2)$	10.000
$O(n \log_2 n)$	10^6
$O(n)$	10^8
$O(\sqrt{n})$	10^{16}
$O(\log_2 n)$	-
$O(1)$	-