CADENAS DE MARKOV Y PROGRAMACIÓN DINÁMICA PARA LA DESGRAVACIÓN FISCAL EN EL PERÚ

RESUMEN

El presente proyecto consiste en elaborar un análisis de una de las diferentes aplicaciones que tiene la estadística, en esta oportunidad abordaremos la problemática en el sector financiero. Para este propósito, se hará uso de la cadena de Markov y programación dinámica, los mismos que se utilizarán para representar un patrón adecuado para la desgravación fiscal en el Perú en los años 2013 - 2017.

Una de las dificultades que enfrenta el sistema tributario peruano es la evasión de impuestos, la cual ha crecido en los últimos años. Las revisiones de los impuestos recibidos muestran que parte de los impuestos no se recolectan constantemente en el momento oportuno y algunos se reciben con retraso, cabe resaltar que parte de la recepción de impuestos dura hasta el próximo año durante la transición del periodo. Entonces el resultado sería un aumento en la evasión de impuestos. En visto de ello, elegir una política impositiva apropiada puede aumentar la tasa de recepción a su debido tiempo y reducir la evasión de impuestos. Dado la problemática, una óptima solución esta en el uso de la cadena de Markov, la programación dinámica y transición de probabilidades para una toma de decisiones óptima en la desgravación fiscal.

INTRODUCCIÓN

La elaboración de un análisis riguroso en el sector financiero, requiere de una metodología y del concepto de cadenas de Markov, este modelo es necesario para calcular las probabilidades de transición de una etapa a otras etapas. Las revisiones de los impuestos recibidos muestran que partes de los impuestos no se recolectan constantemente en el momento oportuno y algunos se reciben con retraso. Primero muestra que el proceso de recepción de impuestos tiene un grado de probabilidad. Segundo, parte de la recepción de impuestos dura hasta el próximo año durante el periodo de transición. Entonces el resultado sería un aumento en la evasión de impuestos. Obviamente, con estas condiciones elegir una política impositiva apropiada puede aumentar la tasa de recepción a su debido tiempo y reducir la evasión de impuestos. Para este propósito con respecto al proceso de impuestos de transición de Markov y el enfoque de programación dinámica, un buen modelo para la toma de decisiones en desgravación fiscal se introduce en cuatro etapas. En el primer paso, con respecto a procesos de impuestos por cobrar en los años 2013-2017, la transición del algoritmo fue determinado basado en la cadena de Markov. En el segundo paso, el estado estable del impuesto recibido y matriz fundamental fueron calculados. En el tercer paso, el impuesto por cobrar se calculó en la política de desgravación. Los resultados de los dos estados fueron comparados. En el cuarto paso, por programación dinámica y política de desgravación, se determinó el índice de desgravación fiscal y se tomó una decisión óptima.

Lo dicho anteriormente es de gran importancia para la evaluación de uno de los principales desafíos de la recepción de impuestos en nuestro país, debido a que se busca aumentar el recibo del impuesto anticipado y disminuir la evasión fiscal. Para este propósito, se pueden usar varias políticas de incentivos para aumentar los ingresos tributarios. Siendo estos de gran importancia para nuestro país. Sin embargo la evasión de impuestos en nuestro país es un problema frecuente. Para esto se debe hacer un estudio de los comportamientos de los contribuyentes, el impuesto en periodos anteriores. Un modelo de patrón deseado para periodos futuros se presenta por medio de la cadena de Markov y la programación lineal, dando como resultado de este estudio un patrón apropiado para la desgravación fiscal.

El problema general de encontrar un modelo de patrón deseado para periodos futuros se integra………………………………………………. En R.

Siendo el objetivo principal, estimar los parámetros para la determinación de un impuesto efectivo para una desgravación fiscal óptima.

Para realizar dicho estudio se ha seccionado el presente informe en 5 partes. En La primera se da una breve mención de los aportes que otros artículos científicos han realizado, en la segunda se muestra el diseño del experimento, en La tercera parte, se muestra la implementación realizada en R, En la cuarta se realiza una discusión del mismo y en la quinta se verifica el código fuente.

REVISIÓN DE LA LITERATURA

El método de la cadena de Markov ha tenido numerosas aplicaciones en diversos sectores como la agricultura, el cambio climático, la medicina y la ingeniería. En la década reciente, los usos de la cadena de Markov en el ámbito social y sistemas económicos, especialmente en los sectores financieros, han encontrado una situación adecuada. Brown (1965) usó programación dinámica y transición de probabilidades para una toma de decisiones óptima en la desgravación fiscal en los bancos de EE. UU. Este método redujo la evasión fiscal en comparación con los métodos anteriores. Engle y Hines (1999) construyeron un modelo para simular y probar plazos de evasión de impuestos basados en programación dinámica en los Estados Unidos. En su modelo, la evasión actual de un contribuyente es una función decreciente de evasión. Encuentran que la sección transversal de las tasas de evasión converge a un estado estacionario y la evasión fiscal agregada se acerca a un límite a pesar de que las tasas individuales son cíclicas

Plassman y Tideman (2000) utilizaron cadenas de Markov y simulaciones Monte Carlo para estimar los parámetros en la determinación del impuesto efectivo de las tasas para la construcción de viviendas en Pensilvania, EE.UU. desde 1972 a 1994.

Los resultados mostraron que el uso de este método para determinar la tasa de desgravación de impuestos en períodos futuros proporcionó información más útil que otras formas posibles para la toma de decisiones.

Otra investigación relacionada con tema de evasión fiscal y cadenas de Markov fue hecha por Hanousek (2002). El enfoque principal del estudio fue en la estimación de probabilidades de transición entre el estado de evadir impuestos y no evadir. En esta investigación, se realizaron encuestas en 2000, 2002 y 2004. Se utilizó un conjunto de datos de 1062 personas de la República Checa para pronosticar la evolución de la evasión fiscal en ese país. Los encuestados fueron interrogados sobre si nunca, a veces o con frecuencia evadían impuestos. Se recopiló información para clasificar a los individuos como evasores o no evasores. Se concluyó que la estimación del cambio permitió adivinar cómo las personas pueden moverse entre las categorías de evadir impuestos y no evasores en los próximos cinco años y una pequeña disminución en la evasión fiscal se vio entonces.

Derang y Cheng (2003) utilizaron el método de cadenas de Markov para determinar el patrón de facilidades para instituciones de crédito a clientes en China. La aplicación de cadenas de Markov resultó en proporcionar información para gerentes de esta organización para determinar las pautas de política de pago, préstamos y para determinar una política crediticia apropiada para los clientes en los próximos períodos.

Piunovskiy (2006) propuso un patrón adecuado para analizar y decidir la evaluación con programación dinámica alineada y cadenas Markovianas. Este método se aplica en muchos países para la desgravación fiscal, especialmente en países de Europa del Este.

Hanousek, Palda y Easter (2007), creen que la evasión fiscal es un problema que prevalece en la mayoría de los países en desarrollo, especialmente en comparación con los del oeste. Para este propósito, seleccionaron 6.667 empresas en 27 naciones en 2002 a 2005. Trataron de revelar los siguientes aspectos en su estudio: 1-la percepción de la porción del ingreso reportado por las empresas para el impuesto, 2 pagos de regalo a los recaudadores de impuestos, 3-el ingreso promedio de impuestos

en los países en el 2005. El resultado de la investigación mostró un fuerte respaldo para la afirmar que la calidad de los servicios del gobierno y el nivel de corrupción son importantes. Claramente, otros factores también importan, incluyendo el tamaño y la propiedad de la empresa, la equidad del sistema legal, el nivel de competencia, la tasa de impuestos, la calidad de la burocracia y la expectativa de auditorías.
Estos estudios representan la eficiencia de las cadenas de Markov y la programación dinámica en diversos contextos. Este estudio intentó trabajar en este aspecto con el fin de facilitar la forma de aumentar el ingreso por impuestos.

METODOLOGIA

Las cadenas de Markov son un caso especial de modelo de probabilidad. En este modelo, el estado actual del sistema solo depende del último nivel. Un conjunto de procesos de Markov se considera como sigue: en cualquier momento, uno de los modos distintivos de S1 ...... S (n) son estados del sistema en tiempos discretos y las distancias regulares cambian con un conjunto de probabilidades. Si el estado se muestra como (qt) para (t = 1, 2, ... ,n) en el tiempo (t), para expresar el rendimiento de este proceso en forma de cadena de Markov, es necesario conocer el estado actual según casos anteriores que se muestran en la siguiente relación:

P(qt=Sj)

$$P(q_t = S_j \mid q_{t-1} = S_i, q_{t-2} = S_k, \ldots)$$

$$P(q_t = S_j \mid q_{t-1} = S_i)$$

En este modelo:

P (qt) representa el estado del sistema.

P (qt = Sj | qt-1) representa la transición de probabilidades condicionales.

En consecuencia, el comportamiento futuro del sistema solo depende del estado actual de (j) y no depende del comportamiento anterior. Entonces, para formar un sistema con el modelo de Markov, el estado del sistema y la transición de las probabilidades se deben especificar después de determinar el estado del modelo.

Estados del sistema

Los estados del sistema especifican su posición en un período de tiempo, como pagado o impuestos no pagados. Por ejemplo, si la hora del sistema es cero, se muestra el modo como sigue:

P (0) = [P1 (0), P2 (0), P3 (0)] (2)

En esta relación:

P (0) = cantidades vectoriales Pi (0) para diferentes modos.

P1 (0) = la probabilidad de que el sistema en tiempo cero esté en estado1.

P2 (0) = la probabilidad de que el sistema en tiempo cero esté en el estado 2.

P3 (0) = la probabilidad de que el sistema en tiempo cero esté en el estado 3.

Entonces, si se supone que el sistema en el tiempo cero está en el estado 1. Entonces, P(0) = [1, 0, 0]. Del mismo modo, si el sistema en tiempo cero está en el estado 2, entonces, P(0) = [0,1,0] o si el sistema está en el estado 3, entonces, será P (0) = [0,0,1].

Con el uso de estas condiciones, en los procesos de Markov, las transiciones entre estados pueden ser definidos.

Dado que, en el proceso de Markov, el estado del sistema en cualquier momento depende del estado anterior, las transiciones de probabilidad con respecto a (n) períodos son definido como:

p (n) = p (0) n p = [p1 (n), p2 (n), ... pi (n)] = [p1 (0), p2 (0), ... pm (0)] (3)

P (n) = modo vectorial en (n) tiempo

P (0) = modo vectorial en (0) tiempo

n = Número de períodos de tiempo

0 = La condición inicial

m = Número de estados posibles

Transición de probabilidades

Las transiciones de probabilidades representan el paso de un estado a otro durante un período especificado. Estos cambios están relacionados con el estado actual. Por ejemplo, la probabilidad de que en el estado anterior, el impuesto no haya sido pagado; y en este período, el pago se relaciona con el estado anterior. Se muestra como una probabilidad condicional.

Pij = Pr {X1 = j | X0 = i}

Según el estado espacial de S = {0, 1, 0}

$$\sum j\, pij = 1 \ \ \forall\, i \quad \text{and} \quad pij \geq 0 \ \ \forall\, i,$$

Las probabilidades se consideran como P(ij), en línea con condiciones y probabilidades en la cadena de Markov, la matriz de transición es definida como:

$$\mathrm{Pij}= \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3\ldots & \ldots\ldots j \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ i \end{array} & \left[\begin{array}{cccc} P_{11} & P_{12} & P_{13}\ldots\ldots & P_{1j} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23}\ldots\ldots & P_{2j} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33}\ldots\ldots & P_{3j} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ P_{i1} & P_{i2} & P_{i3} & P_{ij} \end{array} \right] \end{array}$$

De acuerdo con esta matriz, las probabilidades de transición se están moviendo desde el modo 1 para (i) a uno de los estados de 1 para (j). En este modelo, por ejemplo, la probabilidad de que el sistema esté en el estado 1 y transite al estado 1 se muestra con P (11). La probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado (i) y realice un tránsito al estado (j) se muestra con P (ij). Si la probabilidad de cambios es considerado entre 6 modos (figura 1), se puede decir que la probabilidad de que el sistema debe estar en estado cero y permanezca en él es cero. La probabilidad de que el sistema esté en el estado cero y transite al estado 2 es igual a 0.5.

Eventualmente, la probabilidad de que el sistema esté en el estado 2 y se transfiera al estado cero será igual a 1. Dado que, en esta matriz, la transición la probabilidad solo es posible desde el estado 2 a cero, se llama "estado absorbente" (estado 1, 4, 5 y 6).

(Figure 1).

$$P = \begin{array}{c} \\ [0\ 1\ 1] \\ [0\ 2\ 0] \\ [0\ 0\ 2] \\ [2\ 0\ 0] \\ [1\ 1\ 0] \\ [1\ 0\ 1] \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} [0\ 1\ 1] & [0\ 2\ 0] & [0\ 0\ 2] & [2\ 0\ 0] & [1\ 1\ 0] & [1\ 0\ 1] \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Método de programación dinámica

La programación dinámica es uno de los mejores métodos de investigación operativa para resolver problemas complejos dividiéndolos en una secuencia de pasos de decisión. Esto se hace definiendo una secuencia de funciones de valor f1, f2, ..., fn, con un argumento S que representa el estado del sistema i desde 1 hasta n. La definición de fn (S) es el valor obtenido en el estado S en el último modo n. Los valores fi en momentos anteriores i = n-1, n-2, ..., 2, 1 pueden ser encontrados trabajando hacia atrás, usando una ecuación recursiva. Para i = 2, ..., n, f_{i-1} en cualquier estado S se calcula a partir de fi maximizando una función simple de la ganancia desde la decisión i-1 y la función fi en el nuevo estado de la sistema si se toma esta decisión. Dado que fi ya se ha calculado para los estados necesarios, la operación anterior produce f_{i-1} para esos estados. Finalmente, f1 en el estado inicial del sistema es el valor de la solución óptima. La decisión óptima en esta etapa se calcula usando la siguiente fórmula:

$$f_n(i) = \max_k \{ \ f_n \ (s, v_n) \ \}$$

Y la ecuación recursiva determinada de la siguiente manera:

$$f_n(i) = \max_k \{ \ v_i^k + f_{n+1}{}^s(i) \ \}$$

$f_n(i)$ = La solución óptima en el estado n

V_i^k = el valor de la desición óptima en el estado n-1

Alineación de programación dinámica con una cadena Markoviana

Con respecto a la cadena Markoviana, supongamos que P^s es la matriz de transición asociada con las políticas estacionarias S, S = 1, 2, 3 ... S. Se espera V_i^s de ingresos en la política S del estado i, i = 1,2, .. m. En base a la relación anterior, el ingreso esperado de la política S por transición se calcula con esta fórmula:

$$E^S = \sum_{i=1}^{m} p_i^s v^s{}_i$$

La política óptima para S* es determinado por:

$$E^{S^*} = Max\{E^S\}$$

La política óptima para cada estado incluye la optimización del actual estado y del estado anterior. Por lo tanto, la función recursiva, en este modelo, incluye la optimización del estado actual y del estado anterior. Si en lugar de E^S se aplica f (i) n y k = estado, entonces la determinación del cada valor se calcula:

$f_n(i)$ $=Max\{(V_i^k + \sum_{j=1}^{n} p_{ij}^k f_{n+1}(j)\}$

Dónde:

$f_n(i)$ = Los ingresos óptimos esperados del estado n

V_i^k = La decisión óptima en el estado (n-1)

$\sum_{j=1}^{n} p_{ij}^k f_{n+1}(j)$ = Valor de decisión óptima en el estado n de acuerdo a las condiciones de posibles impuestos recibidos.

Para calcular el valor recibido actual, mediante el uso de un factor de descuento ($0 < \alpha < 1$), la ecuación recursiva se puede escribir como:

$f_n(i)$ $=Max\{(V_i^k + \alpha\sum_{j=1}^{n} p_{ij}^k f_{n+1}(j)\}$

El objetivo principal del modelo es optimizar la ecuación anterior

Aplicación de la cadena de Markov y programación dinámica para la desgravación fiscal

Uno de los principales desafíos en la recepción de impuestos en nuestro país, es la no recepción de todo el impuesto de manera anticipada. Por otro lado, parte de los impuestos de cada período no se reciben a su debido tiempo. Este problema causa el aumento del riesgo en el recibo de impuestos y afectará el valor de los pagos recibidos en el futuro.

Teniendo en cuenta las características del método de la cadena de Markov, en este modelo, los “estados” representan la situación actual en la recepción de impuestos. Las probabilidades de transición representan el proceso de la recepción de impuestos en diferentes estados. (Yaniv, 1994).

La recepción de impuestos en los períodos anteriores se muestra, basada en las cadenas de Markov, en la siguiente matriz. Esta matriz tiene una "condicion" específicas y 4 probables "estados". La condición especificada incluye una condición de que el impuesto no se recibe, esta condición se muestra con E. Otras posibles condiciones que se muestran de 1 a 4 significan el recibo de impuestos durante el período de transición de 4 trimestres en un año.

	1° trimestre	2° trimestre	3° trimestre	4° trimestre	E	Total impuestos recibidos
2013	21730.6	22544.7	21688.7	23438.8	-11258.3	89402.8
2014	24262.2	24104.2	22508.3	24519.9	-10702.4	95394.6
2015	23325.1	22461.1	20940.8	23535.4	-11676.5	90262.4
2016	23305.2	22696.7	20726.5	22646.9	-16356.4	89375.3
2017	22176.9	21849	21291	25388.7	-17208.9	90705.6

Con estos datos obtenemos la siguiente tabla:

	1° trimestre	2° trimestre	3° trimestre	4° trimestre	E
2013	0.24	0.25	0.24	0.26	-0.13
2014	0.25	0.25	0.24	0.26	-0.11
2015	0.26	0.25	0.23	0.26	-0.13
2016	0.26	0.25	0.23	0.25	-0.18
2017	0.24	0.24	0.23	0.28	-0.19

El objetivo final de este proceso es alcanzar un estado estable. Teniendo en cuenta el estado de los impuestos, los datos fueron simulados en un período de cinco años. Los resultados muestran el alcance del impuesto recibido en períodos futuros.

La siguiente matriz muestra los ingresos en impuestos en 5 estados (1, 2, 3, 4, E) y un período de cinco años (2013 - 2017). Por ejemplo, en el primer trimestre, en 2013, con una probabilidad de 0,2212, se recibieron 21730.6 millones de soles y con 0.1259 de probabilidad, 11258.3 millones de soles no serían recibidos.

También se muestra información adicional de recepción de impuestos durante los 5 períodos.

DISCUSIÓN

Uno de los desafíos importantes del gobierno en el ingreso fiscal es aumentar el recibo del impuesto anticipado y disminuir la evasión fiscal. Para este propósito, se pueden usar varias políticas de incentivos para recibir impuestos y al tiempo para aumentar los ingresos tributarios. Los impuestos son una de las fuentes importantes de ingresos en los países desarrollados pero en países en desarrollo la evasión es un problema frecuente (Hanousek, 2007). Ahora, en Perú, las políticas apropiadas no se utilizan para la desgravación fiscal. Además, las políticas actuales son subjetivas sin consideración de modelos científicos. Para esto, el estudio de los comportamientos de los contribuyentes, el impuesto, tasa de descuento en períodos anteriores y su impacto en el recibo de impuestos puede proporcionar de manera adecuada un modelo basado en el valor actual de los ingresos. Un patrón deseado para períodos futuros se presentó con Markov atributos de cadena y programación dinámica en la identificación de características de los comportamientos de los contribuyentes y los períodos de transición de la recepción de impuestos. Uno de los resultados de este estudio fue proporcionar un patrón apropiado para la desgravación fiscal según la cadena de Markov y la programación dinámica. De acuerdo con los datos de los impuestos no recibidos y los períodos de transición del recibo de impuestos, se observó que en el período total examinado, **………..** millones no se recopilan entre el impuesto anticipado. En el proceso de impuestos los ingresos también tienen un período de transición. Con el período de transición de impuestos recibido durante 12 meses y el factor de descuento, el valor actual de futuro (2013-2017), y los flujos de efectivo de impuestos serán equivalentes a **……..**millones de soles. Además, los datos calculados pueden ser una base para la desgravación fiscal. De acuerdo con los hallazgos de este estudio, en primer lugar, se recomienda utilizar políticas de incentivos apropiadas para aumentar ingresos fiscales en comparación con la desgravación fiscal. En segundo lugar, cuanto más corto sea el período de transición de la recepción de impuestos, más será el valor presente del futuro, los flujos de efectivo y el mayor valor para el gobierno. Al aplicar esta política, se espera que reduzca la evasión fiscal. Hanousek, J, Palda y Pascua (2007), en su investigación concluyeron que cerca del 40% de los ingresos tributarios era no recibido en los países del este europeo. Otro resultado importante de este estudio es el uso de Método de programación y la implementación del factor de descuento para tomar una política apropiada de desgravación fiscal contra el impuesto de no relevo.

Según los resultados de este método, la tasa de descuento del 22% es considerado como el punto de equilibrio. Si el factor de descuento es menor que 22%, la política óptima no es un alivio. Pero, al aumentar el descuento factor, y al reducir el valor del dinero, la política apropiada es el impuesto alivio. Al igual que en este estado, el valor presente de los flujos de efectivo aumenta en el periodo de transición. Piunovskiy (2006) en su investigación en ruso percibió que el índice de desgravación fiscal para las empresas era cercano al 7% y para el ingreso personal fue del 4%. Pero en Polonia el índice de desgravación fiscal es diferente.

BIBLIOGRAFIA

Brown, W., (1965). On the iterative method of dynamic programming on a finite space discrete time markov process. The Annals of Mathematical Statistics, 36(4), 25-32.

Derang, H., & Cheng, H.C., (2003). Using markov chains to estimate losses from a portfolio of mortgages. Review of Quantitative Finance and Accounting, 12(3), 303-318.

Engel, M.R., & Hines, J. R., (1999). Understanding tax evasion dynamics. England. National Bureau of Economic Research.

Hanousek, J., (2002). The evaluation of tax evasion in the Czech Republic: a markov chain analysis. Journal of Public Economic, 36, 57-72.

Hanousek, J., Palada, H., & Easter, R., (2007). Appraisal impact of confidence firms to government on tax evasion in the east European countries with markov chain analysis. Journal of Tax Review, 4,25-51.

Maskin, E., & Taylor, J., (2001). Markov perfect equilibrium, observable actions. Journal of Economic Theory, 100,191-219.

Saibeni,A.,(2010). Forecasting accounts receivable collections with markov chains. The CPA Journal, 33, 1-12.

Plassmann, F., & Tideman, T.N., (2000). A markov chain monte carloa nalysis of the effect of two-rate property taxes on construction. Journal of Urban Economics, 47, 216-247.

Piunovskiy, A.B., (2006). Dynamic programming in constrained markov decision processes. Control and Cybernetics Journal, 35(3), 11-14.

Yaniv, G., (1994). Tax evasion and the income tax rate: A theoretical perspective. Journal of Public Finance, 49, 107-112.