

Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Отчёт по лабораторной работе №2
По дисциплине «Вычислительная математика»

Студент: Бабинцева К. А.
Группа: 23534/2
Преподаватель: Леонтьева Т. В.

Санкт-Петербург
2019

Постановка задачи:

Семейство матриц зависит от параметра p :

$$\begin{pmatrix} p+12 & 3 & 2 & 0 & -3 & -8 & 0 & 0 \\ -6 & 26 & 0 & -3 & 8 & 7 & -7 & 7 \\ -5 & -2 & -3 & -4 & -6 & 1 & 0 & 7 \\ -6 & -5 & -4 & -2 & 8 & 7 & 4 & -8 \\ -2 & -3 & 1 & -2 & 10 & -8 & 6 & 0 \\ 7 & -7 & 2 & 2 & 0 & -24 & -6 & 4 \\ -3 & -7 & 0 & 0 & 6 & 1 & 13 & 2 \\ -6 & -3 & 4 & 0 & 2 & -8 & 6 & 11 \end{pmatrix}$$

Используя подпрограммы DECOMP и SOLVE, вычислить обратные матрицы A^{-1} ($p = 1.0, 0.1, 0.01, 0.0001, 0.000001$) и исследовать связь числа обусловленности $cond$) и нормы матрицы невязки $R = E - AA^{-1}$.

Ход работы:

- 1) В цикле построены матрицы в зависимости от изменения параметра p .
- 2) Однократно для каждой матрицы найдено её LU разложение с помощью программы DECOMP, а затем необходимое число раз (а именно $N = 8$) решены системы с помощью программы SOLVE.
- 3) Полученные матрицы были транспонированы, и на выходе получились их обратные матрицы.
- 4) Найдена норма матрицы невязки $\|R\| = \|E - A * A^{-1}\|$. Норма находилась первым способом – суммой самой большой строки матрицы.
- 5) Исследована связь числа обусловленности и нормы матрицы невязки.

Результат работы программы:

```
p = 1
Matrix A(-1):
1      0.135927 -0.187219 1.60718 -1.26005 0.176581 -0.309106 1.19349
-1     -0.106633 0.199678 -1.7414 1.32452 -0.177482 0.400877 -1.33403
1      0.0479053 -0.279249 1.61285 -1.11596 0.0102527 -0.60942 1.42728
-1     -0.0707932 0.08148 -1.56733 0.977804 -0.0327526 0.547397 -1.23429
1      0.164006 -0.231871 1.74927 -1.32372 0.207815 -0.344166 1.30239
1      0.131368 -0.212213 1.70588 -1.33348 0.145021 -0.37526 1.30758
-1     -0.137775 0.214636 -1.76717 1.34906 -0.195504 0.454703 -1.34571
1      0.168511 -0.175369 1.70173 -1.38525 0.218508 -0.296026 1.30726
Cond - 806.1
||R|| = ||E - A * A(-1)|| = 1.16768e-013

p = 0.1
Matrix A(-1):
10      1.35927 -1.87219 16.0718 -12.6005 1.76581 -3.09106 11.9349
-10     -1.32998 1.88465 -16.206 12.665 -1.76671 3.18283 -12.0754
10      1.27125 -1.96422 16.0775 -12.4564 1.59948 -3.39137 12.1687
-10     -1.29414 1.76645 -16.032 12.3183 -1.62198 3.32935 -11.9757
10      1.38735 -1.91684 16.2139 -12.6642 1.79704 -3.12612 12.0438
10      1.35471 -1.89719 16.1705 -12.674 1.73425 -3.15721 12.049
-10     -1.36112 1.89961 -16.2318 12.6895 -1.78473 3.23665 -12.0871
10      1.39185 -1.86034 16.1664 -12.7257 1.80773 -3.07798 12.0487
Cond - 8208.14
||R|| = ||E - A * A(-1)|| = 9.60537e-013
```

Рис. 1: Пример результата работы программы. Изменение параметра p , обратная матрица(A^{-1}), число обусловленности(cond) и норма матрицы невязки($\|R\|$)

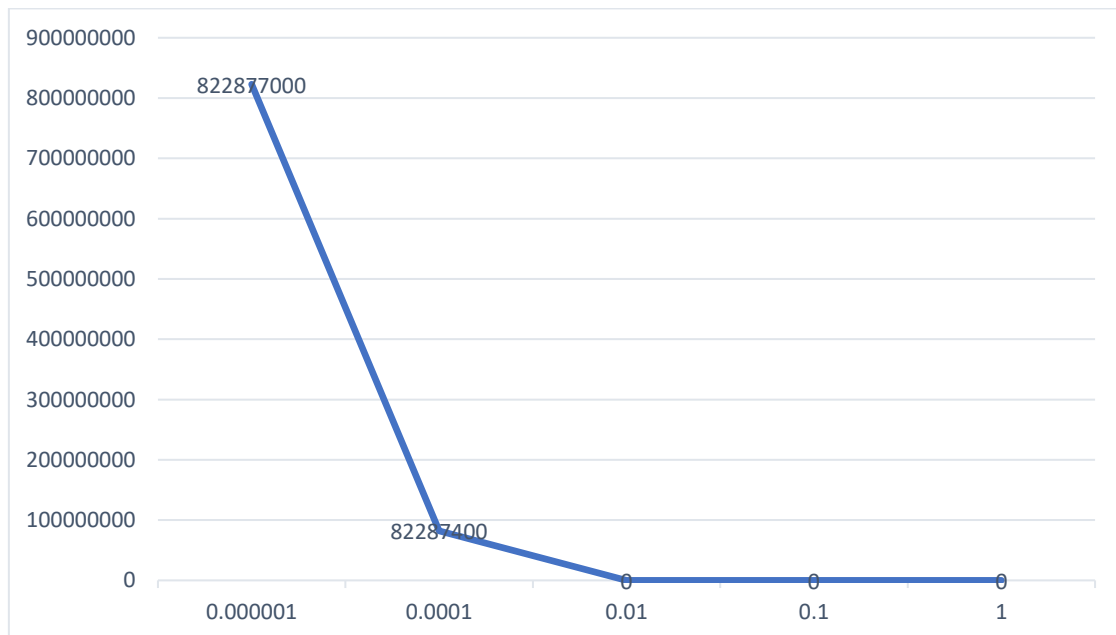


Рис. 2: Изменение числа обусловленности(cond) в зависимости от параметра p

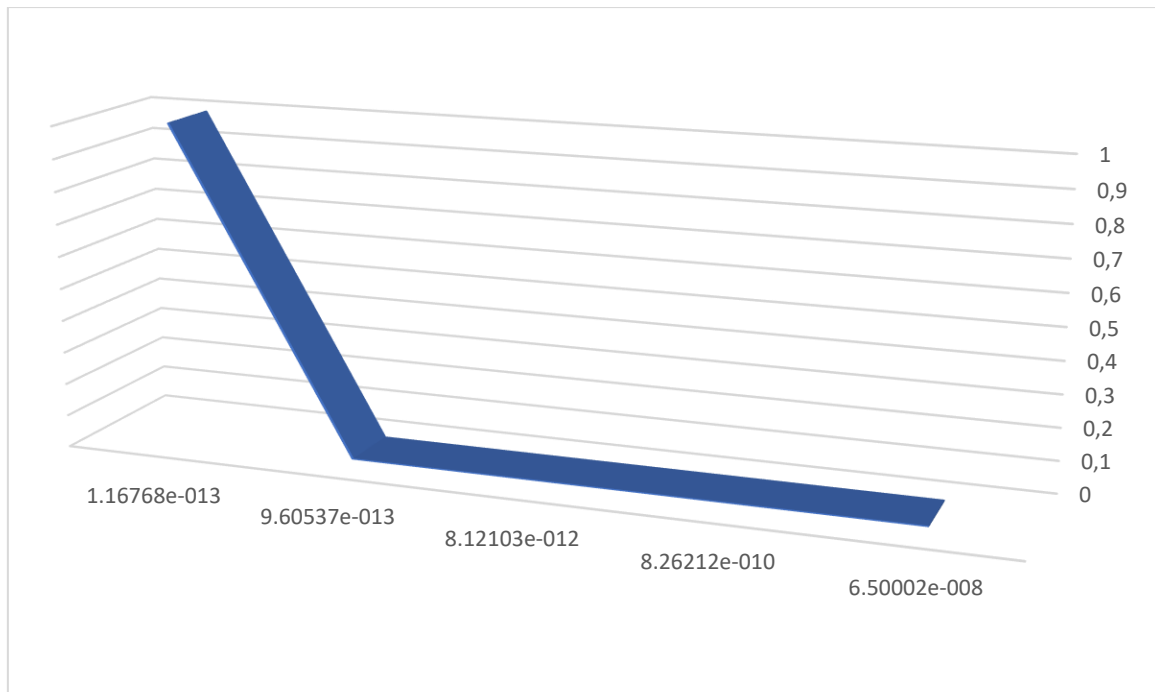


Рис. 3: Изменение нормы матрицы невязки($\|R\|$) в зависимости от параметра p

Для наглядности в качестве p можно взять совсем маленькое число и посмотреть, как сильно в таком случае будут изменяться число обусловленности(cond) и норма матрицы невязки($\|R\|$).

```
p = 0
Matrix A^(-1):
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
Cond - 7.86537e+017
||R|| = ||E - A * A^(-1)|| = 51.9375

p = 1e-015
Matrix A^(-1):
1.56543e+015 2.12784e+014 -2.93078e+014 2.51592e+015 -1.97252e+015 2.76424e+014 -4.83882e+014 1.86832e+015
-1.56543e+015 -2.12784e+014 2.93078e+014 -2.51592e+015 1.97252e+015 -2.76424e+014 4.83882e+014 -1.86832e+015
1.56543e+015 2.12784e+014 -2.93078e+014 2.51592e+015 -1.97252e+015 2.76424e+014 -4.83882e+014 1.86832e+015
-1.56543e+015 -2.12784e+014 2.93078e+014 -2.51592e+015 1.97252e+015 -2.76424e+014 4.83882e+014 -1.86832e+015
1.56543e+015 2.12784e+014 -2.93078e+014 2.51592e+015 -1.97252e+015 2.76424e+014 -4.83882e+014 1.86832e+015
1.56543e+015 2.12784e+014 -2.93078e+014 2.51592e+015 -1.97252e+015 2.76424e+014 -4.83882e+014 1.86832e+015
-1.56543e+015 -2.12784e+014 2.93078e+014 -2.51592e+015 1.97252e+015 -2.76424e+014 4.83882e+014 -1.86832e+015
1.56543e+015 2.12784e+014 -2.93078e+014 2.51592e+015 -1.97252e+015 2.76424e+014 -4.83882e+014 1.86832e+015
Cond - 1.28815e+018
||R|| = ||E - A * A^(-1)|| = 192.688
```

Рис. 4: изменения cond и $\|R\|$ при параметре $p = 1e-15$

```

p = 0
Matrix A^(-1):
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
Cond - 7.86537e+017
||R|| = ||E - A * A^(-1)|| = 51.9375

p = 1e-016
Matrix A^(-1):
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
9.55838e+014 1.29924e+014 -1.78951e+014 1.5362e+015 -1.20441e+015 1.68782e+014 -2.95455e+014 1.14078e+015
-9.55838e+014 -1.29924e+014 1.78951e+014 -1.5362e+015 1.20441e+015 -1.68782e+014 2.95455e+014 -1.14078e+015
Cond - 7.86537e+017
||R|| = ||E - A * A^(-1)|| = 103.875

```

Рис. 5: изменения cond и ||R|| при параметре $p = 1e-16$

Вывод:

Исходя из рис. 2 и 3, можно сказать, что при изменении параметра p в меньшую сторону увеличивается и число обусловленности(cond), и норма матрицы невязки(||R||). Также по рисункам 4 и 5 можно сказать, что $p = 1e-15$ – последний параметр, при котором обратная матрица заметно изменяется, а далее при $p = 1e-16$ элементы матрицы (А без изменения - $p = 0$) и элементы обратной матрицы приближенно равны, также равны их числа обусловленности.

Приложение

Листинг 1. main.cpp

```

#include <iostream>
#include <iomanip>
#include "inverse-matrix.hpp"

int main() {
    const int N = 8;
    double norma = 0, max = 0;

```

```

double p_values[] = {1.0, 0.1, 0.01, 0.0001, 0.000001};
double inverted[N][N];
double comp[N][N];
double R[N][N];
double work[N];
double cond = 0;
int ipvt[N];
double **lu = new double *[N];
double E[N][N] =
    {{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
     {0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
     {0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0},
     {0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0},
     {0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0},
     {0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0},
     {0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0},
     {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1}};

for (int k = 0; k < 5; k++) {
    std::cout << "p = " << p_values[k] << "\n";

    double matrix[N][N] =
        {{p_values[k] + 12, 3, 2, 0, -3, -8, 0, 0},
         {-6, 26, 0, -3, 8, 7, -7, 7},
         {-5, -2, -3, -4, -6, 1, 0, 7},
         {-6, -5, -4, -2, 8, 7, 4, -8},
         {-2, -3, 1, -2, 10, -8, 6, 0},
         {7, -7, 2, 2, 0, -24, -6, 4},
         {-3, -7, 0, 0, 6, 1, 13, 2},
         {-6, -3, 4, 0, 2, -8, 6, 11}};

    for (int i = 0; i < N; ++i) {
        lu[i] = new double[N];

        for (int j = 0; j < N; ++j) {
            lu[i][j] = matrix[i][j];

```

```

    }
}

decomp(N, lu, &cond, ipvt, work);

double vector[N];

for (int i = 0; i < N; i++) {
    for (int j = 0; j < N; j++) {
        vector[j] = 0;
    }
    vector[i] = 1.0;

    solve(N, lu, vector, ipvt);

    for (int j = 0; j < N; j++) {
        inverted[j][i] = vector[j];
    }
    vector[i] = 0;
}

std::cout << "Matrix A^(-1):" << std::endl;
for (int i = 0; i < N; i++) {
    for (int j = 0; j < N; j++) {
        std::cout << std::left << std::setw(9) << inverted[i][j] << " ";
    }
    std::cout << "\n";
}

for (int i = 0; i < N; i++) {
    for (int j = 0; j < N; j++) {
        comp[i][j] = 0;

        for (int p = 0; p < N; p++) {
            comp[i][j] += matrix[i][p] * inverted[p][j];
        }
    }
}

```

```

    }
}

for (int i = 0; i < N; i++) {
    for (int j = 0; j < N; j++) {
        R[i][j] = E[i][j] - comp[i][j];
        max += fabs(R[i][j]);
    }

    if (max > norma) {
        norma = max;
    };
}

std::cout << "Cond - " << cond << "\n"
    << "||R|| = ||E - A * A^(-1)|| = " << norma << "\n\n";

norma = 0;
}

return 0;
}

```