

## TILASTO

Erään erikoisen kaupungin kaikki asukkaat asuvat yhden rengaskadun varrella. Asukkaiden talot sijaitsevat vierekkäin tien varrella siten, että ne on numeroitu järjestyksessä  $1 \dots N$ . Koska katu muodostaa silmukan, ovat talot  $N$  ja  $2$  talon  $1$  naapureita. Kaupungin johto haluaa tutkia, miten talojen asukkaiden varallisuusjakaumat vaihtelevat kadun eri naapurustoissa. Naapurusto tarkoittaa yhtenäistä  $M$  vierekkäisen talon ketjua. Naapurustoja on  $N$  kappaletta. Naapurusto numero  $i$  koostuu  $M$  peräkkäisestä talosta niin, että ensimmäinen talo on  $i$ . Tämä tarkoittaa taloja  $i, \dots, i + M - 1$ , jos  $i + M - 1 \leq N$ , ja muuten taloja  $i, \dots, N$  sekä  $1, \dots, M - N + i - 1$  (jälkimmäisessä tapauksessa rengaskadun talojen numeroinnin siirtymäkohta  $N \rightarrow 1$  sijaitsee naapuruston sisällä).

Tehtävänäsi on laskea jokaisen  $N$  naapuruston osalta siihen kuuluvien talojen varallisuuksien  $K$ -kvantiilit, kun kunkin talon varallisuus tiedetään.  $M$  lukua sisältävän joukon  $A$   $K$ -kvantiilit ovat ne  $K$  lukuarvoa, joiden järjestysnumerot ovat  $M/K, 2M/K, 3M/K, \dots, KM/K$ , kun joukon  $A$  luvut on järjestetty kasvavaan järjestykseen. Yksittäisen naapuruston  $i$   $K$ -kvantiilit voidaan siis määrittää esim. seuraavasti:

1. Järjestetään naapurustoon  $i$  kuuluvien talojen varallisuudet kasvavaan järjestykseen.
2. Lasketaan askeleen pituus  $L = M/K$ .
3. Poimitaan kohdan 1 järjestetystä joukosta järjestysnumerot  $L, 2L, 3L, \dots, KL$  omaavat  $K$  alkioita. Huomaa, että tässä joukon pienin alkio omaa järjestysnumeron  $1$  ja suurin alkio järjestysnumeron  $KL = M$ .

Esimerkiksi jos  $M = 12$ ,  $K = 3$  ja tarkasteltavan naapuruston varallisuudet ovat  $1, 6, 8, 3, 7, 11, 5, 3, 10, 4, 7, 4$ , on joukko kasvavassa järjestyksessä  $1, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 10, 11$ . Askeleen pituus on  $L = M/K = 4$ .  $K$ -kvantiilit saadaan poimimalla järjestetystä joukosta järjestysnumerot  $L = 4, 2L = 8$  ja  $3L = 12$  omaavat alkiot eli arvot  $4, 7$  ja  $11$ , jotka oli alleviivattu edellisessä järjestetyssä listassa.

### SYÖTE

Sötetiedoston **tilasto.in** ensimmäisellä rivillä on arvot  $N$ ,  $M$  ja  $K$  toisistaan välilyönnein eroteltuina. Tätä seuraa  $N$  riviä, joista kullakin on yksi ei-negatiivinen kokonaisluku. Rivin  $1+i$  luku ilmoittaa talon numero  $i$  varallisuuden. Kukin syötetiedoston rivi päättyy rivinvaihtoon.

### TULOSTE

Vastaus kirjoitetaan tiedostoon **tilasto.out** siten, että ratkaisuarvo ilmoitetaan tiedoston ensimmäisellä ja ainoalla rivillä. Rivin tulee päättyä rivinvaihtoon. Tulostiedostoon ei tule kirjoittaa mitään ylimääräistä, kuten välilyöntejä, ylimääräisiä rivinvaihtoja tms.

Tehtävän ratkaisuarvo ilmaistaan kaikkien  $N$  naapuruston  $K$ -kvantiilien XOR-tarkistussummana, jolloin vastaus on yksi kokonaisluku (XOR-summa ei johda ylivuotoihin). C/C++-kielissä XOR-summaoperaattori on  $\wedge$ . XOR-summa voidaan laskea soveltamalla operaattoria lukuihin missä tahansa järjestyksessä. Esim. lukujen  $a$ ,  $b$  ja  $c$  XOR-summa  $a \wedge b \wedge c$  voidaan laskea järjestyksessä  $(a \wedge b) \wedge c$  tai  $a \wedge (b \wedge c)$ . Voit käyttää tehtävässä int-muuttujia varallisuusarvojen sekä niiden XOR-summan laskennassa.

**RAJOITTEET**

$$100 \leq N \leq 50\,000$$

$$5 \leq K \leq 100$$

$M = KL$ , missä  $L$  on jokin positiivinen kokonaisluku.

$$M < N$$

Kukin varallisuusarvo on ei-negatiivinen kokonaisluku ja  $\leq 10\,000\,000$ .

**ESIMERKKI**tilasto.in

```
8 6 3
9
9
0
8
5
1
3
6
```

tilasto.out

```
9
```

Esimerkin naapurustot sekä niiden  $K$ -kvantiilit:

Naapuruston numero	Naapuruston varallisuudet (suluissa: järjestettynä)	Naapuruston $K$ -kvantiilit
1	9, 9, 0, 8, 5, 1 (0, 1, 5, 8, 9, 9)	1, 8, 9
2	9, 0, 8, 5, 1, 3 (0, 1, 3, 5, 8, 9)	1, 5, 9
3	0, 8, 5, 1, 3, 6 (0, 1, 3, 5, 6, 8)	1, 5, 8
4	8, 5, 1, 3, 6, 9 (1, 3, 5, 6, 8, 9)	3, 6, 9
5	5, 1, 3, 6, 9, 9 (1, 3, 5, 6, 9, 9)	3, 6, 9
6	1, 3, 6, 9, 9, 0 (0, 1, 3, 6, 9, 9)	1, 6, 9
7	3, 6, 9, 9, 0, 8 (0, 3, 6, 8, 9, 9)	3, 8, 9
8	6, 9, 9, 0, 8, 5 (0, 5, 6, 8, 9, 9)	5, 8, 9

Ratkaisuarvo 9 on oikeanpuoleisimmassa sarakkeessa näytettyjen  $K$ -kvantiilien XOR-summa eli:

$$1 \wedge 8 \wedge 9 \wedge 1 \wedge 5 \wedge 9 \wedge 1 \wedge 5 \wedge 8 \wedge 3 \wedge 6 \wedge 9 \wedge 3 \wedge 6 \wedge 9 \wedge 1 \wedge 6 \wedge 9 \wedge 3 \wedge 8 \wedge 9 \wedge 5 \wedge 8 \wedge 9 = 9$$