# 155ADKG: Geometrické vyhledávání bodu

Datum opravy: 8.12.2017

Petra Millarová, Oleksiy Maybrodskyy

# Contents

# 1 Zadání

Následuje kopie oficiálního zadání úlohy. Autoři z nepovinných bodů zadání implementovali všechny kromě algoritmu pro automatcké generování nekonvexních polygonů.

# Úloha č. 1: Geometrické vyhledávání bodu

 $\textit{Vstup: Souvislá polygonová mapa n polygonů} \ \{P_1,...,P_n\}, \ \textit{analyzovaný bod} \ q.$ 

Výstup:  $P_i$ ,  $q \in P_i$ .

Nad polygonovou mapou implementujete následující algoritmy pro geometrické vyhledávání:

- Ray Crossing Algorithm (varianta s posunem těžiště polygonu).
- Winding Number Algorithm.

Nalezený polygon obsahující zadaný bod q graficky zvýrazněte vhodným způsobem (např. vyplněním, šrafováním, blikáním). Grafické rozhraní vytvořte s využitím frameworku QT.

Pro generování nekonvexních polygonů můžete navrhnout vlastní algoritmus či použít existující geografická data (např. mapa evropských států).

Polygony budou načítány z textového souboru ve Vámi zvoleném formátu. Pro datovou reprezentaci jednotlivých polygonů použijte špagetový model.

#### Hodnocení:

Krok	Hodnocení
Detekce polohy bodu rozlišující stavy uvnitř, vně na hranici polygonu.	10b
Ošetření singulárního případu u Winding Number Algorithm: bod leží na hraně polygonu.	+2b
Ošetření singulárního případu u obou algoritmů: bod je totožný s vrcholem jednoho či více polygonů.	+2b
Zvýraznění všech polygonů pro oba výše uvedené singulární případy.	+2b
Algoritmus pro automatické generování nekonvexních polygonů.	+5b
Max celkem:	21 b

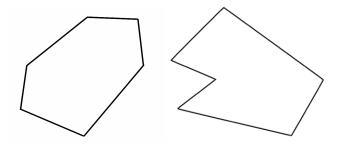
# 2 Popis a rozbor problému

Tato úloha se věnuje řešení praktického problému určování pozice uživatelem zadaného bodu q vůči polygonům načteným ze souboru. Jako implementaci si lze zjednodušeně představit zjišťování polohy konkrétního bodu kliknutím na digitální mapě.

Nechť ve dvojrozměrné kartézské soustavě existuje množina bodů tvořena **n** body. Uzavřením tohoto této množiny vznikne polygon. Polygon může nabývat jak konvexní, tak nekonvexní tvar.

Polygon je konvexní právě tehdy, když poloha všech bodů je vůči jakékoliv přímce procházející vedle polygonu, vždy na stejné straně.

Rozdíl mezi konvexním a nekonvexním polygonem je možné názorně vidět na obrázcích níže.



obr 1.:konvexní polygon (vlevo) a nekonvexní polygon (vpravo)

Pokud následně polygon rozdělíme na menší polygonové útvary, pak polohu zvoleného bodu q můžeme popsat následovně:

- 1. Bod q se nachází uvnitř polygonu  $q \in P_i$
- 2. Bod q se nachází vně všech polygonů  $q \notin P_i$
- 3. Bod se nachází na hraně jednoho  $q \notin P_i$  nebo dvou polygonů  $q \in P_{i,i+1}$
- 4. Bod je totožný s vrcholem jednoho polygonu nebo více polygonů  $q \in P_{i,i+1,...,i+n}$

Výpočet se bude provádět na základě metod **Ray Crossing** a **Winding Number** algoritmu a je popsán v následující kapitole.

# 3 Popisy algoritmů

V programu jsou použity následující algoritmy, avšak existují i další možnosti, jak polohu bodu určit (metoda pásů, Line Sweep algorithm aj.)

## 3.1 Ray crossing algorithm

Nechť existuje uzavřený polygon ve dvojrozměrné kartézské soustavě, tvořený **n** body. Nechť následně existuje bod q, kteréhož polohu se snažime určit. Proložíme-li bodem q nekonečný počet paprsků směrem k polygonu, pak pro jednotlivý paprsek nastane jedna z následujících situací:

- 1. počet průsečíků paprsku k je roven sudému počtu, pak se bod q nachází vně polygonu  $q \notin P_i$
- 2. počet průsečíků paprsku k je roven lichému počtu, pak se bod q nachází uvnitř polygonu  $q \in P_i$

Zároveň mohou nastat singularity, respektive jisté situace, kdy algoritmus "nefunguje" a nedokáže přímo nalézt správný výsledek. V algoritmu ray crossing se konkrétně jedná o tyto případy:

- 1. Bod se nachází na hraně jednoho  $q \in P_i$  nebo dvou polygonů  $q \in P_{i,i+1}$
- 2. Bod je totožný s vrcholem jednoho polygonu nebo více polygonů  $q \in P_{i,i+1,\dots,i+n}$

Řešením je posun, respektive redukce vrcholů polygonů směrem k poloze bodu q. Hledáný algoritmus je možné popsat následovně:

- 1. Inicializace bodů polygonu  $p_i$ , počet průsečíku = 0;
- 2. Redukce souřadnic x bodů polygonu k bodu q, respektivě k paprskovému segmentu,  $x_{i}' = x_{i} x_{q}$ .
- 3. Redukce souřadnic y bodů polygonu k bodu q, respektivě k paprskovému segmentu,  $y_{i}^{'}=y_{i}-y_{q}$ .
- 4. Znovu pro ostatní body daného polygonu  $p_i$
- 5. if  $(y_i' \le 0) \&\& (y_i + 1' > 0) \|(y_i' > 0) \&\& (y_i + 1' \le 0)$ .
- 6.  $x_{m}^{'} = (x_{i} + 1^{'}y_{i}^{'} x_{i}^{'}y_{i} + 1^{'})/(y_{i+1}^{'} y_{i}^{'}).$
- 7. Sčítaní počtu redukováných bodů, pro $x_{i}^{^{\prime}}>0$
- 8. Pokud je počet průsečíku sudý, pak  $q \in P$ , pokud není, pak  $q \notin P$

# 3.2 Winding Number Algorithm

Nechť existuje uzavřený polygon ve dvojrozměrné kartézské soustavě, tvořený pomocí **n** bodů. Nechť následně existuje bod q, polohu kteréhož se snažíme určit. Z pohledu bodu q provedeme orientaci směru, ze které se pak následně určí součet všech úhlů na jednotlivé body uvedeného polygonu.

Součtový úhel bude dále značen jako w. Výpočet je lepší provádět proti směru hodinových ručiček, jelikož v případě tohoto směru hodnota počítaných oběhů Winding Number  $\Omega$  nabývá kladných hodnot. Je třeba také pamatovat, že hodnota  $\Omega$  je uváděna v počtech oběhů a je záporná při oběhu po směru hodinových ručiček a kladná ve směru opačném. Do výpočtu také vstupuje tolerance  $\epsilon$ , která zahrnuje chyby vzniklé zaokrouhlováním a strojovou přesností. Dle uvedených matematických podmínek mohou nastat následující případy:

- 1.  $w=2\pi$ , pak  $q \in P_i$
- 2.  $w < 2\pi$ , pak  $q \notin P_i$

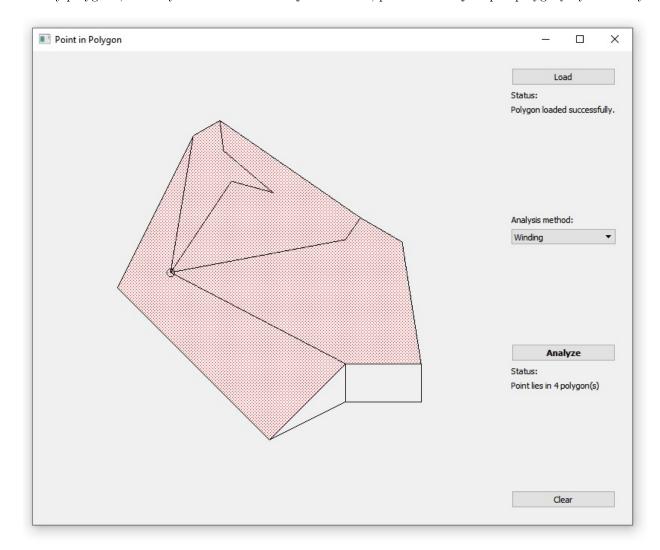
Níže je uveden algoritmus výpočtu:

- 1. Vstup  $\omega = 0$ , tolerance  $\epsilon$
- 2. Orientace z bodu q káždého následujícího bodu  $p_{i+1}$  od orientaci na bod  $p_i$
- 3. Určení úhlu  $\omega_i = \angle p_i, q, p_{i+1}$
- 4.  $\omega = \omega + \omega_i$ , pro bod vprávo od orientace na bod  $p_i$ , pokud je bod vlevo od orientace na bod  $p_i$ , pak  $\omega = \omega \omega_i$
- 5. Pokud platí podmínka ( $|\omega 2\pi| < \epsilon$ ), pak  $q \in P$
- 6. Pokud neplatí podmínka ( $|\omega 2\pi| < \epsilon$ ), pak  $q \notin P$

# 4 Problematické situace a singularity

# 4.1 Bod ležící na hraně polygonu nebo v jeho vrcholu

Do funkce pro určování zda se bod nachází vpravo nebo vlevo od přímky, byla přidána další návratová hodnota, která je vracena v případě, že bod neleží ani vpravo ani vlevo a zároveň se součet vzdáleností od bodů určujících přímku rovná vzdálenosti mezi těmito krajními body. V takovém případě leží bod na hraně polygonu. Tento postup také ošetřuje případ, kdy je testovaný bod identický s jedním z krajních bodů. Indexy polygonů, na kterých bod leží se ukládají do vektoru, podle kterého jsou pak polygony vybarvovány.



# 5 Vstupní data

Do programu vstupují dvě odlišné hodnoty:

- 1. analyzovaný bod  $\boldsymbol{q}$ .
- 2. soubor polygonů.

Analyzovaný bod q, vstupuje na základě ručního vstupu přes GUI, tedy zmačknutím levého tlačítka myší v grafickém okně.

Vstupní (.txt) soubor obsahuje polygony zadané jednotlivými body.

Struktura vstupních dat: počet polygonů v souboru počet bodů v následujícím polygonu souřadnice X daného polygonu souřadnice Y daného polygonu počet bodů v následujícím polygonu souřadnice X daného polygonu souřadnice Y daného polygonu počet bodů v následujícím polygonu atd...

Při vstupu textového souboru program tedy dostane zadaný počet bodů v polygonu a jejích rozměry, což značně ulehčuje následující prací. Souřadnice X a Y se sekvenčně ukládají do proměnné  $\mathbf{QPoint}$ , a následně do vektoru  $\mathbf{std}$ :: $\mathbf{vector} < \mathbf{QPoint} >$ , který se následně ukláda do proměnné typu  $\mathbf{std}$ :: $\mathbf{vector} < \mathbf{QPoint} >$ >, která slučuje všechny polygony.

# 6 Výstupní data

Výstupem je vizalizace řešení v grafickém okně a zároveň vypsání v kolika polygonech nakliknutý bod leží. Polygony, ve kterých bod leží, se zvýrazní červeně.

# 7 Ukázky aplikace

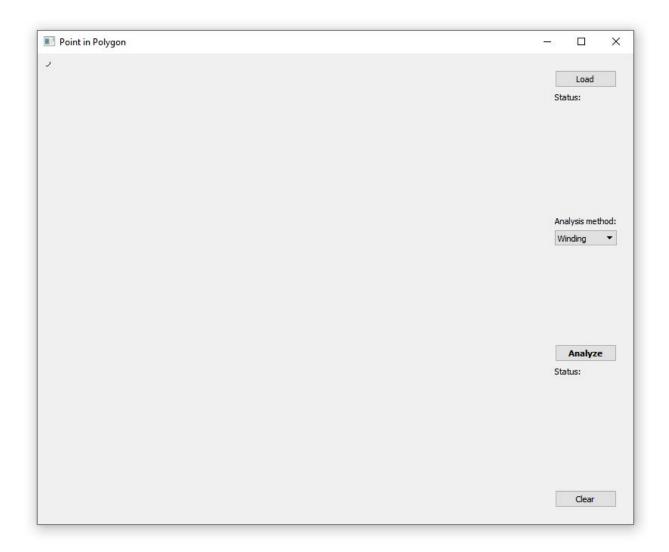


Figure 1: Aplikace po spuštění

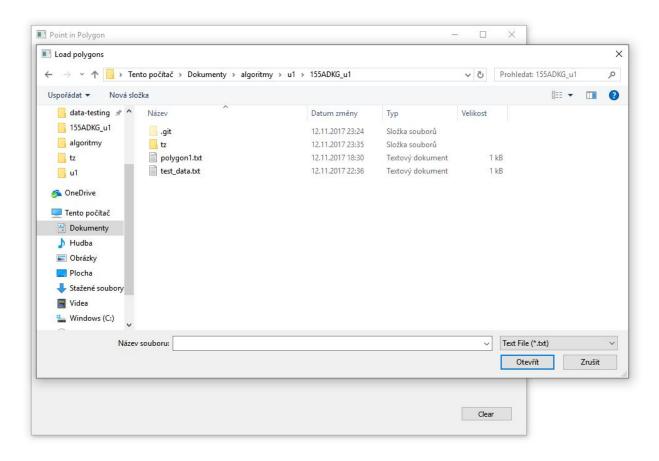


Figure 2: Načtení dat

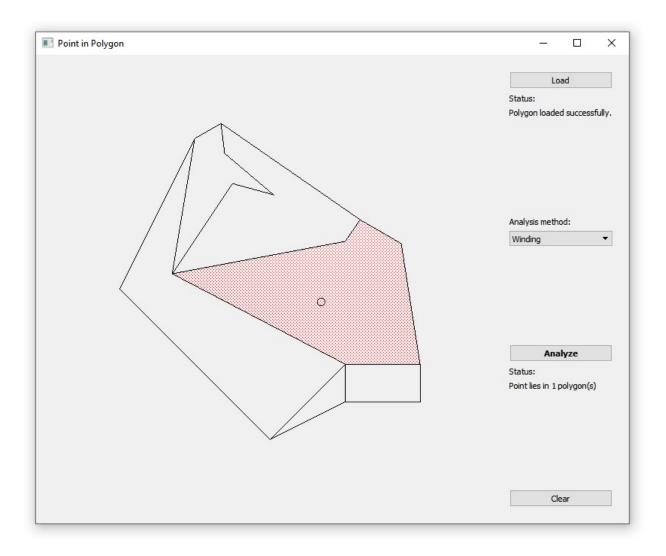


Figure 3: Po načtení a stisknutí tlačítka "Analyze"

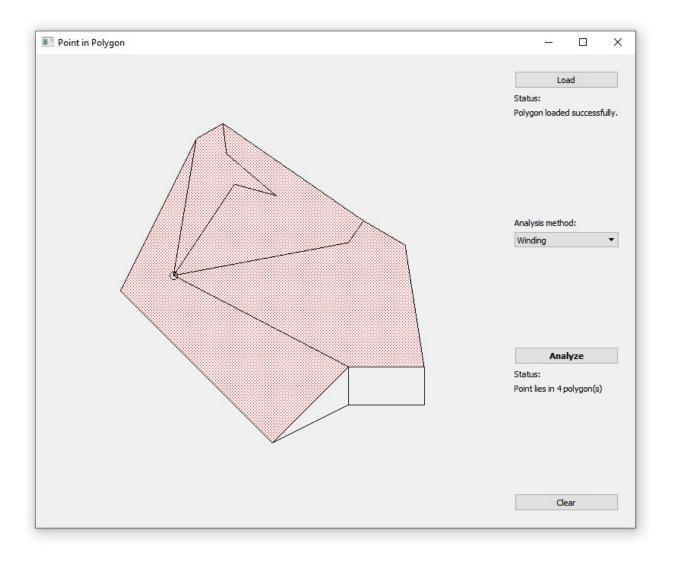


Figure 4: "Výstup s více polygony"

# 8 Dokumentace

## 8.1 Popis tříd

#### 8.1.1 Algorithms

Tato třída obsahuje algoritmy pro zjištění polohy uživatelsky zvoleného bodu. Součástí jsou i pomocné funkce pro výpočet úhlu mezi dvěma vektory, zjišťování polohy bodu vůči přimce a také funkce, které zajišťují otestování všech polygonů ve vektoru.

**getPosition** je funkce, která popisuje polohu bodu vůči linii. Do funkce vstupuji 3 hodnoty typu **QPoint**, které reprezentuji dva body na přímce a bod, jehož poloha se určuje. Návratová hodnota této funkce je celé číslo **intiger**, podle výsledku testování.

#### Input:

- 1. QPoint &q
- 2. QPoint &a
- 3. QPoint &b

#### **Output:**

- 0 bod leží vpravo od přímky
- 1 bod leží vlevo od přímky
- 2 bod leží na úsečce dané dvěma zadanými body

**getAngle** provádí výpočet úhlu mezi dvěmi vektory. Do funkce vstupuji 4 hodnoty typu **QPoint**, které reprezentuji hodnoty dvou vektorů. Návratová hodnota typu **double** představuje hodnotu velikosti úhlu v radiánech.

#### Input:

- 1. QPoint &p1
- 2. QPoint &p2
- 3. QPoint &p3
- 4. QPoint &p4

# Output:

• double

**getWindingPos** určuje polohu bodu vůči vektoru polygonů. Návratovou hodnotou je **bool** - *true* pokud bod leží uvnitř polygonu (nebo na jeho hraně/rohu) a *false* pokud leží mimo tento polygon.

#### Input:

- 1. QPoint &q
- 2. std :: vector < QPoint > pol

# Output:

 $\bullet$  bool

**getRayPos** určuje polohu bodu vůči vektoru polygonů. Návratovou hodnotou je **bool** - *true* pokud bod leží uvnitř polygonu (nebo na jeho hraně/rohu) a *false* pokud leží mimo tento polygon.

#### Input:

- 1. QPoint &q
- 2. std :: vector < QPoint > pol

## Output:

• bool

**iterateWindingPos** vraci vektor indexů polygonů, ve kterých se bod q nachází. Uvnitř funkce dochází k procházení všech polygonů a volání funkce **getWindingPos**.

### Input:

- 1. QPoint &q
- 2. std :: vector < std :: vector < QPoint >> pollist

## Output:

• std :: vector < int >

iterate $\mathbf{RayPos}$  vraci konkretní indexy polygonů, ve kterých se bod q nachází. Uvnitř funkce dochází k procházení všech polygonů a volání funkce  $\mathbf{getRayPos}$ .

#### Input:

- 1. QPoint &q
- 2. std :: vector < std :: vector < QPoint >> pollist

# Output:

• std :: vector < int >

#### 8.1.2 Draw

Třída  $\mathbf{Draw}$  slouží k vykreslování testovaného bodu q a vykreslování polygonů včetně jejich výplně s ohledem na umistění bodu q.

 $\mathbf{mousePressEvent}$  funkce slouži pro načítaní souřadnic bodu q do třídní proměnné z programu. Funkce nemá návratovou hodnotu.  $\mathbf{Input}$ :

1. QMouseEvent \*e

#### **Output:**

• void

paintEvent - tato funkce slouží k vykreslení dat a pokud je naplněn vektor s indexy polygonů, ve kterých leží bod zadaný uživatelem.

#### Input:

1. QPaintEvent \*e

#### **Output:**

• none

clear, funkce slouži k vyčištění dosavadních dat.

#### Input:

1. none

## Output:

• none

**loadData** funkce naplňuje vektor polygonu. Současti funkce jsou oznamení jednotlivých chyb v připadě špatných vstupných hodnot, nebo jejich neodstačující počet, nebo že načtení proběhlo úspěšně.

# Input:

- 1.  $constchar^*$  path
- 2. std::ifstream & file
- 3. QString &status

#### **Output:**

• none

## 8.1.3 Widget

Tato třída je vytvořena pro praci s grafickým rozhraním celého programu. Přes ní se provádí načtení souborů a grafické znázornění výsledků aplikace.

## on pushButton clear clicked

Provední obnovy programu.

## Input:

1. none

## Output:

• none

**on pushButton analyze clicked** provadi analýzu jednotlivých požádavku uživatele, jestli je požadovan algoritmus Ray nebo Winding Number provádí předzpracování dat. Zobrazi pomoci *label* výsledky na obrazovce.

#### Input:

1. none

#### Output:

1. none

**on pushButton load clicked** Primarní účel funkce je načtení dat z textového souboru .txt. Otevírá grafické rozhraní vyhledavání cesty k souboru.

#### Input:

1. none

## Output:

1. none

# 9 Závěr

Autoři splnili většinu bodů zadání a vznikl program, který načítá soubor polygonů, následně uživatele nechá umístit bod a po stisknutí tlačítka urči, zda a ve kterých polygonech bod leží. V této verzi technické zprávy byl upraven způsob zjištění, zda bod leží na hraně polygonu, změny jsou popsány v kapitole ??.

### 9.1 Náměty na vylepšení

Aplikace, ač funkční a splňující daný účel, má spoustu nedostatků, které by bylo dobré v budoucnu odstranit. Autoři zde uvádí pár těch nejzjevnějších.

Vykreslování dat: Aplikace bez problému vykreslí body, které se vejdou do jejího okna 665x605px. Problém nastává až tehdy, když jsou souřadnice větší než tato hodnota. Tato chyba jde odstranit vhodnou transformací okna (nebo souřadnic), která by probíhala na základě načtených dat.

Souřadnicové osy: Vykreslovací okno má v Qt, stejně jako ve většině podobných nástrojů, počátek souřadnic v levém horním rohu, kladnou osu x vpravo a kladnou osu y směrem dolů. Tento model se však neshoduje ani s geodetickými souřadnicemi používanými na našem území (kladná y doleva, kladná x dolů), ani s klasickým označením os (kladná x doprava, kladná y nahoru). Proto se body v současné verzi zobrazují jinak, než by možná uživatel očekával. Vhodným řešením by byla opět transformace.

Přesnější souřadnice: V současném stavu aplikace sice načítá data ve formátu double, avšak datová struktura std::vector<std::vector<QPoint» body načítá bez desetinných míst jako typ int. V Qt knihovnách existuje i datový typ QPointF, který ukládá body jako typ float. Změně však bude potřeba přizpůsobit porovnávání čísel v algoritmech.