Prédiction des feux de forêt grâce au Machine Learning

Yann Millet - 43_923

juin/juillet 2021

Introduction

Partie | : Présentation du projet Partie || : Les SVR à noyau Partie ||| : Mise en pratique Conclusion

I] Présentation du projet

Introduction

Partie | : Présentation du projet Partie || : Les SVR à noyau Partie || : Mise en pratique Conclusion

- I] Présentation du projet
- II] Les SVR à noyau

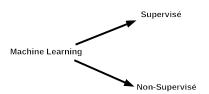
ntroduction

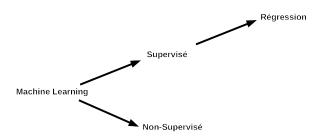
Partie | : Présentation du projet Partie || : Les SVR à noyau Partie ||| : Mise en pratique Conclusion

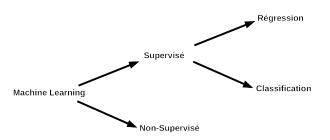
I] Présentation du projetII] Les SVR à noyauIII] Mise en pratique

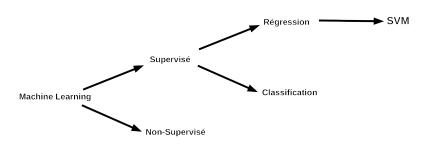
Machine Learning











Principe de fonctionnement
Fremulation mathématique
Première approche
Théorie de la dualité
Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa
D'un modèle linéaire à non-linéaire
Noyau, complexité et prédiction

$$h(x) = \langle \omega | x \rangle + \beta$$

x vecteur d'entrée ω poids de l'hyperplan eta intercept (ordonnée à l'origine)

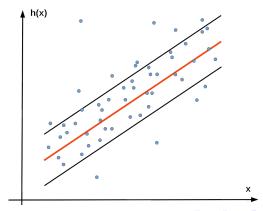
$$h(x) = \langle \omega | x \rangle + \beta$$

x vecteur d'entrée ω poids de l'hyperplan eta intercept (ordonnée à l'origine)

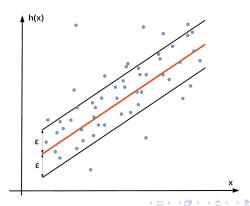
Erreur quadratique :

$$\sum_{i=1}^{N}(y_i-\hat{y}_i)^2$$

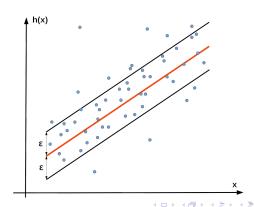
$$h(x) = \langle \omega | x \rangle + \beta$$



Formulation mathématique



$$\min_{\omega \in \mathbb{R}^n} \ \frac{1}{2} \|\omega\|^2$$

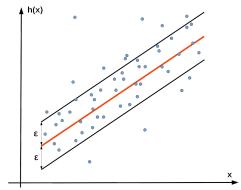


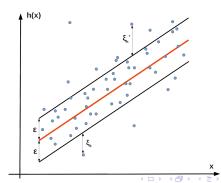
Formulation mathématique

$$\min_{\omega \in \mathbb{R}^n}$$

$$\min_{\omega \in \mathbb{R}^n} \ \frac{1}{2} \|\omega\|^2$$

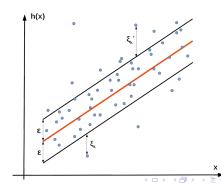
$$\left\{ \begin{array}{l} \forall k \in [\![1,N]\!], \quad y_k - \hat{y_k} \leqslant \varepsilon \\ \forall k \in [\![1,N]\!], \quad \hat{y_k} - y_k \leqslant \varepsilon \end{array} \right.$$





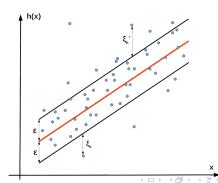
Principe de fonctionnement Formulation mathématique Première approche Théorie de la dualité Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa D'un modèle linéaire à non-linéaire Noyau, complexité et prédiction

$$\min_{\omega \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_k + \xi_k^*$$



$$\min_{\omega \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_k + \xi_k^*$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, & y_k - \hat{y_k} \leqslant \varepsilon + \xi_k \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, & \hat{y_k} - y_k \leqslant \varepsilon + \xi_k^* \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, & \xi_k, \xi_k^* \geqslant 0 \end{array} \right.$$



$$F: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^M$$

$$v \longmapsto (F_i(v))_{1 \leqslant i \leqslant M}$$

$$F: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^M$$

$$v \longmapsto (F_i(v))_{1 \leqslant i \leqslant M}$$

$$K = \{ v \in V \mid F_i(v) \leqslant 0 \ \forall i \in \llbracket 1, M \rrbracket \}$$

$$F: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^M$$

$$v \longmapsto (F_i(v))_{1 \leqslant i \leqslant M}$$

$$K = \{v \in V \mid F_i(v) \leqslant 0 \ \forall i \in \llbracket 1, M \rrbracket \}$$

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M, \quad \mathscr{L}(v,q) = J(v) + \langle q|F(v)\rangle$$

$$F: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^M$$

$$v \longmapsto (F_i(v))_{1 \leqslant i \leqslant M}$$

$$K = \{ v \in V \mid F_i(v) \leqslant 0 \ \forall i \in \llbracket 1, M \rrbracket \}$$

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M$$
, $\mathscr{L}(v,q) = J(v) + \langle q|F(v)\rangle$

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M$$
, $\mathscr{L}(u,q) \leqslant \mathscr{L}(u,p) \leqslant \mathscr{L}(v,p)$

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M$$
, $\mathscr{L}(u,q) \leqslant \mathscr{L}(u,p) \leqslant \mathscr{L}(v,p)$

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M$$
, $\mathscr{L}(u,q) \leqslant \mathscr{L}(u,p) \leqslant \mathscr{L}(v,p)$

$$\mathscr{I}(v) = \sup_{q \in \mathbb{R}^M_+} \mathscr{L}(v,q)$$

Principe de fonctionnement Théorie de la dualité Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M$$
, $\mathscr{L}(u,q) \leqslant \mathscr{L}(u,p) \leqslant \mathscr{L}(v,p)$

$$\mathscr{G}(v) = \sup_{q \in \mathbb{R}_+^M} \mathscr{L}(v,q)$$
 $\mathscr{G}(q) = \inf_{v \in U} \mathscr{L}(v,q)$

$$\mathscr{G}(q) = \inf_{v \in U} \mathscr{L}(v, q)$$

Principe de fonctionnement Théorie de la dualité Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa

$$\forall (v,q) \in V \times \mathbb{R}^M$$
, $\mathscr{L}(u,q) \leqslant \mathscr{L}(u,p) \leqslant \mathscr{L}(v,p)$

$$\mathscr{G}(v) = \sup_{q \in \mathbb{R}^M_+} \mathscr{L}(v,q)$$
 $\mathscr{G}(q) = \inf_{v \in U} \mathscr{L}(v,q)$

$$\mathscr{G}(q) = \inf_{v \in U} \mathscr{L}(v, q)$$

Theorem

(De dualité) Le couple (u, p) est un point-selle de \mathcal{L} sur $U \times \mathbb{R}^M \subset V \times \mathbb{R}^M$ si et seulement si :

$$\mathscr{I}(u) = \min_{v \in U} \left(\sup_{q \in \mathbb{R}^{M}_{+}} \mathscr{L}(v, q) \right) = \max_{q \in \mathbb{R}^{M}_{+}} \left(\inf_{v \in U} \mathscr{L}(v, q) \right) = \mathscr{G}(p)$$

Principe de fonctionnement Formulation mathématique Première approche Théorie de la dualité Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa D'un modèle linéaire à non-linéaire Noyau, complexité et prédiction

$$\mathcal{K} = \prod_{i=1}^n \llbracket a_i, b_i
rbracket$$

$$K = \prod_{i=1}^{n} \llbracket a_i, b_i \rrbracket$$

$$\begin{cases} \mathscr{L}(u_n, p_n) = \inf_{v \in V} \mathscr{L}(v, p_n) \\ p_{n+1} = P_{\mathbb{R}_+^M}(p_n + \mu \ F(u_n)) \end{cases}$$

Algorithme d'Uzawa : méthode du gradient avec projection pour le dual.

$$\mathscr{G}(q) = \inf_{v \in V} \mathscr{L}(v, q)$$

 $p_{n+1} = P_{\mathbb{R}^{M}_{+}}(p_n + \mu \, \mathscr{G}'(p_n))$

$$\begin{aligned} \textit{primal}: \left\{ \begin{array}{l} \min\left(\frac{1}{2}\|\omega\|^2 \ + \ C \sum_{i=1}^N \xi_k + \xi_k^* \right) \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad y_k - \langle \omega | x_k \rangle - \beta \leqslant \varepsilon + \xi_k \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \langle \omega | x_k \rangle + \beta - y_k \leqslant \varepsilon + \xi_k^* \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \xi_k, \xi_k^* \geqslant 0 \quad , \quad \xi_k \xi_k^* = 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$primal: \begin{cases} \min\left(\frac{1}{2}||\omega||^{2} + C\sum_{i=1}^{N} \xi_{k} + \xi_{k}^{*}\right) \\ \forall k \in [1, N], \quad y_{k} - \langle \omega | x_{k} \rangle - \beta \leqslant \varepsilon + \xi_{k} \\ \forall k \in [1, N], \quad \langle \omega | x_{k} \rangle + \beta - y_{k} \leqslant \varepsilon + \xi_{k}^{*} \\ \forall k \in [1, N], \quad \xi_{k}, \xi_{k}^{*} \geqslant 0 \quad , \quad \xi_{k} \xi_{k}^{*} = 0 \end{cases}$$

 $\textit{dual}: \begin{cases} \max\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(\alpha_{i}-\alpha_{i}^{*})(\alpha_{j}-\alpha_{j}^{*})\langle x_{i}|x_{j}\rangle\right. \\ \left.-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}(\alpha_{i}+\alpha_{i}^{*})+\sum_{i=1}^{N}y_{i}(\alpha_{i}-\alpha_{i}^{*})\right) \\ \sum_{i=1}^{N}(\alpha_{i}-\alpha_{i}^{*})=0 \\ \forall i \in \llbracket 1,N \rrbracket, \ 0 \leqslant \alpha_{i},\alpha_{i}^{*} \leqslant C \ , \ \alpha_{i}\alpha_{i}^{*}=0 \end{cases}$





Principe de fonctionnement Formulation mathématique Première approche Théorie de la dualité Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa D'un modèle linéaire à non-linéaire Noyau, complexité et prédiction

$$\phi: \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{R}^{n+m}$$

Principe de fonctionnement
Formulation mathématique
Première approche
Théorie de la dualité
Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa
D'un modèle linéaire à non-linéaire
Noyau, complexité et prédiction

$$\phi: \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{R}^{n+m}$$

$$primal: \begin{cases} \min\left(\frac{1}{2}\|\omega\|^2 + C\sum_{i=1}^{N} \xi_k + \xi_k^*\right) \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad y_k - \langle \omega|\phi(x_k) \rangle - \beta \leqslant \varepsilon + \xi_k \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \langle \omega|\phi(x_k) \rangle + \beta - y_k \leqslant \varepsilon + \xi_k^* \\ \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \xi_k, \xi_k^* \geqslant 0 , \quad \xi_k \xi_k^* = 0 \end{cases}$$

$$dual: \begin{cases} \max\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(\alpha_{i}-\alpha_{i}^{*})(\alpha_{j}-\alpha_{j}^{*})\langle\phi(x_{i})|\phi(x_{j})\rangle\right.\\ \left.-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}(\alpha_{i}+\alpha_{i}^{*})+\sum_{i=1}^{N}y_{i}(\alpha_{i}-\alpha_{i}^{*})\right)\\ \sum_{i=1}^{N}(\alpha_{i}-\alpha_{i}^{*})=0\\ \forall i\in \llbracket 1,N\rrbracket,\ 0\leqslant\alpha_{i},\alpha_{i}^{*}\leqslant C\ ,\ \alpha_{i}\alpha_{i}^{*}=0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \textit{primal} : \begin{cases} & \min\left(\frac{1}{2}||\omega||^2 \,+\, C \sum_{i=1}^N \xi_k + \xi_k^*\right) \\ & \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad y_k - \langle w | \phi(x_k) \rangle - \beta \leqslant \varepsilon + \xi_k \\ & \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \langle w | \phi(x_k) \rangle + \beta - y_k \leqslant \varepsilon + \xi_k^* \\ & \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \xi_k, \xi_k^* \geqslant 0 \quad, \quad \xi_k \xi_k^* = 0 \end{cases} \\ & \text{dual} : \begin{cases} & \max\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \langle \phi(x_i) | \phi(x_j) \rangle \\ & -\varepsilon \sum_{i=1}^N (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^N y_i(\alpha_i - \alpha_i^*) \right) \end{cases} \\ & \text{dual} : \end{cases} \\ & \begin{cases} & \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ & \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad 0 \leqslant \alpha_i, \alpha_i^* \leqslant C, \quad \alpha_i \alpha_i^* = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Principe de fonctionnement Formulation mathématique Première approche Théorie de la dualité Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa D'un modèle linéaire à non-linéaire Noyau, complexité et prédiction

Theorem

(de Mercer) Si K est une fonction continue, symétrique et semi-définie positive sur un espace E, alors K s'exprime comme un produit scalaire d'un espace de grande dimension.

Principe de fonctionnement
Formulation mathématique
Formulation mathématique
Théorie de la dualité
Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa
D'un modèle linéaire à non-linéaire
Noyau, complexité et prédiction

Theorem

(de Mercer) Si K est une fonction continue, symétrique et semi-définie positive sur un espace E, alors K s'exprime comme un produit scalaire d'un espace de grande dimension.

$$\forall (x_1, x_2) \in E , K(x_1, x_2) = \langle \phi(x_1) | \phi(x_2) \rangle$$

Theorem

(de Mercer) Si K est une fonction continue, symétrique et semi-définie positive sur un espace E, alors K s'exprime comme un produit scalaire d'un espace de grande dimension.

$$\forall (x_1, x_2) \in E$$
, $K(x_1, x_2) = \langle \phi(x_1) | \phi(x_2) \rangle$

$$\forall (x_1, x_2) \in (\mathbb{R}^n)^2, \ K(x_1, x_2) = e^{-\gamma ||x_1 - x_2||^2}$$

Principe de fonctionnement
Formulation mathématique
Formulation mathématique
Théorie de la dualité
Gradient avec projection et algorithme d'Uzawa
D'un modèle linéaire à non-linéaire
Noyau, complexité et prédiction

Complexité :

$$\Theta(\textit{n}_{\textit{caracteristique}} \times \textit{n}_{\textit{echantillon}}^2) \leqslant \textit{C}(\textit{n}_{\textit{c}}, \textit{n}_{\textit{e}}) \leqslant \Theta(\textit{n}_{\textit{caracteristique}} \times \textit{n}_{\textit{echantillon}}^3)$$

Prédiction :

$$\hat{y}(x) = \sum_{i \in SV} (\alpha_i - \alpha_i^*) \langle \phi(x_i) | \phi(x) \rangle + \beta$$

Caractéristiques du dataset Extraction, conversion, transformation 2 modèles, 2 divisions Mise à l'échelle Calcul des scores Entraînement et réglages

12 caractéristiques

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages

12 caractéristiques (position

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages

12 caractéristiques (position, date

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages
Résultats et commentaires

 12 caractéristiques (position, date, données météorologiques)

- 12 caractéristiques (position, date, données météorologiques)
- 1 résultat

- 12 caractéristiques (position, date, données météorologiques)
- 2 1 résultat (surface brûlée en hectares)

- 12 caractéristiques (position, date, données météorologiques)
- 1 résultat (surface brûlée en hectares)
- 517 échantillons

Caractéristiques du dataset Extraction, conversion, transformation 2 modèles, 2 divisions Mise à l'échelle Calcul des scores Entraînement et réglages Résultats et commentaires

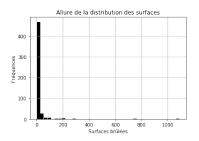
 $(lundi, ..., dimanche) \iff \llbracket 0, 6 \rrbracket$

```
(lundi, ..., dimanche) \iff \llbracket 0, 6 \rrbracket
(janvier, ..., décembre) \iff \llbracket 0, 11 \rrbracket
```

```
(lundi, ..., dimanche) \iff \llbracket 0, 6 \rrbracket
(janvier, ..., décembre) \iff \llbracket 0, 11 \rrbracket
X \mapsto ln(1+X)
```

(lundi, ..., dimanche)
$$\iff \llbracket 0, 6 \rrbracket$$

(janvier, ..., décembre) $\iff \llbracket 0, 11 \rrbracket$
 $X \longmapsto \ln(1+X)$



Caractéristiques du dataset Extraction, conversion, transformation 2 modèles, 2 divisions Mise à l'échelle Calcul des scores Entraînement et réglages Résultats et commentaires

```
# fabrication d'un second set pour un second modèle sur de petits incendies
# proportion d'échantillons de target < = 15 hectares (se donner une idée)
n = len(target)
s = 0
for i in range(n):
    if target_temp[i] <= 15:
        s += 1
# qui représentent +85% des échantillons (vu avec)
print(s/n)</pre>
```

0 8665377176015474

```
# fabrication d'un second set pour un second modèle sur de petits incendies
 # proportion d'échantillons de target < = 15 hectares (se donner une idée)
 n = len(target)
 s = 0
 for i in range(n):
     if target temp[i] <= 15:
         s += 1
 # aui représentent +85% des échantillons (vu avec)
 print(s/n)
  0 8665377176015474
# dans le module model selection, train test split pour diviser les data
from sklearn.model selection import train test split
# séparation en 2 jeux (un de train et un de test)
data_split = train_test_split(data, target, train_size=0.75, test size = 0.25.
                              random state = 70. shuffle=False)
data_train, data_test, target_train, target_test = data split
```

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages
Résultats et commentaires

moyenne = 0

- moyenne = 0

```
from sklearn.preprocessing import StandardScaler

scalerS = StandardScaler() # pour toutes Les données
scalerS2 = StandardScaler() # Les données ayant target <= 15 ha

scalerS.fit(data_train)
scalerS2.fit(dat_tra)

data_train_tr = scalerS.transform(data_train)
data_test_tr = scalerS.transform(data_test)
dat_tra_tr = scalerS2.transform(dat_tra)
dat_tst_tr = scalerS2.transform(dat_tst)</pre>
```

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages
Résultats et commentaires

RMSE

$$\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\hat{y}_i)^2}$$

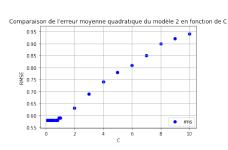
RMSE

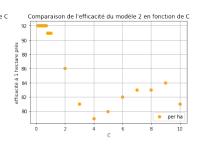
$$\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\hat{y}_i)^2}$$

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages
Résultats et commentaires

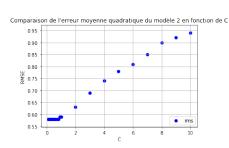
C=0.2 (par sérendipité puis confirmé par une heuristique (de 0.1 à 10))

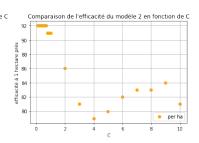
C=0.2 (par sérendipité puis confirmé par une heuristique (de $0.1\ {\rm a}\ 10))$





C=0.2 (par sérendipité puis confirmé par une heuristique (de $0.1\ {\rm a}\ 10))$





$$arepsilon \sim \sqrt{rac{ln(N)}{N}} \sim 10^{-1}$$
 (d'après le théorème de Vapnìk)

$$arepsilon \sim \sqrt{rac{ln(N)}{N}} \sim 10^{-1}$$
 (d'après le théorème de Vapnìk)

Theorem

(Approximation) Si la dimension VC (\sim complexité du modèle) d'un modèle est une petite fraction du nombre N de données, alors : erreur test \leqslant erreur train $+\sqrt{\frac{VC}{N}}$

$$arepsilon \sim \sqrt{rac{\ln(N)}{N}} \sim 10^{-1} \; (\mathrm{d'après} \; \mathrm{le} \; th\'eor\`eme \; de \; Vapnìk)$$

Theorem

(Approximation) Si la dimension VC (\sim complexité du modèle) d'un modèle est une petite fraction du nombre N de données, alors : erreur test \leqslant erreur train $+\sqrt{\frac{VC}{N}}$

Estimation : $VC \leq In(N)$

Caractéristiques du dataset
Extraction, conversion, transformation
2 modèles, 2 divisions
Mise à l'échelle
Calcul des scores
Entraînement et réglages
Résultats et commentaires

Paramètre gamma du noyau :

$$\gamma = \frac{1}{n_c}$$

Paramètre gamma du noyau :

$$\overline{\gamma = \frac{1}{n_c}}$$

```
### Partie initialisation de l'algorithme

from sklearn.svm import SVR
C= 0.2
eps = 1e-1

model = SVR(C=C, gamma='auto', kernel='rbf', epsilon= eps)
model.fit(data_train_tr, target_train)

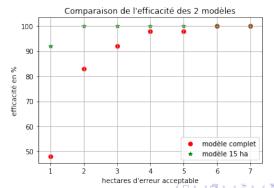
model2 = SVR(C=C, gamma='auto', kernel='rbf', epsilon=eps)
model2.fit(dat_tra_tr, targ_tra)
```

```
# prédictions model (encore sous forme logarithmique)
log_predictions = model.predict(data_test_tr)
predictions = [np.exp(X)-1 for X in log_predictions]

# prédictions model2 (encore sous forme logarithmique)
log_predictions2 = model2.predict(dat_tst_tr)
predictions2 = [np.exp(X)-1 for X in log_predictions2]
```

Résultats :

- Modèle 1 : RMSE = 1.68421 (max err 5.58 ha)(< 2% err rel)
- ② Modèle 2 : RMSE = 0.57849 (max err 1.16 ha)(< 1% err rel)



Introduction
Partie | : Présentation du projet
Partie || : Les SVR à noyau
Partie || || : Mise en pratique
Conclusion

Caractéristiques du dataset Extraction, conversion, transformation 2 modèles, 2 divisions Mise à l'échelle Calcul des scores Entraînement et réglages Résultats et commentaires

$$R^2 = 1 - \frac{u}{v}$$

u : RMSE sur les points extérieurs

v : RMSE sur tous les points

Introduction
Partie | : Présentation du projet
Partie || : Les SVR à noyau
Partie || || : Mise en pratique
Conclusion

Caractéristiques du dataset Extraction, conversion, transformation 2 modèles, 2 divisions Mise à l'échelle Calcul des scores Entraînement et réglages Résultats et commentaires

$$R^2 = 1 - \frac{u}{v}$$

u : RMSE sur les points extérieurs

v : RMSE sur tous les points

Premier modèle :

Caractéristiques du dataset Extraction, conversion, transformation 2 modèles, 2 divisions Mise à l'échelle Calcul des scores Entraînement et réglages Résultats et commentaires

$$R^2 = 1 - \frac{u}{v}$$

u : RMSE sur les points extérieurs

v : RMSE sur tous les points

Premier modèle :

0.9992233792590851

Second modèle :

Introduction
Partie | : Présentation du projet
Partie || : Les SVR à noyau
Partie || : Mise en pratique
Conclusion

En conclusion

Conditions nécessaires KKT : sous hypothèses de continuité et de dérivabilité de J et F, u est un extremum

$$u \in K, \ J'(u) + \sum_{i=1}^{M} p_i F'_i(u) = 0$$

Conditions nécessaires KKT : sous hypothèses de continuité et de dérivabilité de J et F, u est un extremum

$$u \in K, \ J'(u) + \sum_{i=1}^{M} p_i F'_i(u) = 0$$

Suffisantes sous hypothèse supplémentaire de convexité de J et F.

Si (u, p) point-selle de \mathcal{L} , alors :

$$(u,p) \in V \times \mathbb{R}_+^M$$
, $\langle p | F(u) \rangle = 0$

et

$$J'(u) + \langle p|F'(u)\rangle = 0$$

Introduction
Partie | : Présentation du projet
Partie || : Les SVR à noyau
Partie || : Mise en pratique
Conclusion

Annexes

Gradient avec projection:

$$\forall \mu > 0$$
, $\forall v \in K$, $\langle u - (u - \mu J'(u))|v - u \rangle \geqslant 0$

Gradient avec projection:

$$\forall \mu > 0 , \forall v \in K , \langle u - (u - \mu J'(u)) | v - u \rangle \geqslant 0$$

$$u = P_K(u - \mu J'(u))$$

Semi définie-positivité d'une fonction K (sur un espace mesurable/probabilisable) :

$$(x_1, x_2, \ldots, x_N), (\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_N) \in \mathbb{R}, \sum_{i,j}^N K(x_i, x_j) \mu_i \mu_j \geqslant 0$$

Theorem

(de Vapnìk) pour p la probabilité d'obtenir un jeu d'entraînement non représentatif des données générales, N le nombre de données du jeu d'entraînement et VC la dimension VC du modèle entraîné, alors avec une probabilité 1-p l'erreur de prédiction du modèle sur les données de test ne diffère de celle sur les données d'entraînement que d'une marge

$$\sqrt{rac{VC(1+log(rac{N}{VC}))+log(rac{1}{4p})}{N}}$$

39/50

```
### Partie extraction des données
# import bibliothèque traitement des fichiers tableur + ouverture du document
import xlrd
doc = xlrd.open workbook('C:/Users/Yann/Desktop/prepa/20 21/tipe/forestfires.csv')
# extraction première (et seule) feuille du fichier + ses dimensions
feuille = doc.sheet by index(0)
lignes, colonnes = feuille.nrows, feuille.ncols
import numpy as np
# extraction noms des caractéristiques
feature names = []
for i in range(colonnes-1): # -1 pour enlever la dernière colonne (résultats)
    # on prend pas les coordonnées (colonnes 0 et 1)
    if i >= 2:
        feature names.append(feuille.cell value(rowx = 0, colx = i))
# convertir les mois et les jours de chaîne en entiers
month = ['jan', 'feb', 'mar', 'apr', 'mav', 'jun', 'jul', 'aug', 'sep', 'oct', 'nov', 'dec']
day = ['mon', 'tue', 'wed', 'thu', 'fri', 'sat', 'sun']
def month 2 int(i):
    n = len(month)
    for k in range(n):
        if feuille.cell_value(rowx = i, colx = 2) == month[k]:
            return k
def day 2 int(i):
    n = len(dav)
    for k in range(n):
        if feuille.cell value(rowx = i, colx = 3) == dav[k]:
            return k
```

```
# extraction données dans tableau numpy (scikit avec type Bunch)
data list = []
for i in range(1, lignes):
    elem = []
    for j in range(colonnes-1):
        # omission volontaire des colonnes de coordonnées 0 et 1
        if i >= 4:
           elem.append(float(feuille.cell_value(rowx = i, colx = j)))
        elif j == 2: # mois transformés
            elem.append(month 2 int(i))
        elif i == 3: # jours transformés
           elem.append(day_2_int(i))
    data list.append(elem)
    elem = []
data = np.arrav(data list)
# mettre les taraets dans un tableau numpy de 1 colonne taraet
target temp = []
for i in range(1, lignes):
    target temp.append(float(feuille.cell value(rowx=i, colx= 12)))
target = np.array([np.log(1+X) for X in target temp]) # transfo logarithmique
# rapprocher valeurs des abscisses (sans ca: imprécisions pour grandes valeurs)
fire= [data, feature names, target]
```

```
# fabrication d'un second set pour un second modèle sur de petits incendies
# proportion d'échantillons de target < = 15 hectares (se donner une idée)
n = len(target)
s = 0
for i in range(n):
   if target_temp[i] <= 15:
        s += 1
        qui représentent +85% des échantillons (vu avec)
print(s/n)</pre>
```

```
from sklearn.preprocessing import StandardScaler

scalerS = StandardScaler() # pour toutes Les données
scalerS2 = StandardScaler() # Les données ayant target <= 15 ha

scalerS.fit(data_train)
scalerS2.fit(dat_tra)

data_train_tr = scalerS.transform(data_train)
data_test_tr = scalerS.transform(data_test)
dat_trair = scalerS.transform(dat_train)
dat_tst_tr = scalerS.transform(dat_tta)
dat_tst_tr = scalerS.transform(dat_tta)
```

```
# méthode de recherche heuristique de C (ici pour le modèle 2)
Y3, Y4 = [1, [1
CC = [i/10 \text{ for i in } range(1,10)] + [i \text{ for i in } range(1,11)]
for C in CC:
    model2 = SVR(C=C, gamma='auto', kernel='rbf', epsilon=eps)
    model2.fit(dat tra tr, targ tra)
    log predictions2 = model2.predict(dat tst tr)
    predictions2 = [np.exp(X)-1 for X in log predictions2]
    rms, per = score(targ_tst, predictions2, eps=1)
    Y3.append(round(100*rms)/100), Y4.append(per)
import matplotlib.pvplot as plt
rms graph = plt.scatter(CC,Y3, color='blue', marker='o')
plt.grid()
plt.xlabel("C")
plt.ylabel("RMSE")
plt.title("Comparaison de l'erreur moyenne quadratique du modèle 2 en fonction de C")
plt.legend([rms_graph], ['rms'], loc='lower_right')
plt.show()
per graph = plt.scatter(CC.Y4, color='orange')
plt.grid()
plt.xlabel("C")
plt.ylabel("efficacité à 1 hectare près")
plt.title("Comparaison de l'efficacité du modèle 2 en fonction de C")
plt.legend([per graph], ['per ha'], loc='lower right')
plt.show()
```

```
### Partie initialisation de l'algorithme

from sklearn.svm import SVR
C= 0.2
eps = 1e-1

model = SVR(C=C, gamma='auto', kernel='rbf', epsilon= eps)
model.fit(data_train_tr, target_train)

model2 = SVR(C=C, gamma='auto', kernel='rbf', epsilon=eps)
model2.fit(dat_tra_tr, targ_tra)
```

```
# prédictions model (encore sous forme logarithmique)
log_predictions = model.predict(data_test_tr)
predictions = [np.exp(X)-1 for X in log_predictions]
# prédictions model2 (encore sous forme logarithmique)
log_predictions2 = model2.predict(dat_tst_tr)
predictions2 = [np.exp(X)-1 for X in log_predictions2]
```

- Le 230ème vecteur de support est le vecteur numéro 248 du jeu de départ.
- Les 10 coordonnées de ce vecteur dans l'espace de départ sont
- 2.02855139 -0.96914545 -0.68367344 -0.06864065]
- Son coefficient dual est -0.2

```
X, Y1, Y2 = [], [], []
for i in range(1,8):
    Y1.append(score(target_test, predictions, eps=i)[1])
    Y2.append(score(targ_tst, predictions2, eps=i)[1])
    X.append(i)
```

```
mod1 = plt.scatter(X,Y1, color='red', marker='o')
mod2 = plt.scatter(X,Y2, color='green', marker='*')
plt.grid()
plt.xlabel("hectares d'erreur acceptable")
plt.ylabel("efficacité en %")
plt.title("Comparaison de l'efficacité des 2 modèles")
plt.legend([mod1,mod2], ['modèle complet','modèle 15 ha'], loc='lower right')
```

```
### Partie visualisation de la précision des prédictions
def visu diff abs(pred, target):
    # visualiser la différence absolue entre deux tableaux
    tst = len(target)
    return [round(abs(target[k]-pred[k])*100)/100 for k in range(tst)]
def visu diff rel(pred, target):
    # visualiser la différence relative entre deux tableaux
    tst = len(target)
    L = [1
    for i in range(tst):
        if target[i] == 0:
            L.append((-1)*round(abs(target[i]-pred[i])*100)/100)
            continue
        L.append(round(abs((target[i]-pred[i])/target[i])*10000)/100)
    return L
diff_abs = visu_diff_abs(predictions, target_test)
diff_abs2 = visu_diff_abs(predictions2, targ_tst)
diff rel = visu diff rel(predictions, target test)
diff rel2 = visu diff rel(predictions2, targ tst)
```

print(sorted(diff abs))

[0.02, 0.66, 0.07, 0.11, 0.13, 0.13, 0.14, 0.16, 0.16, 0.17, 0.25, 0.27, 0.28, 0.29, 0.31, 0.31, 0.32,

print(sorted(diff_abs2))

[0.0, 0.68, 0.08, 0.09, 0.09, 0.09, 0.1, 0.1, 0.1, 0.11, 0.11, 0.11, 0.11, 0.11, 0.11, 0.11, 0.11, 0.12, 0.12, 0.13, 0.1

print(sorted(diff rel))

[-1.89, -1.89, -1.81, -1.76, -1.75, -1.75, -1.69, -1.61, -1.58, -1.46, -1.42, -1.39, -1.38, -1.33, -1.31, -1.31, -1.3, -

print(sorted(diff rel2))

[-0.54, -0.46, -0.43, -0.39, -0.35, -0.31, -0.3, -0.29, -0.28, -0.28, -0.28, -0.27, -0.27, -0.27, -0.24, -0.24, -0.24, -0.23, -0.29, -0

Pour le premier modèle :

```
# calcul R^2 premier modèle (sur les données d'entrainement)
p = [np.exp(X)-1 for X in model.predict(data_train_tr)]
n = len(model.support_) # nb de SV

u, v = 0, 0
for i in range(n):
    v += (target_train[i]-p[i])**2
    if not i in model.support_:
        u += (target_train[i]-p[i])**2
print(1-u/v)
0.9992233792590851
```

Pour le second modèle :