

## Suites

**Convergence** :  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = l$

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, |x_n - l| < \varepsilon.$$

Cauchy :  $\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n, m \geq N, |x_n - x_m| < \varepsilon.$

**Non-convergence** :  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq l$

$$\exists \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N, |x_n - l| \geq \varepsilon.$$

**Divergence** :  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \pm\infty$

$$\forall M > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, x_n > M \text{ (ou)} x_n < -M.$$

**Non-divergence** :  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq \pm\infty$

$$\exists M > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N, x_n \leq M \text{ (ou)} x_n \geq -M.$$

## Outils

- Sandwich.
  - Cauchy  $\iff$  convergence.
  - $x_n \nearrow$  et  $x_n$  bornée sup.  $\implies$  convergence.
  - Opérations.
- 

## Série

Definition :  $s_n := \sum_{k=0}^n a_k$ .

Garder en tête :

$$\sum \frac{1}{n^\alpha} \begin{cases} < \infty & \text{si } \alpha > 1 \\ \infty & \text{si } \alpha \leq 0 \end{cases} .$$

## Outils

- Convergence  $\iff$  queue de série  $\rightarrow 0$ .
- $x_n \rightarrow \neq 0 \implies$  divergence.
- $\sum x_n \leq \sum |x_n| < \infty$ .
- $\infty = \sum x_n \leq \sum |x_n| = \infty$ .
- Critère de Leibnitz sur les séries alternées.
- Comparaison **direct** (1er critère).
- Comparaison de **croissance** (2ème critère).
- Similitude de comportement (3ème critère).
- Quotient d'Alembert.
- Racine de Cauchy.
- Condensation ( $p_n \searrow$ ).
- Raabe-Duhamel.

## Fonction