

# Particle Swarm Optimization (PSO)

Módulo 4 : Técnicas computacionales avanzadas para modelar fenómenos sociales  
Concentración en Economía Aplicada y Ciencia de Datos  
ITESM

2 de noviembre de 2022



# Particle Swarm Optimization (PSO)

- El algoritmo Particle Swarm Optimization (PSO) fue desarrollado por [Kennedy and Eberhart \(1995\)](#) y es reconocido como uno de los algoritmos de *swarm intelligence* más utilizados por su sencillez y flexibilidad.
- No utiliza operadores genéticos, como cruza y mutación.
- No necesita codificar ni decodificar las variables de decisión.

# Swarm Intelligence

La inteligencia de enjambre se basa en el comportamiento emergente de muchos individuos para resolver, en colectivo, problemas difíciles .



(a) Bandada de aves



(b) Cardumen de peces

# Swarm Intelligence

Craig Reynolds desarrolló en 1987 un simulador para comprender los atributos del comportamiento emergente en bandadas de aves. A partir de la observación de estas, infirió las siguientes reglas:

- **Alignment:** los individuos siguen el rumbo promedio de sus vecinos para seguir una dirección similar a la del grupo.
- **Cohesion:** Un individuo debe moverse hacia la posición promedio de sus vecinos para mantener la formación del grupo.
- **Separation:** Un individuo debe evitar amontonarse o chocar con sus vecinos para asegurarse de que los individuos no colisionen, interrumpiendo al grupo.

# Swarm Intelligence

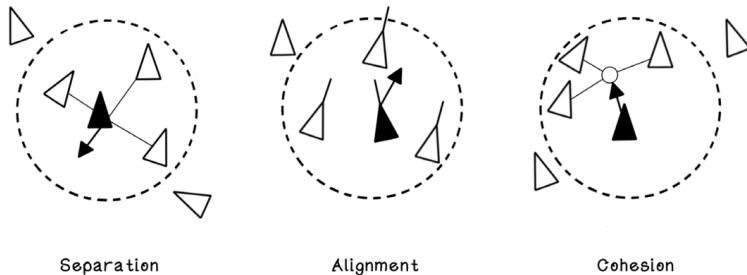


Figure 7.2 Rules that guide a swarm

Figura: Tomado de [Hurbans \(2020\)](#)

# Particle Swarm Optimization (PSO)

PSO involucra a un grupo de individuos en diferentes puntos del espacio de búsqueda, cada uno guiado por principios de acción colectiva de la vida natural para encontrar una solución óptima.

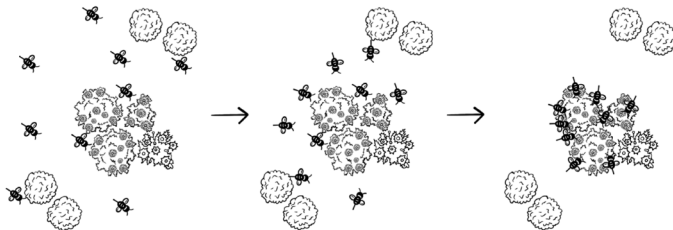


Figure 7.3 A bee swarm converging on its goal

Figura: Tomado de [Hurbans \(2020\)](#)

# Particle Swarm Optimization (PSO)

- PSO explora el espacio de búsqueda de una función objetivo al ajustar las trayectorias de agentes individuales, *partículas*.
- El movimiento de las partículas consiste en dos mecanismos: uno estocástico y otro determinístico.
- Cada partícula es atraída hacia la posición del mejor global hasta el momento,  $\mathbf{g}^*$ , y su propia mejor ubicación  $\mathbf{x}_i^*$ , mientras que al mismo tiempo tiene una tendencia a moverse de forma aleatoria.

# Particle Swarm Optimization (PSO)

- Cuando una partícula encuentra una ubicación que es mejor que cualquiera encontrada previamente, PSO actualiza la ubicación como la nueva mejor hasta el momento para la partícula  $i$ .
- Durante las iteraciones, hay una mejor ubicación para todas las  $n$  partículas.
- El objetivo de PSO es encontrar la mejor ubicación global entre todas las mejores soluciones individuales hasta que se cumpla el criterio de terminación.



# Particle Swarm Optimization (PSO)

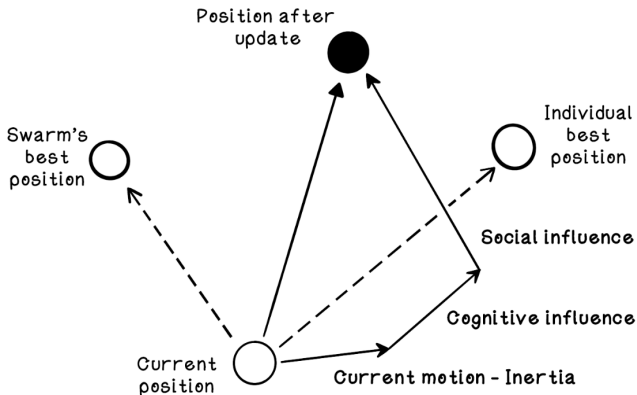


Figure 7.22 The intuition of the factors influencing velocity updates

Figura: Tomado de [Hurbans \(2020\)](#)

# Algoritmo PSO (Yang, 2020)

---

## Algorithm 1: pso

---

**Input:** Función objetivo  $f(\mathbf{x})$

**Output:** Óptima o mejor solución

Inicializar ubicaciones  $\mathbf{x}_i$  y velocidades  $\mathbf{v}_i$  de  $n$  partículas

Encontrar  $\mathbf{g}^*$  de  $\min\{f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_n)\}$  en  $t = 0$

**while**  $t < \text{Generaciones}$  **do**

**for each** partícula **do**

        Genera nueva velocidad  $\mathbf{v}_i^{t+1}$  usando la ecuación:

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = \mathbf{v}_i^t + \alpha \epsilon_1 [\mathbf{g}^* - \mathbf{x}_i^t] + \beta \epsilon_2 [\mathbf{x}_i^{*(t)} - \mathbf{x}_i^t]$$

        Calcula la nueva ubicación  $\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1}$

        Evalúa la función objetivo en la nueva ubicación  $\mathbf{x}_i^{t+1}$

        Encuentra el actual mejor para cada partícula  $\mathbf{x}_i^*$

**end for**

    Encuentra el actual mejor global  $\mathbf{g}^*$

    Actualiza  $t = t + 1$

**end while**

---

# Particle Swarm Optimization (PSO)

Sean  $\mathbf{x}_i$  y  $\mathbf{v}_i$  los vectores de posición y velocidad para la partícula  $i$ , respectivamente. El vector de velocidad se actualiza con la siguiente fórmula:

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = \mathbf{v}_i^t + \alpha\epsilon_1[\mathbf{g}^* - \mathbf{x}_i^t] + \beta\epsilon_2[\mathbf{x}_i^{*(t)} - \mathbf{x}_i^t] \quad (1)$$

donde  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  son vectores aleatorios, distribuidos de forma uniforme entre 0 y 1.

Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros de aprendizaje o constantes de aceleración.

# Particle Swarm Optimization (PSO)

La velocidad inicial de una partícula puede ser determinada como cero, esto es,  $\mathbf{v}_i^{t=0} = 0$ . La nueva posición se actualiza con la siguiente expresión:

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \Delta t \quad (2)$$

donde  $\Delta t$  es el incremento de tiempo.

Aunque  $\mathbf{v}_i$  puede tomar cualquier valores, usualmente está acotado por algún rango  $[0, \mathbf{v}_{max}]$

# References I

- Hurbans, R. (2020). *Grokking Artificial Intelligence Algorithms*. Manning Publications.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, volume 4, pages 1942–1948. IEEE.
- Yang, X.-S. (2020). *Nature-inspired optimization algorithms*. Academic Press.