
Not Everyone Ages Gracefully: Fiscal Adjustments to Exogenous Shocks in Three Latin American Countries

Judith Méndez, Hermilo Cortés, Edmundo Molina y Héctor Villareal

3 de Noviembre 2025

Métodos

Métodos

Se desarrolló un **Modelo de Generaciones Traslapadas de Agentes Heterogéneos Dinámico y Estocástico (DSOLG)** para estimar cambios en la política fiscal.

Al contrario de los modelos de horizonte infinito de agente representativo, este enfoque permite incorporar (Nishiyama & Smetters, 2014) :

- **Propiedades del ciclo de vida** que son importantes para determinar las elecciones de ahorro y oferta de trabajo.
- **Heterogeneidad intra-generacional** en los hogares, que es necesaria para analizar el impacto de cambios de política en la distribución de ingreso y la riqueza.
- **Heterogeneidad inter -generacional** en los hogares para analizar el timing de los impuestos y sus efectos sobre la distribución intergeneracional.

Una generación de modelos OLG son los que incorporan incertidumbre en forma de **shocks idiosincráticos a nivel de los hogares** (ingresos laborales, riesgo de longevidad, etc) y **determinismo en las variables agregadas** (Nishiyama & Smetters, 2014)

Los shocks idiosincráticos afectan de forma diferenciada a los agentes, de manera que responden de forma heterogénea dentro de un cohorte (Fehr & Kindermann, 2018)¹

¹Al contrario del enfoque de agente representativo donde implícitamente se define que los individuos pueden cubrirse contra cualquier forma shock idiosincrático

Métodos

Estos modelos son utilizados para calcular **efectos de transición de cambios de política de un estado estacionario al siguiente.**

Con la dinámica de la transición se utiliza también para analizar los **impactos en el bienestar de reformas de la política fiscal** que pueden beneficiar a futuras generaciones a costa de las generaciones de la transición.

El modelo aquí presentado pertenece a esta generación de modelos OLG.

Es un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico que incorpora riesgos idiosincráticos en la productividad laboral.

Modelo

Demografía

- En cada periodo t , la economía está poblada por J generaciones traslapadas indizadas por $j = 1, \dots, J$.
- El modelo integra el llamado **margin intensivo de la informalidad**, específicamente a los trabajadores que se emplean en unidades económicas formales pero que no cuentan con una relación patronal ni beneficios laborales definidos en la Ley, ni seguridad social².
- El modelo incorpora trabajadores **informales** que laboran en unidades económicas formales y trabajadores **formales**³.

²El **margin intensivo de la informalidad** es aún mas grande, pues contempla a las trabajadoras que se emplean en el **sector informal**. El INEGI define al sector informal como las actividades económicas que operan con recursos del hogar, sin constituirse formalmente como empresas, donde no se logra distinguir entre la unidad económica y el hogar. Es decir, hay dos formas de conceptualizar la informalidad : de acuerdo al sector económico donde se emplea la trabajadora y por la condición laboral

³El modelo podría considerar a los trabajadores informales que se emplean en el sector informal al considerar unidades económicas que enfrentan una función de producción que usa únicamente el factor trabajo

Matriz Hussmanns

Tipo de unidad económica empleadora	Posición en la ocupación y condición de informalidad												Total
	Trabajadores subordinados y remunerados ¹				Empleadores	Trabajadores por cuenta propia		Trabajadores no remunerados ³		Subtotal por perspectiva de la unidad económica y/o laboral			
	Asalariados		Con percepciones no salariales ²										
	Informal	Formal	Informal	Formal		Informal	Formal	Informal	Formal	Informal	Formal		
Sector informal													
Trabajo doméstico remunerado													
Empresas, Gobierno e Instituciones ⁴													
Ámbito agropecuario													
Subtotal													
Total													

Figure 1: Tomado de INEGI

Matriz Hussmanns

Tipo de unidad económica empleadora	Posición en la ocupación y condición de informalidad											Total		
	Trabajadores subordinados y remunerados ¹				Empleadores	Trabajadores por cuenta propia		Trabajadores no remunerados ³		Subtotal por perspectiva de la unidad económica y/o laboral				
	Asalariados		Con percepciones no salariales ²			Informal		Formal		Informal				
	Informal	Formal	Informal	Formal		Informal	Formal	Informal	Formal	Informal	Formal			
Sector informal														
Trabajo doméstico remunerado														
Empresas constituidas en sociedad y corporaciones														
Negocios no constituidos en sociedad														
Instituciones privadas ⁴														
Instituciones públicas														
Situaciones de carácter especial y no especificadas ⁵														
Actividades agropecuarias de mercado														
Agricultura de subsistencia														
Subtotal														
Total														

Figure 2: Tomado de INEGI

Demografía

- Cuando los individuos entran al mercado laboral, son asignados como trabajo informal o formal de acuerdo a una distribución de probabilidad ω_s ⁴.
- La variable indicadora $m_s \in [0, 1]$ denota el estado laboral del trabajador, donde $m_s = 0$ corresponde a trabajadoras formales y $m_s = 1$ a trabajadoras informales.
- Las probabilidades de transición entre ambos estados es fija y no depende de la edad:

$$\pi_{j,m,m^+} = \Pr(m_{j+1} = m^+ | m_j = m) \quad \text{con} \quad m, m^+ \in \{0, 1\},$$

⁴Esta distribución es calculada empíricamente mediante la matriz de hussmans del INEGI

Probabilidades de Supervivencia

Se asume que la supervivencia de un periodo al siguiente es estocástica y que ψ_j es la probabilidad que un agente sobreviva de la edad $j - 1$ a la edad j , condicional a que vive en la edad $j - 1$ ⁵.

La probabilidad incondicional de sobrevivir a la edad j está dada por $\Pi_{i=1}^j \psi_i$ con $\psi_1 = 1$. Dado que el número de miembros de cada cohorte declina con respecto a la edad, el tamaño del cohorte correspondiente a la edad j en el periodo t es

$$N_{j,s,t} = \psi_{j,t} N_{j-1,s,t-1} \quad \text{con} \quad N_{1,s,t} = (1 + n_{p,t}) N_{1,s,t-1}$$

En consecuencia, los pesos de los cohortes (las razones relativas de población) se definen como $m_{1,s,t} = 1$ y $m_{j,s,t} = \frac{\psi_{j,t}}{1+n_{p,t}} m_{j-1,s,t-1}$.

Se asume que la población crece a una tasa constante $n_{p,t} = n_p$.

⁵Asumimos que los trabajadores formales e informales tienen la misma tasa de supervivencia

Demografía

- Todos los agentes se retiran a la edad j_r .
- Los agentes que laboraron en el sector formal comienzan a recibir una pensión la cual es financiada por el impuesto a nómina.
- Durante la edad laboral de los trabajadores formales acumulan **earning points** ep_j que definen sus pagos de pensión cuando se retiran.
- Por simplicidad, omitiremos el índice s en la medida de lo posible.

Preferencias de los hogares

Los individuos tienen preferencias sobre consumo $c_{j,t}$ y ocio $l_{j,t}$, además que pagan impuestos sobre el consumo, ingreso así como también un impuesto sobre nómina al sistema de pensiones. Se asume que la asignación de tiempo es igual a 1.

Con $l_{j,t}$ denotando la cantidad de trabajo en horas ofrecido a mercado en el periodo t , tenemos $l_{j,t} + l_{j,t} = 1$.

La función de utilidad de los hogares se define como

$$E \left[\sum_{j=1}^J \beta^{j-1} \left(\prod_{i=2}^j \psi_i m_{i-1} \right) u(c_j, 1 - l_j) \right]$$

donde β es el factor de descuento de tiempo.

Como puede verse, en la utilidad marginal esperada del consumo futuro es también condicional al actual estado laboral m .

Preferencias de los hogares

La función de utilidad de los hogares está dada por

$$u(c_{j,t}, 1 - l_{j,t}) = \frac{\left[(c_{j,t})^\nu (1 - l_{j,t})^{(1-\nu)} \right]^{(1-\frac{1}{\gamma})}}{1 - \frac{1}{\gamma}}$$

La utilidad de consumo y ocio toma la forma de una función Cobb-Douglas con un parámetro ν de preferencia entre ocio y consumo.

La elasticidad de sustitución intertemporal es constante e igual a γ , donde $\frac{1}{\gamma}$ es la aversión al riesgo del hogar.

Riesgo de supervivencia y herencias

Dado que no hay mercados de rentas vitalicias (annuity markets), el retorno a activos individuales corresponde a la tasa de interés neta.

En un marco donde no hay riesgo de longevidad los agentes conocen con certeza en qué momento su vida terminará.

En consecuencia, son capaces de planear perfectamente en qué punto del tiempo quieren consumir todos sus ahorros.

Aquí existe incertidumbre de supervivencia, así que los agentes pueden morir antes que la máxima duración de vida J y, como consecuencia, dejar una herencia.

Riesgo de supervivencia y herencias

Se define $b_{j,t}$ como la herencia que un agente en la edad j recibe en el periodo t .

La cantidad de herencia para cada cohorte puede ser calculado mediante la expresión:

$$b_{j,t} = \Gamma_{j,t} BQ_t$$

donde BQ_t define la herencia agregada en el periodo t , o simplemente la fracción del total de activos que pueden ser atribuidos a quienes fallecieron al final del período anterior (incluidos los intereses).

$$BQ_t = r_t^n \sum_{j=2}^J a_{j,t} \frac{m_{j,t}}{\psi_{j,t}} (1 - \psi_{j,t})$$

donde r_t^n es la tasa de interés neta en t y $a_{j,s,t}$ son los activos del cohorte j , del grupo s , en t .

Riesgo en la productividad laboral

Los individuos difieren respecto a su productividad laboral $h_{j,t}$, la cual depende de un perfil (determinístico) de ingresos por edad $e_{j,s}$ que depende del tipo de trabajo, un efecto de productividad fijo θ_s que es definido al comienzo del ciclo de vida y que, de igual forma, depende del tipo de trabajo (formal e informal) al que son asignados⁶.

Además, se agrega un shock idiosincrático mediante un componente autoregresivo $\eta_{j,t}$ que evoluciona en el tiempo y que tiene una estructura autoregresiva de orden 1, de manera que

$$\eta_j = \rho\eta_{j-1} + \epsilon_j \quad \text{con} \quad \epsilon_j \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad \text{y} \quad \eta_1 = 0$$

Dada esta estructura, la productividad laboral del hogar es

$$h_{j,s} = \begin{cases} e_{j,s} \exp[\eta_j] & \text{si } j < j_r \\ 0 & \text{si } j \geq j_r \end{cases}$$

⁶Representa un shock permanente

Problema de Decisión de los Consumidores

El estado de los individuos se caracteriza por el vector de estado⁷

$$z_j = (J, a, ep, s, \eta)$$

Los hogares maximizan la función de utilidad sujeta a la restricción presupuestaria intertemporal

$$a_{j+1,s,t} = \begin{cases} (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t^n h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} + pen_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 0 \\ (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 1 \end{cases}$$

donde:

- $a_{j,t}$ son los ahorros-activos del agente en el periodo t ,
- $w_t^n = w_t(1 - \tau_t^w - \tau_{j,t}^{impl})$ es la tasa de salario neto, la cual es igual al salario de mercado w_t menos los impuestos por ingreso laboral $\tau_{j,t}^{impl}$ y el impuesto de nómina para financiar el sistema de pensión τ_t^p
- $r_t^n = r_t(1 - \tau_t^r)$ es la tasa de interés neta, que es igual a la tasa de interés de mercado r_t descontando el impuesto por ingresos de capital τ_t^r ,
- $p_t = 1 + \tau_t^c$ es el precio al consumidor el cual se normaliza a uno y se agregan los impuestos al consumo τ_t^c .

Se agrega una restricción adicional de no negatividad de los ahorros $a_{j+1,s} \geq 0$

⁷Se asume que los shocks de productividad son independientes entre individuos e identicamente distribuidos entre individuos de un tipo de trabajo en específico.

Problema de programación dinámica

El problema de optimización de los agentes es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 V_t(j, a, ep, s, \eta) &= \max_{c, l, a^+, ep^+} u(c, 1 - l) + \beta \psi_{j+1}(m_s) E[V(j+1, a^+, ep^+, s^+, \eta^+) \mid \eta, m_s] \\
 \text{s.t. } a^+ &= \begin{cases} (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t^n h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} + pen_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 0, \\ (1 + r_t^n)a_{j,s,t-1} + w_t h_{j,s,t} l_{j,s,t} + b_{j,s,t} - p_t c_{j,s,t} & \text{si } s = 1 \end{cases}, \\
 \eta^+ &= \rho\eta + \epsilon^+ \quad \text{con } \epsilon^+ \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \\
 \pi_{j,m,m^+} &= \Pr(m_{j+1,s} = m_s^+ \mid m_{j,s} = m_s) \quad \text{con } m_s, m_s^+ \in \{0, 1\}.
 \end{aligned}$$

donde $z = (j, a, ep, s, \eta)$ es el vector de variables de estado individuales.

Nótese que se colocó un índice de tiempo en la función de valor y en los precios. Esto es necesario para calcular la dinámica de la transición entre dos estados estacionarios.

La condición terminal de la función de valor es

$$V_t(z) = 0 \quad \text{para } z = (J+1, a, ep, s, \eta)$$

que significa que se asume que los agentes no valoran lo que sucede después de la muerte.

Problema de programación dinámica

Formulamos la solución de problema de los hogares al reconocer que podemos escribir las funciones de horas laborales y de consumo como funciones de a^+ :

$$l = l(a^+) = \min \left\{ \max \left[\nu + \frac{1 - \nu}{(w_t^n * (1 - m) + w_t * m)h} (a^+ - (1 + r_t^n)a - \text{pen} * (1 - m)), 0 \right], 1 \right\}$$

$$c = c(a^+) = \frac{1}{p_t} [(1 + r_t^n)a + (w_t^n * (1 - m) + w_t * m)h l(a^+) + \text{pen} * (1 - m) - a^+]$$

Con la definición de la **implicit tax rate**, las condiciones de primer orden de los hogares se definen como

$$\frac{v}{p_t} \cdot \frac{[c^\nu (1 - l)^{1 - \nu}]^{1 - \frac{1}{\gamma}}}{c} = \beta E[V_{a^+}(z^+) \mid \eta]$$

$$\frac{1 - \nu}{v} \cdot p_t c = w_t h (1 - l) \left\{ 1 - \tau_t^w - \tau_{j,t}^{impl} \right\}$$

donde a^+ es desconocido. Nótese que $\tau_{j,t}^{impl} = \tau_t^p$ para $\lambda = 1$, lo que se reduce al modelo baseline sin progresividad en el sistema.

Ingresos y egresos de los hogares por el sistema de pensiones

- A la edad obligatoria de retiro j_r , la productividad laboral cae a cero y los hogares reciben una pensión $pen_{j,t}$, la cual está en función del historial salarial del individuo.
- Con el objetivo de hacer un seguimiento y contabilizar los salarios pasados así como las contribuciones a pensiones, se agrega un estado **earning points**, ep , el cual captura los ingresos brutos individuales relativos al ingreso promedio de la economía completa para cada año de contribución⁸ (Fehr et al., 2013)

$$ep_{j+1} = \left[ep_j \times (j - 1) + \left(\lambda + (1 - \lambda) \frac{whl_j}{\bar{y}} \right) \right] / j$$

- donde el parámetro λ indica el nivel de **progresividad** del sistema de pensiones (Fehr & Kindermann, 2018).

⁸Este mecanismo de seguimiento de ingresos es tomado de (Fehr et al., 2013), el cual es como funciona el sistema de pensiones alemán.

Ingresos y egresos de los hogares por el sistema de pensiones

Cuando $\lambda = 1$ la pensión es independiente de las contribuciones previas y es igual a la fracción de la tasa de reemplazo κ del sistema de pensiones del ingreso laboral promedio en el periodo t , esto es:

$$\text{pen}_j = \begin{cases} 0 & \text{si } j < j_r \\ \kappa_t \frac{w_t}{j_r - 1} \sum_{j=1}^{j_r-1} e_j, & \text{si } j \geq j_r \end{cases}$$

Cuando $\lambda = 0$, la pensión depende enteramente del historial salarial. Durante la fase de retiro de la trabajadora $j \geq j_r$, los puntos salariales quedan constantes y la pensión se calcula como

$$\text{pen}_j = \kappa_t \times ep_{j_r} \times \bar{y}$$

Los earning points evolucionan de acuerdo a la ecuación:

$$ep^+ = \begin{cases} \frac{j-1}{j} \cdot ep + \frac{1}{j} \cdot \left[\lambda + (1 - \lambda) \cdot \frac{w_t hl}{y_t} \right] & \text{si } j < j_r, \\ ep & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Esta ecuación integra dos partes:

- La fase de acumulación, $j < j_r$
- La fase de rendimientos, $j \geq j_r$

Ingresos y egresos de los hogares por el sistema de pensiones

Definimos la tasa de impuesto implícita del sistema de pensiones como

$$\tau_{j,t}^{impl} = \tau_t^p - \frac{1 - \lambda}{(j_r - 1) \cdot \bar{y}_t} \cdot \sum_{i=j_r}^J \frac{\kappa_s \bar{y}_s}{\prod_{k=j+1}^i (1 + r_{t+k-j})}$$

Esta tasa de impuesto implícita toma en cuenta que, si $\lambda < 1$, los pagos a pensiones se incrementan al incrementarse los ingresos laborales y, como consecuencia, las contribuciones a pensiones también se incrementan.

Por lo tanto, las contribuciones τ_t^p son distintas para cada hogar.

Tecnología

Las empresas contratan capital K_t y trabajo L_t en un mercado de factores perfectamente competitivo para producir un único bien Y_t de acuerdo a una tecnología de producción dada por una función de producción Cobb-Douglas

$$Y_t = \Omega K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

donde Ω es el nivel de tecnología que es constante en el tiempo. El capital se deprecia a una tasa δ , de manera que el stock de capital evoluciona de acuerdo a la siguiente expresión

$$(1 + n_p)K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

Bajo el supuesto de competencia perfecta, las funciones inversas a la demanda de capital y trabajo de la empresa están dadas por

$$r_t = \alpha\Omega \left[\frac{L_t}{K_t} \right]^{(1-\alpha)} - \delta$$

$$w_t = (1 - \alpha)\Omega \left[\frac{K_t}{L_t} \right]^\alpha$$

Gobierno

El gobierno administra dos sistemas : un sistema de impuestos y un sistema de pensiones, ambos operando en equilibrio presupuestario.

En cualquier punto en el tiempo el presupuesto del sistema de impuestos es balanceado si se cumple la igualdad⁹

$$\tau_t^c C_t + \tau_t^w w_t L_t^s + \tau_t^r r_t A_t + (1 + n_p) B_{t+1} = G_t + (1 + r_t) B_t$$

Además de los ingresos por impuestos, el gobierno financia su gasto al contratar nueva deuda $(1 + n_p) B_{t+1}$.

Sin embargo, debe repagar la actual deuda incluyendo intereses sobre los pagos de manera que tenemos que agregar $(1 + r_t) B_t$ al consumo de gobierno en el lado del gasto.

⁹El gobierno tiene 4 esquemas tributarios a definir con el objetivo de balancear su presupuesto:

1. Definir exógenamente el valor de τ_t^w y τ_t^r , calcular el valor de τ_t^c .
2. Definir exógenamente el valor de τ_t^c , calcular el valor de τ_t^w y τ_t^r
3. Definir exógenamente el valor de τ_t^c y τ_t^r , calcular el valor de τ_t^w .
4. Definir exógenamente el valor de τ_t^c y τ_t^w , calcular el valor de τ_t^r .

Para las ejecuciones del modelo se definió el esquema 4 , es decir, de forma exógena asignamos un valor de la tasa de impuesto al consumo y al ingreso laboral, y el modelo calcula la tasa de impuesto del capital. Se utilizaron los cálculos de las tasas efectivas de los impuestos al consumo y al ingreso realizados por el CIEP.

Gobierno : Sistema de Pensiones

El sistema de pensiones opera en un esquema pay-as-you-go, lo que significa que recolecta contribuciones de las generaciones en edad de trabajar y directamente las distribuye a los retirados actuales.

El beneficio de la pensión se calcula por la suma de earnings points acumulados durante el periodo laboral y el *monto actual de pensión, APA*¹⁰ que refleja el valor monetario de cada earning point, multiplicado por la tasa de reemplazo κ

$$p_j = \kappa \times \text{ep}_{j_r} \times \text{APA}$$

Con el tiempo, APA crece con los ingresos laborales brutos.

¹⁰Actual Pension Amount.

Mercados

Hay tres mercados en la economía : mercado de capital, mercado de trabajo y el mercado de bienes. Con respecto a los mercados de factores, el precio del capital r_t y del trabajo w_t se ajustan para limpiar el mercado, esto es:

$$K_t + B_t = A \quad \text{y} \quad L_t = L_t^s$$

Nótese que hay dos sectores que demandan ahorro de los hogares. El sector de empresas emplea ahorro como capital en el proceso de producción, mientras que el gobierno lo usa como deuda pública con el objetivo de financiar su gasto. El gobierno y las empresas compiten en competencia perfecta en el mercado de capital.

Con respecto al mercado de bienes, todos los productos producidos deben ser utilizados ya sea como consumo por parte del sector privado o por el gobierno, o en forma de inversión en el futuro stock de capital. Así, el equilibrio en el mercado de bienes está dado por

$$Y_t = C_t + G_t + I_t$$

Parametrización y Calibración del Modelo

Parametrización y Calibración del Modelo

La siguiente tabla presenta los parámetros del modelo. Se clasifican de acuerdo a parámetros que son obtenidos directamente de los datos (parámetro exógenos) y aquellos que son calibrados.

Parámetro	Descripción	E	C	T	Descripción
TT	Número de periodos de transición. Cada periodo equivale a 5 años en la vida real.	X			Definido por criterio numérico
JJ	Número de años que vive un hogar. Los hogares empiezan su vida económica a los 20 años ($j = 1$). Viven hasta los 100 años ($JJ = 16$).		X		
JR	Edad obligatoria de retiro. Los hogares se retiran a los 65 años ($j_r = 10$)		X		
γ	Coeficiente de aversión relativa al riesgo (recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal)		X		El parámetro fue calibrado hasta obtener las salidas más cercanas a los valores observados de las razones del Consumo e Inversión con respecto al PIB.
ν	Parámetro de la intensidad de preferencia de ocio.		X		Se consultó PWT 10.01, Penn World Table

Parámetro	Descripción	E	C	T	Descripción
β	Factor de descuento de tiempo.	X			Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
σ_θ^2	Varianza del efecto fijo θ sobre la productividad.	X			Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
σ_ε^2	Varianza del componente autoregresivo η .	X			Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
α	Elasticidad del capital en la función de producción. Corresponde a la razón capital en el producto.	X			Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
δ	Tasa de depreciación de capital.	X			Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
Ω	Nivel de tecnología.				Calibrado numéricamente para ajustar la tasa de salarios a $w_t = 1$.
n_p	Tasa de crecimiento poblacional.	X			Se consultó OECD, Fertility rates
gy	Gasto público como porcentaje del PIB.	X			Se consultó Banco Mundial, General government final consumption expenditure (% of GDP)
b_y	Endeudamiento público como porcentaje del PIB.	X			Banco de datos de CEPAL

Parámetro	Descripción	E	C	T	Descripción
κ	Tasa de reemplazo de sistema de pensiones.	X			Se consultó OECD-Founded Pension Indicators-Contributions
ψ_j	Tasas de supervivencia por cohorte de edad.	X			Calculado con las pirámides poblacionales del Censo de Población de 2020
e_j	Perfil de eficiencia de ingresos laborales por cohorte de edad.	X			ENOE Q2 2021
τ_t^c	Tasa de impuesto al consumo.	X			Tasa efectiva calculada por CIEP
τ_t^w	Tasa de impuesto al ingreso laboral.	X			Tasa efectiva calculada por CIEP
τ_t^r	Tasa de impuesto al ingreso de capital.	X			Se consultó OECD Tax Database
τ_t^p	Tasa de contribución sobre nómina al sistema de pensiones.	X			Se consultó OECD-Founded Pension Indicators-Contributions
$\tau_{j,t}^{impl}$	Tasa de impuestos implícita de la contribución sobre nómina al sistema de pensiones.		X		
λ	Factor de progresividad del sistema de pensiones.		X		

Parámetro	Descripción	E	C	T	Descripción
PEN/GDP	Pago a pensiones como porcentaje del PIB.	X			Se consultó OECD-Pensions at Glance-Public expenditure on pensions
C/GDP.	Consumo privado como porcentaje del PIB.	X			Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
I/GDP	Inversión como porcentaje del PIB.	X			Se consultó PWT 10.01, Penn World Table

Parámetros del Modelo

La siguiente tabla resume los valores de los parámetros del modelo:

Descripción	Parámetro	México
Función de Utilidad		
Coeficiente de aversión relativa al riesgo (recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal)	γ	0.18
Parámetro de la intensidad de preferencia de ocio.	ν	0.45
Factor de descuento de tiempo.	β	0.998
Función de Producción		
Elasticidad del capital en la función de producción. Corresponde a la razón capital-producto.	α	0.619
Tasa de depreciación de capital.	δ	3.8 %
Nivel de tecnología.	Ω	1.65
Riesgo en productividad laboral		
Componente autoregresivo del shock en productividad.	ρ	0.98
Varianza del componente autoregresivo η	σ_{ε}^2	0.05
Gobierno		

Descripción	Parámetro	México
Gasto público como porcentaje del PIB.	gy	11.02 %
Endeudamiento público como porcentaje del PIB.	by	52.3 %
Tasa de impuesto al consumo.	τ_t^c	5.73 %
Tasa de impuesto al ingreso.	τ_t^w	12.73 %
Sistema de Pensiones		
Tasa de reemplazo de sistema de pensiones.	κ	64.3%
Factor de Progresividad del sistema de pensiones.	λ	0.0
Demografía		
Tasa de crecimiento poblacional	n_p	1.8 %

Aspectos Computacionales

Solución al problema de los hogares

Para encontrar la solución al problema de los hogares se necesita discretizar el espacio de estados z . Se tiene que calcular tres conjuntos de nodos

$$\hat{\mathcal{A}} = \{a^1, \dots, a^{n_A}\}, \hat{\mathcal{P}} = \{ep^1, \dots, ep^{n_P}\}, \hat{\mathcal{E}} = \{\eta^1, \dots, \eta^{n_E}\}$$

Se usa el método de (Rouwenhorst, 1995) para obtener una aproximación de la distribución de η , el cual sigue un proceso AR(1), mediante una Cadena de Markov discreta.

Para cada uno de los valores discretizados de z_j se calcula la decisión óptima de los hogares a partir del problema de optimización (función de política) mediante el algoritmo de iteración de la función de política el cual utiliza una interpolación spline multidimensional (Habermann & Kindermann, 2007) del nivel de ahorro y earning points de los hogares así como el método de Newton para encontrar las raíces de la condición de primer orden.

Algoritmo para el equilibrio macroeconómico del cálculo del equilibrio inicial y transición

Las series de tiempo de precios de los factores así como los valores de las variables de política de la transición del estado de equilibrio inicial al siguiente se obtienen mediante el algoritmo iterativo Gauss-Seidel (Auerbach & Kotlikoff, 1987).

Se fijan las condiciones iniciales de las variables de stock K_1, BQ_1, B_1 , capital, herencias y deuda respectivamente. Se asignan iguales a los valores del equilibrio inicial K_0, BQ_0, B_0 .

El valor de dichos stocks es calibrado a lo largo de la transición mediante un parámetro de velocidad de ajuste **damp factor**.

El Modelo está desarrollado en Julia y Fortran



Equilibrio Inicial

Equilibrio Inicial

	Modelo	Observado
Mercado de Bienes (% PIB)		
• Consumo Privado	69.04	70.2
• Gasto Público	11.02	11.02
• Inversión	19.94	18.39
Tasas de impuestos (en %)(Tasas Efectivas vs Tasa Nominal)		
• Consumo	5.73	16.0
• Ingreso	12.73	1.92 - 35.0
• Capital	14.58	12.13
Ingresos por impuestos (% PIB)		
• Consumo	3.96	4.07
• Ingreso	4.85	3.91
• Capital	8.14	5.33
Sistema de pensiones		
• Tasa de reemplazo	64.3	64.3
• Pagos a pensiones (% PIB)	2.44	18.2
Demografía		
• Tasa de crecimiento poblacional	1.82	1.82

Experimentos de Política

Incremento de la Progresividad del Sistema de Pensiones

En esta sección se detallarán los efectos macroeconómicos, de bienestar y de eficiencia, así como sostenibilidad fiscal del incremento de la progresividad del sistema de pensiones.

Partimos del equilibrio inicial obtenido en la sección previa el cual se definió como $t = 2021$.

Cambiamos progresivamente el valor de λ a partir de $t = 2022$ y calculamos la trayectoria de transición hacia el nuevo estado de equilibrio $t = \infty$.

Nos interesa conocer los efectos en los agregados macroeconómicos, así como en el bienestar y eficiencia, entre ambos estados de equilibrio.

Cálculos de efectos en el bienestar y eficiencia

Con el objetivo de contabilizar cambios en bienestar de los agentes, utilizaremos la denominada **Equivalencia¹¹ Hicksiana**.

Dado que la función de utilidad de los hogares es homogénea (Fehr et al., 2013), tenemos que se mantiene la siguiente igualdad

$$u[(1 + \phi)c_j, (1 + \phi)\ell_j] = (1 + \phi)u[c_j, \ell_j]$$

Si el consumo y el ocio simultáneamente se incrementaran por un factor $1 + \phi$ en cualquier edad, la utilidad a lo largo de la vida se incrementaría en el mismo factor.

¹¹Variación de Compensación

Cálculos de efectos en el bienestar y eficiencia

Si asumimos que un individuo en el estado z_j tiene una utilidad $V_{2021}(z_j)$ en el equilibrio inicial y $V_t(z_j)$ en el segundo equilibrio de largo plazo después de la política, $t > 2021$, la variación de compensación entre el escenario de reforma y el escenario baseline para el individuo con estado z_j sería

$$\phi = \frac{V_t(z_j)}{V_{2021}(z_j)} - 1$$

donde ϕ indica el porcentaje de cambio tanto en consumo como en ocio que el individuo en estado z_j requeriría en el estado inicial para estar al menos tan bien como después de la reforma de la política.

Si $\phi > 0$, la reforma mejora el bienestar de este individuo y viceversa.

Lump-Sum Redistribution Authority (LSRA)

- Para aislar los efectos obtenido únicamente por efectos de eficiencia de la reforma, (Auerbach & Kotlikoff, 1987) fueron pioneros en proponer introducir un agente nuevo al modelo : **Lump-Sum Redistribution Authority (LSRA)**.
- Dicho agente realiza una tarea hipotética en una simulación independiente en la que redistribuye-compensa los beneficios o pérdidas generados por la política.
- En primer lugar, este agente realiza transferencias o impone impuestos a todas las generaciones que son económicamente activas en el año inmediatamente precedente a año de aplicación de la política con el objetivo de hacerlos que estén tan bien como en el estado de equilibrio inicial después de la política. De manera que su variación de compensación es igual a 0.
- Posteriormente, como consecuencia de esta operación redistributiva, el LSRA pudo haber contraído deuda o acumular activos. El LSRA redistribuye esta deuda o activos a las generaciones futuras de tal manera que todos obtengan a la misma variación compensatoria.
- Esta variación se puede interpretar como una medida de eficiencia(Fehr et al., 2013).
- **Si esta variación es positiva, la reforma se considera que mejora en sentido de Pareto tras la compensación.**

Efectos del incremento de la progresividad

- Nos interesa calcular los efectos de incrementar la progresividad del sistema de pensiones calcular la trayectoria hacia el segundo estado de equilibrio para un **completamente progresivo, i.e. $\lambda = 1.0$** .
- Esta intervención tiene dos efectos latentes en el sistema.
 - El primero : Bajo el sistema de earning points una parte de las contribuciones a pensiones de las trabajadoras se reconocen como un **ahorro implícito**. Bajo el sistema en que la pensión es independiente del historial de ingresos $\lambda = 1$, la contribución se considera un **impuesto implícito**. De manera que la transición a un sistema de pensiones con pensión **plana** incrementa las distorsiones de la oferta laboral y disminuye el bienestar.
 - El segundo : el sistema de pensiones independiente del historial de ingresos $\lambda = 1$, también funciona como un seguro contra riesgos del mercado laboral, lo que tiende a mejorar el bienestar.

Efectos del incremento de la progresividad

Usamos la variación Hicksiana como medida de los efectos en bienestar para diferentes cohortes. Nos gustaría responder:

- ¿Se benefician-afectan los retirados? ¿Cómo son afectados por los incrementos en los impuestos al consumo?
¿formales o informales se benefician-perjudican más?
- ¿Se benefician-afectan las generaciones actuales en edad de trabajar?
- Here the intra-generational redistribution from rich towards poor households induced by the progressive pension formula becomes most obvious.
- ¿Se benefician-afectan las nuevas generaciones?
- ¿Qué pasa con la medida global del LSRA? Es decir, los efectos en bienestar después de pagos de compensación.

Efectos macroeconómicos

Año	2022	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	∞
Agregados Macroeconómicos									
PIB	-0.32	-2.15	-3.56	-4.34	-5.15	-5.17	-5.19	-5.19	-5.19
Trabajo	-0.82	-1.35	-1.29	-1.26	-1.25	-1.24	-1.23	-1.23	-1.23
Capital	-0.0	-2.63	-4.93	-6.18	-7.05	-7.3	-7.53	-7.51	-7.51
Precios									
Salario	0.51	-0.81	-2.3	-3.11	-3.58	-4.01	-4.03	-4.03	-4.03
Tasa de interés	-0.39	0.63	1.83	2.49	2.87	3.09	3.22	3.21	3.21
Impuesto al capital	0.36	4.54	8.18	10.21	11.38	12.05	12.08	12.07	12.07
Sistema de Pensiones									
Gasto en Pensiones ¹²	2.44	2.87	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84	2.84
Tasa de Contribución	-0.0	17.62	16.35	16.35	16.35	16.35	16.35	16.35	16.35

¹²en % de PIB

Bienestar y Eficiencia

Año de Nacimiento	Años en 2021	Sin LSRA		Con LSRA
		Por tipo de Empleo		
Retiradas	Formal	Informal		
	1.19	0.53	0.0	
Trabajadoras	Formal	Informal		
	-7.87	2.01	0.0	
Futuras Generaciones	-4.43	0.80	0.0	
	-0.65	0.52	0.0	
2012	0.47	0.28	0.0	
	-0.73	-0.73	0.0	
2020			-0.13	
			-0.13	
2040	-		-0.13	
	-		-0.13	

Efectos macroeconómicos y eficiencia para distintas λ

λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Agregados Macroeconómicos									
PIB	-0.56	-1.12	-1.69	-2.26	-2.82	-3.39	-3.96	-4.51	-5.03
Trabajo	-0.11	-0.24	-0.36	-0.48	-0.6	-0.73	-0.85	-0.98	-1.1
Capital	-0.82	-1.66	-2.5	-3.33	-4.16	-4.99	-5.82	-6.63	-7.37
Precios									
Salario	-0.44	-0.88	-1.33	-1.78	-2.23	-2.68	-3.13	-3.57	-3.97
Tasa de interés	0.34	0.69	1.05	1.41	1.77	2.14	2.5	2.86	3.2
Impuesto al capital	1.29	2.61	3.95	5.3	6.67	8.06	9.44	10.83	12.12
Sistema de Pensiones									
Gasto en Pensiones ¹³	2.48	2.52	2.56	2.6	2.64	2.68	2.72	2.76	2.8
Tasa de Contribución	1.57	3.16	4.76	6.37	8.0	9.64	11.3	12.97	14.66
Eficiencia Agregada									
Con LSRA	-0.01	-0.02	-0.03	-0.041	-0.053	-0.065	-0.079	-0.094	-0.111

¹³en % de PIB

Efectos macroeconómicos y eficiencia para distintas λ

Año	2022	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	∞
Agregados Macroeconómicos									
PIB	-0.25	0.84	0.38	-0.0	-0.22	-0.34	-0.41	-0.44	-0.47
Trabajo	-0.65	4.02	3.69	3.71	3.71	3.72	3.72	3.72	3.72
Capital	-0.0	-1.06	-1.61	-2.22	-2.56	-2.75	-2.86	-2.92	-2.96
Precios									
Salario	0.4	-3.06	-3.2	-3.58	-3.79	-3.91	-3.98	-4.02	-4.04
Tasa de interés	-0.31	2.44	2.56	2.87	3.05	3.15	3.2	3.23	3.25
Impuesto al capital	0.11	-0.59	0.3	1.23	1.75	2.05	2.22	2.31	2.37
Sistema de Pensiones									
Gasto en Pensiones ¹⁴	2.42	2.71	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97
Tasa de Contribución	-4.16	-2.05	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6
Eficiencia Agregada									
Con LSRA									1.05

¹⁴en % de PIB

Podemos pensar los diagramas relatedness-complexity en término de 4 cuadrantes

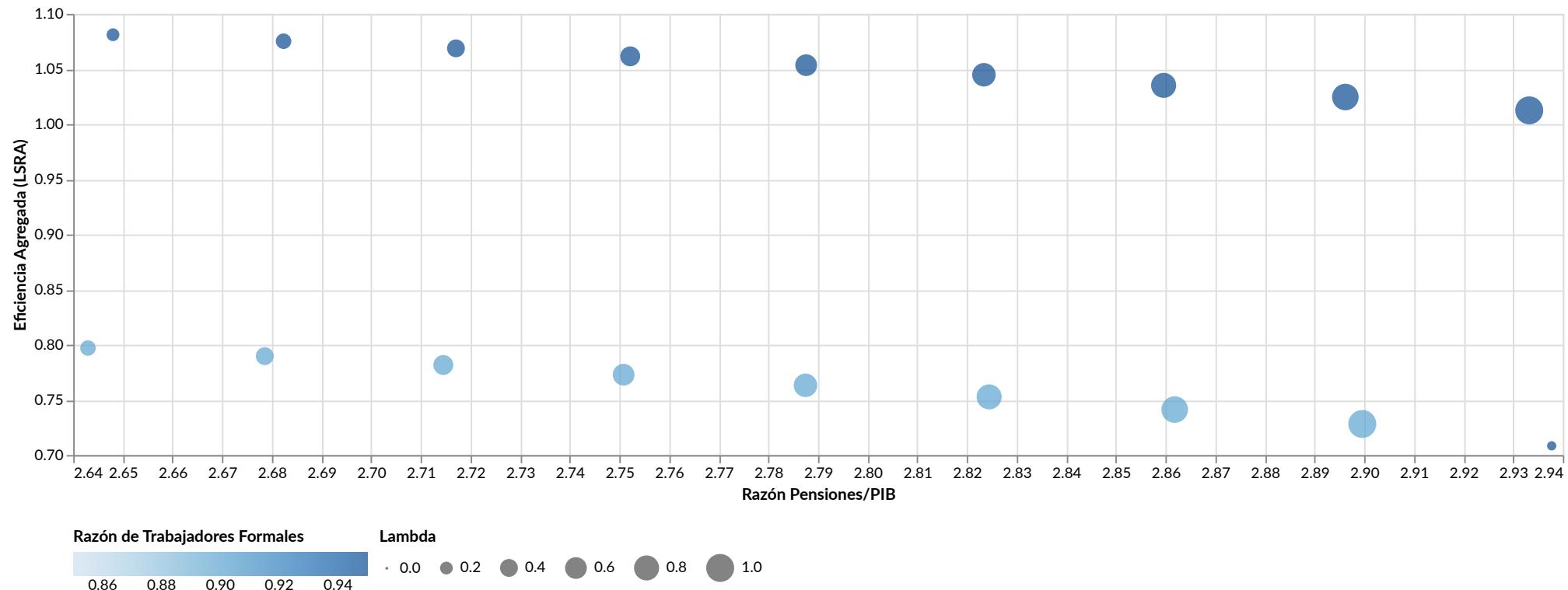


Figure 3: Elaboracion Propia

Conclusiones

Siguientes pasos

- **Pensiones:** Explorar esquemas de sistemas de pensiones contributivos y no contributivos.
- **Mercado laboral:** definición de formalidad, ajustar la función de producción. 28% de la población ocupada está fuera de la definición actual.
- **Cuidados:** Incorporación de las mujeres al mercado laboral y financiamiento del sistema de cuidados. **Trabajo de cuidados no remunerados equivale a 24.5% del PIB (70% realizado por mujeres)** (INEGI).
- **Salud:** Incorporar categorización de status de salud (buena/mala salud). Más del 50% de la población de 50+ tiene diabetes o hipertensión o ambas. 60% de los años perdidos por discapacidad (DALYs) por ENT (2021) (IHME).
- Modelar el impacto de cambios en reglas fiscales.

El Modelo es Lento : The method of endogenous gridpoints for solving dynamic stochastic optimization problems (Carroll, 2006)



Economics Letters

Volume 91, Issue 3, June 2006, Pages 312-320



The method of endogenous gridpoints for solving dynamic stochastic optimization problems

Christopher D. Carroll⁷

Show more

Add to Mendeley Share Cite

<https://doi.org/10.1016/j.econlet.2005.09.013>

[Get rights and content](#)

Abstract

This paper introduces a solution method for numerical dynamic stochastic optimization problems that avoids rootfinding operations. The idea is applicable to many microeconomic and macroeconomic problems, including life cycle, buffer-stock, and stochastic growth problems. Software is provided.

El Modelo es Lento : Deep Learning for Solving Economic Models (Fernández-Villaverde, 2025)

Deep Learning for Solving Economic Models

Jesús Fernández-Villaverde

WORKING PAPER 34250

DOI 10.3386/w34250

ISSUE DATE September 2025

The ongoing revolution in artificial intelligence, especially deep learning, is transforming research across many fields, including economics. Its impact is particularly strong in solving equilibrium economic models. These models often lack closed-form solutions, so economists have relied on numerical methods such as value function iteration, perturbation, and projection techniques. While powerful, these approaches face the curse of dimensionality, making global solutions computationally infeasible as the number of state variables increases. Recent advances in deep learning offer a new paradigm: flexible tools that efficiently approximate complex functions, manage high-dimensional problems, and expand the reach of quantitative economics. After introducing the basic concepts of deep learning, I illustrate the approach with the neoclassical growth model and discuss related ideas, including the double descent phenomenon and implicit regularization.

Programming FPGAs for Economics : An Introduction to Electrical Engineering Economics (Cheela et al., 2025)



Original Articles | Open Access |

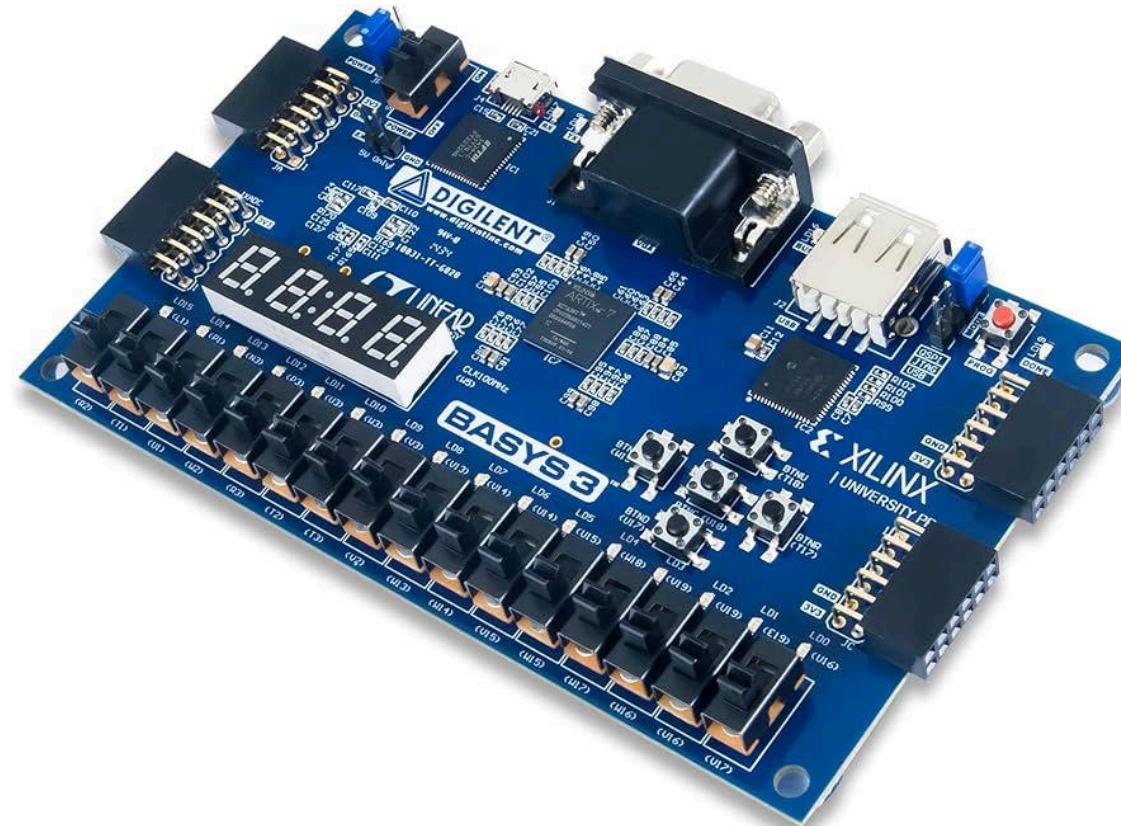
Programming FPGAs for economics: An introduction to electrical engineering economics

Bhagath Cheela André DeHon Jesús Fernández-Villaverde Alessandro Peri

First published: 03 February 2025 | <https://doi.org/10.3982/QE2344> | Citations: 1

We thank Yicheng Li (UPenn, Engineering) for the initial implementation of our hardware design. We thank Lucas Ladenburger, Marina Leah McCann, and Paro Suh (CU Boulder, Economics) for outstanding research assistance. We thank Andrew Monaghan and the CU Boulder Research Computing Center for providing valuable insights. We also thank Giuseppe Bruno and Riccardo Russo (Bank of Italy) for testing an early version of the tutorial associated with this paper and Victor Duarte, Mahdi E. Kahou, and Jesse Perla for their comments. This project used: (i) the RMACC Summit supercomputer, supported by the National Science Foundation (awards ACI-1532235 and ACI-1532236), CU Boulder and Colorado State University; (ii) AWS Credits awarded under the NSF CC* Hybrid Cloud Award OAC-1925766, Research Computing, CU Boulder, 2022. This project was also supported by the Undergraduate Research Experiences for Diversity Grant, 2021, Institute of Behavioral Science, University of Colorado, USA.

Programming FPGAs for Economics : An Introduction to Electrical Engineering
Economics (Cheela et al., 2025)



Bibliography

- Auerbach, A. J., & Kotlikoff, L. J. (1987). *Dynamic fiscal policy*. Cambridge University Press.
- Carroll, C. D. (2006). The method of endogenous gridpoints for solving dynamic stochastic optimization problems. *Economics Letters*, 91(3), 312–320.
- Cheela, B., DeHon, A., Fernández-Villaverde, J., & Peri, A. (2025). Programming FPGAs for economics: An introduction to electrical engineering economics. *Quantitative Economics*, 16(1), 49–87.
- Fehr, H., & Kindermann, F. (2018). *Introduction to computational economics using Fortran*. Oxford University Press.
- Fehr, H., Kallweit, M., & Kindermann, F. (2013). Should pensions be progressive?. *European Economic Review*, 63, 94–116.
- Fernández-Villaverde, J. (2025). *Deep Learning for Solving Economic Models*.
- Habermann, C., & Kindermann, F. (2007). Multidimensional spline interpolation: Theory and applications. *Computational Economics*, 30(2), 153–169.
- Nishiyama, S., & Smetters, K. (2014). Analyzing fiscal policies in a heterogeneous-agent overlapping-generations economy. In *Handbook of Computational Economics: Vol. 3. Handbook of Computational Economics* (pp. 117–160). Elsevier.

Rouwenhorst, K. G. (1995). Asset pricing implications of equilibrium business cycle models. *Frontiers of Business Cycle Research*, 1, 294–330.