

Repensando la Seguridad Social: Enfoque de Equilibrio General

Hermilo Cortés¹ Judith Méndez² Edmundo Molina³ Héctor Villarreal⁴

¹hermilocg@tec.mx

²judithmendez@ciep.mx

³edmundomolina@tec.mx ⁴hjvp@tec.mx

23 de noviembre de 2023



Escuela de Gobierno y
Transformación Pública
Tecnológico de Monterrey

Motivación

País	Múltiplos del salario promedio		
	0.5	1.0	1.5
México	82.0	66.9	62.5
Chile	50.7	37.0	35.2
Costa Rica	77.3	76.0	73.2
OCDE	74.1	61.9	54.5

Cuadro: Tasas de reemplazo por niveles individuales de ingresos (múltiplos del promedio). Elaboración propia con datos de Pensions at a Glance 2021 OECD and G20 Indicators

Objetivos del Estudio y Preguntas de Investigación

- El Modelo de Generaciones Traslapadas de Agentes Heterogéneos (OLG) es uno de los principales enfoques para analizar cambios en la política fiscal ([Nishiyama and Smetters, 2014](#)).
- Al contrario de los modelos de horizonte infinito de agente representativo, este enfoque permite incorporar([Nishiyama and Smetters, 2014](#)):
 - ▶ Propiedades del ciclo de vida que son importantes para determinar las elecciones de ahorro y oferta de trabajo.
 - ▶ Heterogeneidad *intra*-generacional en los hogares, que es necesaria para analizar el impacto de cambios de política en la distribución de ingreso y la riqueza.
 - ▶ Heterogeneidad *inter*-generacional en los hogares para analizar el timing de los impuestos y sus efectos sobre la distribución intergeneracional.

Método

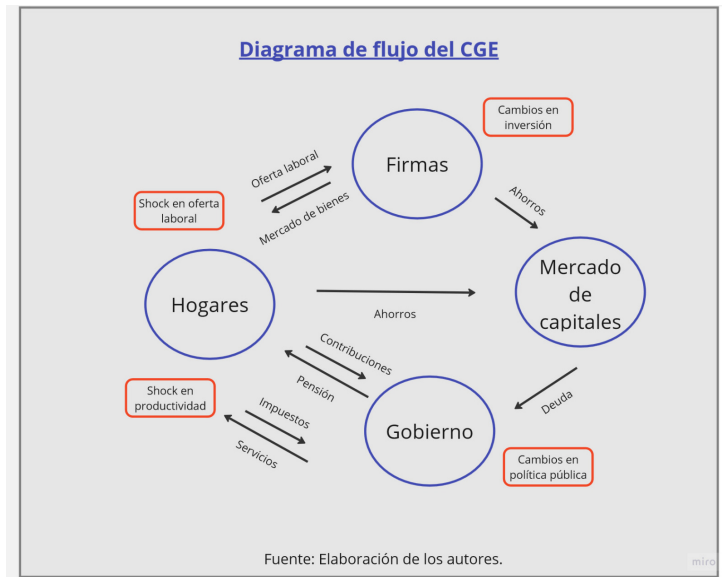
- Una generación de modelos OLG son los que incorporan incertidumbre en forma de shocks idiosincráticos a nivel de los hogares (ingresos laborales, riesgo de longevidad, etc) y determinismo en las variables agregadas (Nishiyama and Smetters, 2014).
- Los shocks idiosincráticos afectan de forma diferenciada a los agentes, de manera que responden de forma heterogénea dentro de un cohorte¹(Fehr and Kindermann, 2018).
- Estos modelos son utilizados para calcular efectos de transición de cambios de política de un estado estacionario al siguiente.
- Con la dinámica de la transición se utiliza también para analizar los impactos en el bienestar de reformas de la política fiscal que pueden beneficiar a futuras generaciones a costa de las generaciones de la transición.

¹Al contrario del enfoque de agente representativo donde implícitamente se define que los individuos pueden cubrirse contra cualquier forma shock idiosincrático (Fehr and Kindermann, 2018)

La economía modelada

- El modelo aquí presentado se basa en [Fehr and Kindermann \(2018\)](#) y pertenece a esta generación de modelos OLG.
- Es un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico que incorpora riesgos idiosincráticos en la productividad laboral.
- El precio de los factores responde a cambios en el comportamiento de los agentes y el gobierno entra como un agente que recolecta ingresos por impuestos para financiar su gasto.
- Las cantidades agregadas de la economía crecen en una trayectoria de crecimiento balanceado dada por la tasa de crecimiento de la población n_p .

La economía modelada



La economía modelada

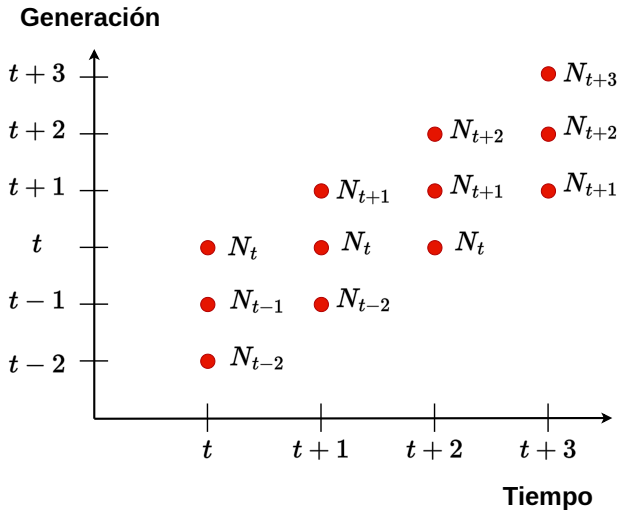


Figura: Tomado de [Fehr and Kindermann \(2018\)](#)

Demografía

- En cada periodo t , la economía está poblada por J generaciones traslapadas indizadas por $j = 1, \dots, J$.
- Se asume que la supervivencia de un periodo al siguiente es estocástica y que ψ_j es la probabilidad que un agente sobreviva de la edad $j - 1$ a la edad j , condicional a que vive en la edad $j - 1$.
- El tamaño del cohorte correspondiente a la edad j en el periodo t es:

$$N_{j,t} = \psi_{j,t} N_{j-1,t-1} \quad \text{con} \quad N_{1,t} = (1 + n_{p,t}) N_{1,t-1} \quad (1)$$

- Se asume que la tasa de crecimiento de la población no cambia en el tiempo $n_{p,t} = n_p$.

Problema de Decisión de los Consumidores

- Los individuos tienen preferencias sobre consumo $c_{j,t}$ y ocio $l_{j,t}$.
- Pagan impuestos sobre el consumo, ingreso así como también una contribución sobre nómina al sistema de pensiones.
- Se asume que la asignación de tiempo es igual a 1.
- Con $l_{j,t}$ denotando la cantidad de trabajo en horas ofrecido a mercado en el periodo t , tenemos $l_{j,t} + l_{j,t} = 1$.

Problema de Decisión de los Consumidores

La función de utilidad de los hogares se define como

$$E \left[\sum_{j=1}^J \beta^{j-1} \left(\prod_{i=1}^j \psi_{i,k} \right) u(c_{j,s}, 1 - l_{j,s}) \right] \quad (2)$$

$$u(c_{j,t}, 1 - l_{j,t}) = \frac{[(c_{j,t})^\nu (1 - l_{j,t})^{(1-\nu)}]^{(1-\frac{1}{\gamma})}}{1 - \frac{1}{\gamma}} \quad (3)$$

- La utilidad de consumo y ocio incluye un parámetro ν de preferencia entre ocio y consumo.
- La elasticidad de sustitución intertemporal es constante e igual a γ , donde $\frac{1}{\gamma}$ es la aversión al riesgo del hogar.
- β denota el factor de descuento de tiempo.

Riesgo de supervivencia y herencias

- En el modelo los agentes pueden morir antes que la máxima duración de vida J y, como consecuencia, dejar una herencia.
- Se define $b_{j,t}$ como la herencia que un agente en la edad j recibe en el periodo t .
- **Pregunta** : ¿Cuánto del total de activos (incluyendo intereses sobre los pagos) de los agentes fallecidos se distribuye en los miembros de los cohortes sobrevivientes?.

Se define el siguiente esquema de distribución:

$$\Gamma_{j,t} = \frac{\omega_{b,j}}{\sum_{i=1}^J \omega_{b,i} m_{i,t}} \quad (4)$$

donde $\omega_{b,j}$ se especifica exógenamente y $m_{j,t}$ son las razones relativas de los cohortes con respecto a la población en t , $m_{j,t} = \frac{\psi_{j,t}}{1 + n_{p,t}} m_{j-1,t-1}$

Riesgo de supervivencia y herencias

La cantidad de herencia para cada cohorte puede ser calculado mediante la expresión:

$$b_{j,t} = \Gamma_{j,t} BQ_t \quad (5)$$

donde BQ_t define la herencia agregada en el periodo t :

$$BQ_t = r_t^n \sum_{j=2}^J a_{j,t} \frac{m_{j,t}}{\psi_{j,t}} (1 - \psi_{j,t}) \quad (6)$$

donde:

- r_t^n es la tasa de interés neta en t ,
- $a_{j,t}$ son los activos del cohorte j en t ,

Riesgo en la productividad laboral

Los individuos difieren respecto a su productividad laboral $h_{j,t}$, la cual depende de:

- un perfil (determinístico) de ingresos por edad e_j ,
- un efecto de productividad fijo θ que es definido al comienzo del ciclo de vida,
- y de un componente autoregresivo $\eta_{j,t}$ que evoluciona en el tiempo y que tiene una estructura autoregresiva de orden 1

$$\eta_j = \rho\eta_{j-1} + \epsilon_j \quad \text{con} \quad \epsilon_j \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad \text{y} \quad \eta_1 = 0 \quad (7)$$

Dada esta estructura, la productividad laboral del hogar es

$$h_j = \begin{cases} e_j \exp [\theta + \eta_j] & \text{si } j < j_r \\ 0 & \text{si } j \geq j_r. \end{cases} \quad (8)$$

Ingresos y egresos de los hogares por el sistema de pensiones

A la edad obligatoria de retiro j_r , la productividad laboral cae a cero y los hogares reciben una pensión $pen_{j,t}$ igual a la fracción κ (tasa de reemplazo del sistema de pensiones, definida de forma exógena) del ingreso laboral promedio en el periodo t .

$$pen_j = \begin{cases} 0 & \text{si } j < j_r \\ \kappa_t \frac{w_t}{j_r - 1} \sum_{j=1}^{j_r-1} e_j, & \text{si } j \geq j_r. \end{cases} \quad (9)$$

Durante su edad laboral ($j < j_r$), los hogares pagan una la contribución al sistema de pensiones τ_t^p con respecto a su salario.

Problema de Decisión de los Consumidores

Los hogares maximizan la función de utilidad sujeta a la restricción presupuestaria intertemporal

$$a_{j+1,t} = (1 + r_t^n) a_{j,t-1} + w_t^n h_{j,t} l_{j,t} + b_{j,t} + pen_{j,t} - p_t c_{j,t} \quad (10)$$

donde:

- $a_{j,t}$ son los ahorros-activos del agente en el periodo t ,
- $w_t^n = w_t(1 - \tau_t^w - \tau_t^p)$ es la tasa de salario neto, la cual es igual al salario de mercado w_t menos los impuestos por ingreso laboral τ_t^w y el impuesto de nómina para financiar el sistema de pensión τ_t^p ,
- $r_t^n = r_t(1 - \tau_t^r)$ es la tasa de interés neta, que es igual a la tasa de interés de mercado r_t descontando el impuesto por ingresos de capital τ_t^r ,
- $p_t = 1 + \tau_t^c$ es el precio al consumidor el cual se normaliza a uno y se agregan los impuestos al consumo τ_t^c .

Se agrega una restricción adicional de no negatividad de los ahorros $a_{j+1,t} \geq 0$

El problema de programación dinámica

$$\begin{aligned} V_t(z) = \max_{c, l, a^+} \quad & u(c, 1 - l) + \beta E[V_{t+1}(z^+) | \eta] \\ \text{s.a.} \quad & a^+ + p_t c = (1 + r_t^n) a + w_t^n h l + pen, \quad a^+ \geq 0, \quad l \geq 0 \\ & \text{y } \eta^+ = \rho \eta + \epsilon^+ \quad \text{con } \epsilon^+ \sim N(0, \sigma_\epsilon^2), \end{aligned} \tag{11}$$

donde $z = (j, a, \theta, \eta)$ es el vector de variables de estado individuales.
La condición terminal de la función de valor es

$$V_t(z) = 0 \quad \text{para } z = (J + 1, a, \theta, \eta), \tag{12}$$

que significa que se asume que los agentes no valoran lo que sucede después de la muerte.

Problema de decisión de las firmas

Las empresas contratan capital K_t y trabajo L_t en un mercado de factores perfectamente competitivo para producir un único bien Y_t de acuerdo a una tecnología de producción dada por una función de producción Cobb-Douglas

$$Y_t = \Omega K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (13)$$

donde Ω es el nivel de tecnología que es constante en el tiempo y α es la elasticidad del capital en la función de producción.

El capital se deprecia a una tasa δ , de manera que el stock de capital evoluciona de acuerdo a la siguiente expresión

$$(1 + n_p)K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (14)$$

Problema de decisión de las firmas

Bajo el supuesto de competencia perfecta, las funciones inversas a la demanda de capital y trabajo de la empresa están dadas por

$$r_t = \alpha \Omega \left[\frac{L_t}{K_t} \right]^{(1-\alpha)} - \delta \quad (15)$$

$$w_t = (1 - \alpha) \Omega \left[\frac{K_t}{L_t} \right]^{\alpha} \quad (16)$$

Gobierno y sistema de pensiones

- **El gobierno administra dos sistemas : un sistema de impuestos y un sistema de pensiones, ambos operando en equilibrio presupuestario.**
- El gobierno recolecta impuestos sobre el el gasto en consumo, ingreso laboral e ingreso de capital con el objetivo de financiar su gasto público G_t y pagos relacionados al stock de deuda B_t .
- En el equilibrio inicial, el gasto público es igual a una razón constante del GDP, esto es, $G = g_y Y$. En periodos posteriores, el nivel de bienes públicos se mantiene constante (per cápita), lo que significa que $G_t = G$.
- Lo mismo aplica para la deuda pública, donde la razón inicial es denominada b_y .

Gobierno y Sistema de Pensiones

En cualquier punto en el tiempo el presupuesto del sistema de impuestos es balanceado si se cumple la igualdad

$$\tau_t^c C_t + \tau_t^w w_t L_t^s + \tau_t^r r_t A_t + (1 + n_p) B_{t+1} = G_t + (1 + r_t) B_t \quad (17)$$

- Además de los ingresos por impuestos, el gobierno financia su gasto al contratar nueva deuda $(1 + n_p) B_{t+1}$.
- Sin embargo, debe repagar la actual deuda incluyendo intereses sobre los pagos de manera que tenemos que agregar $(1 + r_t) B_t$ al consumo de gobierno en el lado del gasto.

Gobierno y Sistema de Pensiones

- El sistema de pensiones opera en un esquema pay-as-you-go.
- Esto es : recolecta contribuciones de las generaciones en edad de trabajar y directamente las distribuye a los retirados actuales.

La ecuación de balance del presupuesto del sistema de pensiones está dada por

$$\tau_t^p w_t L_t^s = \overline{pen}_t N^R \quad \text{con} \quad N^R = \sum_{j=j_r}^J m_j \psi_j \quad (18)$$

donde N^R denota la cantidad de retirados.

Con respecto a los mercados de factores, el precio del capital r_t y del trabajo w_t se ajustan para limpiar el mercado, esto es:

$$K_t + B_t = A \quad y \quad L_t = L_t^s \quad (19)$$

Hay dos sectores que demandan ahorro de los hogares: el gobierno y las empresas. Ambos compiten en competencia perfecta en el mercado de capital.

Con respecto al mercado de bienes, todos los productos producidos deben ser utilizados ya sea como consumo por parte del sector privado o por el gobierno, o en forma de inversión en el futuro stock de capital. Así, el equilibrio en el mercado de bienes está dado por

$$Y_t = C_t + G_t + I_t \quad (20)$$

Resumen de parámetros exógenos (E), calibrados (C) y objetivos (T) I

Parámetro	Descripción	E	C	T	Descripción
TT	Número de periodos de transición. Cada periodo equivale a 5 años en la vida real.	X			Definido por criterio numérico
JJ	Número de años que vive un hogar. Los hogares empiezan su vida económica a los 20 años ($j = 1$). Viven hasta los 100 años ($JJ = 16$).	X			Definido por Fehr y Kindermann (2018).
JR	Edad obligatoria de retiro. Los hogares se retiran a los 65 años ($j_r = 10$)	X			Definido por Fehr y Kindermann (2018).
γ	Coefficiente de aversión relativa al riesgo (recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal)		X		El parámetro fue calibrado hasta obtener las salidas más cercanas a los valores observados de las razones del Consumo e Inversión con respecto al PIB.
ν	Parámetro de la intensidad de preferencia de ocio.	X			Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
β	Factor de descuento de tiempo.		X		Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
σ_θ^2	Varianza del efecto fijo θ sobre la productividad.		X		Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).

Resumen de parámetros exógenos (E), calibrados (C) y objetivos (T) II

σ_{ϵ}^2	Varianza del componente autoregresivo η .	X	Calibrado por Fehr y Kindermann (2018).
α	Elasticidad del capital en la función de producción. Corresponde a la razón capital en el producto.	X	Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
δ	Tasa de depreciación de capital.	X	Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
Ω	Nivel de tecnología.	X	Calibrado numéricamente para ajustar la tasa de salarios a $w_t = 1$.
n_p	Tasa de crecimiento poblacional.	X	Se consultó OECD, Fertility rates
gy	Gasto público como porcentaje del PIB.	X	Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
by	Endeudamiento público como porcentaje del PIB.	X	Banco de datos de CEPAL
κ	Tasa de reemplazo de sistema de pensiones.	X	Se consultó OECD-Founded Pension Indicators-Contributions
ψ_j	Tasas de supervivencia por cohorte de edad.	X	Definido por Fehr y Kindermann (2018).
e_j	Perfil de eficiencia de ingresos laborales por cohorte de edad.	X	Definido por Fehr y Kindermann (2018).

Resumen de parámetros exógenos (E), calibrados (C) y objetivos (T) III

τ_t^c	Tasa de impuesto al consumo.	X		Se consultó OECD Tax Database
τ_t^w	Tasa de impuesto al ingreso laboral.	X	X	Se consultó OECD Tax Database
τ_t^r	Tasa de impuesto al ingreso de capital.		X	Se consultó OECD Tax Database
τ_t^p	Tasa de contribución sobre nómina al sistema de pensiones.		X	Se consultó OECD-Founded Pension Indicators-Contributions
$\frac{PEN}{GDP}$	Pago a pensiones como porcentaje del PIB.		X	Se consultó OECD-Pensions at Glance-Public expenditure on pensions
$\frac{C}{GDP}$	Consumo privado como porcentaje del PIB.		X	Se consultó PWT 10.01, Penn World Table
$\frac{I}{GDP}$	Inversión como porcentaje del PIB.		X	Se consultó PWT 10.01, Penn World Table

Cuadro: Resumen de parámetros exógenos (E), calibrados (C) y objetivos (T). Para todos los casos, se usaron datos correspondientes a 2015.

Parámetros del modelo I

Descripción	Parámetro	México	Chile	Costa Rica
Función de Utilidad				
Coeficiente de aversión relativa al riesgo (recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal)	γ	0.18	0.18	0.18
Parámetro de la intensidad de preferencia de ocio.	ν	0.389	0.361	0.392
Factor de descuento de tiempo.	β	0.998	0.998	0.998
Función de Producción				
Elasticidad del capital en la función de producción. Corresponde a la razón capital-producto.	α	0.622	0.56	0.411
Tasa de depreciación de capital.	δ	3.8 %	4.3 %	5.1 %
Nivel de tecnología.	Ω	1.89	1.65	1.85
Riesgo en productividad laboral				
Componente autoregresivo del shock en productividad.	ρ	0.98	0.98	0.98

Parámetros del modelo II

Varianza del efecto fijo θ sobre la productividad.	σ_{θ}^2	0.23	0.23	0.23
---	---------------------	------	------	------

Varianza del componente autoregresivo η .	σ_{ϵ}^2	0.05	0.05	0.05
--	-----------------------	------	------	------

Gobierno

Gasto público como porcentaje del PIB.	gy	18.2 %	17.1 %	20.5 %
--	------	--------	--------	--------

Endeudamiento público como porcentaje del PIB.	by	44.2 %	30.3 %	47.8 %
--	------	--------	--------	--------

Tasa de impuesto al consumo.	τ_t^c	16.0 %	19.0 %	13.0 %
------------------------------	------------	--------	--------	--------

Tasa de impuesto al ingreso de capital.	τ_t^r	0.0 %	0.0 %	0.0 %
---	------------	-------	-------	-------

Sistema de Pensiones

Tasa de reemplazo de sistema de pensiones.	κ	0.643	0.366	0.732
--	----------	-------	-------	-------

Demografía

Tasa de crecimiento poblacional.	n_p	2.1 %	1.7 %	1.8 %
----------------------------------	-------	-------	-------	-------

Equilibrio Inicial

	México		Chile		Costa Rica	
	Modelo	Observado	Modelo	Observado	Modelo	Observado
	2015		2015		2015	
Mercado de Bienes (% PIB)						
● Consumo Privado	62.6	64.23	60.09	59.57	62.92	68.09
● Gasto Público	18.2	18.2	17.07	17.07	20.47	20.47
● Inversión	19.19	21.08	22.84	24.63	16.61	17.83
Tasas de impuestos (en %)						
● Consumo	16.0	16.0	19.0	19.0	13.0	13.0
● Ingreso	36.82		18.6		28.6	
● Ingreso medio		10.2		7.0		10.5
● Ingreso máximo		35.0		40.0		24.6
● Ingreso mínimo		1.92		0.0		0.0
Ingresos por impuestos (% PIB)						
● Consumo	10.02	6.63	11.42	7.46	8.18	nan
● Ingreso	13.92	6.01	8.18	10.2	16.84	nan
Gobierno (en % PIB)						
● Endeudamiento público	44.2	44.2	30.3	30.3	47.8	47.8
● Flujo de deuda	5.73	5.73	2.53	2.53	4.55	4.55
Sistema de pensiones						
● Tasa de reemplazo	0.64	0.64	0.37	0.37	0.73	0.73
● Pagos a pensiones (% PIB)	4.96	2.7	3.79	2.8	9.98	4.9
Otros						
● TC Poblacional (%)	2.14	2.14	1.74	1.74	1.79	1.79

Experimentos Computacionales : Diseño Experimental

- Se realizaron experimentos computacionales para explorar el efecto de distintas transformaciones económicas y demográficas.
- Se construyó un diseño experimental al estresar los parámetros calibrados alrededor de un margen $[1 - \Delta, 1 + \Delta]$ donde $\Delta \in [0, 1]$.

Parámetro	Descripción	Δ
α	Elasticidad del capital	0.1
n_p	Tasa de crecimiento de la población	0.1
ν	Parámetro de preferencia entre ocio y trabajo	0.1
γ	Coeficiente de aversión relativa al riesgo	0.1
ψ_{scalar}	Escalar que incrementa las probabilidades de supervivencia	0.05
g_y	Gasto público	0.1
b_y	Deuda pública	0.1
κ	Tasa de reemplazo	0.1

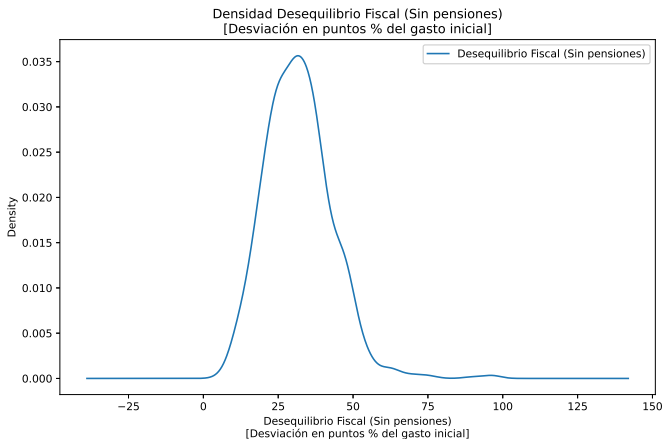
Desequilibrios fiscales derivados de transformaciones demográficas y económicas

- Para calcular desequilibrios fiscales, se aplican los impuestos del primer estado estacionario del modelo a las salidas del segundo estado estacionario de equilibrio de largo plazo que se alcanza cuando se realizan las transformaciones económicas y demográficas.²
- El desequilibrio fiscal es la razón entre el gasto del gobierno (incluyendo pago de deuda) y la recaudación tributaria. Así, un desequilibrio igual a 20 quiere decir que el gasto público es 20 % más grande que los ingresos tributarios.
- Con este ejercicio podemos explorar la pregunta de **cuál tendría que ser el ajuste desde el lado del gasto público y de la tasa de reemplazo con el objetivo de balancear los presupuestos, sin tener que hacer cambios al sistema tributario.**

²El gobierno administra dos sistemas de presupuesto : un sistema de impuestos y un sistema de pensiones. Ambos sistemas se encuentran en todo momento en equilibrio presupuestario.

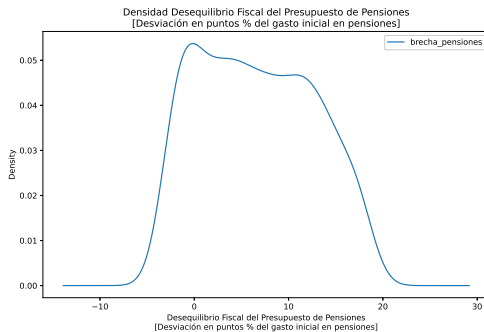
Desequilibrios fiscales derivados de transformaciones demográficas y económicas

En promedio, el desequilibrio fiscal es de 31.85 %, con máximo de 96 % y mínimo de 6 %



Desequilibrios fiscales derivados de transformaciones demográficas y económicas

- Con respecto al balance del sistema de pensiones, el promedio del desequilibrio es más pequeño (6 %), al igual que el desequilibrio máximo (18 %), y muestra una mayor dispersión.
- Además, el mínimo imbalance tiene un valor negativo igual a -3% , lo que significa que se recauda más con el mismo impuesto sobre nómina del sistema de pensiones del régimen anterior que el pago a pensiones de la población jubilada.



Cambios requeridos para mitigar los desequilibrios fiscales

- **¿Cual tendría que ser el ajuste del lado del gasto público con el objetivo de minimizar el desequilibrio fiscal sin modificar los impuestos?**
- **¿Cuál es la tasa de reemplazo que minimiza el desequilibrio, sin modificar la tasa de contribución al sistema de pensiones?**

Cambios requeridos para mitigar los desequilibrios fiscales

Para ambos problemas planteamos funciones a minimizar donde las variables de decisión son el gasto público, deuda pública y la tasa de reemplazo.

El problema de minimización del presupuesto que no integra pensiones es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \text{Desequilibrio Fiscal (sin pensiones)} \\ \text{s.a.} \quad & g_y, b_y \in [0, 1] \end{aligned} \tag{21}$$

El problema de minimización del presupuesto de pensiones es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \text{Desequilibrio Presupuesto de Pensiones} \\ \text{s.a.} \quad & \kappa \in [0, 1] \end{aligned} \tag{22}$$

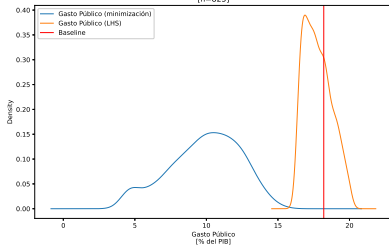
El problema de minimización se resuelve con el algoritmo bioinspirado PSO (Particle Swarm Optimization). Aplicamos el algoritmo de optimización a cada una de las 825 corridas.

Cambios requeridos para mitigar los desequilibrios fiscales

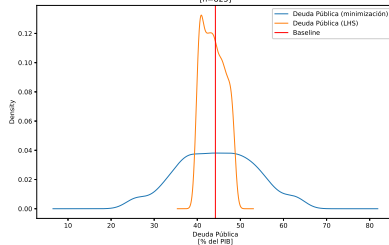
- Para el caso del ajuste del desequilibrio del presupuesto sin pensiones, en promedio el gasto público fue de 9 % del PIB, lo que significa una disminución de casi 10 puntos porcentuales del gasto público de calibración o baseline que es igual al 18.25 % del PIB.
- Para el caso del juste en la deuda pública, no hay ningún cambio con respecto al valor baseline o de calibración. La influencia de la deuda pública en los desequilibrios fiscales es casi nula, pues el valor promedio de la deuda que minimiza el desequilibrio es prácticamente el mismo que el valor baseline (44.46 % vs 44.2 %, respectivamente).
- Para el presupuesto de pensiones, en todos los casos la tasa de reemplazo que minimiza el desequilibrio fue prácticamente la misma, 0.59. Esto significa una reducción del 0.0455 con respecto al valor baseline (0.643).

Cambios requeridos para mitigar los desequilibrios fiscales

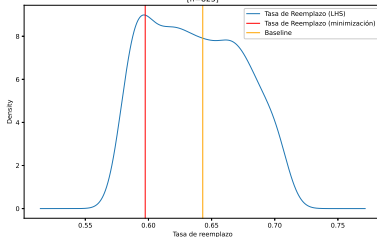
Densidades del gasto público de equilibrio vs gasto público que minimiza el desequilibrio fiscal (sin pensiones)
[n=825]



Densidades de la deuda pública de equilibrio vs deuda pública que minimiza el desequilibrio fiscal(sin pensiones)
[n=825]



Densidades de la Tasa de Reemplazo de las ejecuciones
[n=825]



Bienestar Generacional y Eficiencia Agregada

- Es necesario contar con una medida que permita comparar e interpretar las consecuencias en el bienestar de ciertas políticas de reforma para diferentes cohortes que viven a lo largo de la trayectoria de transición y en el nuevo equilibrio de largo plazo.
- [Fehr and Kindermann \(2018\)](#) proponen una medida cuantitativa que se deriva del incremento (decremento) relativo en el ingreso que es necesario para alcanzar el nivel de utilidad post-reforma dado los niveles de precios pre-reforma.

Bienestar Generacional y Eficiencia Agregada

- La medida indica si la reforma ha incrementado el bienestar del hogar considerado en la misma forma que el aumento de los recursos iniciales en Δ_t por ciento.
- De manera que Δ_t es llamada la variación equivalente en el ingreso (income equivalent variation) o -dado que fue introducido por Hicks- *variación hicksiana equivalente* (**Hicksian equivalent variation, HEV**).
- La HEV está dada por

$$\Delta_t = \left(\frac{U_t}{U_0} \right)^{\frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma}}} - 1$$

- El cambio en bienestar expresado como un porcentaje de los recursos iniciales de un cohorte es el principal indicador de las consecuencias de una reforma en el bienestar intergeneracional.

Bienestar Generacional y Eficiencia Agregada

- Se define un mecanismo en el que las generaciones actuales recibirían las transferencias de suma fija mientras que las cohortes futuras habrían de pagar impuestos de suma fija, de manera que

$$\Delta^* = \left(\frac{U^*}{U_0} \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}}} - 1 > 0.$$

- Δ^* puede ser interpretada como una medida de la ganancia de eficiencia agregada de la reforma de política como porcentaje de los recursos iniciales.
- Decimos que una reforma es **efficiency improving** o **Pareto superior después de compensación** si $\Delta^* > 0$.
- Derivar U^* y por lo tanto Δ^* no es tarea fácil. Se calcula incorporando un nuevo agente denominado **Lump-Sum Redistribution Authority, (LSRA)**.
- Se permite a esta autoridad pagar transferencias de suma fija a todas las generaciones, actuales y futuras.

¿Aumentos en tasa de reemplazo tienen un cambio positivo en bienestar?

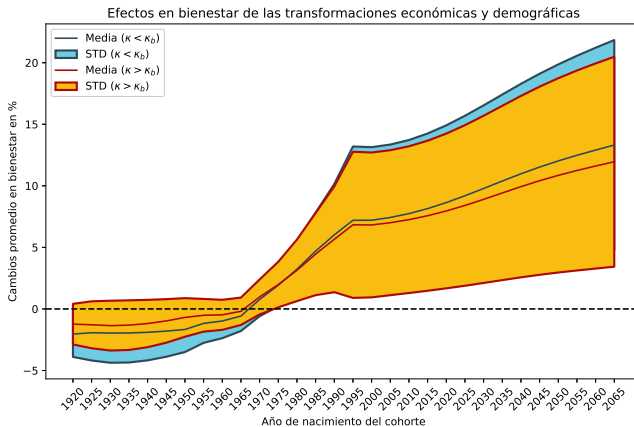


Figura: Efectos en bienestar de las transformaciones económicas y demográficas. México

¿Aumentos en tasa de reemplazo tienen un cambio positivo en bienestar?

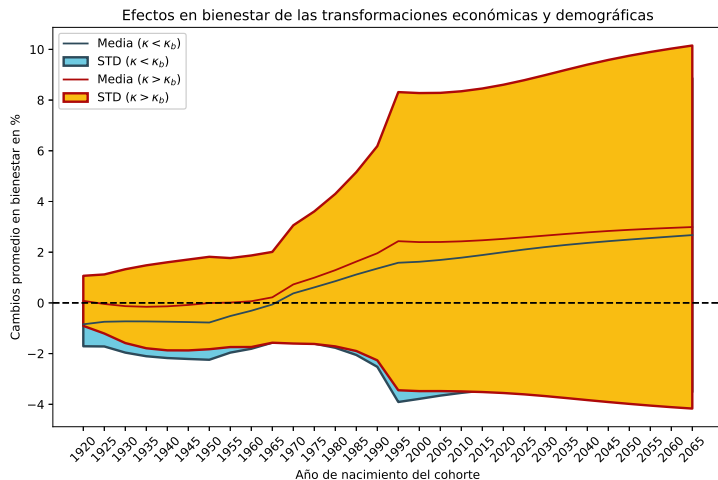


Figura: Efectos en bienestar de las transformaciones económicas y demográficas. Chile

Cohorte	Sin LSRA		Con LSRA	
	$\kappa > \kappa_b$	$\kappa < \kappa_b$	$\kappa > \kappa_b$	$\kappa < \kappa_b$
1920	-1.23	-2.04	12.16	11.86
1930	-1.35	-1.96	12.16	11.86
1940	-1.18	-1.90	12.16	11.86
1950	-0.69	-1.67	12.16	11.86
1960	-0.48	-0.98	12.16	11.86
1970	0.98	0.77	12.16	11.86
1980	3.14	3.23	12.16	11.86
1990	5.66	6.02	12.16	11.86
2000	6.82	7.20	12.16	11.86
2010	7.25	7.74	12.16	11.86
2020	7.96	8.64	12.16	11.86
2030	8.90	9.78	12.16	11.86
2040	9.94	10.98	12.16	11.86
2050	10.85	12.02	12.16	11.86
2060	11.61	12.91	12.16	11.86

Cuadro: Cambios en bienestar después de LSRA (México)

Cohorte	Sin LSRA		Con LSRA	
	$\kappa > \kappa_b$	$\kappa < \kappa_b$	$\kappa > \kappa_b$	$\kappa < \kappa_b$
1920	0.08	-0.84	1.15	0.27
1930	-0.13	-0.73	1.15	0.27
1940	-0.14	-0.74	1.15	0.27
1950	-0.00	-0.77	1.15	0.27
1960	0.06	-0.31	1.15	0.27
1970	0.73	0.38	1.15	0.27
1980	1.29	0.86	1.15	0.27
1990	1.96	1.36	1.15	0.27
2000	2.40	1.62	1.15	0.27
2010	2.43	1.78	1.15	0.27
2020	2.53	2.00	1.15	0.27
2030	2.66	2.20	1.15	0.27
2040	2.78	2.36	1.15	0.27
2050	2.88	2.50	1.15	0.27
2060	2.96	2.62	1.15	0.27

Cuadro: Cambios en bienestar después de LSRA (Chile)

Implicaciones de Política

Línea de Tiempo y siguientes pasos

¡GRACIAS!

www.egobiernoytp.mx

@EGobiernoTP

References I

- Fehr, H. and Kindermann, F. (2018). *Introduction to computational economics using Fortran*. Oxford University Press.
- Nishiyama, S. and Smetters, K. (2014). Analyzing fiscal policies in a heterogeneous-agent overlapping-generations economy. In *Handbook of Computational Economics*, volume 3, pages 117–160. Elsevier.
- Rouwenhorst, K. G. (1995). *10 Asset Pricing Implications of Equilibrium Business Cycle Models*, pages 294–330. Princeton University Press, Princeton.

El problema de programación dinámica

De acuerdo a [Fehr and Kindermann \(2018\)](#), podemos escribir las funciones de horas laborales y de consumo como funciones de a^+ :

$$l = l(a^+) = \min \left\{ \max \left[\nu + \frac{1-\nu}{w_t^n h} (a^+ - (1+r_t^n)a - pen), 0 \right], 1 \right\} \quad (23)$$

$$c = c(a^+) = \frac{1}{p_t} \left[(1+r_t^n)a + w_t^n h l(a^+) + pen - a^+ \right] \quad (24)$$

El problema de programación dinámica

El problema de los hogares se reduce a resolver la condición de primer orden

$$\frac{\nu [c(a^+)^{\nu} (1 - l(a^+))^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{p_t c(a^+)} = \beta (1 + r_{t+1}^n) \times E \left[\frac{\nu [c_{t+1}(z^+)^{\nu} (1 - l_{t+1}(z^+))^{1-\nu}]^{1-\frac{1}{\gamma}}}{p_{t+1} c_{t+1}(z^+)} \middle| \eta \right] \quad (25)$$

donde a^+ es desconocido.

Gobierno y Sistema de Pensiones

Para la evolución de los pagos a pensiones en el tiempo se asume que están vinculados a las ganancias laborales promedio del periodo previo, es decir

$$\overline{pen}_t = \kappa_t \frac{w_{t-1} L_{t-1}^s}{N^L} \quad \text{con} \quad N^L = \sum_{j=1}^{j_r-1} m_j \psi_j \quad (26)$$

donde N^L es el tamaño (fijo) de los cohortes en edad de trabajar. Se asume que la tasa de reemplazo κ_t está dada de forma exógena mientras que la tasa de contribución τ_t^p se ajusta con el objetivo de balancear el presupuesto.

Cálculo del equilibrio Inicial y transición

- Se discretiza el espacio de estados de los hogares.
- Se usa el método de [Rouwenhorst \(1995\)](#) para aproximar el proceso AR(1) en una Cadena de Markov.
- Para cada nodo y periodo, se resuelve el problema de los hogares (función de política) utilizando el algoritmo de interacción de la función de política.
- Dicho algoritmo consiste en una combinación de una interpolación lineal (para obtener los valores de los ahorros) de la condición de primer orden .
- Posteriormente se encuentra la solución a la condición de primer orden para cada nivel actual de ahorros y cada nivel del shock idiosincrático en el ingreso aplicando un método estándar para encontrar raíces (método de Newton) a la función de primer orden.

Cálculo del equilibrio Inicial y transición

- Las series de tiempo de precios de los factores así como los valores de las variables de política de la transición del estado de equilibrio inicial al siguiente se obtienen mediante el algoritmo iterativo Gauss-Seidel.
- Se fijan las condiciones iniciales de las variables de stock K_1 y B_1 , capital y deuda respectivamente. Se toman iguales a los valores el equilibrio inicial K_0 y B_0 .
- El valor de dichos stocks es calibrado a lo largo de la transición mediante un parámetro de velocidad de ajuste, *damp factor*.
- Se presenta el pseudocódigo del programa de la transición.

Algorithm 1: Cálculo de trayectoria de transición de la economía

```
for  $iter = 1 \in 1:itermax$  do
  for  $t \in 1:TT$  do
    Calcula precios para cada  $t$ 
  end for
  for  $t \in 1:TT$  do
    Resuelve problema de los hogares  $t$  y cada  $j$ 
  end for
  for  $t \in 1:TT$  do
    Calcula la distribución de los hogares sobre el estado de espacio para cada  $j$ 
  end for
  for  $t \in 1:TT$  do
    Agrega decisiones individuales para cada  $t$ 
  end for
  for  $t \in 1:TT$  do
    Determina parámetros del gobierno cada  $t$ 
  end for
  Calcula diferencias en el mercado de bienes  $\varepsilon_{MB}$  para cada  $t$ 
  if  $\varepsilon_{MB} < \varepsilon^*$  then
    BREAK
  end if
end for
```

Parametrización y calibración del modelo

- La siguiente tabla presenta los parámetros del modelo.
- Se clasifican de acuerdo a parámetros que son obtenidos directamente de los datos (parámetro exógenos) y aquellos que son calibrados.
- Se describe de forma breve el proceso de calibración.
- Además, se señala la fuente de consulta de los datos.

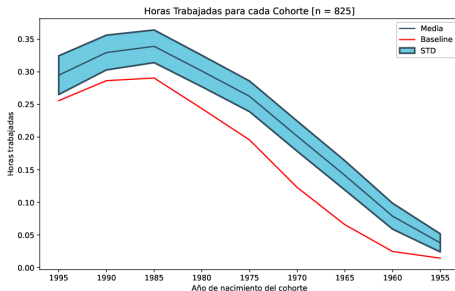
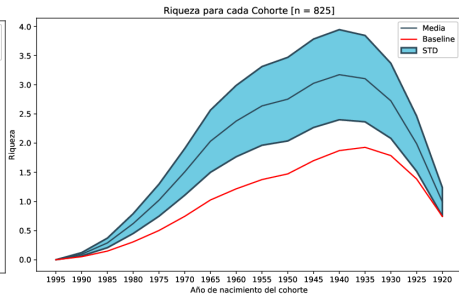
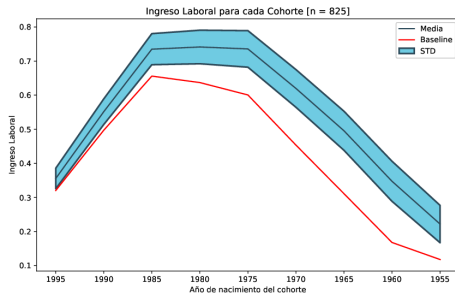
Experimentos Computacionales : Diseño Experimental

- Se realizó un muestreo de tamaño 2000 usando Latin Hypercube.
- Cada una de estas muestras corresponde a una ejecución del modelo.
- Las ejecuciones fueron distribuidas en un equipo con 16 núcleos virtuales y 12 Gb de RAM con procesador 12th Gen Intel(R) Core(TM) i5-12600HX CPU GHz 2.803.
- Sistema Operativo Debian GNU/Linux 12 (bookworm)
- El tiempo de ejecución promedio fue de 15 minutos, más del doble de tiempo de otros modelos similares que toman 6 minutos en promedio ([Nishiyama and Smetters, 2014](#)).
- De las 2000 ejecuciones, 825 terminaron correctamente y el resto terminó en inestabilidades numéricas que generaron errores en tiempo de ejecución.

Impacto en los mercados laborales

- Se comparó el valor de equilibrio obtenido de la calibración (baseline) y los valores de largo plazo de la transición al nuevo equilibrio originado por las transformaciones y cambios de política para el ingreso laboral, riqueza de los hogares y horas trabajadas para cada cohorte.
- Para todos los casos, hay un incremento sustancial en todos los cohortes de edad en el equilibrio de largo plazo.

Impacto en los mercados laborales



¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?

Consideramos como un cambio exitoso a los experimentos que cumple dos metas:

- El pago pensiones como %PIB es menor al valor baseline (4.96 % del PIB).
- La tasa de reemplazo es mayor al valor baseline (0.64).

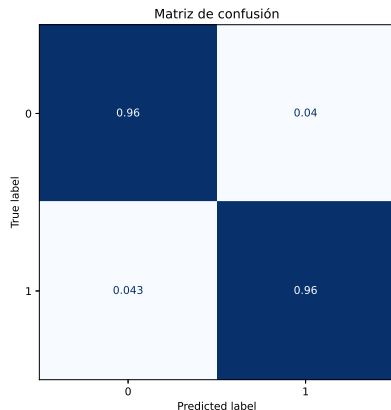
Es decir, nos interesa aprender las características que permiten tener tasas altas de reemplazo al mismo nivel pago a pensiones como % del PIB.

¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?

- Etiquetamos con 1 aquellas ejecuciones que cumplen las dos metas y como 0 las que no las cumplen.
- Planteamos un problema de clasificación que resolvemos con XGBoost (eXtreme Gradient Boosting).
- XGBoost es un framework perteneciente a la familia de métodos de ensamble de aprendizaje que se basa en entrenar secuencialmente predictores con el fin de intentar corregir el desempeño de su predecesor.
- Los dos algoritmos de boosting más conocidos son AdaBoost y Gradient Boosting. XGBoost pertenece a la familia de este último.

¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?

- El modelo consiguió un accuracy alto igual a 0.95, considerando el desbalance en las etiquetas de 1 (de los 825 registros, 71 corresponden a registros etiquetados con 1).
- La matriz de confusión tiene un comportamiento balanceado para pronosticar verdaderos positivos y verdaderos negativos



¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?

- De los métodos de ensamble es posible recuperar un score de importancia de cada característica.
- La idea que se sigue es ponderar en qué medida cada característica reduce la impureza en el split del árbol de clasificación.
- La importancia de las características se promedia en todos los árboles de decisión del modelo.

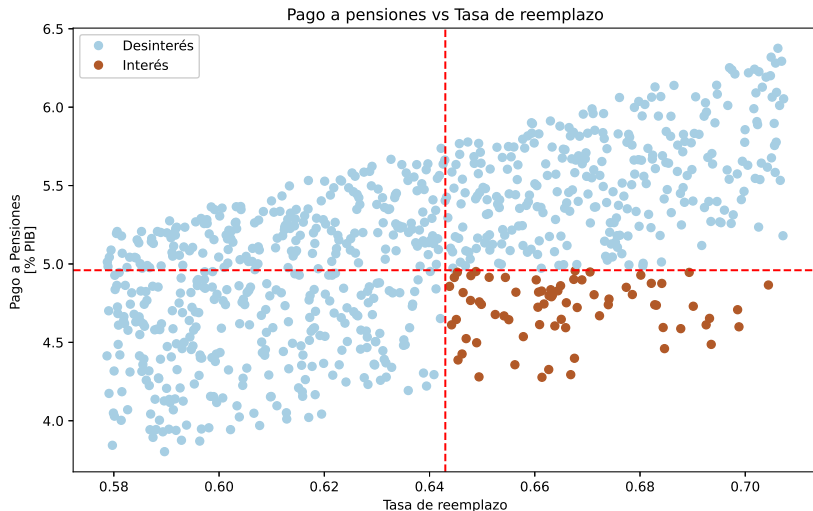
¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?

Las 5 características que presentan la mayor importancia en el modelo (por orden de importancia):

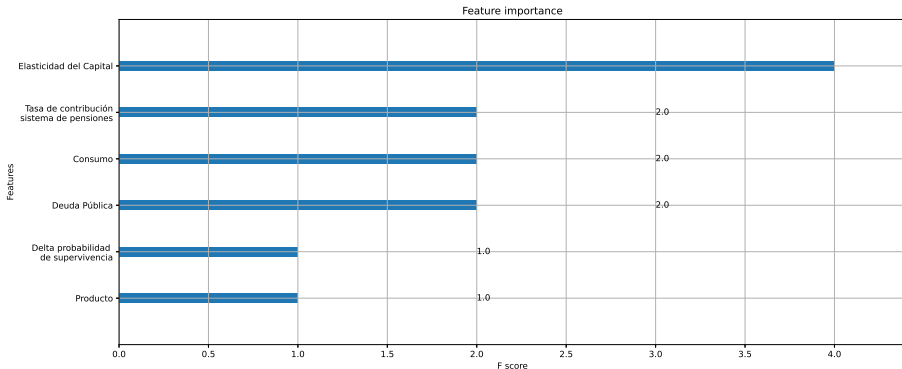
- Elasticidad del Capital
- Tasa de contribución sobre nómina al sistema de pensiones
- Consumo agregado
- Delta que incrementa la probabilidad de supervivencia de los cohortes.
- Producto

Para identificar regiones de prometedoras para la agrupación de los resultados de interés, realizamos pairplots con las cuatro características de mayor importancia.

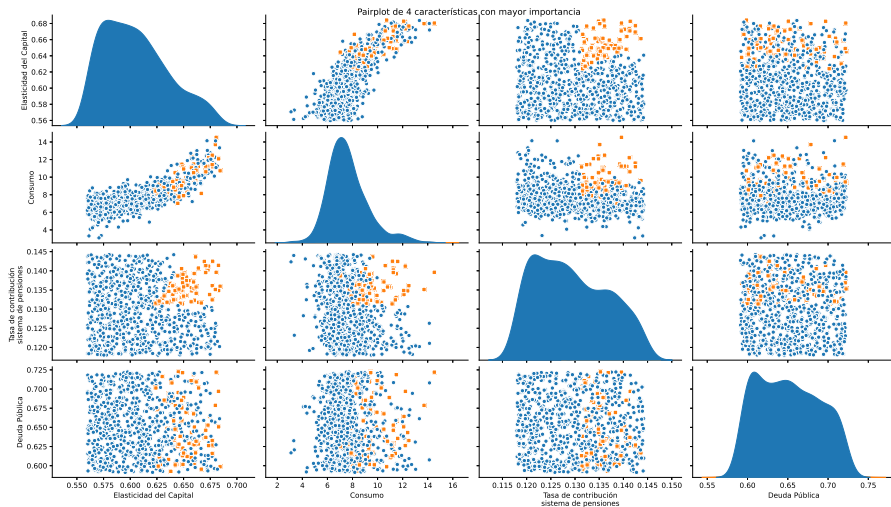
¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?



¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?



¿Cuáles son las condiciones que generan cambios exitosos en el sistema de pensiones?



Bienestar Generacional y Eficiencia Agregada

- **Fehr and Kindermann (2018)** introducen una medida que permite comparar e interpretar las consecuencias en el bienestar de ciertas políticas de reforma para diferentes cohortes viviendo a lo largo de la trayectoria de transición y en el nuevo equilibrio de largo plazo.
- Los puntos de referencia son los niveles de utilidad de los cohortes que estaban viviendo en el estado estacionario inicial antes de la reforma.
- Generaciones futuras son aquellas quienes entran durante la fase de transición.
- Las reformas de política tiene un impacto diferente en los cohortes.
- Con el objetivo de derivar una medida cuantitativa, se derivan el incremento (decremento) relativo en el ingreso que es necesario para alcanzar el nivel de utilidad post-reforma dado los niveles de precios pre-reforma.

Bienestar Generacional y Eficiencia Agregada

- **¿Las consecuencias en bienestar son debidas unicamente por una redistribución intergeneracional o la reforma ha mejorado (o empeorado) la asignación de recursos?.**
- Se procede de la siguiente forma:
 - ▶ Se calculan las *lump-sum transfers* (transferencias de suma fija) que son necesarias otorgar a las generaciones actuales para que estuvieran tan bien como en el equilibrio inicial.
 - ▶ Se calculan las transferencias a las generaciones futuras para que todos estén en igualdad de condiciones, *i.e.* todas experimenten el mismo nivel de utilidad U^* ³

³El nivel de utilidad U^* está determinado por el requerimiento que los valores presentes de todas las transferencias sumen cero.

Bienestar Generacional y Eficiencia Agregada

- En esta situación, todas las generaciones actuales recibirían las transferencias de suma fija mientras que las cohortes futuras habrían de pagar impuestos de suma fija, de manera que

$$\Delta^* = \left(\frac{U^*}{U_0} \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{\gamma}}} - 1 > 0.$$

- Δ^* puede ser interpretada como una medida de la ganancia de eficiencia agregada de la reforma de política como porcentaje de los recursos iniciales.
- Decimos que una reforma es **efficiency improving** o **Pareto superior después de compensación** si $\Delta^* > 0$.
- Derivar U^* y por lo tanto Δ^* no es tarea fácil. Se calcula incorporando un nuevo agente denominado **Lump-Sum Redistribution Authority, (LSRA)**.
- Se permite a esta autoridad pagar transferencias de suma fija a todas las generaciones, actuales y futuras.