

Aufgabenblatt 5

In diesem Aufgabenblatt wird die diskrete bzw. schnelle Fouriertransformation (DFT bzw. FFT) untersucht. Die folgenden Schlüsselwörter und Funktionen sind dabei von besonderer Bedeutung:

audioread, playblocking, audioplayer
writematrix, readmatrix, csvwrite, csvread
sin, cos, chirp, hamming, fft, stft, ifft
linspace, abs, length,
figure, plot, stem, xlabel, ylabel, hold, pause

Wichtig: Geben Sie bitte nur eine Gesamtlösung pro Aufgabe ab. Lösungen für die Teilaufgaben a, b usw. sind nicht erwünscht. Am besten geben Sie ein einzelnes Matlab-Skript für das Aufgabenblatt ab und verwenden Sektionen für die unterschiedlichen Aufgaben (dies ist nur in Matlab und nicht in Octave möglich).

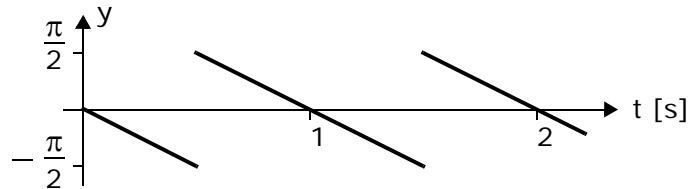
Jede Gruppe (mit maximal zwei Studierenden) gibt bitte gemeinsam ihre Lösung ab (also nur einmal). Vergessen Sie nicht, die Namen und Matrikel-Nummern aller an der Lösung beteiligten Studierenden als Kommentar in den ersten Zeilen jedes Matlab-Skripts einzufügen.

5.1 Signalanalyse

- Laden Sie sich von Moodle die Audiodatei sample3.wav auf Ihren Rechner. Schreiben Sie anschließend ein Matlab-Skript, um die Audiodatei in sample3 zu speichern. Die in der Audiodatei codierte Abtastfrequenz soll in der Variablen fs gespeichert werden.
- Kopieren Sie aus sample3 einen Ausschnitt mit einer Länge von 10000 Samples in eine beliebige Variable und berechnen Sie hierzu die DFT (verwenden Sie hierzu die Funktion fft). Stellen Sie das Amplitudenspektrum des Signals mit Hilfe der Funktion stem dar. Achten Sie dabei auf eine korrekte Achsenbeschriftung und darauf, dass die Amplituden der einzelnen Bins korrekt sind (der Gleichanteil sollte bei 0.1 liegen). Welche Frequenzen enthält das Signal? Welche Amplituden haben die Harmonischen?
- Wiederholen Sie den vorangehenden Versuch, indem Sie diesmal jedoch aus sample3 einen Ausschnitt mit einer Länge von 1000 Samples betrachten. Geben Sie den Graphen in einem zweiten Fenster aus (figure). Welche Frequenzen enthält das Signal nun? Welche Amplituden haben die Harmonischen? Warum weicht das Ergebnis von dem der vorangehenden Teilaufgabe ab?

5.2 Zägezahnfunktion im Zeitbereich

Ermitteln Sie zunächst die Fourierreihe einer Sägezahnfunktion, wie diese rechts dargestellt ist.



Hinweis: Sie können die Fourierreihe natürlich selber entwickeln – z.B. wenn Sie Spaß an Mathematik haben. Einfacher ist jedoch, die Fourierreihe im Netz zu recherchieren.

- a) Schreiben Sie ein Programm, das die oben dargestellte Sägezahnfunktion mit Hilfe der Fouriersumme berechnet und anschließend von $t = 0$ s bis $t = 8,2$ s als Plot ausgibt. Verwenden Sie als Abtastfrequenz 100Hz. Addieren Sie die Harmonischen nacheinander in einer Schleife, wobei Sie die ersten 20 Terme der Summe berücksichtigen sollen. Geben Sie die Zwischenergebnisse der Summenbildung bei jedem Schleifendurchlauf für 0,5 s als Plot aus (verwenden Sie für die Verzögerung die Funktion pause). Achten Sie auf eine korrekte Achsenbeschriftung.

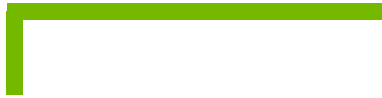
Hinweis: Bei der Addition entsteht eine Sägezahnfunktion, die sich mit jeder zusätzlichen Harmonischen näher an die oben dargestellte Funktion annähert. Da die Summe jedoch nicht über unendlich viele Sinus-Funktionen berechnet wird, entstehen Überschwinger, die in dem Bild oben nicht dargestellt sind.

- b) Modifizieren Sie die erzeugte Sägezahnfunktion so, dass Sie einen Gleichanteil von 1 (Einheitenlos) aufweist und geben Sie das Ergebnis in einem separaten Fenster (Aufruf von figure) als plot aus.
- c) Speichern Sie die berechnete Sägezahnfunktion als kommaseparierte Datei „saegezahn.csv“. Für den Dateizugriff können Sie csvwrite oder die modernere Variante writematrix verwenden.

Hinweis: Die Datei wird in der nächsten Aufgabe noch benötigt.

5.3 Fensterfunktionen

- a) Lesen Sie die zuvor erzeugte Datei „saegezahn.csv“ ein (mit csvread oder readmatrix) und führen Sie eine FFT durch. Geben Sie das berechnete Amplitudenspektrum mit stem aus. Die Achsen sollen dabei korrekt beschriftet sein und die Amplituden der Harmonischen die korrekten Werte anzeigen. Interpretieren Sie das Ergebnis (schreiben Sie Ihre Interpretation als Kommentar in das Matlab-Skript).



- b) Multiplizieren Sie die aus der Datei „saegezahn.csv“ gelesene Kurvenform mit einem Hamming-Fenster (Funktion `hamming`) und geben Sie das Ergebnis als `plot` in einem separaten Fenster aus (also nach vorangehendem Aufruf von `figure`).

Führen Sie anschließend erneut eine FFT mit dem erzeugten Signal aus und geben Sie das berechnete Amplitudenspektrum mit `stem` in einem dritten Fenster (`figure`) aus. Die Achsenbeschriftung und Skalierung soll dabei genauso wie in Teilaufgabe a gestaltet sein.

Ergänzen Sie auch hierzu einen Kommentar, in dem Sie beantworten, warum das Amplitudenspektrum nun besser aussieht, als das Amplitudenspektrum des Originalsignals (das im ersten Fenster angezeigte Amplitudenspektrum).

- c) Versuchen Sie das Originalsignal aus der Datei „saegezahn.csv“ so zu verändern (zu kürzen), dass nach der FFT das theoretisch zu erwartende Amplitudenspektrum entsteht (also nur noch Amplituden ungleich 0 für die Frequenzen 1 Hz, 2 Hz, 3 Hz usw.). Das korrekt skalierte Ergebnis soll in einem vierten Fenster ausgegeben werden.

5.4 Zeit-Frequenzanalyse

- a) Erzeugen Sie einen linearen Sinussweep über den Frequenzbereich von 1 Hz bis 500 Hz über 5 Sekunden bei einer Abtastfrequenz von 10 kHz. Speichern Sie das Signal in der Variablen `sweep`.

Hinweis: Einen Sinussweep können Sie mit Hilfe der Funktion `chirp` berechnen lassen.

- b) Ermitteln Sie das Amplitudenspektrum für das gesamte Signal `sweep`. Interpretieren Sie das Ergebnis (als Kommentar zu ergänzen).
- c) Führen Sie eine STFT durch und stellen Sie das Ergebnis als Spectrogramm in einem zweiten Fenster dar (Aufruf von `figure`). Interpretieren Sie das Ergebnis und vergleichen Sie es mit dem aus der vorangehenden Teilaufgabe b.

Hinweis: Zur Berechnung einer STFT steht in Matlab die Funktion `stft` zur Verfügung. Sie gibt ein Spektrogramm direkt aus, wenn kein Rückgabewert angegeben wird (also kein Gleichheitszeichen).

- d) Es hat den Anschein, dass durch die DFT die zeitliche Auflösung der Signale verloren geht. Dies ist jedoch falsch. Für den Nachweis soll das in Teilaufgabe b ermittelten Spektrum invers transformiert werden (mit Hilfe der Funktion `ifft`). Geben Sie das so ermittelte Zeitsignal über die Soundkarte aus.