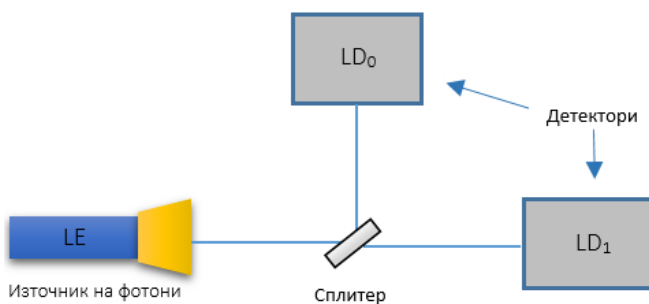


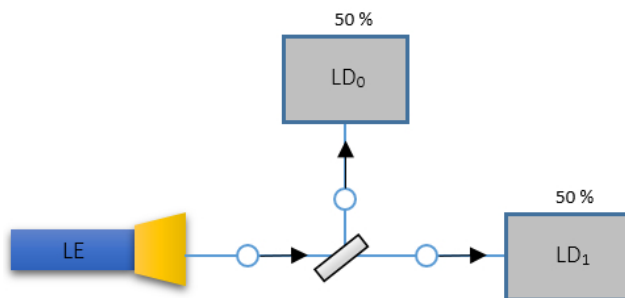
2.3. ПАРАЛЕЛЕН МОДЕЛ НА СУПЕРПОЗИЦИЯТА НА 1-QUBIT

Следващото моделирано ключово явление е *суперпозицията* на квантовите състояния. Предложен и реализиран е модел на *интерферометъра на Мах-Цендер (Mach-Zehnder)*. Този интерферометър е с много приложения. В рамките на провежданото изследване служи за илюстрация на неприложимостта на класическите вероятностни алгоритми за моделиране на *суперпозицията* – квантова частица в суперпозиция не е просто в едното или другото възможно състояние с дадена вероятност, а *едновременно в двете, независимо от разстоянието между маршрутите* на двете състояния.

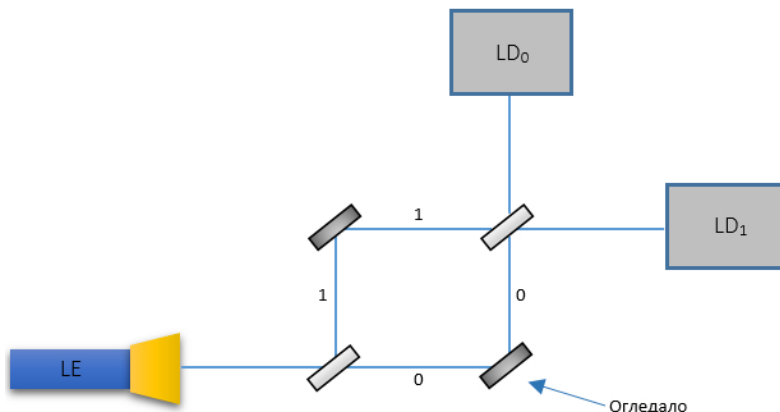
Интерферометърът на Мах-Цендер се използва с два типа огледала – пълноотражателно и полуотражателно. *Полуотражателното* огледало служи за разделяне на лъча на две (фиг. 2.13), поради което се нарича *светоделител* или *сплитер*.



Фиг. 2. 13. Опитна постановка с един сплитер



Фиг. 2. 14. Условно представяне на резултата от измерванията по двата маршрута



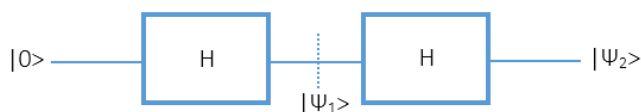
Фиг. 2. 15. Схема на интерферометъра на Мах-Цендер

Светлинният източник LE може така да се регулира, че да излъчва единични фотони. Фотодетекторите LD_0 и LD_1 фиксират равномерно разпределение на фотоните по двата пътя, формирани от сплитера (фиг. 2.14). Този случай може да се моделира с класически вероятностни алгоритми, подобно на поляризацията в т. 2.2.

Нещата обаче коренно се променят при окончателната постановка от фиг. 2.15. Лъчът от източника е насочен по маршрута, отбелязан с 0 . След първия сплитер той се разделя на две – *маршрут 0* и *маршрут 1*. Класическите вероятностни методи отново предсказват, че фотодетекторите LD_0 и LD_1 ще фиксират равномерно разпределение на фотоните по двата маршрута.

Резултатите от практическия експеримент обаче се различават от предсказанието на класическия вероятностен модел – фотодетекторът, разположен в първоначалното направление на лъча, ще регистрира 100% от излъчените фотони. Докато фотодетекторът, разположен ортогонално на първоначалното направление на лъча, ще регистрира 0% фотони. Причината за този необясним, от гледна точка на ежедневиия ни опит, феномен е в наслагването на няколко квантови ефекта: *суперпозицията*, *интерференцията* и *измерването* на квантови състояния.

Най-точното обяснение на наблюдението се дава от разглеждането на еквивалентната квантова верига от фиг. 2.16 [A.18]. Тя съдържа два последователно свързани *1-qubit* квантови вентила на Адамар (т. 1.3).



Фиг. 2. 16. Еквивалентна квантова верига на интерферометъра на Мах-Цендер

Нека приемем, че на входа на квантовата верига от фиг. 2.16 постъпва квантовото състояние $|\Psi\rangle = |0\rangle$. Това състояние може да се асоциира с *нулевия маршрут* от фиг. 2.15. Тогава, на изхода на първия вентил на Адамар се получава квантовото състояние

$$|\Psi_1\rangle = |0\rangle \rightarrow H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (2.3.1)$$

Това състояние е *суперпозиция* и постъпва на входа на втория вентил на Адамар, който го преобразува в изходното квантово състояние, тъждествено на входното за веригата

$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \rightarrow H \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |0\rangle = |\Psi\rangle \quad (2.3.2)$$

Аналогично, може да приемем, че на входа на квантовата верига от фиг. 2.16 постъпва квантовото състояние $|\Psi\rangle = |1\rangle$, което се асоциира с *единичния маршрут* от фиг. 2.15. В този случай, на изхода на първия вентил на Адамар се получава

$$|\Psi_1\rangle = |1\rangle \rightarrow H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \quad (2.3.3)$$

Това състояние също е суперпозиция, макар и с друг знак. Преминавайки през втория вентил на Адамар то се преобразува в изходното квантово състояние, отново тъждествено на входното за веригата

$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \rightarrow H \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = |1\rangle = |\Psi\rangle \quad (2.3.4)$$

Следователно, докато първият вентил на Адамар формира *суперпозиция* на *1-qubit*, вторият извършва *интерференцията* му. Това действие на двата последователно свързани квантови вентила на Адамар се обяснява със *самообратимостта* му

$$|\Psi\rangle \rightarrow HH|\Psi\rangle = HH^{-1}|\Psi\rangle = I|\Psi\rangle = |\Psi\rangle. \quad (2.3.5)$$

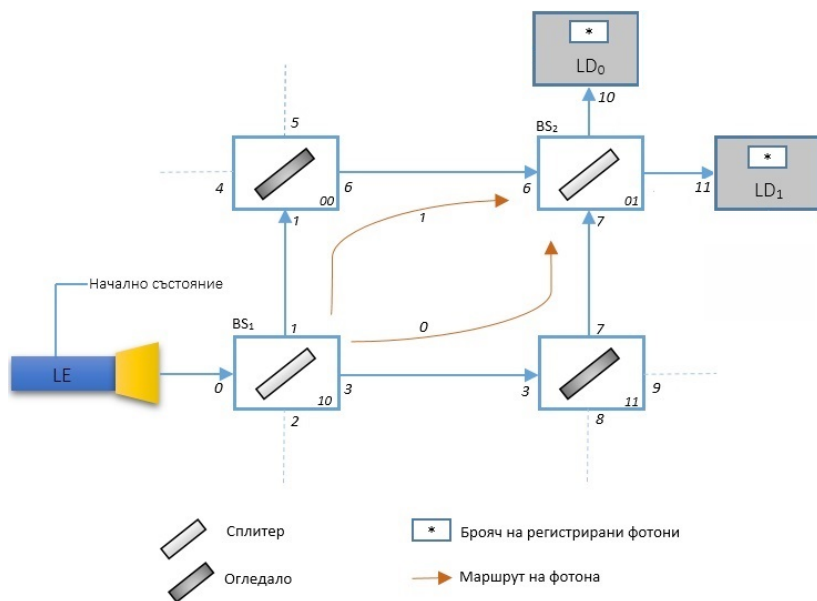
Този резултат илюстрира и друг квантов феномен: квантова частица в суперпозиция не е просто в едното или другото възможно състояние с дадена вероятност, а *едновременно в двете*. За разглеждания случай не може да се каже, че между двата сплитера фотонът се движи *или* по нулевия *или* по единичния маршрут. Фотонът между сплитерите е в суперпозиция и се движи *едновременно по двата маршрута, независимо от разстоянието между тях!*

Тогава възниква въпросът защо фотодетекторите LD_0 и LD_1 фиксират равномерно разпределение на фотоните по двата пътя,

формирани от схемата с един сплитер (фиг. 2.14).

Както се разбира, *сплитерът* е физическа реализация на вентила на Адамар при оптически квантов канал. Ако на входа на сплитера се подаде *q-бит* $|0\rangle$, на изхода му ще се формира суперпозицията $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Двете състояния в тази суперпозиция са равновероятни и при измерването, извършвано от двата фотодетектора, суперпозицията ще *колапсира* в 50% от случаите в $|0\rangle$ и в 50% от случаите – в $|1\rangle$.

Горното е илюстрация на един от основните постулати на квантовата механика: *измерването на квантовото състояние* е деструктивно и води до необратима трансформация на това състояние в един от базисните вектори на измервателното устройство. С други думи, ако при измерването квантовото състояние не е едно от базисните – $|0\rangle$ или $|1\rangle$, а тяхна *суперпозиция*, измерването води до необратимата промяна на действителното квантово състояние в едно от двете възможни. При това не е възможно да се възстанови действителното начално състояние.



Фиг. 2. 17. Структурна схема на паралелния модел на интерферометъра на Мах-Цендер

Разглежданият пример е богат на важни за квантовите изчисления явления. Оттук и необходимостта да се разгледа неговия паралелен модел. На фиг. 2.17 е показана структурната схема на предложението от автора паралелен модел на интерферометъра на Мах-Цендер. Той съдържа седем паралелни процеса, разположени във възлите

на паралелната изпълнителна среда XCORE/XC. Като се отчитат възможностите за параметризация на отделните копия на главната функция на една и съща апаратна нишка, видовете процеси са сведени до следните три

```
void taskLightEmitter(chanend chanRight);
void taskMirror(chanend chanLeftIn, chanend chanUpOut,
               chanend chanDownIn, chanend chanRightOut,
               REFLECTION refl, int intCount);
void taskLightDetector(chanend chanLeft, out port led,
                      QS qsToDetect);
```

На светлинния източник *LE* отговаря главната функция `taskLightEmitter()`, от която се създава един екземпляр. На огледалата отговаря главната функция `taskMirror()`. От нея се създават четири копия, параметризирани с вида на отражението – пълно или полуотражение (при сплитерите BS_0 и BS_1). На фотодетекторите отговаря главната функция `taskLightDetector()`. Нейните две копия се параметризират с квантовото състояние `qsToDetect`, регистрирано от съответния фотодетектор.

Методиката за работа с изпълнителната среда XCORE/XC предполага разполагането на процесите от фиг. 2.17 в главната функция `main()`, чрез оператор за паралелна композиция

```
int main(void)
{
    chan chanQuantum[12];

    par
    {
        // LE
        on stdcore[0]: taskLightEmitter(chanQuantum[0]);

        // M00
        on stdcore[1]: taskMirror(chanQuantum[4],
                                chanQuantum[5],
                                chanQuantum[1], chanQuantum[6],
                                FULL_REFLECTION, 1);

        // M01
        on stdcore[2]: taskMirror(chanQuantum[6],
                                chanQuantum[10],
                                chanQuantum[7], chanQuantum[11],
                                HALF_REFLECTION, 2);

        // M10
        on stdcore[0]: taskMirror(chanQuantum[0],
```

```

        chanQuantum[1],
        chanQuantum[2], chanQuantum[3],
        HALF_REFLECTION, 1);

// M11
on stdcore[1]: taskMirror(chanQuantum[3],
        chanQuantum[7],
        chanQuantum[8], chanQuantum[9],
        FULL_REFLECTION, 1);

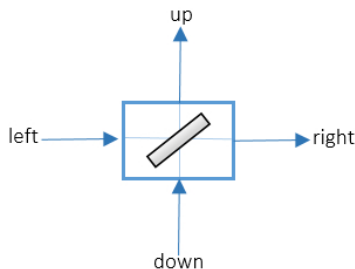
// LD0
on stdcore[3]: taskLightDetector(chanQuantum[10],
        LD0, QS_0);

// LD1
on stdcore[3]: taskLightDetector(chanQuantum[11],
        LD1, QS_1);
}

return 0;
}

```

Така се формира горното йерархично ниво на паралелната система. Източникът на фотони LE и първият сплитер BS_1 се разполагат във *Възел₀*. Двете пълно отразителни огледала се разполагат във *Възел₁*. Вторият сплитер BS_2 се разполага във *Възел₂*. А двата фотодетектора LD_0 и LD_1 - във *Възел₃*.



Фиг. 2. 18. Канална организация на процесите, моделиращи огледалата

Необходимите квантови канали се разпределят от наличните в изпълнителната среда 64 физически канала чрез масива `chanQuantum[]`. Индексите на каналите са посочени на фиг. 2.17. Заради универсалността на главната функция `taskMirror()` на огледалата, се налага да се резервират по-голям брой канали от реално необходимите. Каналната организация на процесите, моделиращи огледалата, съдържа два входни и два изходни канала (фиг. 2.18). Кои от тези канали се използват зависи от местоположението на тези процеси в структурата на модела от фиг. 2.17. Така, сплитер BS_1 не използва входния си канал *down*, докато сплитер BS_2 използва и четирите си канала. Пълноотразителните

огледала използват само един от входните и един от изходните си канали.

За разлика от модела на поляризацията от т. 2.2, тук структурата на фотона `PHOTON` отговаря на квантовото информационно съдържание от *1-qubit*

```
typedef struct
{
    UINT id;                // identifier
    SINGLE_QUBIT q_state;   // quantum state
} PHOTON;
```

Структурата `SINGLE_QUBIT`, чрез която се представя *1-qubit*, е съобразена с представянето му като вектор в двумерното комплексно пространство \mathbb{C}^2

```
typedef struct
{
    double common_factor;
    COMPLEX c_0;
    COMPLEX c_1;
} SINGLE_QUBIT;
```

Общият коефициент `common_factor` е изнесен за удобство, както е случаят например при вентила на Адамар.

Самите комплексни числа в първоначалния проект *QC-T010* бяха представени с целочислени реална и имагинерна част в структурата `COMPLEX`, продиктувано от конкретния модел

```
typedef struct
{
    int r_part;
    int i_part;
} COMPLEX;
```

В хода на развитието на модела, при проект *QC-T012* бе въведено по-общото представяне на реалната и имагинерната част на комплексното число `COMPLEX` чрез плаваща запетая с двойна точност

```
typedef struct
{
    double r_part;
    double i_part;
} COMPLEX;
```

Обработката на *1-qubit* квантова информация предполага използването на двумерни оператори `OPERATOR_2x2` от вида

```
typedef struct
{
    double common_factor;
    COMPLEX m[2][2];
} OPERATOR_2x2;
```

Вентилът на Адамар е реализиран чрез функцията `gateHadamard()` със следния прототип

```
SINGLE_QUBIT gateHadamard(SINGLE_QUBIT src);
```

Аргументът `src` отговаря на входното *1-qubit* квантово състояние $|\psi\rangle$. Функцията `gateHadamard()` връща изходното *1-qubit* квантово състояние $H|\psi\rangle$. В началото на тази функция се дефинира оператора на Адамар, като променлива от тип `OPERATOR_2x2`

```
OPERATOR_2x2 H;

// Оператор на Адамар
H.common_factor = M_SQRT1_2;
H.m[0][0].r_part = 1;
H.m[0][0].i_part = 0;
H.m[0][1].r_part = 1;
H.m[0][1].i_part = 0;
H.m[1][0].r_part = 1;
H.m[1][0].i_part = 0;
H.m[1][1].r_part = -1;
H.m[1][1].i_part = 0;
```

За извършване на самата обработка е подготвен комплект от функции за работа с комплексни числа¹

```
COMPLEX __complex_mult(COMPLEX src1, COMPLEX src2);
COMPLEX __complex_sum(COMPLEX src1, COMPLEX src2);
COMPLEX __complex_div_by_scalar(COMPLEX src1,
                                double src2);
double __complex_module(COMPLEX src);
```

Интересен момент при обработката е допълнителното

¹ В XC (поне до момента) липсва библиотека за работа с комплексни числа, както и за матрична обработка.

разпаралелване, което се прави. Например във функцията за сумиране на комплексни числа `__complex_sum()`, реалната и имагинерната част на двете комплексни събираеми `src1` и `src2` се обработват паралелно

```
COMPLEX __complex_sum(COMPLEX src1, COMPLEX src2)
{
    COMPLEX dst;

    par
    {
        dst.r_part = src1.r_part + src2.r_part;
        dst.i_part = src1.i_part + src2.i_part;
    }

    return dst;
}
```

Подобна техника е възможна благодарение на високата степен на поддържания на апаратно ниво от изпълнителната среда паралелизъм. Нейното прилагане тук е и пример за разпаралелване на по-ниските нива на декомпозиция на системата, а не само на най-високото - в главната функция `main()`.

+++

Важен момент са критериите за адекватност, които трябва да се изпълняват от паралелния структурен модел на *суперпозицията* на квантовите състояния:

1. Условие за *единственост* - само единият от фотодетекторите трябва да регистрира фотон;
2. Условие за *тъждественост* - квантовото състояние на регистрирания фотон трябва да съвпада с квантовото състояние на генерирувания фотон;
3. Условие за *съгласуваност* - всички паралелни процеси трябва да се терминират.

Проверката за изпълнението на първото и второто условие се извършва чрез вътрешните променливи на двата фотодетектора. Изпълнението на условието за единственост се установява чрез проверка на броя регистрирани фотони. Изпълнението на условието за тъждественост се проверява чрез сравнение квантовото състояние на генерирувания и на регистрирания фотон. При това фотонът трябва да е регистриран от съответния фотодетектор.

При изпълнението на първия вариант на модела (проект QC-T010) бе открито известно разминаване с моделираното явление. След втория сплитер BS_2 към фотодетектора, настроен да регистрира фотони с първоначалното квантово състояние, се изпращат два фотона, а не един. Това представлява нарушение на *условието за единственост*. Разминаването е отстранено в следващите два проекта QC-T011 и QC-T012 с поглъщането (абсорбцията) на копието.

За да се проследи еволюцията на предложения в тази точка паралелен структурен модел, в Приложение ПЗ, П4 и П5 е приведен пълният код и на трите посочени проекта.