

Методы оптимизации, лабораторная работа 2

Миляуша Сабирова

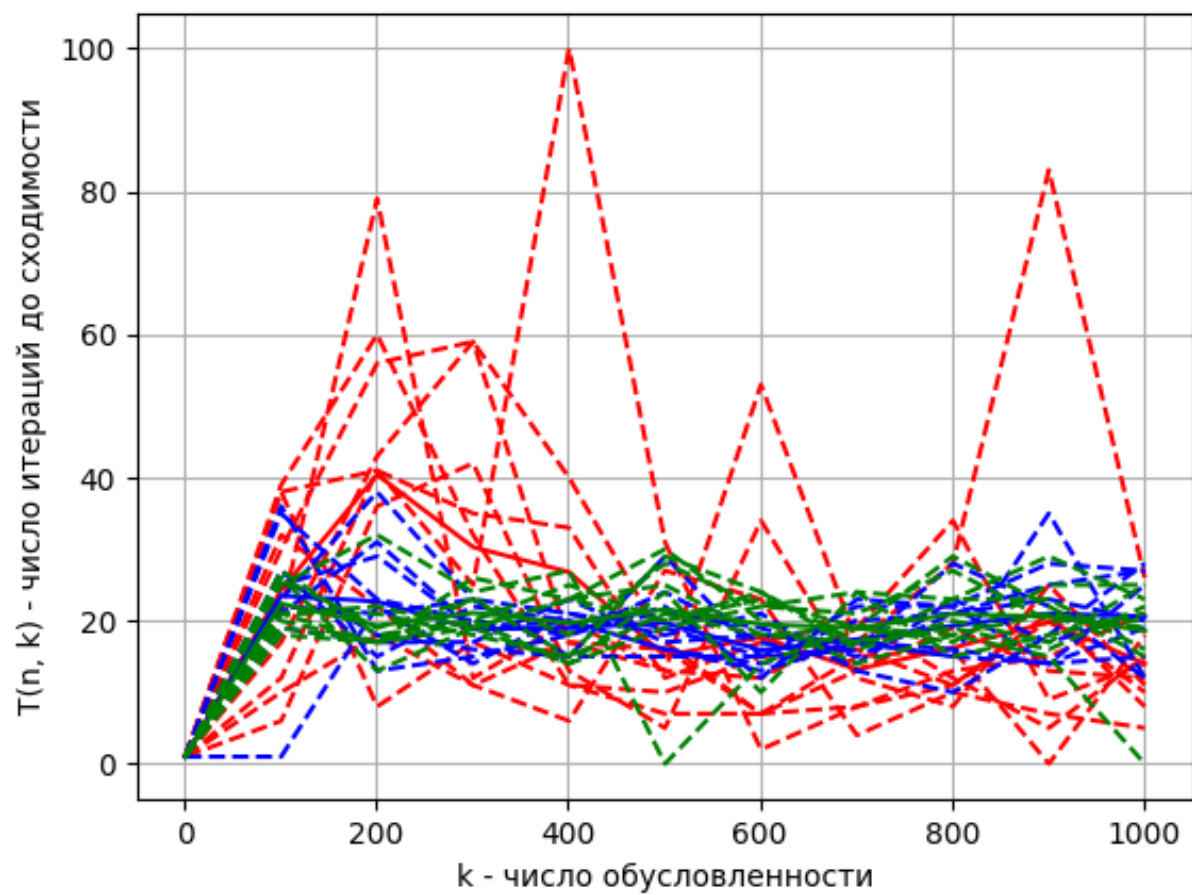
4 июня 2023 г.

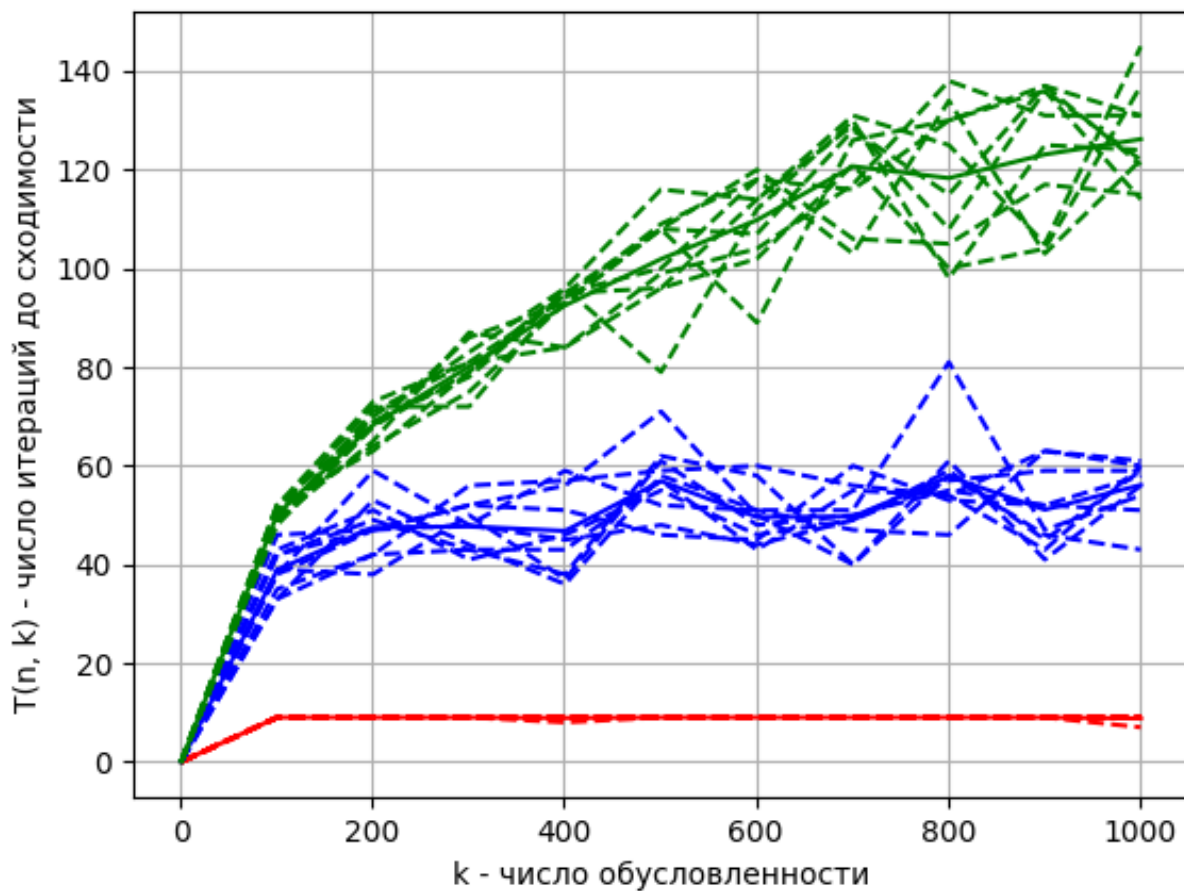
1 Эксперимент: зависимость числа итерации метода сопряженных градиентов от числа обусловленности и размерности пространства

Порядок проведения эксперимента: в качестве n беру числа 10, 100 и 1000. Генерирую случайную диагональную матрицу A и вектор b так, как написано в условии эксперимента. В качестве стартовой точки всегда беру случайную. Для каждого n провожу по 10 итераций эксперимента. Для градиентного спуска я построила графики для всех стратегий поиска размера шага, в отчет вставлен график, где используются сильные условия Вульфа. Параметры для линейного поиска я использую стандартные из `utils.py` везде, кроме константного шага (там $c = 0.01$).

Первый график для градиентного спуска, второй - для метода сопряженных градиентов.

Красным цветом обозначены графики для $n = 10$, синим - для $n = 100$, зеленым - для $n = 1000$





Выводы:

- 1) На графиках видно, что в методе сопряженных градиентов число итераций всегда не превосходит размерность пространства. Особенно ярко это преимущество заметно для $n = 10$: на моем графике максимальное число итераций достигает 100, но количество итераций может быть еще больше и быть порядка нескольких тысяч, тк оно зависит от разных факторов: самой оптимизируемой функции, стратегии подбора длины шага спуска (тут график для стратегии с использованием сильных условий Вульфа и бэктрекинга), критерия останова и т.д. В теории, для $n = 10$ мы могли получить чуть больше итераций из-за неточности вычислений дробных чисел, но это маловероятно и гарантированный порядок сходимости все равно в разы лучше, чем у метода градиентного спуска. Для больших же n все вообще хорошо с этой точки зрения.
- 2) Количество итераций зависит от числа обусловленности примерно как $C \cdot \sqrt{n}$, что подтверждает теоретическую оценку. При достаточно больших n эта размерность пространства для роста $T(n, k)$ начинает играть существенно меньшую роль, чем число обусловленности.

2 Эксперимент: Выбор размера истории в методе L- BFGS