

80 (40882). DE CALCULO SITUS
[1685 (?)]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 I 14 Bl. 9 u. 16 u. LH 35 I 5 Bl. 40 u. 44. 2 Bog. 4°. 5 S.
Bl. 40 v° u. Bl. 44 leer.

5 Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für 1685 belegt.

(1) Via determinata a puncto *A* ad punctum *B*, vocatur recta. *AB*. via scilicet quae transit per puncta determinatae se ad *A* et *B* habentia, minusque distantia ab *A*, quam *A* distat a *B*.

10 (2) Itaque recta est via minima, seu si *C* non sit in recta *AB*, erit via ab *A* ad *B* per *C* major quam recta *AB* seu *AC + CB* \sqcap *AB*. quoniam via minima ex positis extremis determinata est. Nam utique manifestum est viam maximam non esse determinatam, quia via ire potest per punctum datum quocunque adeoque quacunque assumta sumi potest major at viam non posse minorem assumi in infinitum, sunt enim puncta quae propiora sunt, itaque datur quaedam via minima.

15 (3) Duae quoque rectae inter *A* et *B* coincident seu si sit *ACB* via recta, et *ADB* via recta, erit *ACB* $\not\propto$ *ADB*. Alioqui utique ex punctis datis, via non esset determinata, cum incertum sit quae debeat eligi.

20 (4) Punctum quoque in recta sumtum est sui situs unicum ad duo puncta extrema seu ex datis punctis illis suoque ad ea situ determinatur. Itaque si sit in recta *AB* punctum *Y* dico situm *Y.A.B* esse determinatum. Itaque si daretur aliud punctum *E* sitque situs *E.A.B* ∞ (congruus) situi *Y.A.B* sintque *E* et *Y* in recta *AB*. erit *E* $\not\propto$ *Y* seu coincident *E* et *Y*.

(5) Situm autem puncti ad punctum determinare possumus per rectas inter ea

6–8 *AB*. via . . . distat a *B* erg. *L* 9–15 per *C* | minor quam recta *AC* seu *AC + CB* \sqcap *AB* ändert Hrsg. | (1) (et) *C* non est in *AB* (2) | quoniam . . . determinata est. (a) qvanquam (aa) id fortasse ostendit (bb) haec demonstrari possit, sed nos eam sine demonstratione assum (b) nam . . . via minima erg. | (3) Duae *L* 16 f. alioqvi . . . eligi erg. *L* 19 determinatur. (1) Itaqve (2) Situm autem puncti *B* ad aliud punctum *A*, determino per rectam *a B* ad *A* seu per *BA*. (3) itaqve *L* 19 f. punctum *Y* (1) dico et ita (2) dico (a) *Y*. *A*. *B* esse situm (b) situm *L*

interceptas, eo ipso quia determinata est recta, ita situs E ad A dici potest EA .

(6) Recta rectae est similis seu $AB \sim CD$ et contra quae rectae similis est recta est quia similia sunt quae eodem modo determinantur. At ABC non statim simile est ipsi LMN , nisi constat prius eodem modo determinari seu in determinantibus nullum esse discrimen seu $AB \sim LM$ et $BC \sim MN$ et $AC \sim LN$. 5

(7) Si duae rectae sint aequales, erunt congruae, seu si sit $AB = CD$ erit $AB \propto CD$. Nam $AB = CD$ ex hypothesi et $AB \sim CD$ per artic. praecedentem. Ergo per axioma articuli sequentis $AB \propto CD$.

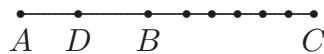
(8) Axioma: Si duo sint similia et aequalia erunt congrua seu si $\odot = \circ$ et $\odot \sim \circ$ erit $\odot \propto \circ$. 10

(9) Si situs $E.A.B \propto$ situi $Y.A.B$. erit $E.A. \propto Y.A.$

(10) Si $E.A. \propto Y.A.$ erit $EA = YA$ per artic. 5. et contra si $EA = YA$ erit $E.A. \propto Y.A.$ Hoc intellige si E, A, Y sint puncta.

(11) Si $A.B \propto L.M$ et $A.C \propto L.N$ et $B.C \propto M.N$ erit $A.B.C \propto L.M.N$.

(12) Hinc si $AB = LM$ et $AC = LN$ et $BC = MN$ erit $A.B.C \propto L.M.N$ per 10 et 15
11.



[Fig. 1]

(13) Pars rectae est recta, nam cum recta sit via determinata, erit per determinata. Itaque si $AD + DB \not\propto AB$ erit AD recta et DB recta. Seu si ADC . recta erit AD recta.

(14) Omnis recta produci potest. Sit recta AB dico eam produci posse in C . Sumatur in AB punctum D utique recta AD produci potest; (producta est enim reapse in B) ergo et recta AB , quae similis est rectae AD per artic. 6. produci poterit aliquousque ut in 20

1f. potest E.A. (1) Recta rectae congruit sive $AB \propto CD$. Si Recta rectae sit aeqvalis erit ei congrua. Ut si $AB = CD$ (a) erit (b) cum sit (c) seqvetur $AB \propto CD$. qvia AB (2) (6) Recta L 2–5 et contra ... $AC \sim LN$ erg. L 6f. $AB \propto CD$. (1) nam patet (2) nam pa (3) seqvitur ex axiomate seqventi (4) Nam L 13 E.A. $\propto YA$ (1) (11) Si E.A. $\propto Y.A.$ et E.B $\propto Y.B.$ erit A (2) | Hoc nicht gestr. | intelli (3) Hoc L 18f. (13) pars ... $AD + (1) DC \not\propto AC$ (2) $DB \not\propto AB$... et | DC ändert Hrsg. | recta ... AD recta erg. L 22 per artic. 6. erg. L 22–288,2 in C. (1) In notis sit AB recta. sumatur ADB recta. Ergo AD recta. Ergo $AD \sim AB$. Ergo datur et $ADB \sim ABC$. Ergo (a) ABC (b) per artic. 6. ABC est etiam recta (2) In L

C.

In notis: Datur AB recta. Ergo datur ABC recta. Probatur. Nam datur AB recta. Ergo datur ADB recta. Ergo (per artic. 13) AD recta. Ergo per (artic. 6) $AD \sim AB$.

(15) Jam similia similiter tractari possunt et similiter tractata dant similia, quod est
5 axioma a nobis saepius adhibendum.

Ergo quia datur ADB dari etiam poterit $ABC \sim ADB$. Et quia ADB recta est ex hypothesi erit (per 6) etiam ABC recta. Itaque producta est recta AB . Quod fieri posse erat demonstrandum.

(16) Punctum in recta sumtum ad duo alia puncta in eadem recta sita determinate
10 se habet, seu sui situs unicum est.

Sit recta $ALMNB$ dico aliquod ex punctis mediis ut N esse sui situs unicum ad puncta L et M . Nam $N.A.B$ est situs determinatus ex natura rectae, (seu N est situs sui ad A et B unicum) per artic. 4. Et eodem modo $M.A.B$ est determ. Et $L.A.B$ est determ.

(17) Jam Axioma esto in situ aliquo pro punto determinato substitui possunt puncta determinantia.

Itaque in situ determinato $N.A.B$ pro A substitui potest $M.B$ (quia A . determinatur ex $M.B$. seu situs $M.A.B$ est determinatus) et fiet $N.M.B.B$, vel omissa inutili reduplicazione ipsius B fit $N.M.B$. qui etiam est determinatus. Similiter demonstrari potest
20 situm $N.L.B$. esse determinatum, itaque in situ $N.M.B$ pro B substituendo $N.L$. fiet denique $N.L.M$. situs determinatus, Q. E. D.

(18) Omne punctum sui situs unicum ad duo puncta, minusque distans ab utroque quam ea distant inter se cadit in rectam inter ea interceptam. Si sit $AC \sqcap AB$ et $BC \sqcap AB$ et $A.B.C$. determ. erit ACB recta, patet ex defin. rectae artic. 1. Forte tamen et
25 aliter demonstrari poterit; ex intersectionibus circulorum, ita ut definitionem rectae liceat assumere adhuc strictiorem in speciem, quae tamen idem efficiat.

(19) Omne punctum sui situs unicum ad duo puncta cadit in rectam per ea duo puncta transeuntem, si opus productam.

3 (artic 6) $AD \sim AB$. Ergo (a) datur (b) dari potest (c) qvia datur ADB dari et potest ABC (aa) $\sim (bb) \sim AI$ (2) $\sim AB$. L 4 tractari ... similiter erg. L 8f. demonstrandum. (1) 15 Una recta (2) (16) punctum L 9f. determinate ... seu erg. L 10f. est. (1) Sit recta AB et in (2) Sit L 11 ut N (1) eodem modo se hab (2) esse (a) situs (b) sui L 14f. determ. (1) Ergo in situ $N.A.B$ pro (2) jam (a) in deter (b) Axioma esto (aa) pro | situ erg. u. gestr. | (bb) pro determinato semper substitui potest situs determ (cc) in L 17 determinato erg. L

Sint tria puncta A , B , C , quorum situs inter se sit determinatus, dico ea cadere in eandem rectam. Est enim aliquod ex ipsis medium, quod minus vel certe non magis distet a reliquis quam ipsa inter se. Quod sic ostendo, jungantur AB , BC , AC rectae et sit ex his maxima vel certe non minor ulla reliquarum AB , proxima vel certe non minor ultima sit AC , tertia seu nulla alia major sit BC . Patet C fore medium, seu non magis distare ab A et B , quam ea inter se. Ergo per praecedentem ACB erit recta. Itaque pro recta talem possumus habere propositionem localem. Sit $Y.A.B$ determ. et \bar{Y} (seu locus omnium Y) erit recta. Hinc si duae rectae habere ponantur plus quam duo puncta communia coincidentia si opus productae et proinde duae rectae non habent segmentum commune, nec spatium claudunt.

(20) Sequitur et locum omnium punctorum ad duo puncta unicolorum esse lineam, seu in viam puncti determinatam per duo puncta transeuntem incidere.

(21) Nam linea est via puncti.

(22) Planum est extensum ex tribus punctis determinatum, seu locus omnium punctorum sui ad tria puncta situs unicolorum. Seu si $Y.A.B.C$ determinatum est erit \bar{Y} planum. Datis autem tribus quibusvis punctis non in eandem rectam cadentibus determinatur aliquid quod planum voco. Et generaliter assumptis quibuslibet aliquid determinatum est, seu ad ea determinate se habens.

(23) Tria puncta determinantia planum cadunt in ipsum planum. Nam situs ipsius A ad A est determinatus, ergo et situs ipsius A ad $A.B.C$.

(24) Si duo puncta rectae sint in plano, ipsa recta est in plano. Sit recta $\bar{Z}.L.M$ et planum $\bar{Y}.A.B.C$. et L sit Y , itemque M sit Z . dico omne Z esse Y . Nam primo $L.A.B.C$ est determinatum, item secundo $M.A.B.C$. et tertio $Z.L.M$. Ergo in determinatione tertia pro L . et M ex determ. 1. et 2. substituendo determinantia, fiet $Z.A.B.C$ determinatum. Ergo omne Z est Y .

Hinc manifestum est omnem rectam omni plano ubique applicari posse; itemque

2f. minus | vel ... magis erg. | distet (1) ab ipsis (2) a reliquis L 5 BC (1) jam si non cadunt in eandem rectam erit *dazu Figur, nicht gestr.:*

C•
A• •B (2) dico fore (a) AC (b) C istud (3) patet L 8–10 Hinc ... claudunt. erg. L
 14 est (1) locus omnium punctorum (2) continuum | ex *nicht gestr.* | tri (3) extensum ... punctis | non
 in eandem rectam cadentibus erg. u. gestr. | determinatum L 15–19 planum. (1) (23) Si duo puncta
 rectae sint in plano, ipsa recta est in plano (2) | Datis ... habens erg. | (23) Tria L 19 ipsum planum
 (1) Nam A.A.B.C determinatum est seu satis puncti (2) nam L 22 omne erg. L 22 primo erg. L
 23 secundo erg. L 23 tertio erg. L 23 in determinatione tertia erg. L 24 ex determ. 1. et 2
 erg. L 25 omne erg. L 26 plano (1) congruere (2) ubique L

rectam in plano posse moveri.

(25) Tria quaevis puncta in plano sumta idem planum determinant, seu punctum quodvis in plano sui ad tria plani puncta (non in eandem rectam cadentia) situs unicum est. Hoc potest demonstrari ad modum articuli 16 in recta. Item sic: Sint illa tria puncta 5 $L. M. N.$ dico ea determinare planum in quo sunt, nam determinare utique possunt aliquod planum si non cadant in rectam, et id planum est unicum, per artic. 22 et sunt in plano quod determinant per artic. 23. Ergo planum in quo sunt determinant.

(26) Circumferentia circuli est locus in plano omnium punctorum quorum situs ad unum aliquod punctum sit idem seu describitur ab extremo rectae in plano motae (quod 10 fieri potest per artic. 24) uno puncto immoto. Et notis ita designabitur: Si $YA = BA$ in plano, \bar{Y} est circumferentia circuli.

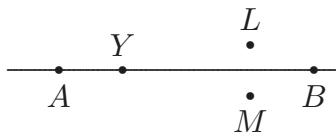
(27) Omne planum piano simile est si indefinite sumantur, (seu si duorum planorum ambitus sint congrui ipsa plana congrua sunt) nam si planum determinatur per $A.B.C$ sumantur in alio piano puncta $L. M. N$ sic ut sit $L.M.N. \sim A.B.C$, erit et determinatum per $L.M.N.$ simile determinato per $A.B.C$. eo scilicet sensu quo determinationem explicuimus.

(28) Si planum a piano secetur, sectio communis est recta. Si duo plana se secant, saltem plus quam unum punctum commune habent, sumamus ergo duo puncta communia A et B . Et in uno piano \bar{Y} sumamus tertium C , in altero piano \bar{Z} tertium L . et pro piano 20 \bar{Y} erit $Y.A.B.C$ det. pro piano \bar{Z} erit $Z.A.B.L$ determ. Sit jam recta \bar{V} ita ut sit $V.A.B$ determ. dico omne V fore Z et omne V fore Y . Nam si $V.A.B$ determ. Ergo et $V.A.B.C$ determ. et $V.A.B.L$ determ. Ergo V est Y et V est Z . seu V cadit et in \bar{Y} et in \bar{Z} . Verum nullum praeterea aliud punctum his duobus planis commune dari potest, quod non in hanc rectam cadit. Nam si tria puncta in eandem rectam non cadentia communia forent, 25 coincidenter duo plana, talia enim tria puncta planum determinant.

(29) In piano locus omnium punctorum eodem modo se ad duo puncta habentium

4 sic: (1) Cum *<enim ut>* punctum (2) ex tribus (3) planum ex tribus punctis determinatum est unicum per artic. 22. *<—>* a (4) sint L 6 si ... rectam *erg.* L 7 per artic. 23 *erg.* L 8 (26) (1) Si recta uno (2) Recta est locus omnium pl (3) Circumferentia L 11 f. circuli (1) possem demonstrare qvod omne planum sit piano simi (2) (27) Omne (a) planum indefinite (b) planum L 12 si (1) termini (2) duorum L 17 recta. (1) Sint (2) Sit $Y.A.B.C$ determ. et (a) $Y.Z.A.B$ (b) $Z.A.B.Y$ determ. planum (3) si L 18 habent, (1) hoc punctum (2) sumamus L 20 determ. (1) ergo commune (a) utrob*<—>* erit (b) ambobus erit recta determinata per A.B. (2) Sit L 22 V est Z. (1) Qvod erat demonstrandum (2) seu L 22 in \bar{Z} . (1) Qvod erat dem (2) Verum L

est recta seu sit $YL = YM$ erit \bar{Y} recta.



[Fig. 2]

Sint duo puncta in loco proposito, nempe A et B quorum unumquodque se eodem modo habeat ad L quo ad M , etiam quod ipsis determinatur eodem modo se habebit ad L quo ad M . nempe recta $\bar{Y}.A.B$. Nullum autem aliud tale punctum datur, quod non sit in hac recta, esto enim tale punctum H quod non cadat in rectam AB . Cumque ex punctis A, B, H , quippe non in eandem rectam cadentibus determinetur totum planum, sequeretur totum planum eodem modo se habere ad L quo ad M , quod est absurdum, vel 5 ideo quia sequeretur ipsum M eodem modo se habens ad L quo ad M , id est coincidere cum L , quia coincidit cum M , contra Hypothesin. Dantur autem plura quam duo puncta eodem modo se habentia ad L et ad M . Nam si circuli centris L et M , radiis LM describa[n]tur, se secabunt et quidem in duobus punctis, quia unus est partim intra 10 alium partim extra. Sed de his mox.

(30) Eodem modo demonstrabitur locum omnium punctorum eodem modo se habentium ad duo data puncta esse planum.

(31) Hinc ex artic. 31 sequitur planum indefinite protensum a recta indefinite protensa secari in duas partes indifferentes. Et ex 31 similiter spatium secari a plano. Sed haec distinctius ostendenda.

1+3 \bar{Y} recta (1) Sint (a) duo puncta A et B (b) tria puncta A, B, C in loco proposito et sit $YA = YM$, itemqve $YB = YAL = AM$ et $BL = BM$, sit denique tertium punctum C et sit $CL = CM$ dico in plano $A.B.C$ esse determinatum (2) Sint L 3 A et B (1) eodem modo se habentia ad (2) qvorum L 11 ad M . (1) qvod (2) nam (3) nam (a) si circulus centro L radioqve (b) si (aa) circulus centro L radio (bb) circuli L 13 f. mox. (1) (30) Eodem (2) (30) Si punctum ita moveatur in superficie, ut partem eius (a) ubiqve abscindat a reliquo (b) terminatam abscindat ubiqve a reliquo (aa) linea motus (bb) punctum reddit omnibus (cc) mobile percursis punctis linea abs (dd) In priorem locum (aaa) percursis (bbb) postremo redibit, seu describet lineam recurrentem. Vel omnis superficie tota linea extima sive ambitus, est in se recurrentis (3) (30) L 14 f. se (1) in plano habentium esse ad duo aliquva data punct (2) habentium L 16 seqvitur (1) rectam (2) planum L 17 partes (1) eodem m (2) indifferentes. (a) sumto enim punto in una parte (b) Et ex 31 similiter (aa) planum secari a recta in duas partes indiff (bb) spatium L

(32) Recta rectam indefinita indefinitam secat in duas partes, quarum qualibet eodem modo se habet ad secantem.

Sit recta \bar{Y} et recta \bar{Z} et B sit Y item B sit Z . Rursusque sit $\bar{Z} \not\propto \bar{V} + \bar{X}$ (vel omne Z sit V vel X) et aliq. V sit B et aliq. X sit B dico fore $\bar{Y}.\bar{V} \not\propto \bar{Y}.\bar{X}$.

1 (32) | Omnis *gestr.* | Recta rectam | indefinita indefinitam *erg.* | secat L 2 f. secantem. (1) Sit recta \bar{Y} et aliq. recta \bar{Z} (a) et aliq. Z (et al.) Y (b) et B sit Z item B sit Y (2) Sit L