

## APPENDICES

### 1. **Circa Geometrica Generalia**

The following text belongs to Leibniz's mathematical manuscripts preserved in the Leibniz-Nachlaß of the Niedersächsische Landesbibliothek in Hannover (text reference: LH XXXV I,14. Bl. 1 recto – 7 verso). From the content it is arguable that it was written in the years between 1678 and 1680. This is the first edition of the text.

**Circa Geometrica Generalia et Calculum Situs seu picturam characteristicam Observationes Miscellae constituendae Analysis Geometricae plane novae praeludentes.**

- (1) Punctum eorum quae in extenso sunt simplicissimum est.  
Hinc:
- ((1)) Punctum puncto simile est,  $a \sim b$
- (2) Punctum puncto aequale est  $a = b$
- (3) Punctum puncto congruit  $a \simeq b$   
Haec usum habebunt ad aliorum quae per certa puncta determinantur similitudines, aequalitates aut congruentias demonstrandas. Adde infra § 60.
- (4) Punctum puncto, in quo assumitur coincidit, seu si sit  $b$  in  $a$  erit  $a \infty b$ .  
Ad hos paragraphos 1.2.3.4. adde § 60 infra.
- ((4)) Imo generaliter quicquid in puncto situm est cum ipso puncto coincidit. Si plura puncta aliquam communem proprietatem habeant, et ideo unum quodque ex ipsis communi nomine appelletur  $\bar{X}$ , tunc locum omnibus communem et solis proprium appellabimus  $\bar{X}$ . Sive  $\bar{X}$  significabit:

- (5) omne punctum  $X$  esse in  $\bar{X}$ , et
- (6) omne punctum in  $\bar{X}$  esse  $X$ .
- (7) Si omne  $X$  est  $Y$ , erit  $\bar{X}$  in  $\bar{Y}$ .
- (8) Si  $\bar{X}$  est in  $\bar{Y}$  omne  $X$  erit  $Y$ .
- (9) Si  $\bar{X}$  sit in  $\bar{Y}$  et  $\bar{Y}$  sit in  $\bar{X}$ , tunc  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  coincident.
- (10) Si  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  coincidunt,  $\bar{X}$  erit in  $\bar{Y}$  et  $\bar{Y}$  erit in  $\bar{X}$ .
- (11) Si  $A$  est in  $\bar{X}$  et  $\bar{X}$  in  $\bar{Y}$  erit  $A$  in  $\bar{Y}$ . Hoc ita demonstratur. Si  $A$  est in  $\bar{X}$  utique  $A$  est  $X$  (per artic. 6). Iam cum  $\bar{X}$  sit in  $\bar{Y}$  ex hypothesi, omne  $X$  erit  $Y$  (per 8). Ergo (per Logicam communem) etiam  $A$  erit  $Y$ . Ergo (per 5)  $A$  erit in  $\bar{Y}$ . Quod erat demonstrandum. Posset ita enuntiari haec propositio, continens continentis est continens contenti.
- (12) Si idem est situs punctorum  $a$  et  $b$  inter se, qui punctorum  $c$  et  $d$ , tunc corporis rigidi puncta  $l$  et  $m$ , quae possunt applicari ipsis  $a$  et  $b$ , poterunt etiam applicari ipsis  $c$  et  $d$ .
- (13) Et contra, si hoc fieri potest, idem erit situs punctorum.
- (14) Idem est situs puncti  $a$  ad  $b$ , qui puncti  $b$  ad  $a$ .

- (15) Si corporis rigidi puncta  $l$  et  $m$  possunt applicari punctis  $a$  et  $b$ , et quidem  $l$  ipsi  $a$ , et  $m$  ipsi  $b$ , poterunt etiam vicissim applicari  $l$  ipsi  $b$ , et  $m$  ipsi  $a$ . Nam idem est situs puncti  $a$  ad punctum  $b$ , qui puncti  $b$  ad punctum  $a$  (per 14). Ergo (per 12) fieri potest quod dictum est.
- (16) Si determinata sint puncta corporis rigidi, determinati, quae data puncta simul attingere possunt, determinatus erit punctorum datorum situs inter se. De determinato adde §. 25.65.
- (17)  $a.b$  significat situm punctorum  $a$  et  $b$  inter se. Et  $a.b.c$ . significat situm trium punctorum  $a$  et  $b$  et  $c$  inter se.
- (18) Si datur  $a.b.c$ . datur  $a.b$ .
- (19) Si datur  $a.b$ . et  $a.c$ . et  $b.c$ ., datur  $a.b.c$ .
- (20)  $a.b.\simeq c.d$ . significat eundem esse situm inter puncta  $a$  et  $b$ , qui inter puncta  $c$  et  $d$ , seu rigidum aliquod intelligi posse cuius extrema sint  $a$  et  $b$ , congruum rigido cuius extrema sint  $c$  et  $d$ . Seu puncta  $a$  et  $b$  posse congruere punctis  $c$  et  $d$ , salvo situ quem  $a$  et  $b$  habent inter se.
- (21) Si  $a.b\simeq l.m.$ , et  $a.c\simeq l.n.$  et  $b.c\simeq m.n.$ , erit  $a.b.c.\sim l.m.n$ .
- (22) Si  $a.b.c\simeq l.m.n$  erit  $a.b\simeq l.m$ . et ita porro, bina binis respondentibus.
- (23) Si  $a.b.c\simeq l.m.n$ . et  $a.b.d\simeq l.m.p$ . et  $a.c.d\simeq l.n.p$ . et  $a.c.d\simeq l.n.p$ . erit  $a.b.c.d\simeq l.m.n.p$ .

- (24) Si duorum extensorum communem aliquam naturam habentium puncta = quae sufficientis sint numeri pro hac natura ad certum individuum determinanda, et illa puncta eundem inter se situm habeant in uno, quem totidem in altero; duo illa extensa inter se congrua erunt. Sit communis natura  $\odot$  et ponamus determinatis quatuor punctis in  $\odot$ , determinatum esse individuum ipsius  $\odot$ , seu non nisi unicum esse  $\odot$  quod eadem quatuor puncta habent, et sint duo F et G ex quibus tam F sit  $\odot$  quam G sit  $\odot$  et sint assumta quatuor puncta in F ut  $a, b, c, d$ , itemque quatuor puncta in G, ut  $l, m, n, p$  sitque  $a \cdot b \cdot c \cdot d = l \cdot m \cdot n \cdot p$ . erit F = G. Exempli causa si sint duas circumferentiae Ellipticae et quatuor puncta in una eodem modo inter se sita sint, quo quatuor puncta in altera, tunc congruae erunt hae duas circumferentiae Ellipticae. Quia datis quatuor punctis datur ellipsis. De determinatione adde infra §. 65.
- (25) Similia sunt quae separatim considerata discerni non possunt seu in quibus per se consideratis nullum notari potest attributum discriminans, sed opus est vel ambo inter se, vel tertium aliquod utriusque comparari. Ita si duas figurae sint similes nulla propositio (quae nihil forinsecus assumat) potest enuntiari de una, quae non enuntiari possit et de altera. Ut si oculus successive collocetur in duobus conclavebus ex eadem materia factis, si dissimilia sunt, notabit aliquam diversitatem, in situ atque ordine, vel etiam proportionibus partium aut linearum inter se, et angulorum cum recto comparatorum. Sed si nihil tale notari possit, tunc non habebit oculus unde alterum ab altero discernat, nisi vel ambo forinsecus simul spectet atque conferat vel aliquam men-

suram (qualis mensura naturalis in homine sunt membra; imo si notabile magnitudinis discrimin sit etiam fundus oculi) secum deferat. Hinc ex.gr. duo circuli sunt similes unumquemque enim examina separatim, duc rectas quas voles, considera angulorum rationes ad rectum et linearum rectarum rationes inter se; nihil notabis in uno quod non et in altero sis notatus. At si duas Ellipses conferas facile notabis diversitatem. Educ enim ex centro rectam usque ad circumferentiam angulo aliquo ad axem assumto, et nota eius rectae rationem ad axem Ellipseos, idem fac in alia Ellipsi eodem angulo, saepissime deprehendes aliam rationem; et ita facile unam ab alia discernes.

- (26) Si similia sint determinantia, ipseque determinandi modus similis, etiam similia erunt determinata. De determinatione infra §. 65.75.
- (27) Hinc triangula aequiangula sunt similia, nam dato uno latere et duobus (adeoque et tribus) angulis determinatum est triangulum; si ergo anguli utrobique iidem, cum latus lateri simile sit, recta scilicet rectae, nihil appetet in determinantibus unde attributum pro uno elici possit, quod non et elici possit pro altero.
- (28) Similia autem triangula habent latera proportionalia, alioqui notari posset aliqua laterum proportio in uno, quae non notari posset in altero. Ergo per praecedentem triangula aequiangula habent latera proportionalia.

- (29) **Contra triangula quorum latera proportionalia, sunt aequiangula.** Nam datis tribus lateribus triangulum est determinatum; si iam latera sint proportionalia nullum in determinantibus, nempe lateribus, discriminans attributum reperiri potest. Ergo sunt similia; ergo utrobique eadem ratio angulorum eiusdem trianguli tum inter se, tum cum summa; summa autem angulorum utrobique eadem (facit enim duos rectos) ergo et anguli (eandem rationem utrobique habentes ad hanc summam, alioqui discrimen notari posset) utrobique iidem erunt.
- (30) Quae sunt similia secundum unum determinandi modum, etiam sunt similia quoad alium determinandi modum, ita duo triangula si sint similia respectu laterum, seu habeant eandem utrobique rationem singulorum laterum ad summam laterum, erunt et similia respectu angulorum, seu habebunt eandem utrobique rationem singulorum angulorum ad summam angulorum.
- (31) **Homo genea** sunt, quae vel sunt similia, vel transformatione possunt similia redi, ut linea recta et circularis, superficies gibba et plana. Cum enim omnis linea extendi possit in rectam, omnis superficies explanari convertique in quadratum, omne solidum converti in cubum, sintque recta similis rectae, quadratum quadrato, cubus cubo, patet omnes lineas, superficies, solida inter se homogenea esse. Nam definitio Homogeneorum qua Euclides utitur huc accommodari non potest, quia ne minima quidem portio congrua potest reperiri, adeoque nec commu-

nis mensura quantumlibet exacta appropinquans. Videntur et comparari posse a causa generante, nam si duo puncta moveantur aequali celeritate, et tempore, lineae descriptae licet dissimiles, tamen erunt aequales; sin eadem sit celeritas, tempus inaequale, erunt ut tempora atque ita homogena erunt quorum ratio est. Poterit tamen Euclidea quoque definitio huc accommodari, si curva et gibba considerentur ut polygona aut polyedra infinitangula. Adde infra §. 38.

- ((31)) Transformatio est mutatio quae ita fit ut simplicissima quae insunt utrobique eadem sint. Quanquam enim aliquando partes maneant, ut si quadratum mutetur in triangulum rectangulum isosceles, aliquando tamen nulla pars manet, sed puncta tantum, ut si circulus mutetur in quadratum aequale.
- (32) **A e q u a l i a** sunt, quae vel congrua sunt vel transformatione possunt congrua redi.
- (33) **M a i u s** est cuius pars alteri (minori) toti aequalis est.
- (34) **M i n u s** est quod alterius (maioris) parti aequale est.
- (35) Hinc demonstratur partem esse minorem toto, seu totum esse maius parte. Nam pars est aequalis parti totius (nempe sibi), ergo minor toto.
- (36) Si A sit  $\Gamma$  B erit B  $\Gamma$  A.

- (37) Si quid nec maius sit nec minus, et tamen homogeneous, erit aequale. Nam cum homogeneous sit, simile reddi potest, fiat ergo simile, cumque omnia similia possunt intelligi ex se invicem fieri continuato incremento vel decremente, seu communem habere generationem, utique id quod prius generabitur crescendo (descrescendo) minus (maius) erit. Quae vero simul generabuntur erunt aequalia, quae propositio haberi poterit pro nova definitione aequalitatis. Idem tamen demonstrari poterit et ex definitione superiore cum duo illa proposita sint similia, applicentur sibi respondentia respondentibus, tunc vel congruent et erunt aequalia, vel unum ubique excedet, alioqui non erunt similia; si enim non ubique excedet, termini eorum alicubi se se secabunt, alicubi non secabunt, quod est absurdum, nam respondentia tantum coincidere debent, sed haec, si opus est, accuratius demonstrari poterunt. Breviter quae similia sunt, non nisi magnitudine possunt discerni. Hinc concludo: si sit  $A \neq B$  et  $A \neq \neg B$  et  $A \neq \text{Homog. } B$ , erit  $A = B$ .
- (38) Si  $B$  sit in  $A$  et ambo sint homogeneous nec tamen coincident, erit  $A$  totum,  $B$  pars. Homogeneous autem ita definienda sunt, quemadmodum supra a nobis factum est § 31, ne scilicet eorum notio totum et partem praesupponat, alioqui fit circulus.
- ((38)) Partes eiusdem totius incommunicantes voco, quae nullam habent partem communem. Communicantes quae habent.
- (39) Totum et summa omnium partium incommunicantium aequalantur inter se. Coniungendo enim has partes inde fit totum, vel dividendo totum inde fiunt hae partes. Ergo fieri possunt coincidentia. Ergo et congrua

multo magis (nam omnia coincidentia multo magis sunt congrua, sive unumquodque congruit sibi); quae autem congrua fieri possunt, aequalia sunt.

- (40) Duo coincidentia sunt congrua seu unumquodque congruit sibi. Vel in notis si  $A \sim B$  erit  $A = B$ .
- (41) Quae congrua sunt etiam aequalia sunt. Si  $A = B$  erit  $A = B$ .
- (42) Quae congrua sunt etiam similia sunt. Si  $A = B$  erit  $A \sim B$ .
- (43) Quae simul similia et aequalia sunt, congrua sunt. Si  $A \sim B$  et  $A = B$  erit  $A = B$ .
- (43)) Congrua definio quae discerni etiam collata non possunt, nisi aliis forinsecus assumtis, ut duo ova aequalia et similia non nisi situ ad externa discernentur. Hinc utique sequitur §. 41 et 43. At §. 43 ita probatur: quae aequalia sunt, congrua sunt aut talia transformatione reddi possunt §. 32 Quae vero et similia sunt transformatione opus non habent.
- (44) Quae similia sunt, Homogenea sunt, seu si  $A \sim B$  erit  $A$  Homog.  $B$ . Patet ex §. 31.
- (45) Distantia est minimae ab uno ad aliud lineae magnitudo, ut distantia duorum punctorum est recta; puncta recta est perpendicularis. Eam ita exprimo:  $AB$ .
- (46) Si puncta  $A$  et  $B$  magis distant quam puncta  $C$  et  $D$ , tunc in qualibet linea ab  $A$  ad  $B$  ducta sumi potest punctum cuius idem est situs ad  $A$  (vel  $B$ ), qui est situs ipsius  $C$  ad  $D$ . Quid situs, vide supra §. 12. Posset ita enuntiari: Si  $AB \succ CD$ , et sit linea  $AXB$ , erit aliquod punctum  $E$ , tale, ut  $E$  sit  $X$  et  $AE = CD$ . Hoc demonstrari potest. Quia tendendo a puncto ad punctum, non potest pervenire ad maiorem distantiam nisi per minorem. Nempe generaliter:

- (47) In omni continua mutatione, a minore variatione pervenitur ad maiorem per omnes intermedias.
- (48) Omne extensum, quod partim intra partim extra aliud est, extremum eius secat, alicubi enim incipiet in eo esse, cum paulo ante extra esset.
- (49) Secari enim intelligitur extremum vel ambitus aliquis, ab aliquo extenso si duo puncta in extenso assumi possunt a communi concursu intervallo quantumlibet parvo distantia, quorum unum extra, alterum intra ambitum, cadit.
- (50) Tangit quod cum ad aliquod tendat, ubi ad ipsum pervenit, iterum ab eo recedit. Itaque quod tangit aequiparari potest bis secanti, quod ubi ingressum est, rursus egreditur; et proinde secat tam in ingressu quam in egressu; momentum autem ingressus et egressus coincidere intelliguntur in contactu, et portio immersa intra ambitum censetur infinite parva.
- (51) Omnis linea in se rediens, a superficie in qua ducitur partem abscindit, seu superficiem dividit in duas partes, ita ut a punto in una parte positio, non possit duci linea ad punctum in altera positum quin lineam illam

- secet. Nimirum si sumatur aliqua pars extensi, et divisio sive separatio a reliquo incommunicante (seu nullam partem communem, sed tantum communem terminum habente), in ipso communi termino constituatur necesse est separatorem ad punctum redire unde inceperat, quia punctum initiale separationis finit cohaesionem et incipit separationem, punctum vero finale separationis finit separationem et incipit cohaesionem seu separandum; donec scilicet initiale et finale separationis punctum coincidant.
- (52) Omnis superficies integra alicuius corporis finiti, ita ipsum claudit, ut non possit a punto extra corpus ad punctum intra corpus linea duci, quin superficiem illam secet.
  - (53) Linea est via puncti, ut si punctum mobile sit X, locus eius successivus erit linea  $\bar{X}$ .  $\bar{X}$  vel  $L\bar{X}M$ .
  - (54) Superficies erit via lineae, in priora vestigia non incidentis designari per  $\bar{X}$  vel per  $L\bar{X}M$ .
  - (55) Corpus est via superficiei in priora vestigia non incidentis. Poterit designari per  $\bar{X}$  vel per  $L\bar{X}M$ .
  - (56) Corpus moveri non potest, quin in priora vestigia incidat et ideo non datur alia dimensio super lineam, superficiem et corpus; scilicet in extenso, nam si praeter molem addatur potentia, ascendi potest in infinitum quod tamen nihil variat in extensione, nec novas figuræ producit.

- ((56)) Extensum est in quo assumi possunt numero indefinita quae situm habent.
- ((56))) Ea est s i t u s natura, ut omnia quae habent situm ad aliqua habeant etiam situm inter se.
- (57) P u n c t u m est terminus lineae.
- (58) L i n e a est terminus superficiei.
- (59) S u p e r f i c i e s st terminus corporis.
- (60) P u n c t u m est eorum quae in extenso sunt, seu situm habent minimum seu quod situm habet, extensionem non habet. Adde § 1.2.3.4.
- (61) S p a t i u m est in quo per se spectato nihil aliud considerari potest quam extensio, ut locus qui manet intra vas, aqua sublata et vino substituto.
- ((61)) Spatium continuatur in infinitum neque enim ratio finium reddi potest, cum ubique uniforme sit. Spatium autem generale seu locus omnium rerum nihil aiud est quam extensum purum absolutum, seu extensum maximum, ut punctum est minimum.
- (62) Omnia puncta sunt in eodem spatio. Seu dari potest corpus quotcunque data puncta comprehendens.
- ((62)) Puncta quaelibet situm habent inter se.
- (63) A quolibet punto ad quodlibet duci potest linea.
- ((63)) Per quotlibet puncta numero finita eiusdem corporis continui duci potest linea quae ex illo corpore non egreditur.

- (64) Duci potest linea transiens per puncta data quotcunque et evitans puncta data quotcunque. Quod sic demonstro. Sit corpus continens simul omnia puncta data tam attingenda quam evitanda, ex eo eximantur partes continentes puncta evitanda, tam exiguae quantum satis est ne puncta reliqua retinenda seu attingenda laedantur, seu simul eximantur; cum ergo exemptis illis partibus, corpus nihilominus maneat continuum, ergo (ex §. 63) in eo per omnia puncta residua attingenda, duci potest linea, eaque in corpore manens, adeoque exempta ex corpore evitans. Quod erat faciendum.
- (65) Determinatum est, quod ex quibusdam suis conditionibus positis non nisi unicum est (adde §. 16.24.26). Exempli causa ex datis sitibus A. B (seu ipsius A ad B), A. C, A. D, A. E punctum A dicetur esse determinatum, si impossible est dari aliud punctum, quod eundem ad puncta B, C, D, E situm habeat. Hoc est si posito A. B. C. D. E.  $\simeq$  F. B. C. D. E., sit A  $\sim$  F, erit A ex istis determinatum. Id poterit exprimi: A determ. per A. B. C. D. E. Ita circulus determinatus est plano et centro positione datis et radio magnitudine.
- (66) Si punctum A sit determinatum ex suo situ ad aliqua alia puncta, ut B, C, D, E tunc aliquod ex ipsis ut B similiter erit determinatum ex situ suo ad puncta A, C, D, E. Vel si aliquot puncta relationem inter se habeant talem, ut unum ex situ suo ad reliqua determinetur; etiam quodlibet aliud ex situ suo ad reliqua praeter ipsum, determinabitur.

- (67) Hinc sufficit relationem determinantem punctorum ita scribere A.B.C.D.E Un. seu relationem hanc esse unicam. Quod significat unumquodque horum ex situ suo ad reliqua determinari, seu si posito A. B. C. D. E.  $\simeq$  F. B. C. D. E. est A  $\propto$  F etiam posito A. B. C. D. E.  $\simeq$  A. G. C. D. E. erit B  $\propto$  G. Et ita porro de C, D, E idem locum habebit.
- (68) Si determinantia sint congrua, etiam congrua erunt determinata eodem existente determinandi modo. Adde supr. artic. 24. ex.gr. duo radii circuli, ellipses generantes, duos circulos, sphaeras, sphaeroides.
- (69) Imo si idem sit determinandi modus et determinantia sint aequalia, etiam aequalia erunt determinata; ita superficies cylindrica aequalis erit rectangulo eiusdem cum cylindro altitudinis, si basis rectanguli sit aequalis circumferentiae circuli cylindrum generantis. Nam eodem modo ex ductu rectae in altitudinem generatur rectangulum, quo ex ductu circumferentiae circuli in eamdem altitudinem generatur superficies cylindrica.
- (70) Falsum est determinata esse proportionalia determinantibus, etiamsi sit idem determinandi modus, nisi determinata sint determinantibus homogenea. Alioqui sequeretur circulos esse inter se ut radios, dato enim centro et radio determinatur circulus.
- (71) At circulos esse ut quadrata diametrorum, quod multis ambagibus Euclides ostendit libro 10 *Elementorum*, id mihi ex definitione simili-

tudinis primo statim obtutu patet. Nam circulus A cum quadrato circumscripto B constituit figuram similem circulo C cum quadrato circumscripto D. Est enim circulus circulo similis, quadratum quadrato simile, et modus applicandi circuli ad quadratum etiam similis utrobique. Ergo ea est ratio A ad B quae C ad D (alioqui in A. B per se spectato observari posset aliquod discriminans a C. D per se spectato; nam subtrahendo A a B, et residuum ab A quoties fieri potest, et residuum secundum a primo residuo rursus quoties fieri potest, et ita porro, discriminem in numeris subtractionum possibilium observaretur operando circa figuram A. B ab eo quod eveniret operando circa figuram C. D). Ergo invertendo eadem quoque ratio erit A ad C quae B ad D. Quod erat dem. Eadem methodo demonstratur:

- (72) Omnes superficies esse ut quadrata rectarum determinantium et similiter:
- (73) sphaeras vel alias figurass solidas similes esse ut cubos rectarum determinantium. Non autem licet dicere circulos A et C esse ut diametros E et F, licet circuli cum diametris suis etiam similes figurass utrobique constituant, cum enim nulla detur ratio circuli (superficiei) ad diametrum (lineam) quia homogenea non sunt, non potest dici esse A ad E, ut C ad F, ergo nec invertendo esse A ad C ut E ad F.

- (74) Si determinantia sint similia idemque determinandi modus, etiam determinata erunt similia, adde supra §. 26. Hinc omnes circuli sunt similes inter se, item omnia quadrata, et parabola parabolae, et Ellipsis ellipsi similis est, cum latus rectum et transversum proportionalia. At linea parallela Ellipsi non est Ellipsis, et linea parallela parabolae non est parabola. Quaenam autem lineae parallelae sint, dicemus suo loco.
- (75) Si determinantia sint coincidentia idemque determinandi modus, etiam determinata erunt coincidentia. Ita si planum et in eo centrum sint positione data, et radius magnitudine, circulus est determinatus. Si ergo in eodem plano vel in planis opinione duobus re coincidentibus duo circuli esse dicantur quorum radii aequales sint, et reperiatur eorum centra coincidere, ipsi circuli coincident.
- (76) Si A sit simile, aequale, congruum, coincidens, ipsi B, et B ipsi C, erit et A ipsi C.
- (77) Aequalia possunt substitui in locum aequalium salva aequalitate, seu si aequalibus addas adimasve aequalia, vel aequalia multiplices aut dividas per aequalia, prodeunt aequalia. Illud vero non sequitur, neque ex hoc nostro axiomate demonstrari potest, quaecunque in se ipsa ducta producunt aequalia, sunt inter se aequalia, nam  $+3$  et  $-3$  singula per se ipsa multiplicata, producunt 9, quae tamen aequalia non sunt cum differentia eorum sit 6; non ergo potentiss existentibus aequalibus

radices sunt aequales, etsi radicibus existentibus aequalibus potentiae sint aequales.

- (78) Coincidentia possunt substitui pro his quibus coincidunt, salvis omnibus, sunt enim revera eadem. Eadem definio quae sibi ubique substitui possunt salva veritate, in propositionibus scilicet quae directae sunt nec in ipsum considerandi modum reflectuntur. Arcus circuli et curva uniformis in plano ubique sibi substitui possunt exceptis propositionibus reflexivis, qualis ista est, si quis dicat: arcus circuli concipi potest, sine ullo respectu ad planum, quanquam si quis rigorosius agere velit, defendi possit haec substitutio etiam in reflexivis.
- (79) Si B sit A, et C sit A, et vero B et C coincident, seu sit  $B \sim C$ , dicetur esse **u n u m** A.
- (80) Si B sit A, et C sit A, et B non sit C, nec C sit B, dicetur esse **d u o** A. Sin B sit A, et C sit A et D sit A; et B non sit C neque D et C neque sit B neque D, et D non sit B neque C, dicentur esse **t r i a** A. Et ita porro. Et universum cum non tantum unum est A, dicuntur esse **p l u r a**. Atque haec origo est **N u m e r o r u m**; et haec ipsa expressio in symbolo Athanasii observatur, quanquam ibi usus eius huic definitioni videatur contradicere, sed tollitur contradictio distinctione.