#41016. INITIA MATHEMATICA. DE QUANTITATE
[1680 – 1682 (?)]

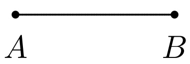
Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 I 22 Bl. 1–4. Bl. 1+4 1 Bog. 2°, Bl. 2 u. 3 bildeten ursprünglich einen zusammenhängenden Teil eines Bog. 2°, aus dem Bl. 2 (ca 1 Bl. 2°) u. Bl. 3 (ca oberes Viertel eines Bl. 2°) unregelmäßig herausgeschnitten wurden. Ca 6 S. Bl. 3 v° leer. Textfolge Bl. 1 r°, 2 v°, 3 r°, 1 v°, 4 r°, Text auf Bl. 2 r° u. 4 v° verworfen. Partieller Textverlust durch Papierabbrüche am unteren Rand, ergänzt nach Druck bei Gerhardt (= S. 8 Z. 20–22 unseres Textes). — Gedr.: Gerhardt, *Math. Schr.* 7, 1863, S. 29–35.

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für die Jahre 1680–1682 belegt. [**noch**]

Initia Mathematica

De quantitate

D e t e r m i n a n t i a sunt quae simul non nisi uni soli competunt.

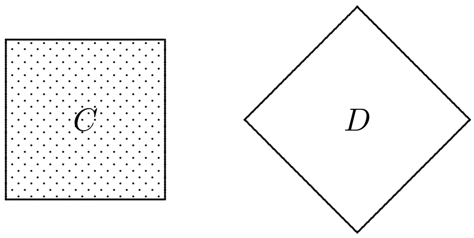


[*Fig. 1*]

Ut duo extrema *A*. *B*. non nisi uni competunt rectae.

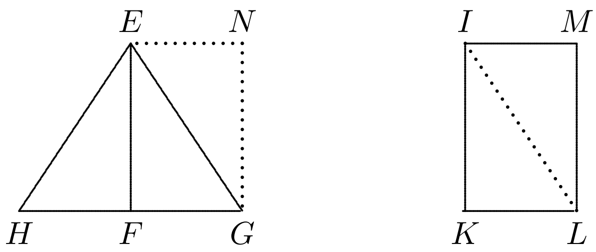
C o i n c i d e n t i a sunt; quae plane eadem sunt, tantumque denominatione differunt, ut via ab *A* ad *B*. a via a *B* ad *A*.

11 f. qvantitate | et Ratione *gestr.* | *(1)* Homogenea erunt *(2)* Congrua *(3)* D e t e r m i n a n t i a *L*
15–2,3 coincidentia sunt congrua *am Rand erg. u. gestr. L* 15 f. eadem sunt, *(1)* soloqve respectu *(2)* tantumqve denominatione *(a)* a respectu aliqvo *(b)* differunt *L*



[*Fig. 2*]

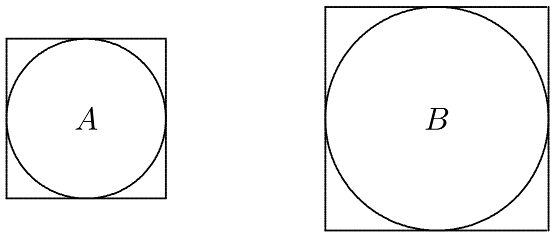
Congrua sunt, quae si diversa sunt, non nisi respectu ad externa discerni possunt, ut quadrata C et D. Nempe quod eodem tempore sunt in diverso loco vel situ; vel quod unum C est in materia aurea, alterum D in argentea. Ita congruunt libra auri et libra plumbi. Dies hodiernus et hesternus. Punctum quodlibet congruit cuilibet alteri; ut et instans instanti.



[*Fig. 3*]

Aequalia sunt quae vel congruunt (exempli gratia triangula EFH. EFG. IKL. LMI. GNE item rectangula $EFGN$ et $IKLM$) vel per transformationem congrua reddi possunt. (Ut triangulum HEG rectangulo $IKLM$. quia parte ipsius HEG nempe EFH transposita in GNE, quod fieri potest quia congruunt, tunc HEG transformatum erit in $FGEN$ congruum ipsi $IKLM$. Itaque HEG et $IKLM$ aequalia dicentur.) Itaque definiri possunt Aequalia, quae resolvi possunt in suas partes diversas singula singulis alterius congruentes.

2–6 qvorum determinantia congruunt ipsa congruunt, et contra *am Rand erg. u. gestr. L* 5 plumbi. *(1)* Hora hodierna est *(2)* Dies *L* 8–12 Aeqvalia aeqvalibus eodem modo tractata exhibent aeqvalia. Non contra *am Rand erg. u. gestr. L* 9 item ... IKLM) *erg. L* 12–3,2 dicentur | *(1)* generalius *(2)* itaqve ... congruentes *erg.* | *(a)* Hom *(b)* |) *erg. Hrsg.* | Similia *L*



[*Fig. 4*]

S i m i l i a sunt in quibus per se singulatim consideratis inveniri non potest quo discernantur ut duo sphaerae vel circuli (vel duo cubi aut duo quadrata perfecta) *A*. et *B*. Ut si solus oculus sine aliis membris fingatur nunc esse intra sphaeram *A* nunc intra sphaeram *B*. non poterit eas discernere; sed poterit si ambas simul spectet, vel si secum membra alia corporis aliamve mensuram introrsum afferat, quam nunc uni nunc alteri applicet. Itaque ad similia discernenda opus est vel compraesentia eorum inter se, vel tertii cum singulis successive. [At in dissimilibus aliqua partium proportio notata in uno, quae non notatur in altero sufficit ad discernendum sigillatim. De quo postea pluribus.]

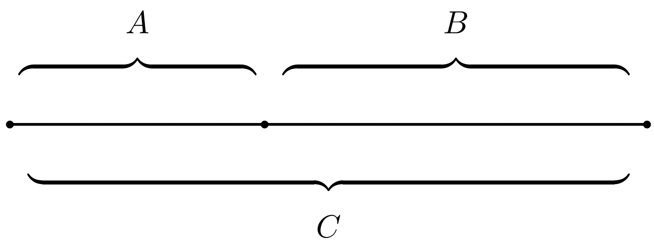
H o m o g e n e a sunt, quae aut similia sunt aut similia transformatione reddi possunt.

[*Fig. 5*]

Duae rectae sunt homogeneae, quia similes; sed et recta et arcus circuli homogeneae res sunt, quia circulus in rectam extendi potest.

2–7 similia similiter tractata (1) sunt (2) exhibent similia. qvae similiter determinantur similia sunt *am Rand erg. u. gestr. L* 2 singulatim *(1)* spectatis *(2)* consideratis *L* 3 discernantur, *(1)* ut si *(a)* qvis sit intra *(b)* modo *(c)* nunc intra sphaeram A nunc intra sphaeram B ducatur, ⟨sed⟩ non | ut *nicht gestr.* | duo *(2)* | ut duo sphaerae vel *erg.* | circuli (vel duo | cubi aut duo *erg.* | qvadrata *L* 4 sine ... fingatur *erg. L* 7–9 itaqve ... pluribus] *erg. L* 10 f. Aeqvalia sunt homogenea *am Rand erg. u. gestr. L* 13 f. homogeneae *(1)* sunt *(a)* linea *(b)* qvantitat *(c)* res *(2)* res *L* 14–4,2 potest. | *(1)* Genera *(2)* itaqve possumus etiam definire h o m o g e n e a qvae conveniunt in re per se infinita cuius conceptus *erg. u. gestr.* | Si *L*

8 f. [...]: Die eckigen Klammern stammen von Leibniz.



[*Fig. 6*]

Si plura sint ut A vel B. et unum ut C. sintque in aliquo convenientia, et in his homogeneum insit ipsis A et B commune, omnia vero in ipsis homogenea, sint ipsi C communia; tunc illa plura dicentur partes integrantes unum illud dicetur totum.

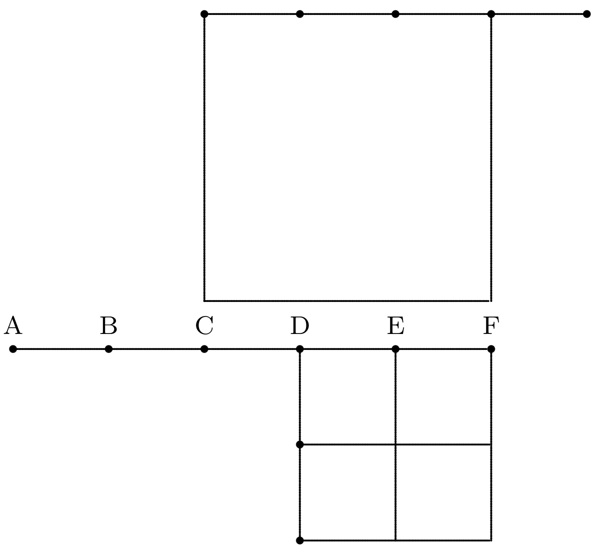
Homogenea etiam definire possumus, quae in aliquo conveniunt, et in quo conveniunt alia quae in uno quoque eorum indefinite assumi possunt.

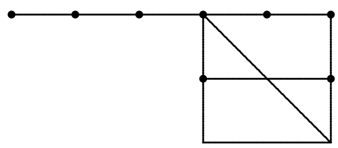
Minus est quod alterius (Majoris) parti aequale est. Quantitas est id quod rei competit, quatenus habet omnes suas partes, sive ob quod alteri (homogeneae cuicunque) aequalis major aut minor dici, sive comparari potest.

---

9 *Dazu, am unteren Rand:* [insere huc schedam adjectam aliunde abscissam sub signo ⊕

2 sintqve *(1)* A B C homogenea, et nihil homogeneum *(a)* ipsis sit *(aa)* in C *(bb)* in uno qvod non sit *(aaa)* vel in A vel in *(bbb)* in pluribus, plura autem ista nihil homogeneum ipsis commune habeant *(b)* tum plura inter se, tum cum uno Et rursus in uno qvoqve indefinitis modis *(2)* in aliqvo *L* 4–7 pars et totum homogenea sunt totum aeqvale omnibus partibus integrantibus, nam in totum transformantur conjunctione ergo coincidentia reddi possunt ergo congrua Homogenea qvorum unum altero nec maius nec minus est, ei aeqvalia sunt Maius majore est maius minore totum maius parte *am Rand erg. u. gestr. L* 7 aeqvale est *(1)* Numerus est homogeneum Unitatis.





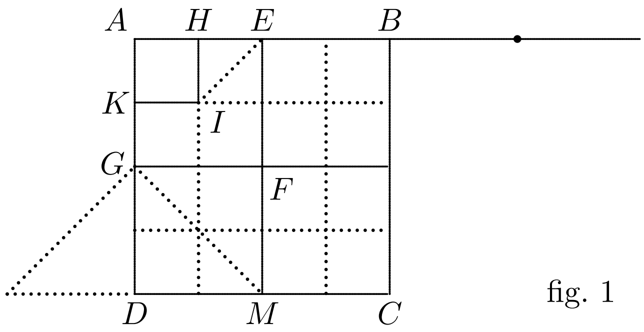


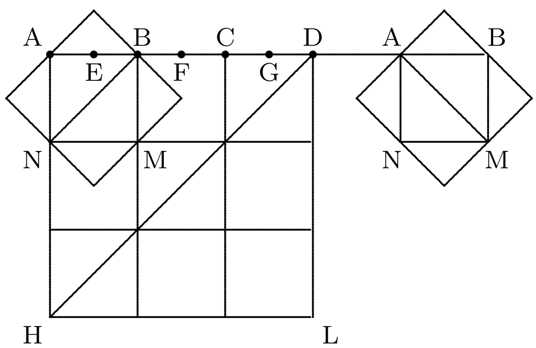
fig. 1

[*Fig. 7*]

Q u a n t i t a s rei, ex. gr. fig. 1. areae $ABCD$ exprimitur per numerum ex. gr. quaternarium posito aliam rem, ut pedem quadratum $AEFG$ sumtum esse pro Mensura

---

2 *Dazu am Rand Einfügungszeichen:* ⊕



Ut si AB sit unitas seu unus pes, erunt AC. BD. AD. numeri integri scilicet duo pedes, tres pedes. At AE erit numerus dimidius ($\frac{1}{2}$). *(a)* | et *nicht gestr.* | *(b)* Et AF $\frac{3}{2}$ et AG $\frac{5}{2}$ | similiter si qvadratum ABMN sit unitas nempe unus pes qvadratus erit *(aa)* triangulum ADH *(bb)* qvadratum ADLH, 9. et triangulum AHD erit $\frac{9}{2}$ seu 4 et $\frac{1}{2}$ *erg.* | eruntqve hi numeri fracti. Sed si ducatur recta *(aaa)* HD. diagonalis qvadrati AHLD *(bbb)* BN diagonalis qvadrati ABMN ei utiqve etiam respondebit numerus posito AB esse unum pedem [transferantur huc qvae alibi jam de hac numeri definitione scripsi.] Q v a n t i t a s est numerus indefinitus rem exprimens, | qvi definietur *erg.* | posito aliam qvandam ei homogeneam sumtam esse pro unitate seu Mensura primaria [vide de hac definitione qvae etiam alibi notavimus] *(2)* Q v a n t i t a s *L* 2 f. numerum | ex. gr. qvaternarium *erg.* | posito *L*

---

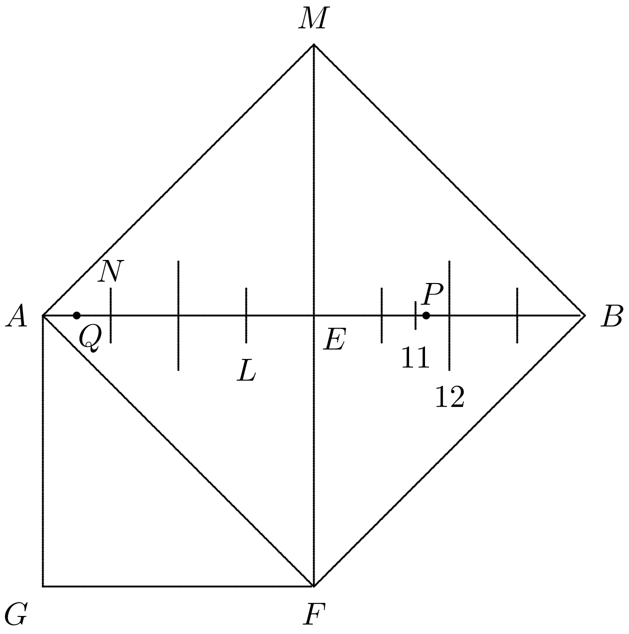
2 fig. 1.: Fig. 7.

primaria seu Unitate reali. Est enim $ABCD$ quatuor pedum quadratorum. Si vero alia assumeretur unitas AHIK quae est quadratum semipedis AH, quantitas areae $ABCD$ esset 16. Itaque pro eadem quantitate diversus proveniet numerus prout assumitur unitas. Et proinde quantitas non est numerus definitus, sed materiale numeri seu numerus indefinitus, assumta certa mensura definiendus. Quantitates ergo exprimuntur vel numeris definitis, ut 1. 2. vel indefinitis seu literis aliisve characteribus. $a.\,b.\,\odot.$ ☽.

Numerus est homogeneum Unitatis. Adeoque comparari cum unitate eique addi adimique potest. Estque vel aggregatum unitatum qui dicitur integer, ut 2. (seu $1+1$.), item 3. 4. (seu $2+1$ sive $1+1+1$) vel aggregatum partium aliquotarum unitatis, qui dicitur Fractus, ut si unitas ex. gr. pes AB sit divisus in quatuor partes quartas, tunc res ut linea BH quae habet tres quartas pedis seu ter $\frac{1}{4}$ ita exprimetur $\frac{3}{4}$ isque fractus interdum reduci potest ad integrum, ut AB sive 2 est quater AH seu 4 dimidiae sive $\frac{4}{2}$; vel denique numerus est alio quodam modo per relationem ad unitatem determinatus; quae quidem relationes possunt esse infinitae sed maxime solennes sunt per radices. Nempe sit numerus 4 (pro quadrato $ABCD$ fig. 1.) quaeritur ejus radix quadrata (seu latus AB.) id est numerus qui per se multiplicatus facit 4. Is numerus erit 2. Itaque cum 2.2 sive aa sit 4. $\sqrt{4}$ ($\sqrt{aa}$) est 2 (a). Atque hoc casu radix reduci potest ad numerum communem seu rationalem. Sed interdum haec reductio non succedit. Ex. gr. quaeritur numerus qui per se ipsum multiplicatus faciat 2. Is neque est integer, (alioqui enim cum necessario sit minor quam 2 foret, unitas, at unitas per se multiplicata facit 1.) neque est fractus, quia omnis fractus per se ipsum multiplicatus producit alium fractum, ut

1 primaria *erg. L* 1 Est ... qvadratorum *erg. L* 6 f. a. b. $\odot$. ☽. *(1)* Hinc aeqvalia sunt *(2)* Numerus *L* 9 f. qvi dicitur Fractus *erg. L* 10 in *(1)* tres partes tertias, *(a)* tunc et res alicuius qvantitatis *(b)* tunc res, qvae foret duas tertias *(2)* qvatuor *L* 11 ut ... habet *erg. L* 11 f. isqve | fractus *erg.* | interdum ... integrum, *(1)* ut $\frac{6}{3}$ ($\frac{8}{4}$) idem est qvod a seu 2. qvoniam a.3 est 6 seu ab est e. *(2)* ut AB *(aa)* est 4 AH *(bb)* siue 2 ... siue $\frac{4}{2}$ *erg. L* 13 est *(1)* aliqvid homogeneum unitati alio qvodam modo determinatum *(2)* alio *L* 14 per *(1)* signa radicalia *(2)* radices *L* 15 numerus 4 *(1)* (ABCD) *(2)* | (pro ... fig. 1.) *erg.* | qvaeritur *L* 16 f. cum ... sit 4. *erg. L*

$\frac{3}{2}$ producit $\frac{9}{4}$ sive $2+\frac{1}{4}$. Itaque non est numerus nisi irrationalis ut vocant, sive potius ineffabilis, ἄλογος surdus, qui sic scribitur $\sqrt{2}$ vel $\sqrt{q}, 2.$ vel $\sqrt[2]{2}$ id est radix quadratica de 2. Posito enim hunc numerum esse, y: tunc ejus quadratum yy sive y^2 erit 2.



[*Fig. 8*]

Et ut appareat hunc numerum esse in rerum natura, in fig. 2. ducatur AF diagonalis quadrati $AEFG$. Sit AG 1. nempe unus pes, cujus quadratum est 1 (nempe ipsum spatium $AEFG$ seu unus pes quadratus,) tunc ipsa AF quam vocabimus y erit $\sqrt{2}$. Nam ejus quadratum yy. $AFBM$ est 2, (nempe duplus pes quadratus). Est enim quadratum $AFBM$ duplum quadrati $AEFG$. Nam dimidium ejus triangulum AFB. toti

2 ἄλογος surdus, *erg. L* 5 in fig. 2 *erg. L* 9 qvadratum | AFLM *ändert Hrsg.* | duplum *L*

1 Itaque: Die Folgerung ist nicht ausreichend begründet, es müsste noch (wie im antiken Widerspruchsbeweis, vgl. ARISTOTELES, *Analytica priora*, 41a, 26–27, sowie EUKLEIDES, *Elementa*, X, 117) gezeigt werden, dass es keinen solchen Bruch gibt, dessen Quadrat auf die Zahl 2 reduziert werden kann.
5 fig. 2.: Fig. 8.

AEFG aequale est. Cum ergo numerum definierimus homogeneum unitati, utique debet aliquis esse numerus cujus ea sit relatio ad unitatem, quae est rectae *AF* ad rectam *AG*, sive posito *AG* esse 1. debet esse numerus quo exprimatur quantitas ipsius *AF* qui dicetur esse $\sqrt{2}$. *AB* autem erit 2.

Itaque si sit S c a l a *AB*. fig. 2 divisa in partes aequales duas, quatuor, octo, sedecim etc. atque ita porro subdivisa quantum libuerit, huic scalae utique recta quaelibet ipsa scala minor applicari, adeoque numeris explicari potest, et quidem vel exacte vel propemodum E x a c t e quidem, quando scilicet incipiens ab initio scalae *A*, incidit in aliquod punctum divisionis *L* ut *AL* cujus proinde numerus in partibus scalae habetur ex. gr. *AE* existente 1. tunc *AL* erit $\frac{3}{4}$ et tunc recta *AL* est scalae commensurabilis; id est datur earum mensura communis seu recta *AN* $\left(\frac{1}{4}\right)$ quae repetita tam scalam *AB* quam rectam *AL* efficit seu m e t i t u r. P r o p e m o d u m vero numeris recta scalae applicata explicari potest, quando non incidit in punctum divisionis, quantum vis scala subdividatur et quocunque modo instituatur divisio. Et talis recta ut *AF* est cum scala incommensurabilis, adeoque numeris rationalibus sine effabilibus explicari nequit, nisi propemodum. Quoniam tamen necesse est, ut *AF* scalae applicata seu translata in *AP*. incidat saltem inter duo divisionis puncta uti certe incidit inter 11 et 12, posito scalam *AB* in sedecim partes aequales esse divisam, quarum quaelibet est pars octava unitatis vel pedis *AE*. Hinc si *AG* vel *AE* latus quadrati sit pes, tunc diagonalis *AF* vel *AP* incidet inter $\frac{12}{8}$ (sive $\frac{3}{2}$) et $\frac{11}{8}$ pedis, adeoque si ⟨ipsi *AF* sive $\sqrt{2}$ vel y attribuas $\frac{3}{2}$, nimium, si $\frac{11}{8}$, parum tribues (nam quadratum a $\frac{3}{2}$ est $\frac{9}{4}$ id est plus quam $\frac{8}{4}$ seu 2 seu yy, et quadratum ab $\frac{11}{8}$ est $\frac{121}{64}$ quod est minus quam $\frac{128}{64}$ seu 2), error tamen semper⟩ minor una parte minima, in quam hoc loco unitas in scala divisa est, id est minor quam $\frac{1}{8}$. Et

4 esse $\sqrt{2}$. *(1)* Eodem modo AL autem erit 2. Prodeunt Quantitates (ut et numeri) vel ex simplicioribus compositae per Genesin vel contra ex compositis simpliciores per analysin. *(2)* AB autem *L*
5 fig. 2 *erg. L* 7 f. vel propemodum E x a c t e qvidem *erg. L* 14 et ... divisio *erg. L* 16 ut *(1)* cadat scalae applicata | tum *erg.* | *(2)* AF scalae applicata *(a)* tum, A manente F incidat inter duo puncta divisionis *(b)* seu *L* 19 diagonalis *erg. L* 23 unitas in *erg. L*

$\frac{1}{8}$ sive AQ erit propemodum mensura communis unitatis sive etiam scalae, et ipsius AF. Et quanto magis subdivisa erit scala eo minor erit error adeoque erit tam parvus quam quis velit, sive minor reddi potest quovis errore assignabili. Itaque AF et AG etsi sint incommensurabiles, sunt tamen h o m o g e n e a e , seu comparabiles, et inveniri potest mensura communis tam prope exacta ut error seu residuum sit minus data quantitate. Atque hoc est fundamentum a p p r o p i n q u a t i o n u m , et c o m p u t a n d a r u m T a b u l a r u m , itemque Logisticae binariae vel sexagenariae vel etiam d e c i m a l i s , si quidem scala in decem partes dividatur, et harum quaelibet in alias decem subdividatur, idque quantumlibet continuetur. Etsi enim scalae instrumentis satis subdividi non semper possint, mente tamen sive calculo ad summam exactitudinem, quae quidem i n p r a x i optari possit, procedi potest. Quod quomodo fiat infra apparebit.

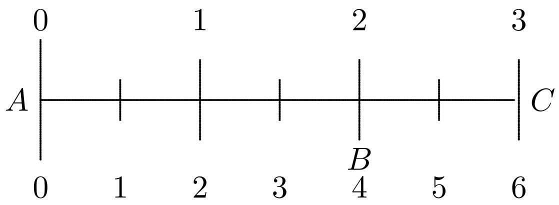
[*Verworfener Abschnitt*]

R a t i o est homogeneum aequalitatis, adeoque si aequalitas spectetur ut unitas, quia tunc consequens in antecedente non nisi semel continetur, ratio erit numerus qui oritur ex divisione antecedentis per consequens, vel numerus quo exprimeretur antecedens, si consequens esset mensura primaria per quam caetera exprimi deberent sive Unitas. Etsi fortasse alia nunc unitas seu mensura primaria assumta sit. Ita ratio trium pedum ad pedem est tripla rationis quam habet pes unus ad seipsum, seu tripla unitatis; id est ternarius. Nam et si pes sit 1. tres pedes erunt 3. Unitas autem est ratio rei ad seipsam vel ad aequalem, cum una quantitais in altera non nisi semel contineatur. Sed Ratio unius pedis ad tres, id est ad unum tripodem (sumtis tribus pedibus pro unitate) est subtripla, seu tertia pars rationis quam habet tripus ad seipsum, seu tetia pars unitatis. Nam et si tripus esset 1. pes foret $\frac{1}{3}$ scilicet unitatis nempe tripodis. Ratio pedis ad dipodem est subdupla seu dimidia rationis quam habet dipus ad seipsum, id est unitatis. Ergo est

3 reddi potest *erg. L* 4 h o m o g e n e a e , *(1)* id est *(2)* | seu comparabiles, et *erg.* | inveniri *L*
13 *(1)* R a t i o Rei *(a)* ad aliam *(b)* (Antecedentis) ad aliam Homogeneam (conseqventem) est numerus qvo exprimeretur antecedens; posito conseqvens esse unitatem. | Etsi fortasse alia nunc unitas assumta sit *erg.* | [*(2)* R a t i o *(3)* R a t i o *L* 14 qvia . . . continetur, *erg. L* 17 seu mensura primaria *erg. L* 19 f. Nam . . . cum *(1)* una contineri in altera non nisi semel *(2)* una . . . contineatur *erg. L*
22 f. Nam . . . tripodis *erg. L*

$\frac{1}{2}$. Nam et si dipus esset 1. pes foret $\frac{1}{2}$ scilicet unitatis nempe dipodis. Et ratio trium pedum ad dipodem seu 3 ad 2 est ter ratio unius pedis ad dipodem seu tripla subdupla, sive tres dimidiae sive $\frac{3}{2}$. Adeoque si dipus esset 1. tunc tres pedes forent tres dimidiae seu $\frac{3}{2}$ unius dipodis.

Proportionalia sunt quorum eadem est ratio.



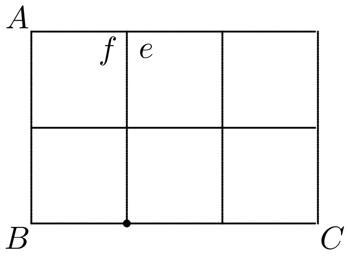
[*Fig. 8a*]

Ut numeri 3 ad 2 eadem est quae numeri 6 ad 4. Est enim rectae AC ad rectam BC eadem semper ratio, adeoque et numerorum quibus AC et BC exprimuntur eadem erit ratio licet diversa assumta sit unitas.

[*Fortsetzung des gültigen Textes*]

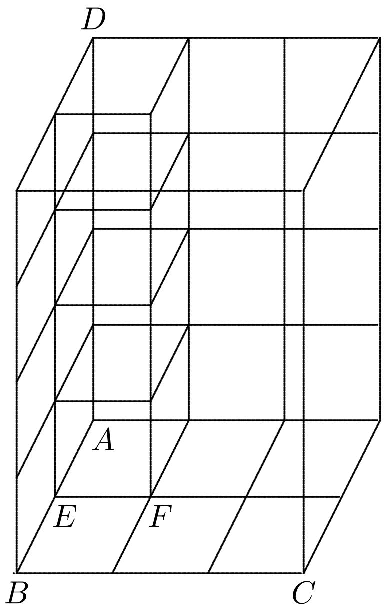
Dimensiones sunt quantitates diversae (interdum heterogeneae[])], quae in se invicem duci intelliguntur, ita scilicet ut una tota applicetur cuilibet parti alterius.

1 Nam ... dipodis *erg. L* 3–5 sive $\frac{3}{2}$. | adeoqve ... dipodis *erg.* | *(1)* Unde patet rationem esse | qvantitatem seu *erg.* | numerum seu antecedentem divisum per conseqventem.] Qvae omnia constant, modo ponamus rationem qvantitatis ad seipsam, seu rationem aeqvalium esse unitatem, qvia idem in seipso continetur semel, et eodem posito *(2)* Proportionalia *L* 12 duci *(1)*, *(a)* id est ita sibi applicari *(b)* id *(2)* intelliguntur *L* 13–11,2 alterius. *(1)* ita ex ductu latitudinis AB in longitudinem BC fit area (servato eodem semper angulo *(2)* Exempli *L*



[*Fig. 9*]

Exempli causa ex ductu latitudinis AB duorum pollicum in longitudinem BC trium pollicum linearium (ita ut anguli A. B. C. e. f semper congruant seu iidem sint, qui dicuntur recti, qui est simplicissimus lineam rectam in rectam ducendi modus) fit rectangulum ABC. quod est duarum dimensionum, et sex pollicum sed quadratorum.



[*Fig. 10*]

Ex ductu longitudinis CB, 2. latitudinis BA, 3 altitudinis AD, 4 in se invicem fit rectangulum solidum $CBAD$ quod est trium dimensionum, seu viginti quatuor pollicum cubicorum ($2 \frown$ in $3 \frown$ in 4). Cuilibet enim ex baseos ABC sex quadratillis seu pollicibus

5 qvod ... sex *(1)* pedum *(2)* pollicum sed qvadratorum *erg. L* 7 in se invicem *erg. L* 8 qvatuor *(1)* pedum *(2)* pollicum *L* 9–12,1 seu *(1)* pedibus *(2)* pollicibus qvadratis, *(a)* insistunt qvatuor cubuli *(b)* (ut *L*

quadratis, (ut quadratillo AEF) insistunt quatuor cubuli seu unitates cubicae sive pollices cubici (nempe columna seu prisma $FEAD$ ex quatuor pollicibus cubicis sibi impositis constans[)].

Nec vero putandum ut hactenus crediderunt, dimensionem spectari in solis figuris, adeoque rem altioris gradus seu plurium dimensionum quam trium dimensionum esse imaginariam. Etsi enim spatium per se habeat tantum tres dimensiones, corpus tamen potest habere multo plures, ex. g. duo corpora unum aureum alterum argenteum habent praeter considerationem molis seu spatii, quod occupant, etiam considerationem gravitatis specificae, quae in qualibet parte molis spectatur. Ita gravitate specifica pollici cubici argenti posita ut 55 auri ut 99 unciarum (ea enim fere proportio est) erit pondus solidi $CBAD$ si aureum sit $2 \frown 3 \frown 4 \frown 99$ (seu $24 \frown 99$ sive) 2376 unciarum; sin argenteum sit solidum erit unciarum $2 \frown 3 \frown 4 \frown 55$ seu $(24 \frown 55)$ 1320 unciarum. Itaque pondera ista sunt quatuor dimensionum; ex ductu scilicet molis seu spatii tridimensi, in corpus ipsum seu pondus. Potest etiam praeter pondus mortuum accedere impetus ex descensu gravis aliquamdiu continuatus; unde nascitur percussio quae est quinque dimensionum, ex mole tridimensa, corporis ponderositate et tempore lapsus in se invicem ductis. Ita si una ulna quadrata panni valeat tres nummos imperiales duae ulnae valebunt bis tres imperiales seu sex. Et pretium hoc est duarum dimensionum, quod si idem pannus sit quatuor ulnas latus, erit pretium ejus 2.3.4 seu 24 imperialium, adeoque trium dimensionum ex ductu in se invicem longitudinis, latitudinis, pretiositatis id est pretiositatis seu bonitatis intrinsecae in quantitatem seu bonitatem extrinsecam. Ita pretium aggeris est quatuor dimensionum, spectatur enim in eo longitudo quae sit pedum 100. latitudo 12. altitudo 20, et firmitas seu bonitas intrinseca sit talis, ut pes cubicus valeat decem nummos. Erit valor ejus $100. \frown 12. \frown 20. \frown 10.$ nummorum seu 24000[0] ut proinde ductus dimensionis in dimensionem, sit exhibitio realis, multiplicationis mentalis.

Ex his definitionibus sequentia Axiomata duci possunt.

Quae iisdem (vel coincidentibus) determinantur (eodem scilicet modo) coincidunt. Ut coincidunt duae rectae, quarum duo extrema coincidunt.

1 f. sive *(1)* pedes *(2)* pollices *L* 2 quatuor | pedibus *ändert Hrsg.* | cubicis *L* 5 altioris gradus seu *erg. L* 9 f. ita *(1)* | si *nicht gestr.* | pes cubicus auri esset *(2)* gravitate specifica | pollici cubici *erg.* | argenti posita *(a)* 99 *(aa)* argenti *(bb)* auri 55 Habe *(b)* ut 55 *L* 10 unciarum *(1)* Et ita pondus pedis vel pollicis cubici aurei sit 99. | vel unciarum *erg.* | argentei 55, erit *(2)* (ea enim fere *(a)* proport *(b)* ratio est *(c)* proportio *L* 16 tridimensa, *(1)* pondere *(2)* corporis *L* 23 firmitas seu *erg. L* 27 f. Qvae iisdem ... extrema coincidunt *erg. L*

Quae coincidunt ea multo magis congruunt. Seu idem congruit sibi.

Quae congruentibus determinantur (eodem scilicet modo) congrua sunt. Ut quia triangulum datur, datis tribus lateribus, hinc si tria trianguli latera respondentia respondentibus congruant congruent triangula.

Quae congruunt ea multo magis aequalia sunt.

Aequalia eadem sumta mensura eodem numero exprimuntur; sive ejusdem sunt quantitatis, cum enim inter se congrua reddi possint, eidem mensurae primariae seu unitati eodem modo repetitae, eodem modo congruere poterunt. Unde idem prodit numerus.

Aequalia eodem modo secundum quantitatem tractata exhibent aequalia.

Similia similiter tractata exhibent similia, ideo Quae similiter similibus determinantur similia sunt. Determinari autem intelligo iis conditionibus designari quae simul non nisi in unum cadere possunt: Itaque quod ita determinatur, id plane exhibetur.

Similia et aequalia simul, sunt congrua. Nihil enim superest quo discerni possint, sive sigillatim sive simul spectentur nisi referantur ad externa; ut locum et tempus aliaque accidentia.

Ratio non est nisi inter homogenea. Patet ex definitione.

Quorum unum altero majus minus aut aequale est homogenea sunt. De aequalibus manifestum est, possunt enim congrua reddi, adeoque et similia. Minus quoque majori homogeneum, quia ejus parti aequale adeoque homogeneum est, pars autem est homogenea toti. Atque ideo non dicemus lineam minorem superficie, aut ejus partem, nec angulum contactus, partem rectilinei aut eo minorem. Si quis tamen partem latius sumat, pro omni quod quantitatem habet, et quantitatem habenti inest, poterit dicere lineam esse superficie minorem.

Pars minor est toto. Est enim aequalis parti ejus, nempe sibi ipsi.

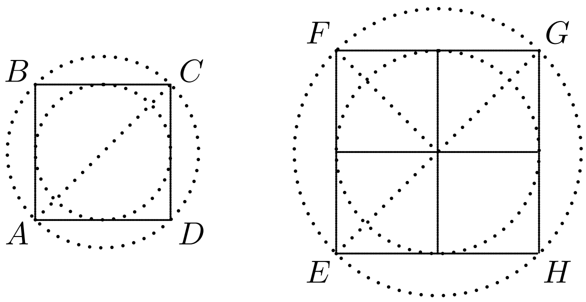
Totum est aequale omnibus partibus cointegrantibus. Coincidunt enim; vel certe si conjungantur quia totum componunt coincidentia reddentur. Adeoque et congruent.

1–4 Seu ... triangula *erg. L* 5 f. sunt *(1)* Aeqvalia eodem modo | secundum qvantitatem *erg.* | tractata exhibent aeqvalia *(2)* Aeqvalia *L* 7 primariae seu unitati *erg. L* 8 modo *(1)* congruent *(2)* repetitae *L* 11 sunt *(1)*; seqvitur ex praecedenti *(2)*. Determinari *L* 14–17 spectentur | nisi ... accidentia *erg.* | . | Ratio ... definitione *erg.* | Qvorum *L* 22 dicere *(1)* partem. *(2)* angulum contactus rectilineo minorem. *(3)* lineam *L* 25 partibus *(1)* integrantibus *(2)* cointegrantibus *L* 26 conjungantur | qvia totum componunt *erg.* | coincidentia *(1)* reddi possunt *(2)* reddentur *L* 26–14,1 congruent *(1)* Maius majore est ⟨nam⟩ *(2)* pars *L*

Pars partis est pars totius. Adeoque minus minore est minus majore. Nam parti minoris aequale est; ergo et parti majoris, parti scilicet partis majoris.

[*Verworfener Abschnitt*]

Homologorum pro uno similium assumtorum eadem inter se ratione.

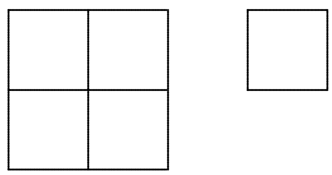


[*Fig. 10a*]

Exempli gratia similia sunt quadrata $ABCD$ et $EFGH$. In priore quadrato habemus latus AB. Ambitum $ABCDA$ diagonalem AC. Circulum inscriptum. Circuli circumscripti circumferentiam. Aream quadrati. Aream circuli. In altero quadrato habemus respondentia: Latus EF. Diagonalem EG. Ambitum $EFGHE$. Circulum circumscriptum. Ejus aream. Quadrati ipsius aream. Possemus et utrobique Circulos inscribere, aliaque multa peragere. Hinc dico esse latus in uno ad suum diagonalem, in ea ratione in qua latus alterum etiam est ad suum diagonalem. Nam alioqui is qui in uno quadrato erit, et postea sigillatim in altero posset ea discernere, notans in uno rationem illam lateris et diagonalis esse ab ea quae est in alio diversam. Nos autem definivimus similia, quae sigillatim spectata discerni non possunt. Eandem ob causam peripheria circuli unius est ad suam diametrum, ut peripheria Circuli alterius est ad suam. Item area circuli unius est ad suae diametri quadratum; ut area circuli alterius etiam est ad suae diametri quadratum. Hinc inferre statim possemus peripherias esse inter se ut diametros;

2–4 majoris. *(1)* Qvae in similibus homologa sunt siue sibi respondentia ea sunt proportionalia *(2)* Homologorum pro uno *(a)* simili inter se, eadem est qvae homologorum seu respondentium pro alio simili *(b)* similium *L* 6 f. EFGH *(1)* itaqve ⟨—⟩ sunt ab una parte *(2)* In priore qvadrato *(a)* habentur: *(aa)* AB *(bb)* latus AB *(aaa)* peripheria qvad *(bbb)* ambitus ABCDA diagonalis *(b)* habemus *L* 8 f. habemus *(1)* eadem omnia *(2)* respondentia *L* 13 f. illam | lateris et diagonalis *erg.* | esse *(1)* diversam qvam in alio *(2)* ab *L* et circulos ut quadrata diametrorum. Et eodem modo Sphaeras ut diametrorum Cubos et triangulorum similium latera homologa esse proportionalia, si demonstratum jam esset rationum permutatio. Itaque ope hujus axiomatis pleraque theoremata Geometrica ab aliis magno molimine comprobata, nullo negotio demonstrantur, et novum habemus principium inveniendi. Cum alias circulos esse ut quadrata diametrorum, et sphaeras ut cubos, Euclides per deductionem ad absurdum demonstrare sit coactus Archimedes autem sine demonstratione assumserit, similium figurarum centra gravitatis esse similiter posita. Quae omnia ex nostra definitione similitudinis, quae hactenus nulli quod sciam in mentem venit sponte nascuntur. Idem principium valet non in Geometria tantum, sed et in aliis omnibus, ubi quantitas et qualitas conjunguntur.

Heterogenea autem non debent comparari inter se, neque enim ratio nisi inter homogenea est; alioqui oriretur absurdum. Exempli causa si latus AB esset ad sui quadrati $ABCD$ aream, ut alterum latus EF est ad aream quadrati sui $EFGH$, tunc (per ea quae suo loco demonstrabuntur) permutando forent latera AB et EF, inter se, ut quadrata $ABCD$, et $EFGH$.



[*Fig. 10b*]

1 Et ... Cubos *erg. L* 3–10 itaqve ... principium *(1)* demonstrandi *(2)* inveniendi ... principium *(a)* non in Geometria tantum, sed et in aliis omnibus, ubi qvantitas et forma spectantur, usum habet *(b)* valet ... qvalitas conjunguntur *erg. L*

6–8 Euclides ... posita: Vgl. EUKLEIDES, *Elementa*, XII, 2 u. 18; ARCHIMEDES, *De planorum aequilibriis*, I, post. 5.

Quod est absurdum, nam si exempli causa EF est duplum ipsius AB tunc quadratum ab EF est quadrati ab AB non duplum sed quadruplum. Et cubus cubi duplo longioris non duplus sed octuplus. Idem est in circulis et sphaeris, quod in quadratis et cubis.

Aequimultiplorum eadem ratio est quae simplorum, patet ex his quae diximus ad definitionem proportionalium. Nam sex pedum ad tres eadem ratio quae duorum tripodum ad unum. Quoniam idem est tripus quod tres pedes. Eorundem autem eadem ratio est, et si diversimode enuntientur, prout alia atque alia unitas seu Mensura primaria assumitur.

Aequidivisorum eadem ratio est, quae integrorum. Nam integra sunt aequimultipla aequidivisorum.

Hinc simul aequimultiplorum et aequidivisorum eadem ratio est. Sint duo A et B. erit dupli A ad duplum B eadem ratio quae A ad B. Item tertiae partis A ad tertiam partem B, eadem ratio quae A ad B, et duarum tertiarum partis A ad duas tertias ipsius B eadem ratio quae A ad B.

Ratio rationi componitur, si, antecedens ducatur in antecedentem, consequens in consequentem, ratio factorum dicitur composita simplicium, ita ratio areae rectangulae unius ad aliam est in ratione composita longitudinum et latitudinum. Hinc rationum compositio est rationis per rationem multiplicatio.

R a t i o c o m p o s i t a dicitur A ad C ex ratione A ad B et B ad C. Hinc ratio facti ex ductu A in B, ad factum ex ductu B in C, composita est ex rationibus A ad B et B ad C. Nam ratio facti ex A in B est ad factum ex B in C, ut A ad C (quia aequimultipla sunt, A in B et B in C ergo eandem habent rationem quam simpla A et C. per praecedentem) et ratio composita ex A ad B et B ad C etiam est A ad C.

Hinc rationes ex iisdem compositae eaedem sunt. Sint rationes A ad B et B ad C. et ratio L ad M et M ad N. Sitque ratio L ad M eadem rationi A ad B ratio vero M

3 f. cubis *(1)* Si qvis qvantitatem et rationem non revocet ad numeros, poterit Qvantitatem def *(2)* Ratio A ad C composita dicetur ex ratione A ad B et B ad C. *(a)* Ratio *(b)* hinc demonstratur statim permutatio rationum; qvoniam enim ex aeqvalibus *(c)* Ex aeqvalibus rationibus compositae rationes sunt aeqvales inter se (3) Ratio AB ad CD c o m p o s i t a *(a)* est *(b)* dicitur ex ratione A ad C et C ad D *(4)* Ratio facta ex ductu A in B et ex *(5)* Factum *(6)* Qvia Aeqvimultiplicata eadem *(a)* fiet priore qvidem modo A in B ad B in C aeqvalis *(b)* componendo fiet A in B ad B in C et L in M ad M in *(7)* Nam priore qvidem modo fit *(8)* Aeqvimultiplorum *L* 4 qvae simplorum *erg. L* 5 proportionalium *(1)* ubi 6 ad 3 ut 4 ad 2 vel ut 2 ad 1. qvia *(2)* Nam *L* 22 ex A | et *ändert Hrsg.* | B et *L* 23 ex *(1)* aeqvalibus compositae aeqvales *(2)* iisdem *L* 24 sitqve ratio L ad M *(1)* aeqvalis *(2)* eadem *L* 24–17,1 vero M ad N *(1)* aeqvalis *(2)* eadem *L*

ad N eadem rationi B ad C. Ergo erit ratio A ad C eadem rationi L ad N. Quia quae iisdem vel coincidentibus iisdem eodem modo determinantur coincidunt. Hinc sequitur etiamsi alius in una compositione esset rationum coincidentium ordo quam in alia tamen compositos coincidere.

[*Fortsetzung des gültigen Textes*]

Duo homogenea habent communem mensuram quantumvis exacte propinquam. Ostendimus supra cum scalam explicaremus. Si duorum homogeneorum unum altero neque majus neque minus est, erit aequale. In scala supra posita, comparentur AG et AE. appliceturque AG ipsi scalae et puncto A manente incidet punctum G inter B et A posito AG esse minus quam AB. Ponamus jam demonstrari posse quod recta AG translata in AB, manente puncto A punctum G neque incidat intra E et B, neque inter A et E id est quod AG nec sit major nec minor quam AE. Utique punctum G incidet in ipsum punctum E. adeoque AG erit ipsi AE aequalis. Quod de duabus rectis, idem demonstrari potest de omnibus homogeneis nam omnia possunt reddi similia, et ubi similia reddita sunt, si nec magnitudine differunt nullo modo per se discerni poterunt, sed congrua erunt, adeoque cum congrua reddi possint, aequalia sunt.

1 A ad C *(1)* aeqvalis *(2)* eadem rationi L ad N. *(a)* Nam AB aeqv BC *(b)* AB aeqv *(c)* ratio A in B ad B in C aeqv *(aa)* A ad C *(bb)* rationi A ad C ⟨—⟩ et ratio L in M ad M in C aeqvalis rationi L ad C. Est autem A in B ad B in C aeqvalis L in M ad M in N. *(d)* Qvia *L* 3 etiamsi *(1)* transpositae essent rati *(2)* alius *L* 4 coincidere | , sit enim A ad B eadem ipsi M ad N, et B ad C eadem ipsi L ad M. nihilominus ut ante componendo fiet tamen utraqve modo A in B ad B in C, et L in M ad M in N *gestr.* | *L* 10 qvod *(1)* punctum G nec incidit inter *(2)* recta *L* 13 ipsi | AG *ändert Hrsg.* | aeqvalis *L* 15 sunt, *(1)* | possunt *nicht gestr.* | repraesentari per rectas, aut *(2)* si *L* 15 modo *(1)* different, sed congrua erunt *(2)* per *L*

7 supra: s. o. Fig. 8.