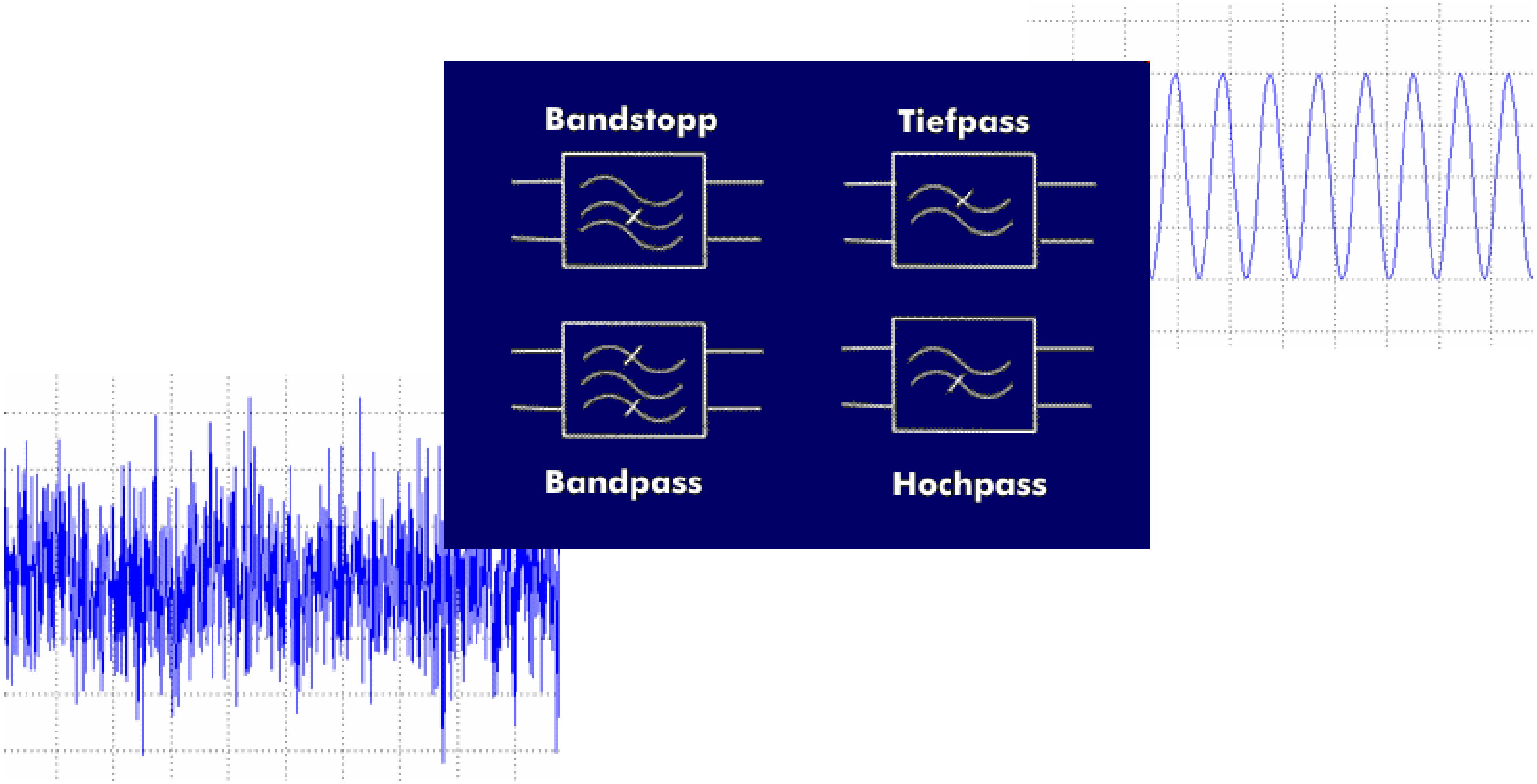
Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

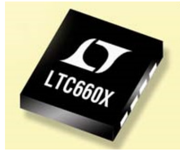
zh aw School of Engineering

Analoge Aktive Filter II



Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften
School of Engineering

Repetition



Tiefpassfilter

Vorgaben:
- Approximation
- Ordnung N
- DC-Gain A_0
- Gesamtgrenzfrequenz f_g

Bekannteste Approximationen:

1 Kritische Dämpfung (RC-Kette)
2 Bessel
3 Butterworth
4 Chebishev 3 dB Welligkeit

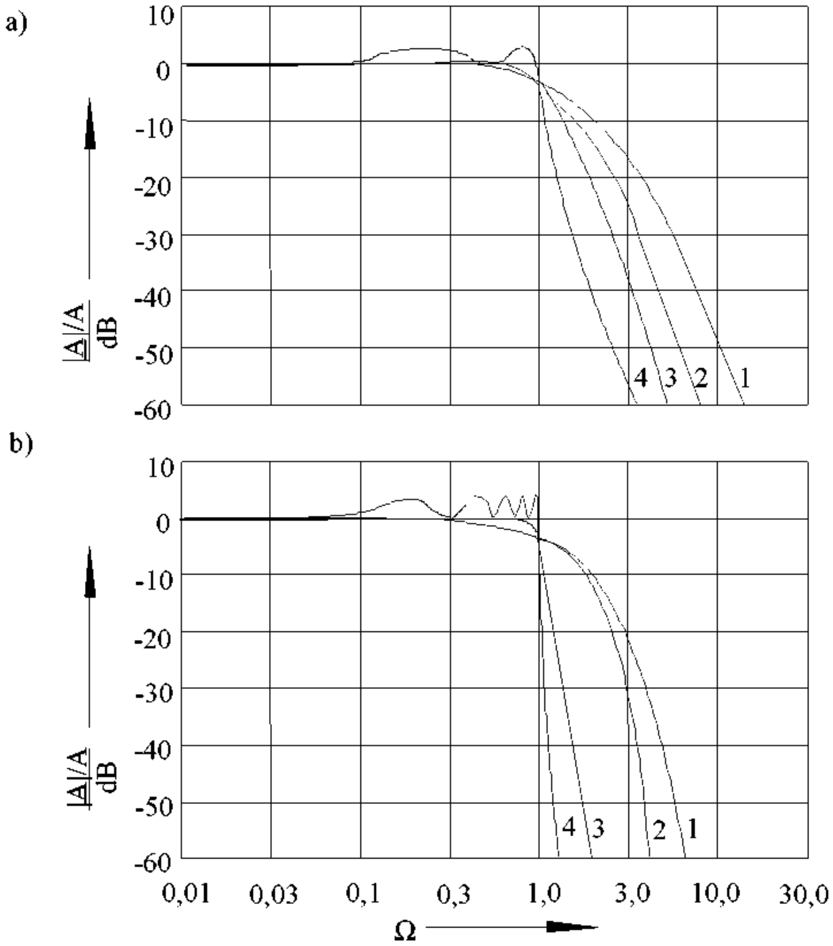
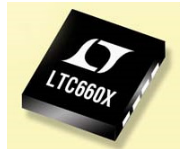


Abb. 2.6.2 Vergleich des Amplituden-Frequenzganges der verschiedenen Filtertypen
a) 4. Ordnung
b) 10. Ordnung

Design für Ordnung N > 2 → ASV

Repetition



- Die Übertragungsfunktion A(P) für Tiefpass Filter 1. und 2. Ordnung lautet:

$$A(P) = \frac{A_0}{1 + a_1 P + b_1 P^2}$$

A(p) erhält man durch Substitution von P durch p/ω_g , wobei $p = j\omega$

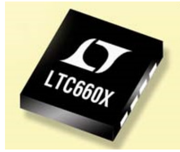
$\omega_g = 2\pi f_g$ ist die Grenzkreisfrequenz (3 dB) des Gesamtfilters

- Für 1. Ordnung (n=1) : gilt immer $a_1 = 1$ $b_1 = 0$
- Tabelle für Ordnung n=2 für verschiedene Approximationen von A(P):

Butterworth	a1 = 1.4142	b1 = 1
Tschebyscheff 0.5 dB	a1 = 1.3614	b1 = 1.3827
Tschebyscheff 1 dB	a1 = 1.3022	b1 = 1.5515
Tschebyscheff 2 dB	a1 = 1.1813	b1 = 1.7775
Tschebyscheff 3 dB	a1 = 1.0650	b1 = 1.9305
Bessel	a1 = 1.3617	b1 = 0.6180

Quelle Tietze Schenk

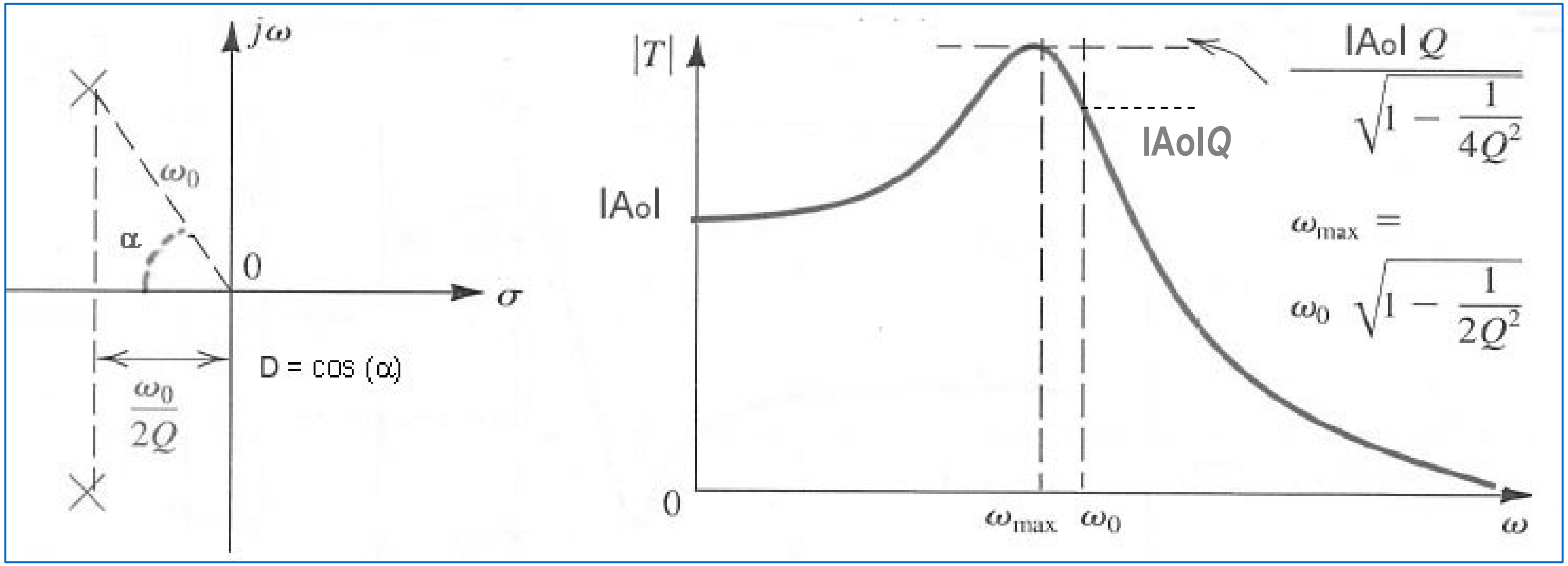
Repetition



Einzelterm 2. Ordnung

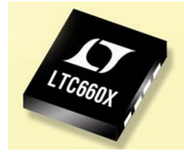
$$A(p) = \frac{A_o}{1 + \frac{2D}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \qquad b_1 = \frac{\omega_g^2}{\omega_0^2} \qquad a_1 = \frac{2D\omega_g}{\omega_0} \qquad 2D = \frac{1}{Q}$$

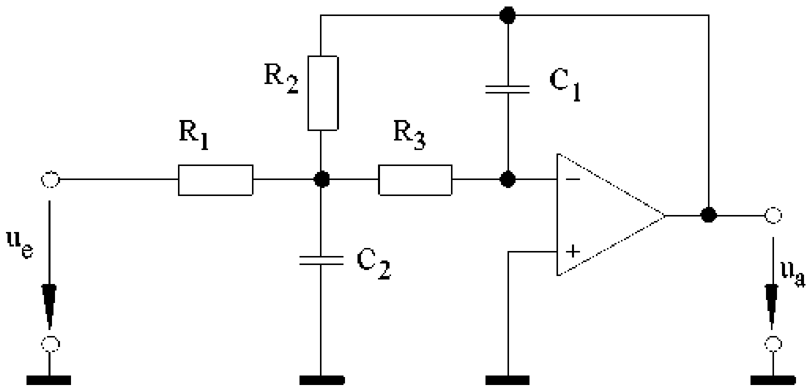
$\omega_g = 2\pi f_g$ Grenzkreisfrequenz des Gesamtfilters



Eigenfrequenz ω_0 und Dämpfungsmass D, bzw Polgüte Q charakterisieren den Tiefpass verständlicher als a1 und b1

Repetition





Tiefpass

$$A(p) = -\frac{R_2/R_1}{1 + C_1\left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}\right)p + C_1 C_2 R_2 R_3 p^2}$$

$\omega_g = 2\pi f_g$ Grenzkreisfrequenz des Gesamtfilters

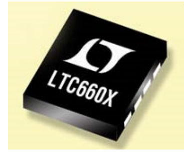
$$A(P) = \frac{A_0}{1 + a_1 P}$$

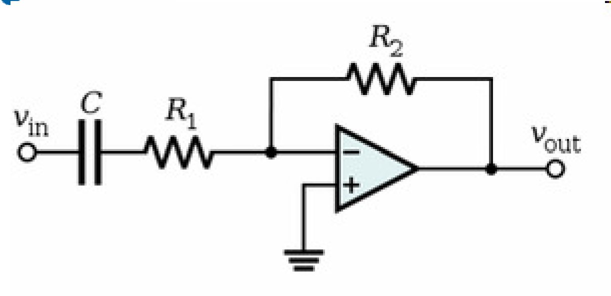
$$A(P) = \frac{A_0}{1 + a_1 P + b_1 P^2}$$

1. A(p) Schaltung berechnen in Normalform

2. Tiefpass A(P) anschreiben für gewünschte Approximation (a_1, b_1)
3. P durch p/ω_g ersetzen und Normalform bilden
4. Koeffizientenvergleich mit A(p) aus Punkt 1
5. Wahl und Werte berechnen z.B. für C = 1 nF und f_g = 16 kHz und Gain A_0 = 2

Repetition





Hochpass

1. A(p) Schaltung berechnen in Normalform

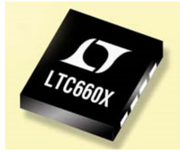
2. Tiefpass A(P) anschreiben für gewünschte Approximation (a_1, b_1)
3. Hochpass Transformation: P → 1/P substituieren
4. P durch p/ω_g ersetzen und Normalform bilden
5. Koeffizientenvergleich mit A(p) aus Punkt 1
6. Wahl und Werte berechnen z.B. für C = 1 nF und f_g = 16 kHz und Gain $A_\infty = 2$

Für Hochpass kann bei Kenntnis auch direkt A(P) angeschrieben werden.
Punkte 2 und 3 entfallen dann. Für 1.O. und 2. O. sind dies:

1.O. $$A(P) = \frac{A_\infty \cdot \frac{P}{a_1}}{1 + \frac{P}{a_1}}$$

2.O. $$A(P) = \frac{A_\infty \cdot \frac{P^2}{b_1}}{1 + \frac{a_1}{b_1} P + \frac{1}{b_1} P^2}$$

Filter 2. Ordnung



RLC - passiv: wenig benutzt in der Praxis
Reine LC Filter werden in der HF-Technik eingesetzt (s. Modul ASV)
Dort verwendet man Quellenwiderstand und Lastwiderstand von je 50 Ω

RLC-Beispiel:

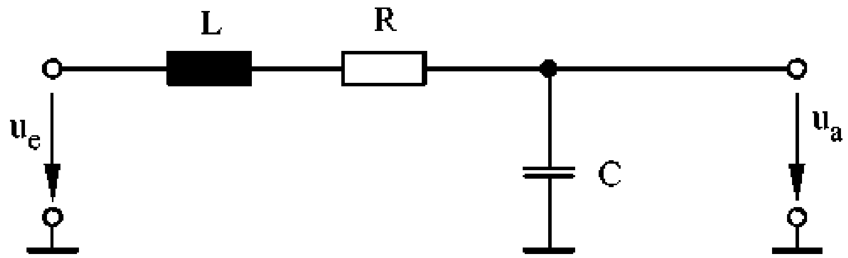


Abb. 2.6.8 Passiver Tiefpass zweiter Ordnung

$$A(P) = \frac{A_0}{1 + a_1 P + b_1 P^2}$$

Leiten sie A(p) her und die Dimensionierungsgleichungen (oder TINA)

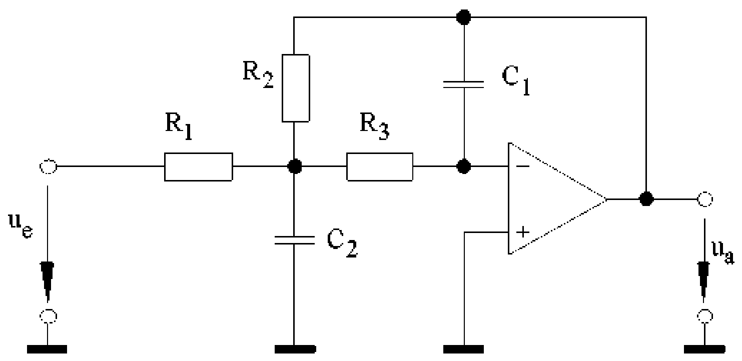
Lösung: $$A(P) = \frac{1}{1 + \omega_g R C P + \omega_g^2 L C P^2}. \qquad R = \frac{a_1}{2\pi f_g C} \quad L = \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C}.$$

Filterschaltungen 2. Ordnung

Klasse mit Mehrfachgegenkopplung (MLF, MFB in der Lit.)

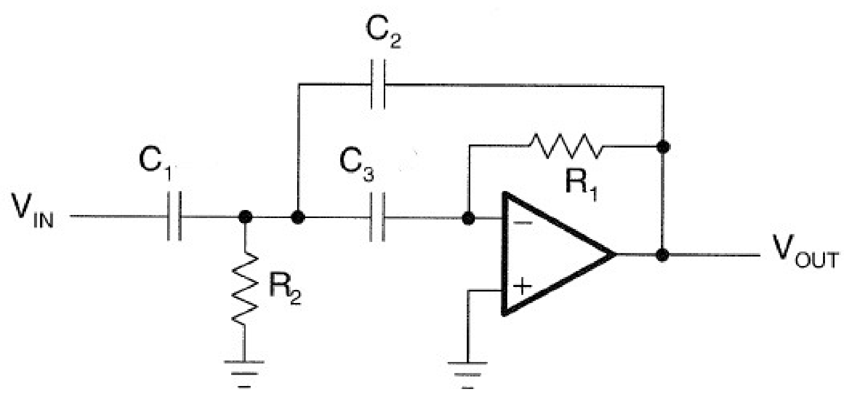
MLF: Multi Loop Feedback
MFB: Multiple feedBack

Tiefpass



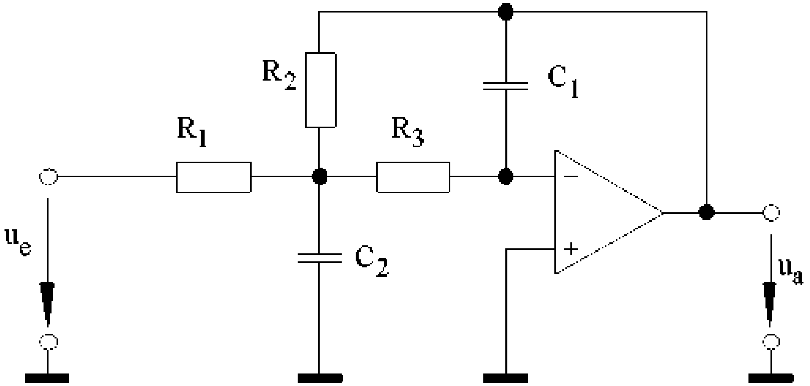
Hochpass

Hochpassschaltung erhält man aus Tiefpass
in dem R‘s durch C‘s und umgekehrt ersetzt werden



Filterschaltungen 2. Ordnung

Tiefpass



$$A(p) = -\frac{R_2/R_1}{1 + C_1\left(R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}\right)p + C_1C_2R_2R_3p^2}$$

$$P = \frac{p}{\omega_g}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

$$R_2 = \frac{a_1C_2 - \sqrt{a_1^2C_2^2 - 4C_1C_2b_1(1-A_0)}}{4\pi f_g C_1C_2},$$

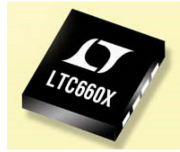
$$R_1 = \frac{R_2}{-A_0},$$

$$R_3 = \frac{b_1}{4\pi^2 f_g^2 C_1C_2R_2}.$$

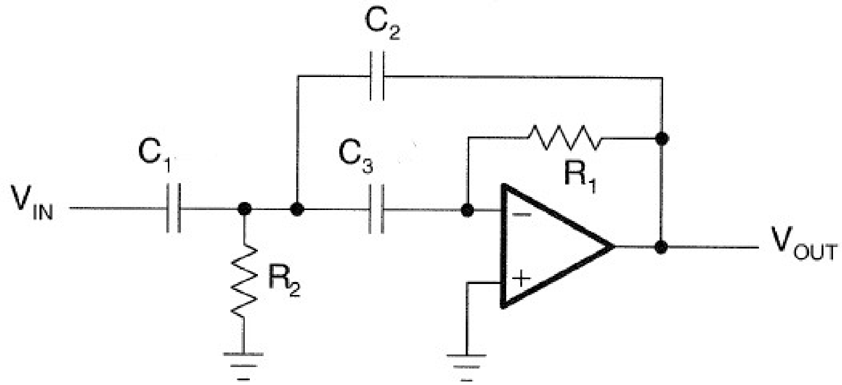
Randbedingung
für positive Widerstandswerte:

$$\frac{C_2}{C_1} \geq \frac{4b_1(1-A_0)}{a_1^2}$$

Filter 2. Ordnung



Hochpass



$$A(p) = -\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{R_1R_2C_2C_3p^2}{1 + R_2(C_1 + C_2 + C_3)p + R_1R_2C_2C_3p^2}$$

$$P = \frac{p}{\omega_g}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

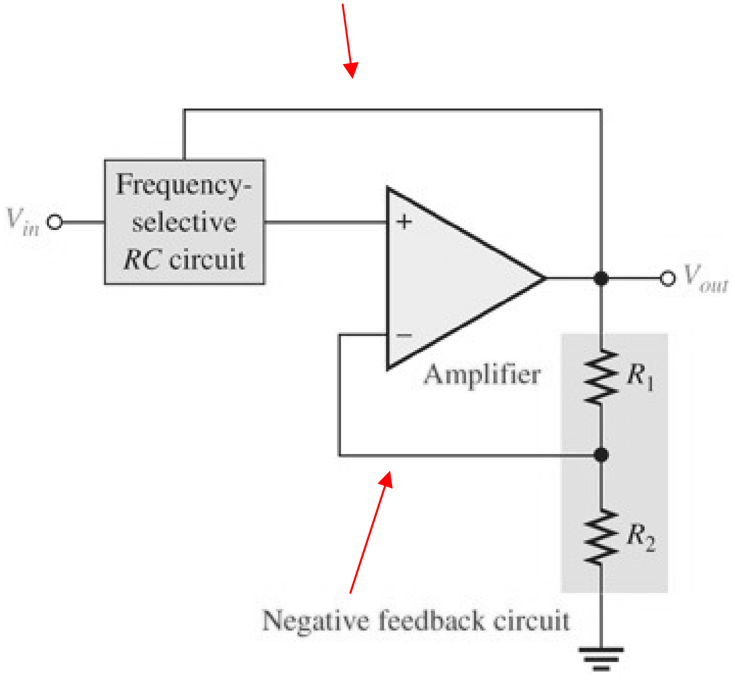
Entwickeln sie für einmal selber den Dimensionierungssatz:

$$A_\infty = -C_1 / C_2 \qquad R_2 = \frac{a_1}{b_1\omega_g(C_1 + C_2 + C_3)} \qquad R_1 = \frac{1}{b_1\omega_g^2 R_2C_2C_3}$$

Beachten: TP <> HP Schaltung durch Austausch von C gegen R und umgekehrt

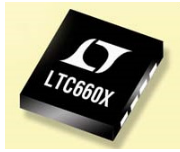
Filter 2. Ordnung

Klasse mit Einfachmitkopplung (Sallen-Key, S&K in der Lit.)

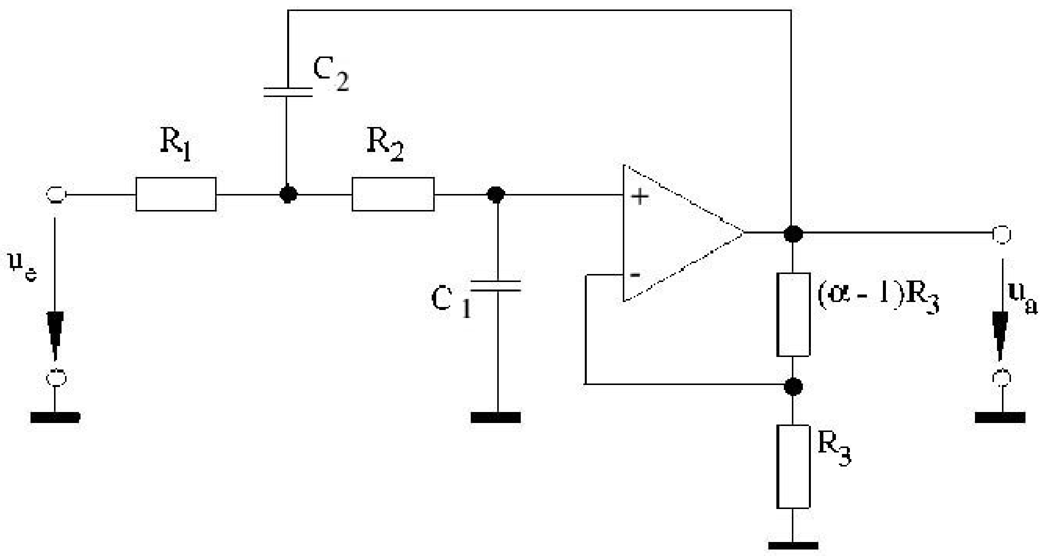


In gewissen Grenzen ist es möglich damit ebenfalls stabile Schaltungen zu realisieren:
Die Gegenkopplung über R1, R2 muss stärker wirken als die Mitkopplung

Filter 2. Ordnung



Tiefpass:



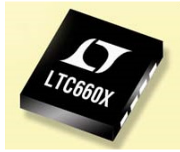
$$P = \frac{p}{\omega_g}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

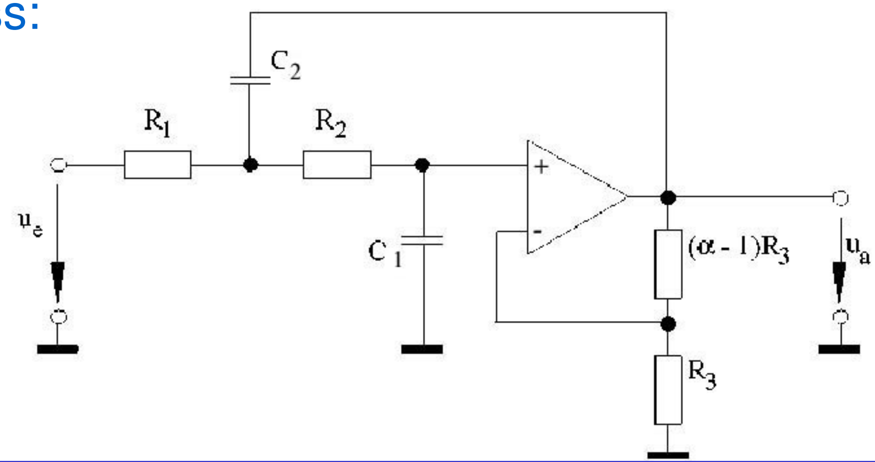
$$A(P) = \frac{\alpha}{1 + \omega_g\left[C_1(R_1 + R_2) + (1-\alpha)R_1C_2\right]P + \omega_g^2\, R_1 R_2 C_1 C_2\, P^2}.$$

P.S. für Fortgeschrittene:
Schaltung stabil solange Ausdruck vor dem P-Term positiv ist (→ Pole in LHE)

Filter 2. Ordnung



Tiefpass:



$$A(P) = \frac{\alpha}{1+\omega_g\left[C_1(R_1+R_2)+(1-\alpha)R_1C_2\right]P+\omega_g^2 R_1 R_2 C_1 C_2 P^2}.$$

$$P = \frac{p}{\omega_g}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

1. Spezialfall : Präzise Gegenkopplung mit $\alpha = 1$ (Draht), garantierte Stabilität.

Leiten sie die Dimensionierung für den $\alpha = 1$ selber her.

$$A(P) = \frac{A_0}{1+a_1P+b_1P^2}$$

$$A_0 = 1$$

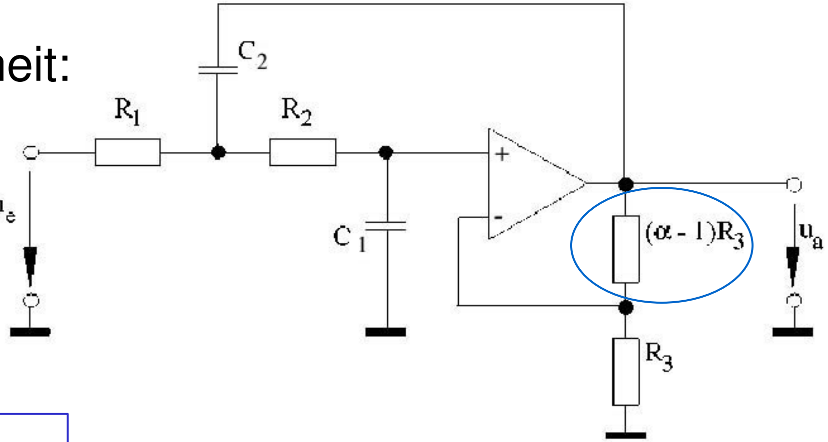
$$R_{1/2} = \frac{a_1C_2 \pm \sqrt{a_1^2C_2^2 - 4b_1C_1C_2}}{4\pi \cdot f_gC_1C_2}$$

Filter 2. Ordnung

Tiefpass:

2. Spezialfall: Komponentengleichheit:

$C_1 = C_2 = C$
$R_1 = R_2 = R$



$$\boxed{A(P) = \frac{\alpha}{1 + \omega_g RC(3-\alpha)P + (\omega_g RC)^2 P^2}}$$

$$P = \frac{p}{\omega_g}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

$$RC = \frac{\sqrt{b_1}}{2\pi f_g},$$

$$\alpha = A_0 = 3 - \frac{a_1}{\sqrt{b_1}} = 3 - \frac{1}{Q_1}.$$

		Kritisch	Bessel	Butterworth	3dB Tschebyscheff	ungedämpft
α		1,000	1,268	1,586	2,234	3,000 *

* d.h. schwingt

Filter 2. Ordnung

Zeichnen sie den Hochpass für Einfachmitkopplung

$$A(P) = \frac{\alpha}{1 + \frac{R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_2 (1-\alpha)}{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega_g} \cdot \frac{1}{P} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega_g^2} \cdot \frac{1}{P^2}}$$

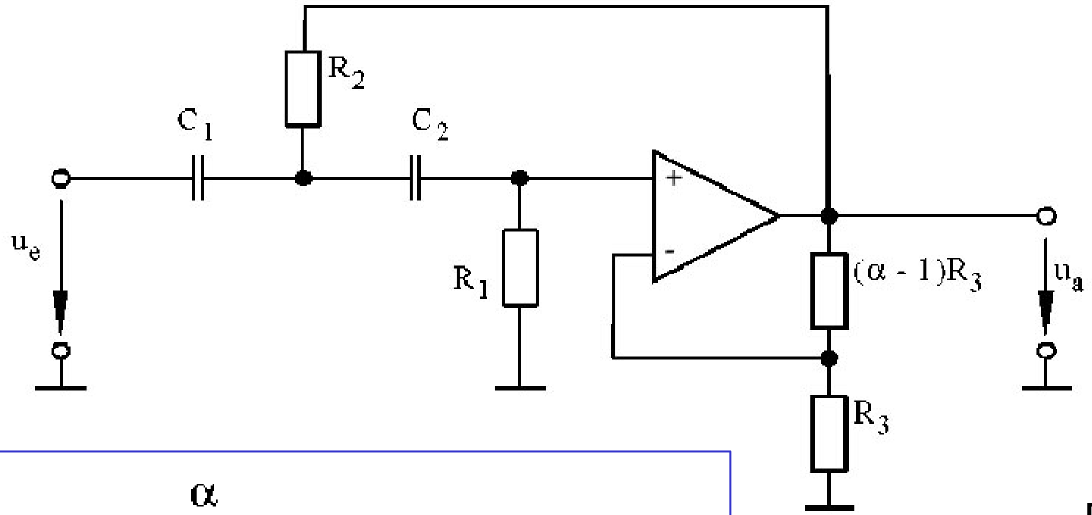
$$P = \frac{p}{\omega_g}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

Für den Spezialfall: $C_1 = C_2 = C$, $\alpha = 1$ leiten sie die Dimensionierungsgleichungen her

Filter 2. Ordnung

Hochpass für Einfachmitkopplung



$$A(P)=\frac{\alpha}{1+\frac{R_2(C_1+C_2)+R_1C_2(1-\alpha)}{R_1R_2C_1C_2\omega_g}\cdot\frac{1}{P}+\frac{1}{R_1R_2C_1C_2\omega_g^2}\cdot\frac{1}{P^2}}$$

$$P=\frac{p}{\omega_g}$$

$$p=j\omega=j2\pi f$$

Spezialfall:

C_1=C_2 = C

α = 1

$$A_\infty=1,$$

$$R_1=\frac{1}{\pi f_g C a_1},$$

$$R_2=\frac{a_1}{4\pi f_g C b_1}.$$

Ausblick
höhere Ordnung

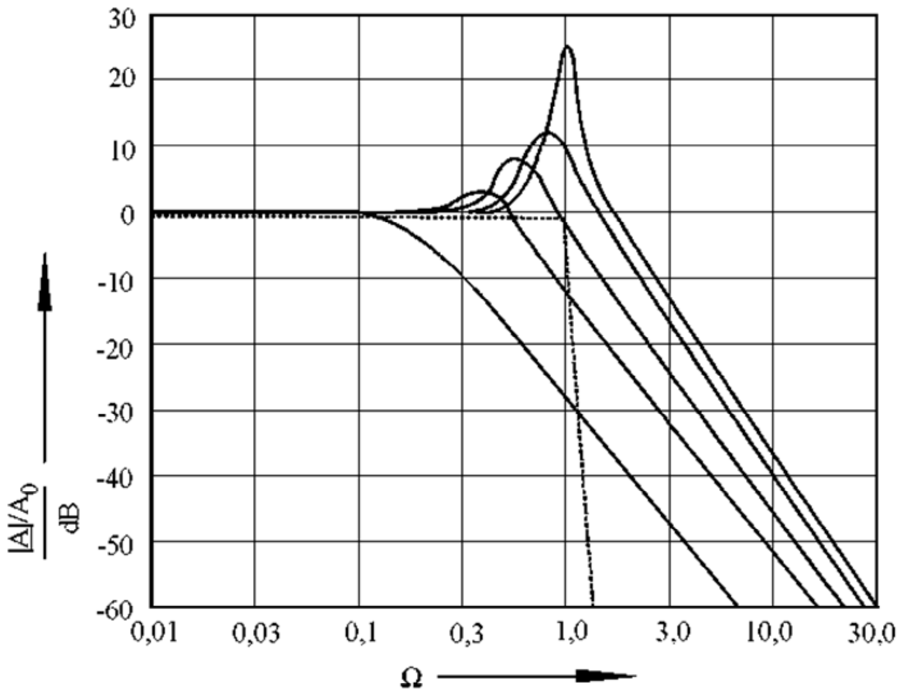
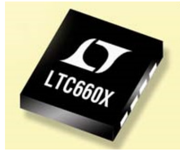
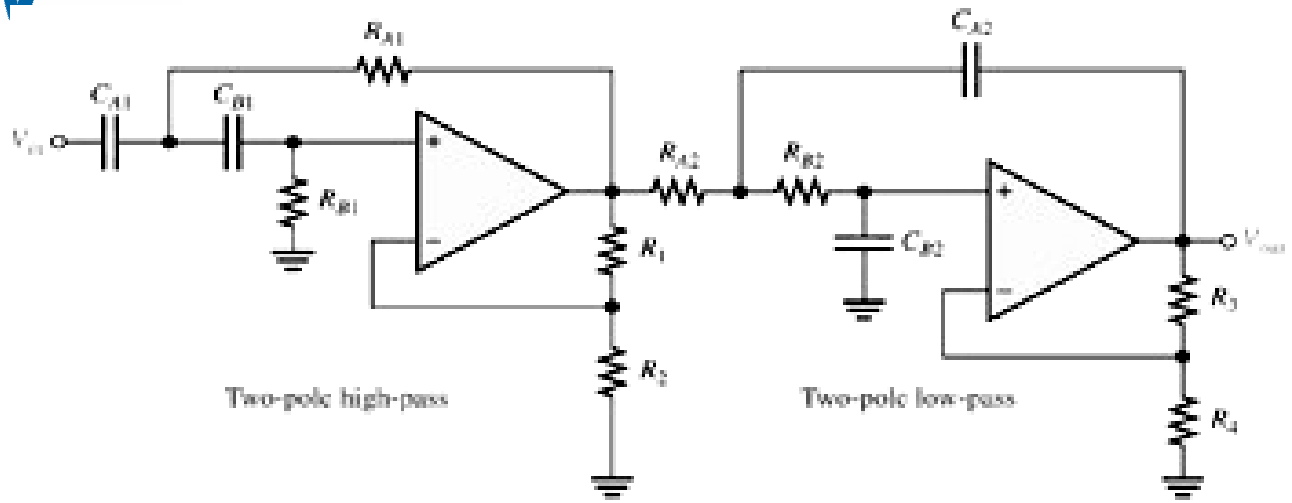


Abb. 2.6.13 **Frequenz der Verstärkung eines Tschebyscheff-Filters 10. Ordnung mit 0,5 dB Welligkeit sowie die fünf zugehörigen Teilfilter**

Filter zusammensetzen aus Glieder 2. Ordnung
Pro Stufe jeweils andere Koeffizienten aus Ordnungs-Tabellen

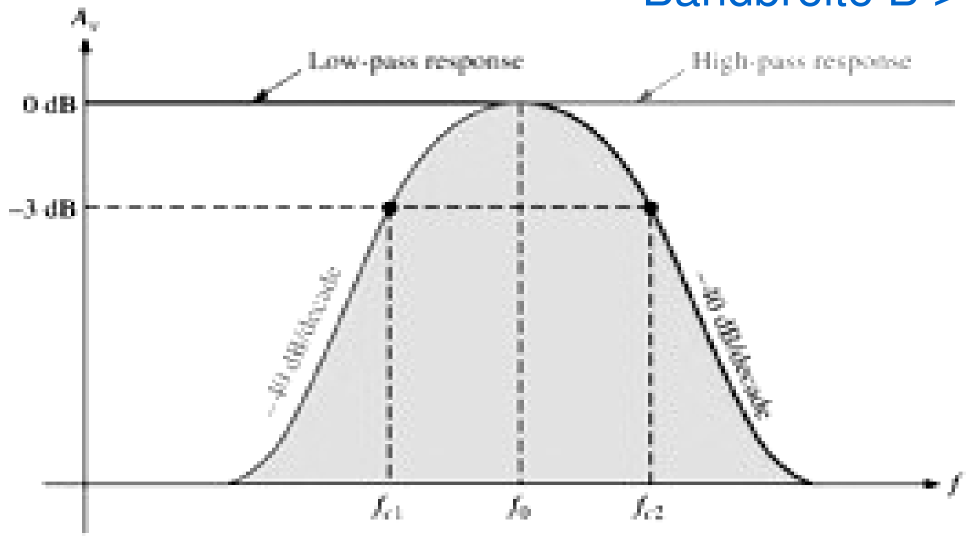
TP + HP = BP





(a)

Ansatz gut für:
Bandbreite B > 2 * Mittenfrequenz



(b)

Dimensioniere:
Tiefpass auf f_{max}
Hochpass auf f_{min}

$$f_r = \sqrt{f_{max} \cdot f_{min}}$$

$$B = f_{max} - f_{min}$$

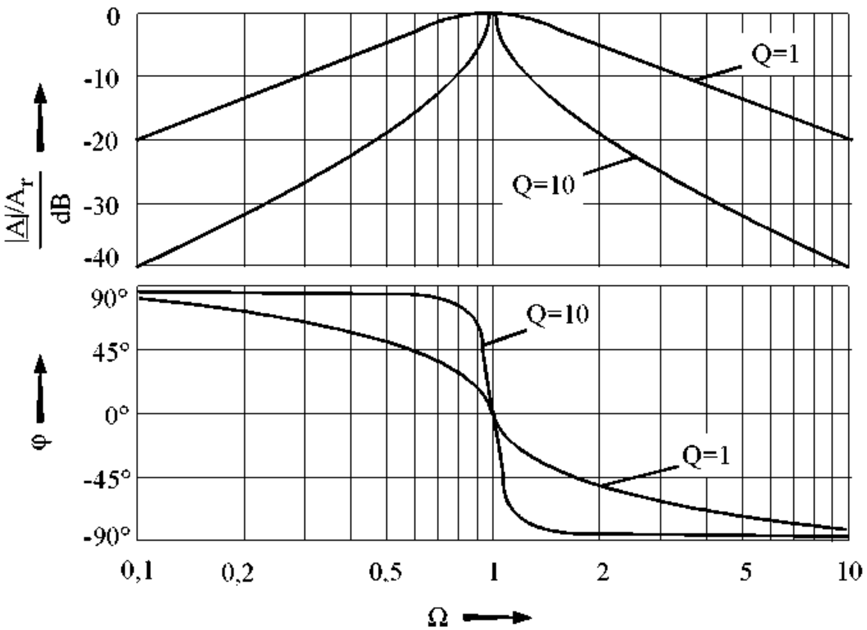
Bandpass direkt

Ansatz gut für: Bandbreite B < 4 * Mittenfrequenz f_r

Die Güte eines Bandpasses 2. Ordnung ist analog zu der eines Schwingkreises definiert

$$f_r = \sqrt{f_{max} \cdot f_{min}} \qquad B = f_{max} - f_{min} \qquad Q = \frac{f_r}{B} = \frac{f_r}{f_{max} - f_{min}} = \frac{\sqrt{f_{max} f_{min}}}{f_{max} - f_{min}}$$

Die auf $\omega_r = 2\pi f_r$ normierte Normalform lautet (ohne Beweis): $A(P) = \frac{(A_r/Q)P}{1 + \frac{1}{Q}P + P^2}$.



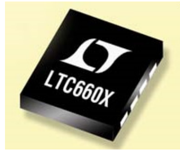
A_r: Bandmittenverstärkung

Q: Güte der Stufe

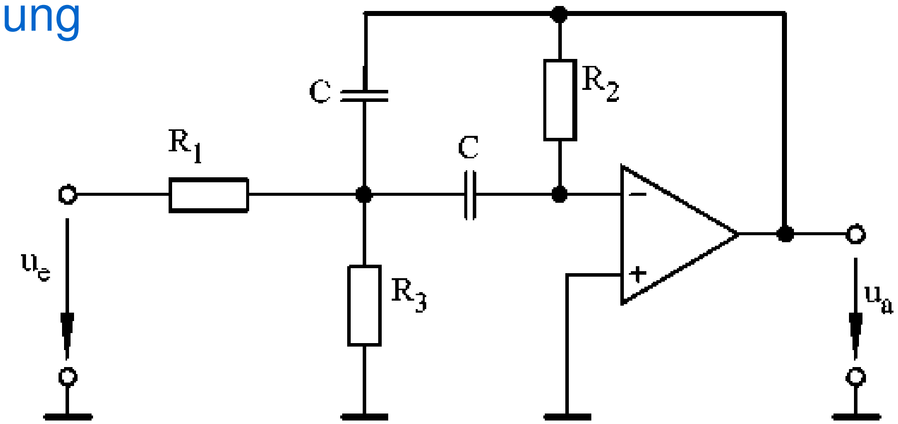
B: Bandbreite Hz

f_r: Mittenfrequenz Hz

Bandpass 2.O.



Schaltung Mehrfachgegenkopplung



ω_r = Resonanzkreisfrequenz (Bandmitte)

$$P = \frac{p}{\omega_r}$$

$$p = j\omega = j2\pi f$$

$$A(P) = \frac{-\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_3} C \omega_r P}{1 + \frac{2 R_1 R_3}{R_1 + R_3} C \omega_r P + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_3} C^2 \omega_r^2 P^2}.$$

Resonanzfrequenz: $f_r = \frac{1}{2\pi C}\sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 R_3}}$

Verstärkung bei f_r: $-A_r = \frac{R_2}{2R_1}$

Güte: $Q = \pi R_2 C f_r$

Bandbreite: $B = \frac{1}{\pi R_2 C}$

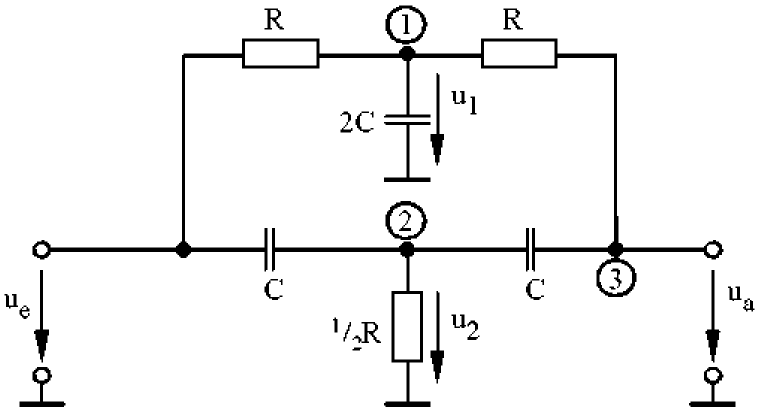
$$R_1 = \frac{-Q}{2\pi A_r f_r C} \qquad R_2 = \frac{Q}{\pi f_r C} \qquad R_3 = \frac{1}{4\pi Q f_r C\left(1 + \frac{A_r}{2Q^2}\right)}$$

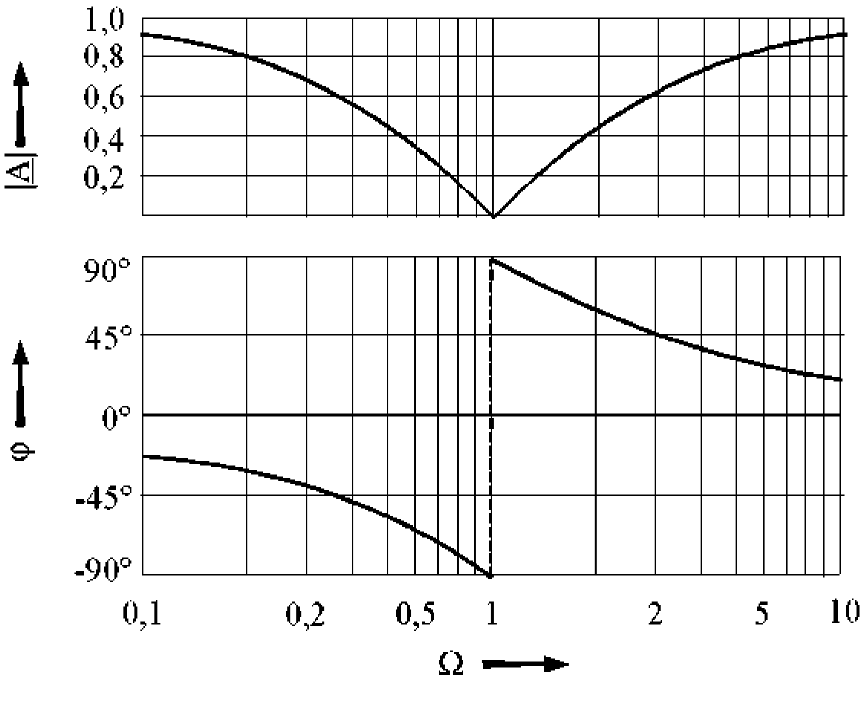
A_r ist immer negativ **!**

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

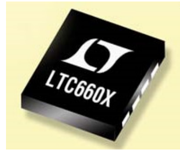
School of Engineering

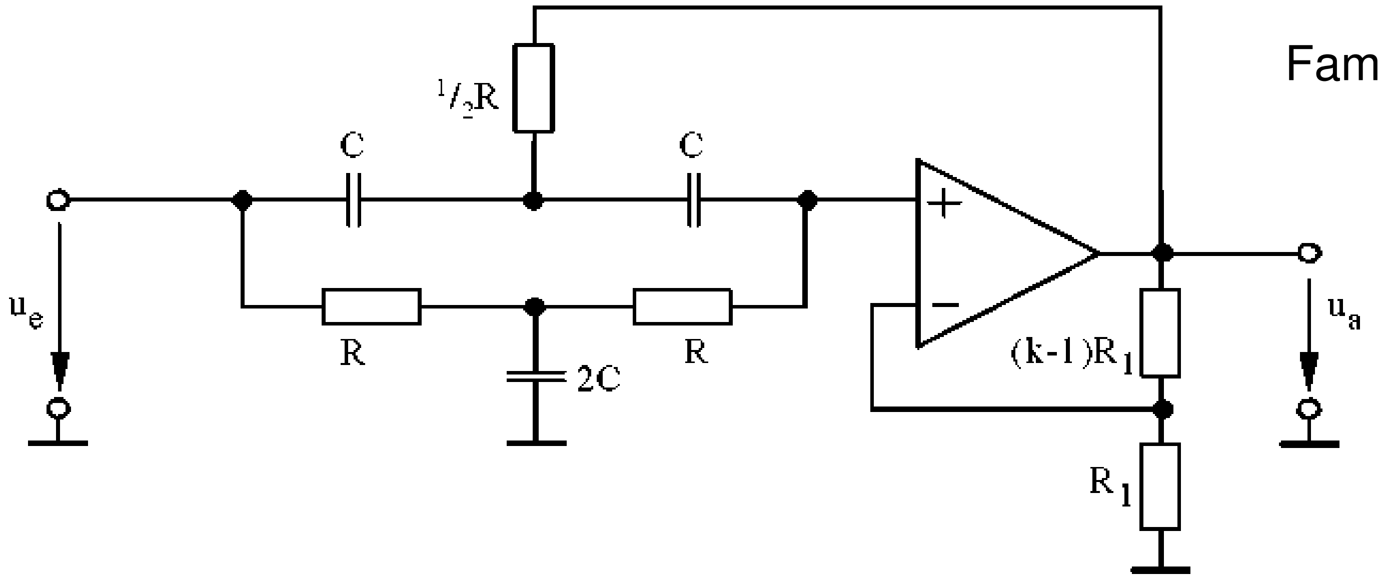
Bandsperre 2.O.





Bandsperre 2.O.





Familie S&K

Dimensionierung:

$$k = 2 - \frac{1}{2Q} \qquad f_r = \frac{1}{2\pi RC}$$

Welches Q erhält man für k = 1 ?
Ab welchem k instabil ?

Q = 0.5 (wenig selektiv)
k ≥ 2

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

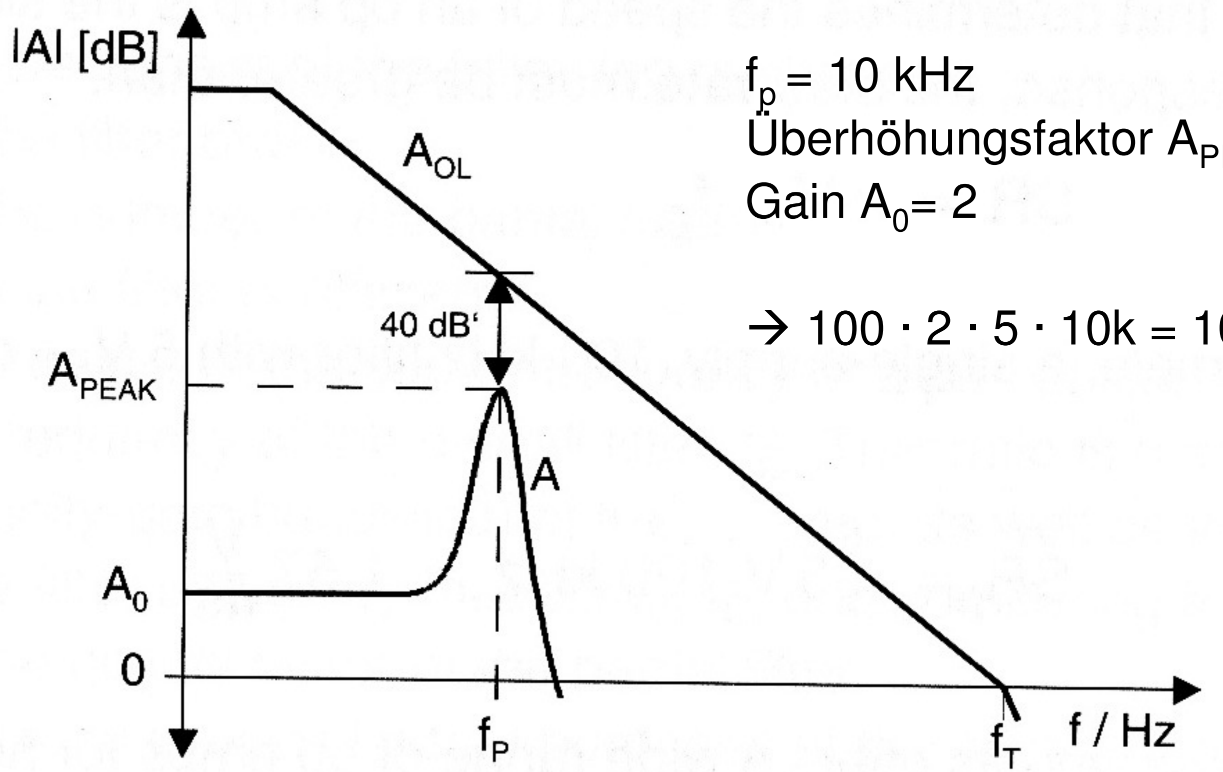
School of Engineering

OpAmp Auswahl

Bsp.:

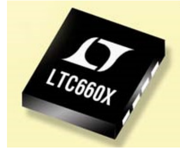
f_p = 10 kHz
Überhöhungsfaktor $A_{PEAK}/A_0 = 5$
Gain $A_0 = 2$

→ 100 · 2 · 5 · 10k = 10 MHz



Sichere Wahl für GBP Reserve 40 dB,
Praxis: 20 dB reichen meist auch

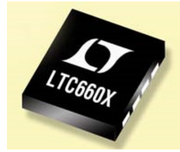
Komponenten Auswahl



Wenn man Komponenten wählen darf (mehr Komponenten als Gleichungen):

- C wählen, ev. C-Werte gleich gross wählen
- Wertabschätzung mit Hilfe $RC = 1/\omega_g$ bzw. $1/\omega_r$ so dass $R \in \{1k \ldots 1\ M\}$
- Für präzise Filter: C = 2% R = 1% Toleranz wählen
- Für f_g , f_r < 100 kHz Metallfolie oder Keramik, darüber nur Keramik Kondensatoren
- Stabilität wählen auf Kosten freier Verstärkungswahl, Verstärker nachschalten
- Widerstände sollten i.A. im Bereich 1kΩ bis 1 MΩ liegen

Zusammenfassung



- Filter 2. Ordnung werden als Mehrfachrückführung oder Einfachmitkopplung ausgebildet

- Einfachmitkopplungsschaltungen können instabil sein,
  deshalb werden oft robuste Spezialfälle realisiert, z.B. $\alpha = 1$

- Hochpassschaltungen erhält man aus Tiefpässen durch Tausch C-R, R-C
  die Dimensionierungsformeln sind aber nicht identisch

- Bandpassstufen 2. Ordnung werden oft durch ihre Mittenfrequenz
  und Güte Q beschrieben, dem Verhältnis Mittenfrequenz zu 3 dB Bandbreite

- Bandpässe mit grosser Bandbreite setzt man vorteilhaft aus TP und HP zusammen

Praktikum

Design und Abgleich Bandpass 2. Ordnung mit Güte 10, f_r = 1 kHz, A_r = -2

Erzeugen eines Sinussignal mit 3-facher Frequenz aus einem Rechtecksignals

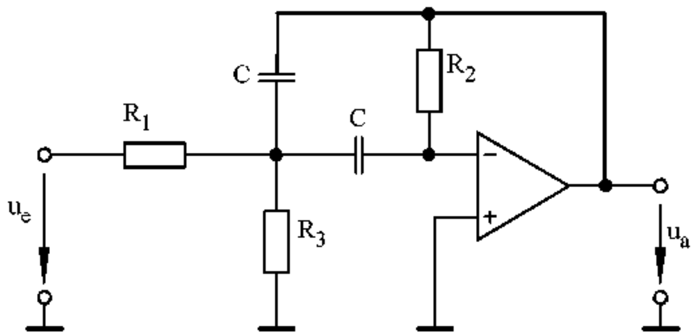
- Dimensionieren und Simulation oder Aufbau
- Abgleich-Prozedur auf Mittenfrequenz und Bandbreite (Phase) überlegen
- Pegel und Form Ausgangssignal überprüfen

Resonanzfrequenz: $f_r = \frac{1}{2\pi C}\sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 R_3}}$

Verstärkung bei f_r: $-A_r = \frac{R_2}{2R_1}$

Güte: $Q = \pi R_2 C f_r$

Bandbreite: $B = \frac{1}{\pi R_2 C}$

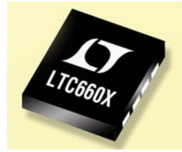


Test mit ±1V Rechtecksignal, 333 Hz:

Square wave $$SW(x) = \frac{4}{\pi}\left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \cdots\right]$$

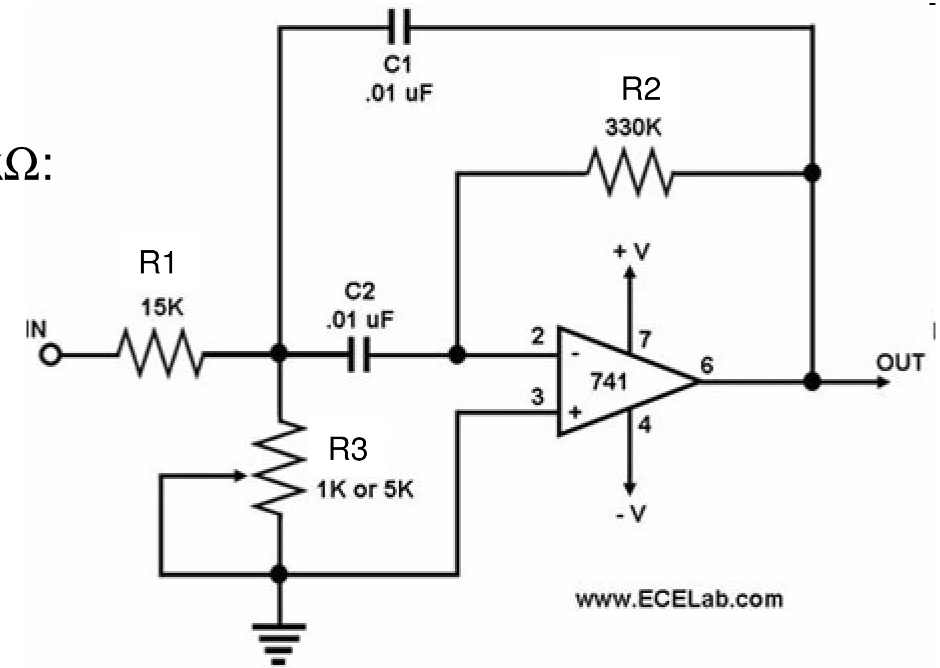
Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften
zh aw School of Engineering

Application: Tunable Band-Pass Filter



Wie gross ist für R3 = 1 kΩ:

- Bandmittenvst. ?
- Güte ?
- Bandbreite ?



This is a circuit that can be tuned to only allow input signals within a certain range of frequencies to pass to the output, hence the name 'tunable band-pass filter'. All signals with frequencies lower or higher than this range are attenuated .

The circuit is an active filter that uses a TL081 operational amplifier configured to pass a narrow band of frequencies ranging from a few hundred hertz to about 3 kHz. This circuit may be used to detect the presence of a tone in this frequency range.
Variable resistor R3 is used to 'tune' the center frequency of this filter.

Simulieren oder Bestücken und nachmessen bei 200 Hz, 1 kHz und 2 KHz