

吉林大学学报(工学版)

Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)

ISSN 1671-5497,CN 22-1341/T

## 《吉林大学学报(工学版)》网络首发论文

题目: 基于等效连杆模型的六足机器人行进姿态闭环控制  
作者: 李昂, 杨泓渊, 雷小萌, 宋凯文, 千承辉  
DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb20210109  
收稿日期: 2021-02-01  
网络首发日期: 2021-06-03  
引用格式: 李昂, 杨泓渊, 雷小萌, 宋凯文, 千承辉. 基于等效连杆模型的六足机器人行进姿态闭环控制. 吉林大学学报(工学版).  
<https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb20210109>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 基于等效连杆模型的六足机器人 行进姿态闭环控制

李昂<sup>1</sup>, 杨泓渊<sup>1,2,3</sup>, 雷小萌<sup>1</sup>, 宋凯文<sup>1</sup>, 千承辉<sup>1</sup>

(1. 吉林大学仪器科学与电气工程学院, 吉林 长春 130021; 2. 国家地球物理探测仪器工程技术研究中心, 吉林 长春 130021; 3. 地球信息探测仪器教育部重点实验室, 吉林 长春 130021)

**摘要:**为解决六足机器人全方位行进中姿态的实时独立规划问题, 分析了机器人行进规划与姿态规划之间的耦合原因, 提出了一种基于机身等效连杆思想的模型, 并以该模型为核心实现了全向三角步态和姿态控制。样机实验结果表明, 基于本模型的控制算法可在 STM32F407 微控制器中实时解算, 闭环姿态控制的调节时间比传统双 PI 控制方法缩短了约 80%。

**关键词:** 自动控制技术; 六足机器人; 机身等效连杆; 闭环姿态控制; 多足协调控制; 全方位移动; 实时解算

**中图分类号:** TP242

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20210109

## Closed-loop control of traveling attitude of hexapod robot based on equivalent connecting link model

Li Ang<sup>1</sup>, Yang Hong-yuan<sup>1,2,3</sup>, Lei Xiao-meng<sup>1</sup>, Song Kai-wen<sup>1</sup>, Qian Cheng-hui<sup>1</sup>

(1. College of Instrumentation & Electrical Engineering, Jilin University, Changchun 130021, China; 2. National Engineering Research Center of Geophysics Exploration Instruments, Jilin University, Changchun 130021, China; 3. Key Laboratory of Geo-exploration Instruments, Ministry of Education of China Changchun 130021, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of real-time independent attitude planning of hexapod robot in omnidirectional marching, the coupling reason between the robot's motion planning and attitude planning was analyzed. A model based on the idea of body equivalent linkage was proposed, and the omnidirectional triangular gait and attitude control was realized based on the model. The experimental results of the prototype show that the control algorithm based on this model can be solved in real time in STM32F407 microcontroller, and the adjustment time of closed-loop attitude control is about 80% shorter than that of the traditional dual-PI control method.

**Key words:** automatic control technology; hexapod robot; fuselage equivalent link; closed-loop attitude control; multi-foot coordinated control; omnidirectional movement; real-time solution

**收稿日期:** 2021-02-01.

**基金项目:** 国家重点研发计划项目 (2018YFC0603204)。

**作者简介:** 李昂 (1998-), 男, 博士研究生. 研究方向: 机器人、地震勘探技术及仪器. E-mail: liang20@jlu.edu.cn

**通信作者:** 杨泓渊 (1982-), 男, 副教授, 博士. 研究方向: 地球物理勘探技术及仪器. E-mail: yang\_hy@jlu.edu.cn

## 0 引言

六足机器人具有丰富的步态和冗余的肢体结构,能够适应复杂的地理环境,具有较高的可靠性,在风险防范,农业生产,国防,物探等领域有着广阔的应用前景<sup>[1]</sup>。从 20 世纪 80 年代开始,国内外学者研发出了许多高性能的六足机器人,并深入探讨了相关的基础理论<sup>[2-4]</sup>。六足机器人的运动模式与机械形态等也是当下研究的热点,如球腿复合型六足机器人<sup>[5]</sup>、复杂模态六足机器人等<sup>[6]</sup>。

六足机器人在步行的同时实现机身的姿态动态调整是六足机器人智能化的基础<sup>[7]</sup>,也是在野外环境中实际应用的基本要求以及在野外复杂环境下目标物无人投放的关键<sup>[8]</sup>。许多学者对六足机器人姿态控制进行了研究。张磊等<sup>[9]</sup>建立了支撑腿关节与机器人机身姿态之间的动态映射关系,提出了针对六足机器人目标姿态调整的平稳调整方法。Jan Faigl 等<sup>[10]</sup>基于执行器位置反馈实现了六足机器人在粗糙地形的姿态控制。陈刚<sup>[11, 12]</sup>等建立了六足步行机器人速度逆运动学模型,对机器人位置和姿态采用 PID 比例控制策略,实现了六足步行机器人位姿闭环控制,但计算量较大。赵杰等<sup>[13]</sup>以六足步行机器人 HITCR II 为研究对象,通过选取落足点,设计了位姿调整策略。B.Veekshan Sree Sessa Sai 等<sup>[14]</sup>基于横滚和俯仰轴的双 PI 控制系统,提出了六足机器人在倾角未知的斜面上保持机身水平的闭环算法,但该算法仅适用于足端相对于身体的几何中心对称的情况,而六足机器人在行进时足端通常是不对称的,在这种情况下,这种算法将导致部分足悬空,降低了机器人的稳定性,同时该算法仅能用于闭环控制,无法在缺乏姿态传感器时使用。以上的研究都还未探讨行进中的姿态调整。

针对机器人行进中的姿态调整的研究目前仍较少,传统的研究缺乏高效的规划方法<sup>[15]</sup>。李满宏和张小俊等<sup>[16]</sup>利用运动的相对性将机体姿势规划问题转化为每个支撑足的足端轨迹规划问题,简化了并联机构的逆解,但引入了足端轨迹规划与机体运动规划之间的耦合,如果不进行解耦,在机体坐标系下规划的足端轨迹将在参考坐标系中失真,解耦过程是将足端轨迹的规划放入参考坐标系,再变换回机体坐标系,这会给足端轨迹的规划带来麻烦,且该解耦方法仅适用于地面水平或倾斜角度已知的情况下,限制了六足机器人的野外适应性,孟健等<sup>[17]</sup>提出了四足机器人采用对角小跑步态在斜坡上的姿态适应调整方法,但为简化步态规划方法,忽略了机身姿态与步行之间的耦合问题。

本研究提出了一种机身等效二自由度连杆的建模思想,建立了机体坐标系下足端坐标和机身姿态到电机关节转角的动态映射,设计并测试了三角步

态下的姿态闭环控制系统,然后利用仿真和样机实验验证了方法的正确性,实现了多足的有效协调、机器人的全方位行走、姿态动态调整和闭环控制,并在嵌入式微控制器上实现了在线解算;依照实验结果对比了本方法的计算效率和动态性能指标。

## 1 基于机身等效连杆思想的运动学建模

将机身等效为六个二自由度连杆,用以模拟机体姿态变化,确保机身坐标系与参考坐标系的同步,避免机身坐标系中规划的足端轨迹在参考坐标系中发生畸变;运用 D-H 参数方法建立物理模型,推导出了正运动学和逆运动学的解析解,并在此基础上建立了关节转角解算器。

### 1.1 坐标系的建立

六足机器人采用对称布置的双三足结构,每只脚从躯干到足端有三个摆动关节,依次为“躯干—基节”关节、“基节—股节”关节、“股节—胫节”关节。

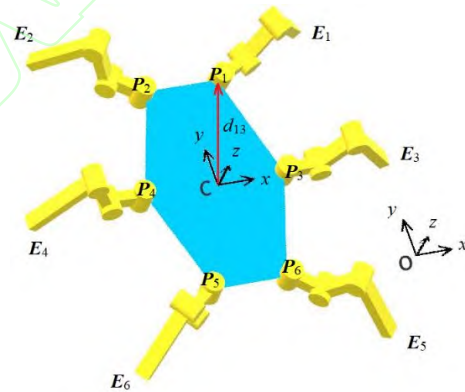


图 1 机体坐标系与参考坐标系对照图

Fig.1 Body coordinate system and reference coordinate system

$\Sigma C$  代表固定在机体几何中心的笛卡尔坐标系,原点  $C$  与机器人的几何中心重合,符合右手螺旋法则,其中  $z$  轴垂直于机体平面,与重力方向相反; $y$  轴沿着身体轴线指向前方; $\Sigma O$  是参考坐标系,固定在地面上,各轴与  $\Sigma C$  平行且同向, $P_i$  为第  $i$  足的“躯干—基节”关节, $E_i$  为第  $i$  足的足端。 $d_{13}$  为机体几何中心  $C$  到第  $i$  足的“躯干—基节”关节的长度。

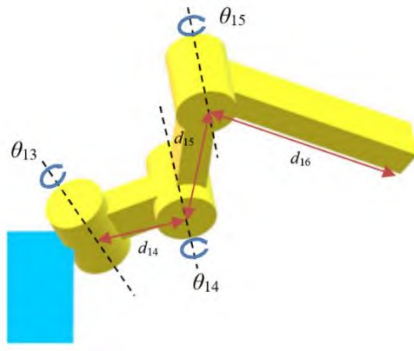


图 2 足 1 的关节与连杆结构

Fig.2 Single foot joint and connecting rod

$d_{14}$ 、 $d_{15}$ 、 $d_{16}$  分别为第  $i$  足的基节、股节和胫节长度。 $\theta_{13}$ 、 $\theta_{14}$  和  $\theta_{15}$  分别代表第  $i$  足相应电机关节的旋转角度。如图 2 是足 1 的电机关节。

## 1.2 建模过程

李满宏和张小俊等<sup>[16]</sup>基于运动的相对性，将机身的姿态规划等效转化为各支撑足的足端轨迹规划，但在转化的过程中，随着机身的姿态变化，机身坐标系与参考坐标系之间会呈一定夹角，因此，机身坐标系中规划的足迹将在参考坐标系中失真。

如图 3 是六足机器人的正视图，长方形表示六足机器人的机身，两条直线表示六足机器人的足 1（左）和足 2（右）。（a）是正立时的机器人；如图（b），基于运动的相对性，可以将参考坐标系下机身的姿态变化（以横滚角为例）等效为机体坐标系下的足端的坐标变化，但在这个过程中，参考坐标系也一同被旋转了，也就是说，机身坐标系和参考坐标系不再在同一方向上，如图（c）。

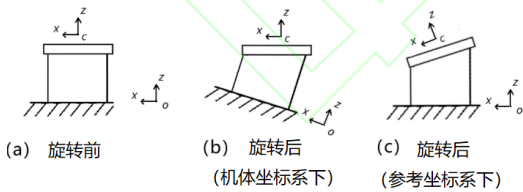


图 3 机身坐标系中规划的足迹将在参考坐标系中失真

Fig.3 The footprint planned in the fuselage coordinate system will be distorted in the reference coordinate system

李满宏等为了解决畸变问题，在足端轨迹规划的层面增加了额外的处理过程，将参考坐标系下的足端轨迹变换回机体坐标系，然后再解算关节转角。而其他没有考虑姿态的传统足端轨迹规划方法如果不引入该额外处理，就仍然面临畸变问题。

本文尝试在建模的层面就解决畸变问题，这不仅能够简化足端轨迹规划层面的设计，还能够使得

传统的足端轨迹规划方法不经修改就能够直接应用于该模型而不会产生失真，使得该模型具有更普遍的适用性。

将六足机器人的机身（图 4a）等效为六个连杆（图 4b），每个连杆的一端位于机身几何中心，另一端与分别与六个足的“躯干-基节”关节连接。

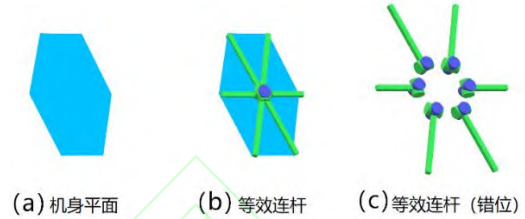


图 4 机身等效连杆结构

Fig.4 Body equivalent link

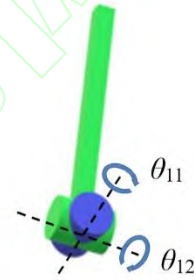


图 5 与足 1 相连的虚拟连杆

Fig.5 Virtual link connected to foot 1

注：为方便观察，在图 4c 中将六个机身等效的连杆错位画出，实际上六个足的虚拟关节 1 是重合的（如图 4b）。

显然六个机身等效连杆始应终处于机身平面内，当机身姿态发生变化时（此时仅考虑俯仰角和横滚角），六个机身等效连杆也跟随机身平面变化，但在变化时，虚拟关节 1 的轴线始终沿向重力方向，只通过旋转两个虚拟关节的角度来使虚拟连杆与机身平面同步。

这样一来机身坐标系始终与参考坐标系平行同向，在机身坐标系中规划的足端轨迹在参考坐标系中不会失真，避免了机身姿态和足端轨迹的耦合。

以足 1 为例对单足进行分析，从机身几何中心  $C$  到足端  $E_1$  可视为 5 自由度连杆（虚拟关节有 2 个自由度，电机关节有 3 个自由度）。

D-H 建模方法是 Denavit 和 Hartenberg 提出的一种建模方法，主要用于机器人运动学，这种方法在每个连杆上建立一个坐标系，通过齐次坐标变换来实现两个连杆上坐标的变换，在多连杆串联的系



统中，多次使用齐次坐标变换，就可以建立首末坐标系的关系<sup>[17]</sup>。使用 D-H 建模方法，依据坐标变化法则可构建第一支运动学坐标系。

其中机身坐标系为{0}系，虚拟关节 1 为{1}系，虚拟关节 2 为{2}系，“躯干—基节”关节为{3}系，“基节—股节”关节为{4}系，“股节—胫节”关节为{5}系，足端为{6}系。

D-H 参数表如表 1 所示：

表 1 D-H 参数表

Tab.1 D-H parameter table				
$i$	$\theta_i$	$d_i$	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$\theta_2$	0	0	$\frac{\pi}{2}$
3	$\theta_3$	0	$d_3$	$-\frac{\pi}{2}$
4	$\theta_4$	0	$d_4$	$\frac{\pi}{2}$
5	$\theta_5$	0	$d_5$	0
6	0	0	$d_6$	0

其中为简便表示，以  $\theta_1$  代表足 1 的  $\theta_{11}$ ， $\theta_2$  代表足 1 的  $\theta_{12}$ ， $d_3$  代表足 1 的  $d_{13}$ ，下同。

记从{m}系到{n}系的齐次变换矩阵为  $T_{mn}$ ，记

{m}系下{n}系的原点坐标为  $\begin{bmatrix} x_{mn} \\ y_{mn} \\ z_{mn} \\ 1 \end{bmatrix}$ ，则有

$$T_{01} = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中：

$$x_{06} = d_3 C_1 C_2 - d_6 \{ C_5 [C_4 (S_1 S_3 - C_1 C_2 C_3) + C_1 S_2 S_4] - S_5 [S_4 (S_1 S_3 - C_1 C_2 C_3) - C_1 C_4 S_2] \} - d_5 [C_4 (S_1 S_3 - C_1 C_2 C_3) + C_1 S_2 S_4] - d_4 (S_1 S_3 - C_1 C_2 C_3) \quad (8)$$

$$y_{06} = d_4 (C_1 S_3 + C_2 C_3 S_1) + d_6 \{ C_5 [C_4 (C_1 S_3 + C_2 C_3 S_1) - S_1 S_2 S_4] S_5 [S_4 (C_1 S_3 + C_2 C_3 S_1) + C_4 S_1 S_2] \} + d_5 (C_4 (C_1 S_3 + C_2 C_3 S_1) - S_1 S_2 S_4) + d_3 C_2 S_1 \quad (9)$$

$$z_{06} = d_5 (C_2 S_4 + C_3 C_4 S_2) + d_6 [C_5 (C_2 S_4 + C_3 C_4 S_2) + S_5 (C_2 C_4 - C_3 S_2 S_4)] + d_3 S_2 + d_4 C_3 S_2 \quad (10)$$

#### 1.4 逆运动学

逆运动学的求解过程是由末端坐标向量

$$T_{12} = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_{23} = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_3 & -C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_{34} = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$T_{45} = \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & d_5 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_{56} = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & d_6 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中  $C_1 = \cos(\theta_1)$ ， $S_1 = \sin(\theta_1)$ ，后同。

#### 1.3 正运动学

正运动学的求解过程是由虚拟关节转角  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和电机关节  $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$ ，求解机身坐标系下的足端向量  $CE_1$  的过程，用于机器人静立时足端坐标的计算，也是逆运动学的基础。

由

$$T_{06} = T_{01} T_{12} T_{23} T_{34} T_{45} T_{56} \quad (7)$$

即可完成正解，求得末端向量  $CE_1 = \begin{bmatrix} x_{06} \\ y_{06} \\ z_{06} \\ 1 \end{bmatrix}$ 。

$$\mathbf{CE}_1 = \begin{bmatrix} x_{06} \\ y_{06} \\ z_{06} \\ 1 \end{bmatrix} \text{ 和机身俯仰角 } \theta_x, \text{ 横滚角 } \theta_y \text{ 求解虚拟}$$

关节转角  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和电机关节转角  $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$  的过程。

#### 1.4.1 求解虚拟关节转角 $\theta_1$ 和 $\theta_2$

首先将机身横滚角  $\theta_x$  和俯仰角  $\theta_y$  转化成模拟连杆的虚拟关节转角  $\theta_1$  和  $\theta_2$ 。

机体几何中心到“躯干—基节”的向量

$$\mathbf{CP}_1 = \begin{bmatrix} x_{03} \\ y_{03} \\ z_{03} \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ 是由六足机器人的机械结构本身决定}$$

的，机身坐标系下，当机身姿态角  $\theta_x$ 、 $\theta_y$  变化时，机身平面以点 C 点为中心，分别绕 x 轴和 y 轴旋转， $\mathbf{CP}_1$  属于机身平面，因此与机身平面的旋转

运动相同，旋转后的  $\mathbf{CP}_1$  用  $\mathbf{CP}'_1 = \begin{bmatrix} x'_{03} \\ y'_{03} \\ z'_{03} \\ 1 \end{bmatrix}$  来表示。

使用旋转矩阵法计算  $\mathbf{CP}'_1$ 。旋转矩阵具有在乘以矢量时改变矢量方向而不改变大小的效果。

利用旋转矩阵法可以得到：

$$\mathbf{CP}'_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x & 0 \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{03} \\ y_{03} \\ z_{03} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

又由  $\mathbf{T}_{03} = \mathbf{T}_{01}\mathbf{T}_{12}\mathbf{T}_{23}$ ，有：

$$\dot{x}_{03} = C_1 C_2 d_3 \quad (12)$$

$$\dot{y}_{03} = C_2 S_1 d_3 \quad (13)$$

$$\dot{z}_{03} = d_3 S_2 \quad (14)$$

联立 (12-14) 解得：

$$\theta_1 = \arctan \frac{y'_{03}}{x'_{03}} \quad (15)$$

$$\theta_2 = \arctan \frac{z'_{03}}{d_3} \quad (16)$$

#### 1.4.2 求解 {2} 系下的足端坐标

结合机体坐标系下的足端坐标  $\mathbf{CE}_1 = \begin{bmatrix} x_{06} \\ y_{06} \\ z_{06} \\ 1 \end{bmatrix}$  和机

身虚拟关节转角  $\theta_1$  和  $\theta_2$  可以求解 {2} 系下的足端坐标。

由  $\mathbf{T}_{06} = \mathbf{T}_{02}\mathbf{T}_{26}$  有：

$$x_{06} = z_{26} S_1 + x_{26} C_1 C_2 - y_{26} C_1 S_2 \quad (17)$$

$$y_{06} = x_{26} C_2 S_1 - z_{26} C_1 - y_{26} S_1 S_2 \quad (18)$$

$$z_{06} = y_{26} C_2 + x_{26} S_2 \quad (19)$$

联立式(17)、(18)、(19)可得：

$$x_{26} = z_{06} S_2 + x_{06} C_2 C_1 + y_{06} C_2 S_1 \quad (20)$$

$$y_{26} = z_{06} C_2 - x_{06} C_1 S_2 - y_{06} S_1 S_2 \quad (21)$$

$$z_{26} = x_{06} S_1 - y_{06} C_1 \quad (22)$$

#### 1.4.3 求解电机关节转角 $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$

由 {2} 系下的末端位置坐标，求解电机关节转角  $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 。

由  $\mathbf{T}_{26} = \mathbf{T}_{23}\mathbf{T}_{34}\mathbf{T}_{45}\mathbf{T}_{56}$  有：

$$x_{26} = d_3 + d_4 C_3 + d_5 C_3 C_4 + d_6 (C_3 C_4 C_5 - C_3 S_4 S_5) \quad (23)$$

$$y_{26} = d_6 (C_4 S_5 + C_5 S_4) + d_5 S_4 \quad (24)$$

$$z_{26} = d_6 (S_3 S_4 S_5 - C_4 C_5 S_3) - d_4 S_3 - d_5 C_4 S_3 \quad (25)$$

联立式(23)、(24)、(25)得:

$$\theta_3 = \arctan \frac{-z_{26}}{x_{26} - d_3} \quad (26)$$

$$\theta_5 = -\arccos \frac{g^2 + y_{26}^2 - d_5^2 - d_6^2}{2d_5d_6} \quad (27)$$

$$\theta_4 = \arctan \frac{d_5g + d_6gC_5 + d_6y_{26}S_5}{d_5y_{26} - d_6gS_5 + d_6y_{26}C_5} \quad (28)$$

其中:

$$g = \frac{x_{26} - d_6}{C_3} - d_4 \quad (29)$$

至此完成由机体坐标系下的足端坐标、机身姿态计算各关节转角的逆运动学求解过程。经检验,基于该建模方法设计的控制算法可快速精确地控制机器人足端位置与机身姿态,不会引入机体姿态规划和足端轨迹规划之间的耦合。

可由此建立电机关节转角解算器,关节转角解算器的输入量为:

$\theta_x$  ----机身俯仰角

$\theta_y$  ----机身横滚角

$\begin{bmatrix} x_{06} \\ y_{06} \\ z_{06} \\ 1 \end{bmatrix}$  ----足端在机体坐标系中的坐标。

输出量为:

$\theta_{3-5}$  ----各电机关节转角

其他各足在求解过程中与足 1 的区别仅为  $CP_i$  不同,现将各足的列出:

表 2 各足  $CP_i$  表

Tab.2 Each foot  $CP_i$  table

足号	$CP_i$
足 1	$CP_1 = [5.875 \quad 12.0 \quad 0 \quad 1]^T$
足 2	$CP_2 = [-5.875 \quad 12.0 \quad 0 \quad 1]^T$
足 3	$CP_3 = [9 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$
足 4	$CP_4 = [-9 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$
足 5	$CP_5 = [-5.875 \quad -12.0 \quad 0 \quad 1]^T$
足 6	$CP_6 = [-5.875 \quad -12.0 \quad 0 \quad 1]^T$

另外,若需要更改六足机器人的机身构造,只需更改  $CP_i$  表中的参数即可,增减机器人的足的数目只需更改  $CP_i$  表的列数,不需要对求解过程和公式进行修改,因此这种建模方法在其他结构的步行

机器人研究中有较好的适用性,便于对步行机器人进行统一的研究。

## 2 多足协调控制

李满宏和张小俊等<sup>[16]</sup>提出的姿态控制方法本身会引入足端轨迹规划和机身姿态轨迹规划的耦合问题,无法使用经典的多足协调控制方法,因此他们基于机身坐标系到参考坐标系的坐标变换,提出了一种新的多足协调控制方法以满足解耦的需要。

本文基于机身等效连杆思想建立的运动学模型,在建模的阶段就解决了机身姿态规划与足端轨迹规划之间的耦合,机身姿态的改变不会导致机身坐标系中的足端轨迹在参考坐标系中失真,因此只需运用经典的多足协调控制方法,先单独将行进规划的结果转化为各足足端的轨迹,再直接给出姿态规划的结果,同时输入关节转角解算器,即可得到各关节转角,实现六足机器人在行进过程中的机身姿态调节。

三角步态是六足机器人的经典步态之一,在执行三角步态时,六足机器人的 6 条腿被分为 2 组,1 组为腿 1、4、6; 2 组为腿 2、3、5,两组腿轮流摆动和支撑,使六足步行器人行进<sup>[19]</sup>。处于支撑状态的足称为支撑相,处于摆动状态的足称为摆动相。另引入过渡相用于摆动相与支撑相的切换,摆动相与支撑相计算相似,仅有方向区别,因此仅详细介绍摆动相的计算。

### 2.1 静立时的足端坐标

$H$  表示六足机器人的站立高度,称为机身高度系数,  $L$  表征六足机器人各足伸展的程度,称为伸展系数。

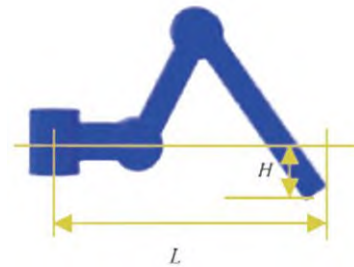


图 6  $H$ 、 $L$  系数示意图

Fig.6 Trajectory mixing diagram

此时根据几何关系可以得到:

$$\theta_1 = \arctan \frac{y_{03}}{x_{03}} \quad (30)$$

$$\theta_2 = \arctan \frac{Z_{03}}{d_3} \quad (31)$$

$$\theta_3 = 0 \quad (32)$$

$$\theta_4 = \arctan \frac{d_5 L + d_6 L \cos \theta_5 + d_6 H \sin \theta_5}{d_6^2 + d_5^2 + 2d_5 d_6 \cos \theta_5} \quad (33)$$

$$\theta_5 = -\arccos \frac{L^2 + H^2 - d_5^2 - d_6^2}{2d_5 d_6} \quad (34)$$

随后使用式(8)、(9)、(10)利用正运动学分析即可得到六足机器人静立时的足端坐标

$$CE_{1\_init} = \begin{bmatrix} x_{06\_init} \\ y_{06\_init} \\ z_{06\_init} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

## 2.2 支撑相的多足协调控制算法

处于支撑相的足称为支撑足（图 7 中的黑色实心圆圈表示支撑足，空心圆圈表示摆动足），支撑足的运动引起六足机器人机体的运动，在六足机器人机体运动时，支撑足的足端在参考坐标系中可视为固定（忽略足端与地面的相对滑动）。

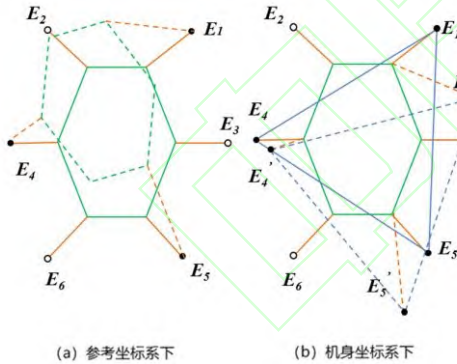


图 7 运动的相对性分解图

Fig.7 Relativity of motion

根据运动的相对性<sup>[21]</sup>，六足机器人的几何中心在参考坐标系中的运动与各支撑足的足端在机体坐标系中的运动方向相反，数值相等。

首先计算机体坐标系下足端坐标的初末位置。引入可调参数“前伸比” $R_f$ 和“前传比” $R_w$ ， $R_f$ 和 $R_w$ 取值为[0, 1]。在等步长下， $R_f$ 描述各足平移分量的前迈幅度； $R_w$ 决定各足旋转分量的前迈幅度。

引入行进命令，行进命令包含沿  $X$  轴的线速度  $v_x$ 、沿  $Y$  轴的线速度  $v_y$  与航向角角速度  $\omega$ 。

算法流程：

(1) 由行进命令和单步运行周期  $T$  生成支撑足足端在机体坐标系中的步长向量。

$$\text{步长向量 } L = \begin{bmatrix} -v_x T \\ -v_y T \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\text{旋转角步长 } \varphi = -\omega T \quad (36)$$

(2) 由步长向量生成平移变换和旋转变换的初末位置。

$$\text{平移变换初位置 } \Delta P_1 = LR_f \quad (37)$$

$$\text{平移变换末位置 } \Delta P_2 = -L(1 - R_f) \quad (38)$$

$$\text{旋转变换初位置 } \Delta \alpha_1 = \varphi R_w \quad (39)$$

$$\text{旋转变换末位置 } \Delta \alpha_2 = -\varphi(1 - R_w) \quad (40)$$

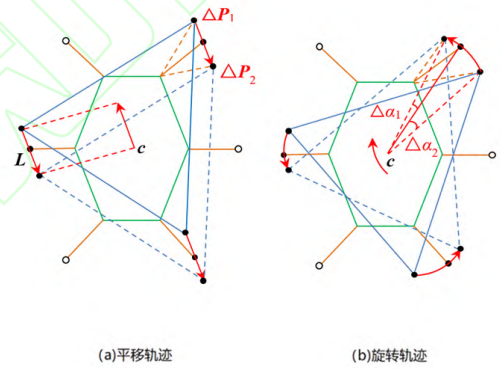


图 8 平移、旋转运动轨迹分解图

Fig.8 Translation track and rotation track

(3) 轨迹混合：插补得到中间时刻的足端坐标平移增量  $\Delta P(t)$  与旋转增量  $\Delta \alpha(t)$ ，其中  $\Delta P(t) \in (\Delta P_1, \Delta P_2)$ ， $\Delta \alpha(t) \in (\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2)$ 。

## 3 仿真实验

为了验证本文所述的六足机器人多足协调控制方法的可行性，分别在六足机器人机体水平时和姿态实时调整时对行进过程进行了仿真。

步态仿真时输入参数为：

(1) 机身姿态角

(2) 行进命令

(3) 可调参数

仿真的输出结果为：



- (1) 足端的轨迹
- (2) 足端坐标的时域波形
- (3) 关节转角的时域波形

### 3.1 机身水平时的步行仿真

设置机身水平，即机身姿态角：

$$\theta_x = 0^\circ$$

$$\theta_y = 0^\circ$$

设置如下行进命令：

$$v_x = 3\text{cm/s}$$

$$v_y = 4\text{cm/s}$$

$$\omega = 5.73(^{\circ})/\text{s}$$

设置如下可调参数：

$$T = 2\text{s}$$

$$R_f = 0.5$$

$$R_\omega = 0.5$$

仿真结果：

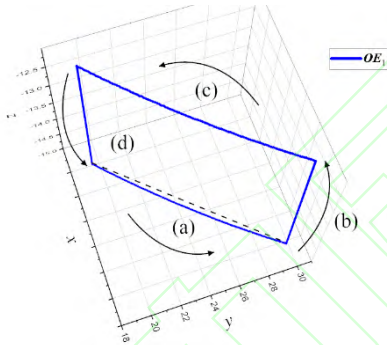


图 9 机体坐标系下的右前足端轨迹仿真

Fig.9 Right front foot track in the body coordinate system

图 9 是机体坐标下的右前足的足端轨迹。足端轨迹由三角步态生成算法根据输入参数自动生成。输入参数中的行进命令同时包含线速度与角速度。

$z$  值为-15cm 时（如图中(a)段轨迹所示），足端着地，此时的右前足处于支撑状态，在行进命令的作用下，形成圆弧状的轨迹（虚线为参考直线）， $z$  值为-12.5cm 时（如图中(c)段轨迹所示），足端抬起，此时右前足处于摆动状态，沿着与支撑状态相同的轨迹反方向回到起始位置，准备进入下一个步行周期。

图 10 是足端坐标值随时间变化的记录，机器人的运动命令主要反映于足端坐标的  $x$  分量与  $y$  分量， $z$  分量主要为机器人足的抬起与落下的过程的反映。

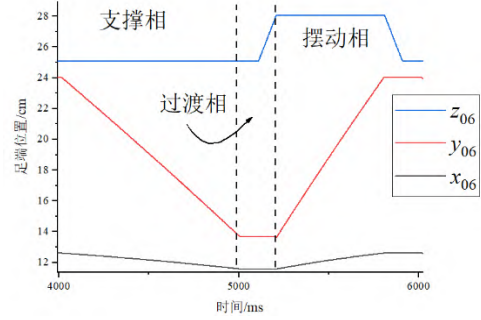


图 10 机体坐标系下的右前足端运动轨迹仿真

Fig.10 Right front foot coordinates in the body coordinate system during simulation

图 11 是一个周期内仿真过程中右前足各关节转角随时间变化的波形。各组关节转角是运动学逆解的运算结果。关节转角解算的输入参数为足端坐标与机身姿态角，输出参数为各关节转角。

图中  $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$  是右前足的三个电机的关节转角。

在支撑相内，足端由初位置移动到末位置，推动身体向前，在过渡相内，由支撑相过渡到摆动相，在摆动相内，足端回到初位置，准备进入下一个周期的支撑相。

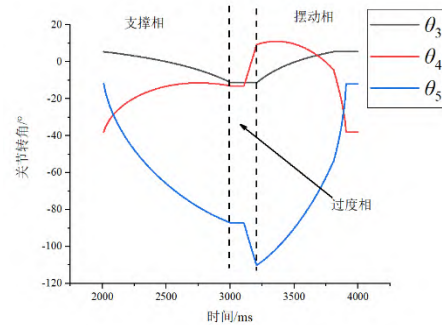


图 11 右前足各关节转角仿真结果

Fig.11 Right joint angle of the right forefoot during simulation

### 3.2 姿态实时调整时的步行仿真

在行进命令和可调参数与 4.1 相同的情况下，同时调整机身姿态。

设置机身姿态：

$$\theta_x = 5 \sin\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$$

$$\theta_y = 5 \cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$$

图 12 是姿态实时调整时机身坐标系下的右前足端轨迹，和机身水平时(图 9)是完全相同的，表明机身坐标系下的足端轨迹规划与姿态规划相互独立。

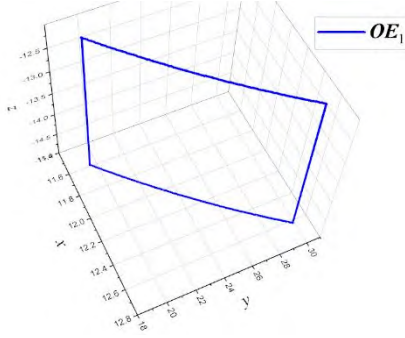


图 12 机体坐标系下的右前足足端轨迹仿真结果

Fig.12 Right front foot track in the body coordinate system

图 13 是{2}系下的右前足端轨迹，{2}系下的末端位置坐标直接决定了电机关节转角 $\theta_3$ 、 $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 。图中是多个步行周期的轨迹，在行进命令相同的情况下，姿态的调整使得{2}下的足端轨迹有明显的变化，这些变化保证了机器人在机身坐标系下的轨迹不会失真。

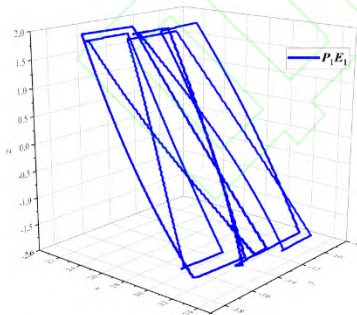


图 13 {2}系下的右前足端仿真轨迹图

Fig.13 Right front foot track under {2}

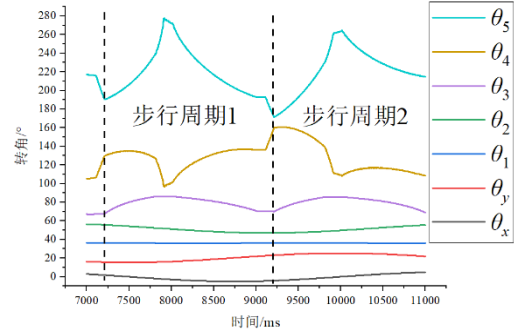


图 14 机身姿态、右前足各虚拟关节和电机关节转角仿真

Fig.14 Body posture, virtual joints and physical joint corners of the right forefoot during simulation.

图 14 是仿真过程中机身姿态、右前足各虚拟关节和电机关节转角在多周期下随时间变化的情况。 $\theta_x$  是机身俯仰角， $\theta_y$  是机身横滚角。 $\theta_1$  和  $\theta_2$  是虚拟关节转角。 $\theta_3 - \theta_5$  是右前足的各电机关节，由运动学逆解产生。

## 4 行走时的姿态闭环控制系统

在六足机器人机身安装 MPU6050 陀螺仪，用以测量机身的俯仰角、横滚角，并基于 PD 控制器设计了可以在倾角未知的斜面上行走并动态保持机身水平的闭环控制系统，最后在样机进行了测试。

### 4.1 硬件介绍

样机如图 15 所示，每条腿上有三个电机关节，提供3个自由度，共有 18 个自由度。样机的底盘为带有突出部分的四边形，关节由伺服电机驱动，共使用 18 个伺服电机。

STM32F407 嵌入式微控制器用于控制样机。24 通道 PWM 驱动器用于驱动伺服电机。采用 LDX-218 金属齿轮伺服电机，工作电压 6.0V-8.4V，堵转扭矩 15kg·cm-17kg·cm。

MPU-6050 包含一个 3 轴陀螺仪和一个 3 轴加速度计，安装在六足机器人的机体上，用于六足机器人机身姿态的测量。



图 15 样机实物

Fig.15 Prototype

#### 4.2 控制系统

控制系统的框图如图 16 所示：

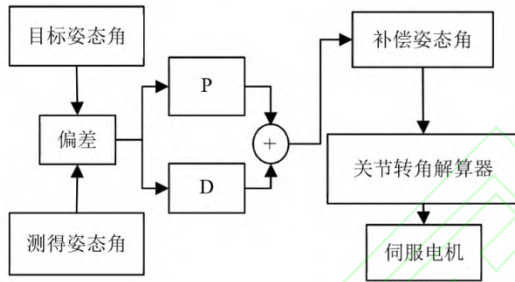


图 16 控制系统框图

Fig.16 Control system block diagram

补偿姿态角为 PD 控制器的输出，公式如下：

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (41)$$

其中  $u(t)$  为姿态补偿角， $e(t)$  为目标姿态角与测得姿态角相减得到的偏差， $K_p$  和  $K_d$  是比例控制和微分控制的增益系数。

姿态补偿角包含俯仰角  $\theta_x$  和横滚角  $\theta_y$ ，作为关节转角解算器的输入，经过解算得到 18 个电机关节转角  $\theta_{i3-i5}$  ( $i=1,2,3,4,5,6$ )，最后由伺服电机执行。

解算器的计算由 STM32F407 嵌入式微控制器完成。使用本文的方法，18 个电机关节转角的单轮解算时间为 6ms。

解算时间测试方法为：

(1) 读取 STM32F407 的外设定定时器的寄存器，得到当前时间，其中外设定定时器与 MCU 相互独立，定时精度为 0.1ms，将读取的当前时间

存入缓存变量。

(2) 将补偿姿态角参数传入关节转角解算器，运行解算程序函数。

(3) 解算程序段运行完成后，再次读取 STM32F407 外设定定时器的寄存器，得到第二次当前时间，与步骤 (1) 中存入的缓存变量对比得到解算器运行时间。

## 5 样机测试实验

### 5.1 斜坡静态测试

斜坡静态测试的目的是检验六足机器人在没有行走任务时，姿态闭环调整的能力。

测试方法如下：将机器人放置在一个平板上，实验人员对平板施加扰动，施加扰动的方式为将平板抬起一个角度，然后记录六足机器人机身姿态调整过程中的姿态角随时间的变化波形。

如图 17 (a) 和 (b) 所示，分别对横滚角和俯仰角进行测试，图 17 (c) 和 (d) 是机器人稳定后的状态。

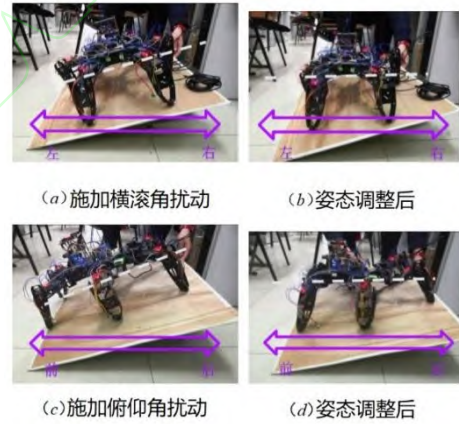


图 17 姿态闭环控制

Fig.17 Slope static test

图 18 记录了测试过程中机器人俯仰角和横滚角的变化，依次测试了俯仰角负扰动和正扰动，横滚角的正扰动和负扰动。从图 18 分析可知稳定时间在 3s 左右。

*Dynamic Stability Algorithm for a Hexapod Robot*<sup>[14]</sup>中使用的执行器为 MG995 金属齿轮伺服电机，工作电压为 4.8V-7.2V，速度为 0.17sec/60° -0.12sec/60°。本文中使用的执行器为 LDX-218 金属齿轮伺服电机，工作电压 6.0V-8.4V，速度为 0.19sec/60° -0.16sec/60°。参考论文中未指明实际测试时的舵机工作速度，为了使性能对比具有可比



性，设置本文中舵机的工作速度为 MG995 的最低速度  $0.17\text{sec}/60^\circ$ 。

*Dynamic Stability Algorithm for a Hexapod Robot* 中施加的扰动幅度为  $1^\circ \sim 2^\circ$ ；本文中施加的扰动幅度约为  $3^\circ \sim 6^\circ$ 。

*Dynamic Stability Algorithm for a Hexapod Robot* 中稳定时间在 15s 左右，本文中稳定时间为 3s 左右，较 *Dynamic Stability Algorithm for a Hexapod Robot* 中的 15s 左右有显著的提高。

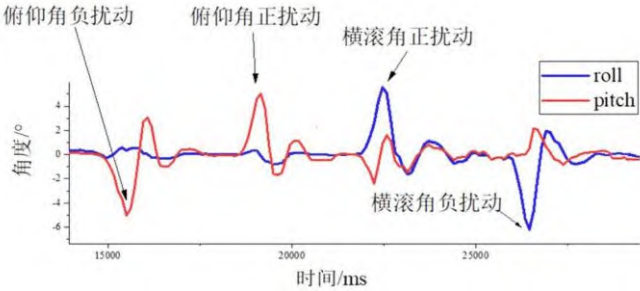


图 18 斜坡静态测试中的姿态角数值记录

Fig.18 Attitude angle during static test of slope

## 5.2 穿越起伏路面测试

穿越起伏路面测试的目的是检验六足机器人在行走任务时，姿态闭环调整的能力。

测试方法如图 19，在六足机器人行进路径上放置单级台阶，用于模拟起伏路面。使机器人穿越单级台阶，设置机器人的期望姿态为水平姿态，记录这个过程中六足机器人姿态角的变化（图 19）。

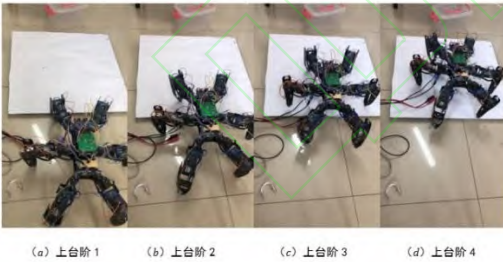


图 19 六足机器人穿越起伏路面

Fig.19 Crossing the undulating road test

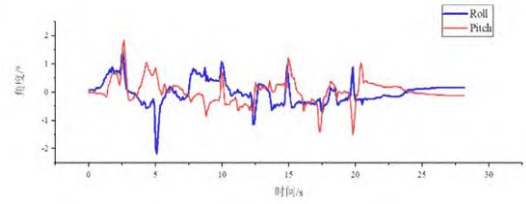


图 20 穿越起伏路面测试中的姿态角记录

Fig.20 Attitude angle in the test of undulating pavement

为对比姿态闭环控制系统对姿态控制的改进效果，在取消姿态闭环控制系统的情况下，重复进行穿越起伏路面的测试，得到了另一组姿态角的记录。

因不使用姿态闭环控制时横滚角扰动较小，主要比较两者的俯仰角，将两者的俯仰角绘制在一个坐标系中，得到图 21。

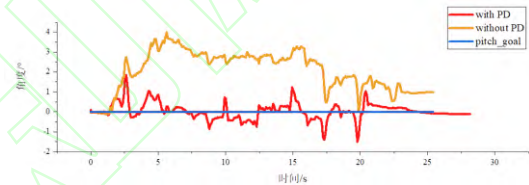


图 21 六足机器人穿越起伏路面测试中的俯仰角数值记录

Fig.21 Pitch angle in undulating pavement test with and without attitude closed-loop control system

由图 21 可知，当机器人正常穿越起伏路面时，机器人的姿态可以维持在  $2^\circ$  以内，当机器人姿态遇到明显扰动时，可在 2s 内恢复机身姿态。而不使用姿态闭环时，机器人的姿态有长时间的偏差，且因触地反馈引起的轨迹调整中存在的累积误差，在上台阶结束后机器人仍存在俯仰角偏差。这说明在本模型上构建的姿态闭环控制系统对机身姿态控制的效果较为明显。

## 5.3 上坡测试

为验证机器人在坡度渐变场景下的姿态调整性能，进行上坡测试。

测试方法如图 22，让机器人攀爬坡度逐渐增加的斜坡，图 23 为实验过程的实物图。

设置机器人的期望姿态为水平姿态，对比不使用姿态闭环控制系统，将两者的俯仰角绘制在一个坐标系中得到图 24。

对比图 24 可知，加入姿态闭环控制后，六足机器人的俯仰角误差不超过  $2^\circ$ ，而不使用姿态闭环控制时最大误差达到  $10^\circ$ ，实验结果说明在本模型上构建的姿态闭环控制系统能够较为有效地在连续上坡时控制机身姿态。



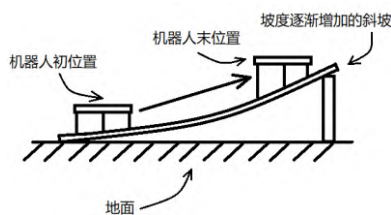


图 22 上坡测试示意图

Fig.22 Uphill test diagram



(a)上坡 1

(b)上坡 2



(c)上坡 3

(d)上坡 4

图 23 上坡测试

Fig.23 Uphill test

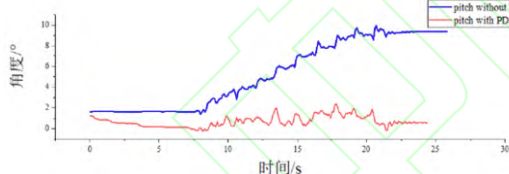


图 24 上坡测试中的俯仰角数值记录

Fig.24 Pitch angle value record in uphill test

## 6 结论

本文提出了一种机身等效二自由度连杆的建模思想,将考虑姿态的机体运动规划转化为统一的多连杆求解问题,避免了高次三角方程组求解,消除了行进规划与姿态规划之间的耦合。在此模型上,实现了基于三角步态的全向行走算法,最后运用该方法设计并测试了六足机器人姿态闭环控制系统。仿真实验和样机试验结果表明,本控制算法可在嵌入式微控制器 STM32F407 中实现实时解算,闭环姿态控制的调节时间比传统双 PI 控制方法缩短了

约 80%。

该方法从建模的层面消除了足端轨迹规划与机体运动规划之间的耦合,通过转换建模视角,将机身和连杆的综合问题转化为了纯连杆问题,为足式机器人理论建模研究提供了新思路。

基于机身等效连杆思想的闭环姿态控制系统在复杂环境下的机体姿态自主调整问题是需要进一步研究的新问题。受到执行器成本的限制,本系统执行器的扭力、精度、虚位、响应时间等性能均较差,控制帧率仅 13.33fps,且无法获取舵机当前的位置、扭矩等反馈信息;此外,因足底材料较硬,触地时的反弹力对机身姿态造成周期性扰动,以上因素均对控制效果产生影响。在后期研究中,将换用性能更加优良的执行器、引入机器视觉单元改进六足机器人硬件系统,在此基础上围绕如何高效地结合地形来调整质心轨迹、机体姿态和落足点选择等问题展开深入研究。

## 参考文献

- [1]王彪,陈殿生,陈科位,等. 仿生机器人研究现状与发展趋势[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 27-44.  
Wang G B, Chen D S, Chen K W, et al. The current research status and development strategy on biomimetic robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 27-44(in Chinese).
- [2]Hiroaki Uchida. Six-degree-of-freedom Control by Posture Control and Walking Directional Control for Six-legged Robot [J]. Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2017, 7(2): 30-45.
- [3]李满宏,张明路,张建华,等. 六足机器人关键技术综述[J]. 机械设计, 2015, 32(10): 1-8.  
Li M H, Zhang M L, Zhang J H, et al. A Summary of Key Technologies of Hexapod Robot[J]. Mechanical Design, 2015, 32(10): 1-8.
- [4]Bjelonic Marko, Kottege Navinda, Homberger Timon, et al. Weaver: Hexapod robot for autonomous navigation on unstructured terrain[J]. Journal of Field Robotics, October 2018, v 35, n 7, p 1063-1079.
- [5]倪聪,杨崇倡,刘香玉,冯培,张春燕. 基于 Klann 连杆的球腿复合机器人的设计与研究 [J]. 机器人, 2020, 42(04): 436-447.  
NI Cong, YANG ChongChang, Liu Xiayu, FENG Pei, ZHANG Chunyan. Design and Research on a Ball-Legged Compound Robot Based on Klann Linkage [J]. Robotics, 2020, 42 (04): 436-447
- [6]陈志华,汪首坤,王军政,徐康,王修文,刘道和,雷涛,司金戈. 电动并联六轮足机器人的运动驱动与多模态控制方法 [J]. 机器人, 2020, 42(05): 534-549.  
CHEN Zhihua, WANG Shoukun, WANG Junzheng, XU Kang, WANG Xiuwen, CHEN Zhihua, WANG Shoukun, WANG Junzheng, XU Kang, WANG Xiuwen. Motion Drive and Multi-mode Control Method of an Electric Parallel Six [J]. Robotics, 2020, 42 (05): 534-549.
- [7]多南讯,吕强,林辉灿,等. 迈进高维连续空间: 深度强化学习在机器人领域中的应用[J]. 机器人, 2019, 41(02): 276-288.  
Du N X, Lu Q, Lin H C, et al. Stepping into

high-dimensional continuous space: the application of deep reinforcement learning in the field of robotics [J]. *Robotics*, 2019, 41 (02): 276-288.

[8]杨泓渊, 赵玉江, 林君, 等. 基于北斗的无缆存储式地震仪远程质量监控系统[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2015, 45(05): 1652-1657.

Yang H Y, Zhao Y J, Lin J, et al. Remote quality monitoring system based on Beidou-based cableless storage seismograph[J]. *Journal of Jilin University: Engineering Science*, 2015, 45(05): 1652-1657.

[9]张磊, 王哲. 六足仿生机器人的平稳姿态调整[J/OL]. *机械科学与技术*: 1-6 [2019-04-16]. <https://doi.org/10.13433/j.cnki.1003-8728.20180239>.

Zhang L, Wang Z. Smooth attitude adjustment of hexapod bionic robot [J/OL]. *Mechanical Science and Technology*: 1-6[2019-04-16]. <https://doi.org/10.13433/j.cnki.1003-8728.20180239>.

[10]Jan Faigl, Petr Čížek. Adaptive locomotion control of hexapod walking robot for traversing rough terrains with position feedback only[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, Volume 116, 2019, Pages 136-147.

[11]陈刚, 金波, 陈鹰. 基于速度逆运动学的六足步行机器人位姿闭环控制[J]. *农业机械学报*, 2014, 45(5): 265-270.

Chen G, Jin B, Chen Y. Position-posture Closed-loop Control of Six-legged Walking Robot Based on Inverse Velocity Kinematics[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2014, 45(5): 265-270(in Chinese).

[12]Chen G, Jin B, Chen Y. Solving position-posture deviation problem of multi-legged walking robots with semi-round rigid feet by closed-loop control[J]. *中南大学学报(英文版)*, 2014, 21(11): 4133-4141.

[13]赵龙海, 刘玉斌, 赵杰, 等. 自然地形下六足步行机器人基于落足点的位姿调整策略[J]. *江南大学学报(自然科学版)*, 2013, 12(4): 384-389.

Zhao L H, Liu Y B, Zhao J, et al. Pose Adjustment Strategy Based on the Selected Footholds for Hexapod Robot Walking Under Natural Terrain[J]. *Journal of Jiangnan University (Natural Science Edition)*, 2013, 12(4): 384-389(in Chinese).

[14]Sai B Veekshan Sree Sessa, Kumar B Akshay, Reddy B Mani Rajesh, et al. Dynamic stability algorithm for a Hexapod Robot[J]. *Automation and Power Engineering*, 2017, p 7-12.

[15]宋孟军, 张明路. 多足仿生移动机器人并联机构运动学研究[J]. *农业机械学报*, 2012, 43(03):200-206.

Song M J, Zhang M L. Kinematics study of parallel mechanism of multi-foot bionic mobile robots[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery*, 2012, 43(03): 200-206.

[16]李满宏, 张小俊, 张建华, 等. 面向给定轨迹的六足机器人多足协调控制[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2015, 43(04):32-37.

Li M H, Zhang X J, Zhang J H, et al. Multi-foot coordinated control of hexapod robot for a given trajectory[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2015, 43(04): 32-37.

[17]孟健, 李贻斌, 李彬. 四足机器人对角小跑步态全方位移动控制方法及其实现[J]. *机器人*, 2015, 37(1), 74-84.

Meng J, Li Y B, Li B. Control Method and Its Implementation of Quadruped Robot in Omni-directional Trotting Gait[J]. *Robot*, 2015, 37(1), 7484 (in Chinese).

[18]Denavit J, Hartenberg R S. Notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *A. Kinematic, ASME Journal of Applied Mechanics*, 1995, 22, 215-221.

[19]徐小云, 颜国正, 丁国清. 微型六足仿生机器人及其三角步态的研究[J]. *光学精密工程*, 2002(04): 392-396.

Xu X Y, Yan G Z, Ding G Q. Study on miniature hexapod bionic robot and its triangular gait[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002(04): 392-396.

[20]Santos P G D, Garcia E, Estremera J. Improving walking-robot performances by optimizing leg distribution[J]. *Autonomous Robots*, 2007, 23(4): 247-258.

[21]李满宏, 张明路, 张建华, 等. 基于运动相对性的六足机器人机体运动规划[J]. *中国机械工程*, 2015, 26(03): 313-318.

Li M H, Zhang M L, Zhang J H, et al. Motion planning of hexapod robot based on motion relativity[J]. *China Mechanical Engineering*, 2015, 26(03): 313-318.