目次

第 1 章
2 次関数

1.2　2 次方程式と 2 次不等式

5　2 次方程式

2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが x 軸と共有点を持つとする。その共有点の y 座標は 0 であるから、共有点の x 座標は、2 次方程式 $ax^2+bx+c = 0$ の解である。

したがって、2 次関数のグラフと x 軸の共有点について知りたいとき、2 次方程式の解につて調べればよい。また逆に、2 次方程式の解について知りたいとき、2 次関数のグラフを利用すると、解を視覚的に捉えることができる。

ここでは、まず、2 次方程式の解について確認しよう。

例 10 例 2 次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ を解く。

解　左辺を因数分解すると $(x + 1)(x - 3) = 0$
よって $x + 1 = 0$ または $x - 3 = 0$
すなわち $x = -1$ または $x = 3$
ゆえに、解は $x = -1, 3$

問 27 次の 2 次方程式を解け。

(1) $x^2 - 6x + 5 = 0$　　(2) $x^2 - 5x - 24 = 0$
(3) $2x^2 + 5x + 2 = 0$　　(4) $3x^2 + 7x - 6 = 0$

解答は 3 ページ

2 次方程式の解の公式

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、$b^2-4ac \geqq 0$ のとき

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、$b^2-4ac \geqq 0$ のとき

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

証明　2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の左辺は、平方完成すると

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

となる。したがって、2 次方程式は次のように書ける。

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a}$$

ゆえに　$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$b^2-4ac \geqq 0$ のとき、この右辺は正または 0 であるから

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

この式の右辺は、a の正負にかかわらず $\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ となるから

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

□

答と略解

第１章

問 27

（1） $x = 0$　（2） $x = 0$　（3） $x = 0$　（4） $x = 0$

問題は 1 ページ

一二三四五六七八九十

例 11 2 次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ を解く。

例 12 2 次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ を解く。

（1） $x^2 - 6x + 5 = 0$　（2） $x^2 - 5x - 24 = 0$

（3） $2x^2 + 5x + 2 = 0$　（4） $3x^2 + 7x - 6 = 0$

例 13 2 次関数のグラフと x 軸の共有点について知りたいとき、2 次方程式の解につて調べればよい。また逆に、2 次方程式の解について知りたいとき、2 次関数のグラフを利用すると、解を視覚的に捉えることができる。

例 14 したがって、2 次関数のグラフと x 軸の共有点について知りたいとき、2 次方程式の解につて調べればよい。また逆に、2 次方程式の解について知りたいとき、2 次関数のグラフを利用すると、解を視覚的に捉えることができる。したがって、2 次関数のグラフと x 軸の共有点について知りたいとき、2 次方程式の解につて調べればよい。また逆に、2 次方程式の解について知りたいとき、2 次関数のグラフ

を利用すると、解を視覚的に捉えることができる。したがって、2 次関数のグラフと x 軸の共有点について知りたいとき、2 次方程式の解につて調べればよい。また逆に、2 次方程式の解について知りたいとき、2 次関数のグラフを利用すると、解を視覚的に捉えることができる。

例 15 2 次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ を解く。

第 2 章
TikZ

2.1　線のプロパティ

図 2.1　線の太さ

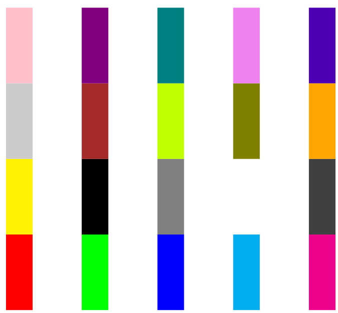


図 2.2　線の色

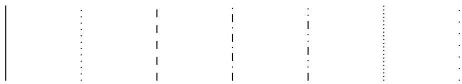


図 2.3　破線、点線

図 2.4　複合

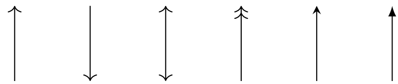


図 2.5　矢印

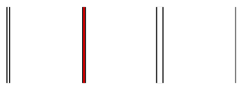


図 2.6　線のオプション

2.2　図形

また、以下に TikZ の線の活用例を示す。

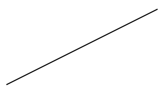


図 2.7　線分

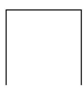


図 2.8　線分を繋げる 1

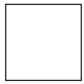


図 2.9　線分を繋げる 2

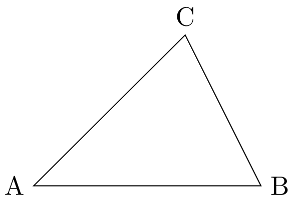


図 2.10　三角形 1

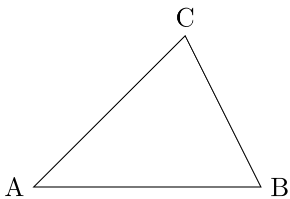


図 2.11　三角形 2

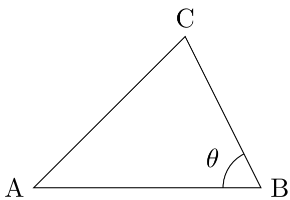


図 2.12　三角形 2

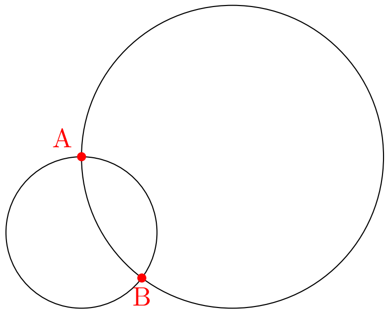


図 2.13　円の交点 1

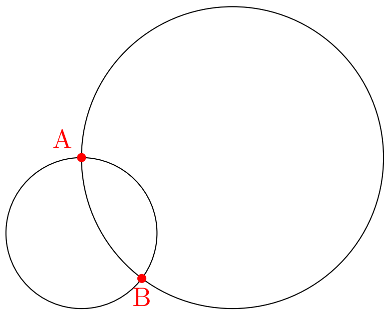


図 2.14　円の交点 2

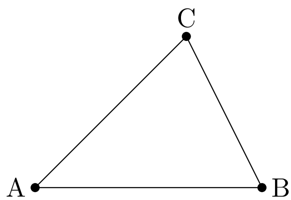


図 2.15　繰り返し処理

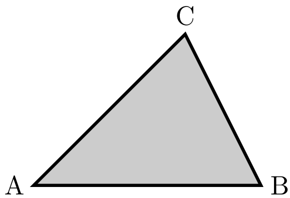


図 2.16 色塗り三角形 1

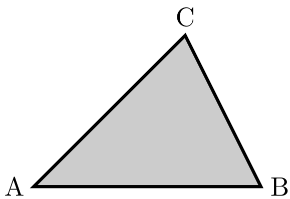


図 2.17 色塗り三角形 2

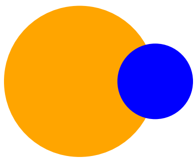


図 2.18 レイヤー

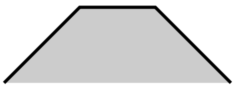


図 2.19 色塗り 1

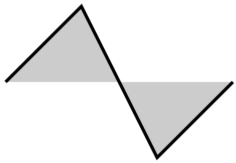


図 2.20　色塗り 2

2.3　種々の関数

以下に $y = x + 1$ のグラフを示す。

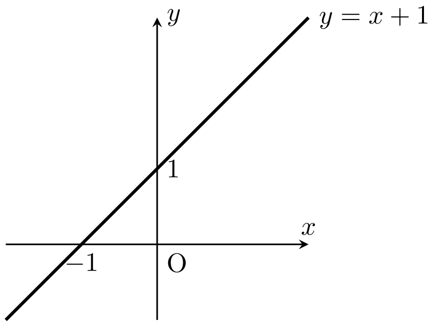


図 2.21　一次関数

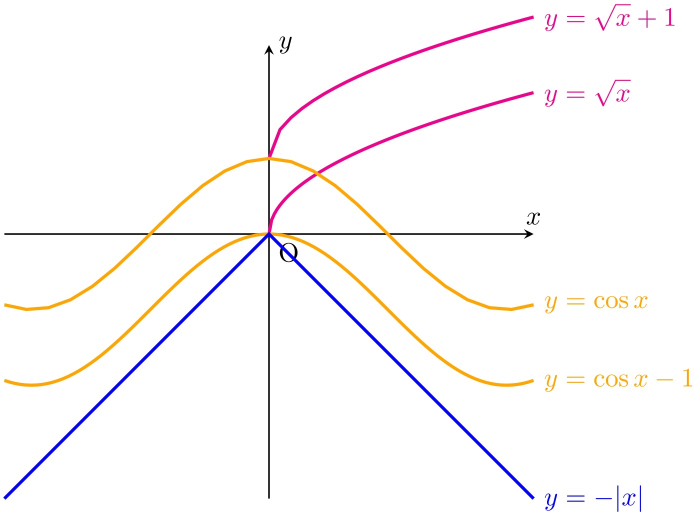


図 2.22　平方根、三角関数、絶対値

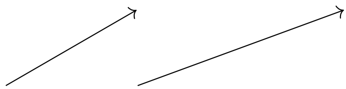


図 2.23　極座標

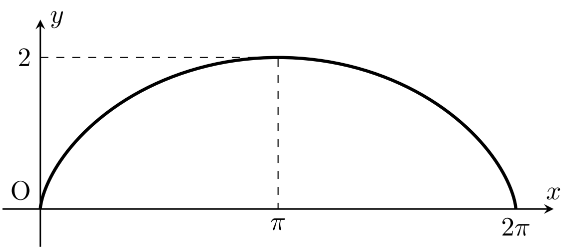


図 2.24　サイクロイド 1

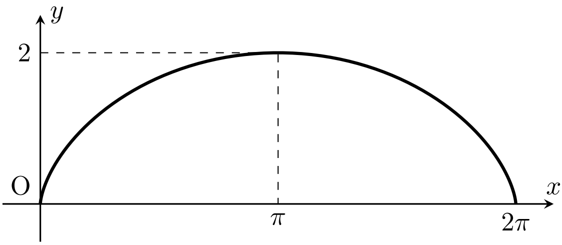


図 2.25　サイクロイド 2

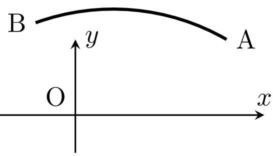


図 2.26　円弧

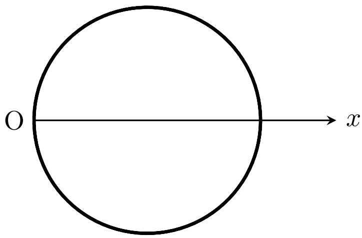


図 2.27　極座標

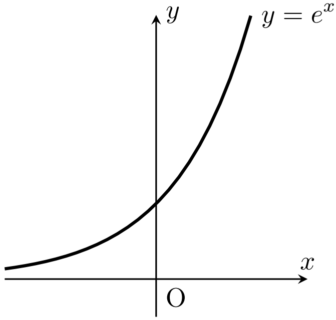


図 2.28 指数関数

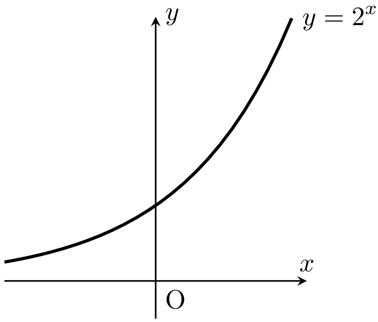


図 2.29 冪乗

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$$

$$\ln \frac{x}{y}$$

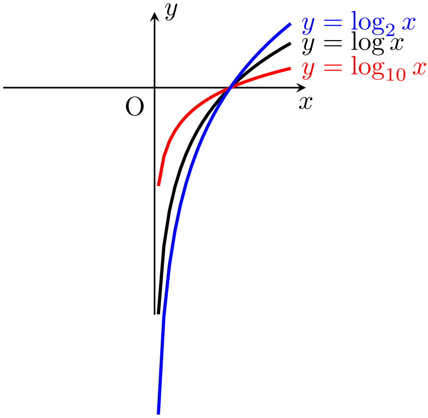


図 2.30　対数関数

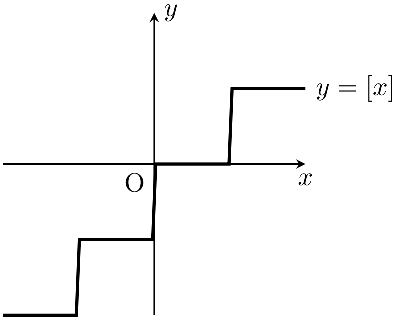


図 2.31　ガウス記号
(失敗)

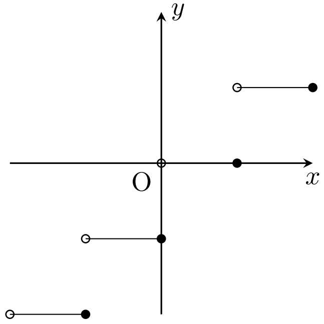


図 2.32 ガウス記号
(成功)

2.4 移動

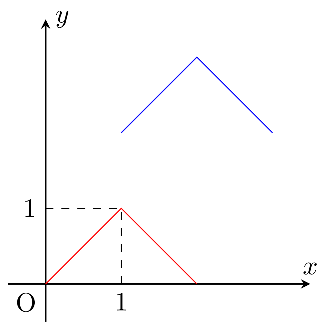


図 2.33 平行移動

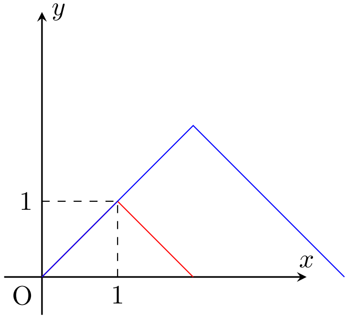


図 2.34　原点中心の拡大縮小

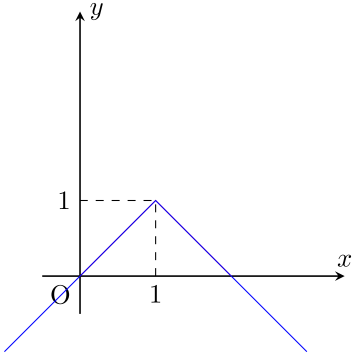


図 2.35　任意点中心の拡大縮小

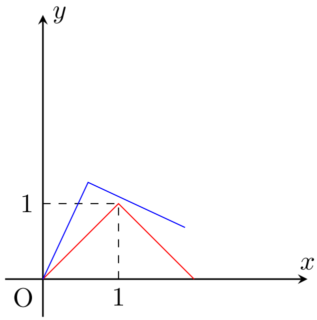


図 2.36 回転
(原点中心 20 度)

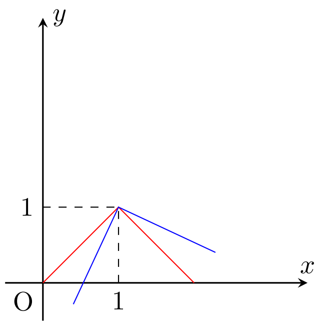


図 2.37 回転
(点 (1,1) 中心 20 度)

2.5　実際の使用例

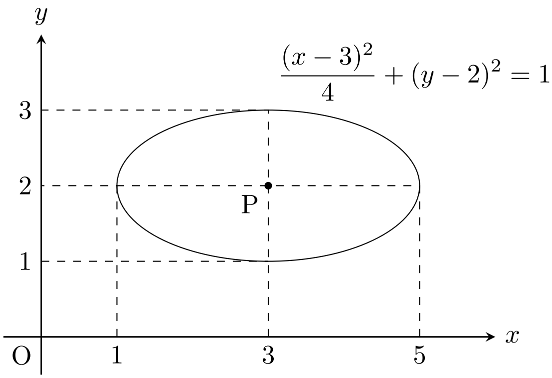
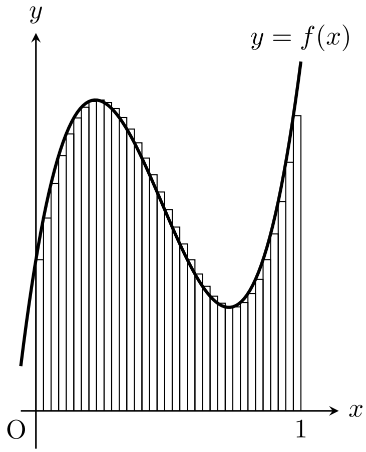


図 2.38　楕円



$$\int_0^1 f(x)\,dx \approx \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

図 2.39 区分求積法

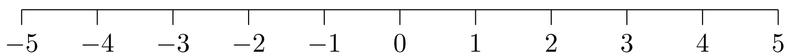


図 2.40 数直線

第 3 章 emath

3.1　代数

11.0pt plus 3.0pt minus 4.0pt, 9.0pt plus 3.0pt minus 4.0pt, 0.0pt plus 3.0pt, 9.0pt plus 3.0pt minus 4.0pt
, 3, 3.1, 3.1.0,

1　ノットイコール

A　こんなん

いろはにほへとちりぬるをわかよたれそ

$$\text{emath}: X \risingdotseq Y$$
$$\text{通常}: X \neq Y$$

B　ミカ

私のお姫様

2　ニアリーイコール

いろはにほへとちりぬるをわかよたれそ

$$\text{emath}: (1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$$
$$\text{通常}: (1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$$

いろはにほへとちりぬるをわかよたれそつねならぬうゐのおくやまけふこえて

3 分数

ありがとうございました。いつもお世話に。

$$\text{emath} : Y = \frac{1}{2}$$
$$\text{emath} : Y = \frac{1}{2}$$
$$\text{通常} : Y = \frac{1}{2}$$

ありがとうございました。いつもお世話に。

4 約分

落ちる・未定義？

5 パーセント

落ちる

6 訂正

未定義？

7 整式の除法（縦書割算）

未定義？

8 組み立て除法

落ちる

9 たすき掛け

$$2x^2+11x+15=(x+3)(2x+5)\qquad \begin{array}{cccccc} 1 & & 3 & \longrightarrow & 6 \\ 2 & & 5 & \longrightarrow & 5 \\ \hline & & & & 11 \end{array}$$

10 加減法

落ちる

11 累乗根

以下のように、累乗根の高さが異なる

(1) $\sqrt{2}$
(2) $\sqrt[3]{2}$

上の線の高さが異なる
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
これで揃う
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
下に伸びすぎなので、調節する
$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
displaystyle の二重根号は上下の間隔が広くなる

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

解消する

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

12 累乗の累乗

q の高さは $(a^p)^q$ と $(a^p)^q$ の 2 種類
x の高さは 2^x と 2^x と 2^x
括弧を変える

$$\left\{\left(\frac{y}{x}\right)^p\right\}^q$$

$$\left[\left(\frac{y}{x}\right)^p\right]^q$$

13 ベクトル記号

$\vec{a}, \vec{b}$ と $\vec{a}, \vec{b}$

第 4 章
tcolorbox

4.1　基本

1　いろはにほへと

A　なう

上余白を調整（本来、section の直後だと余白がほぼない）。この後の tcolorbox にも影響あり？

最もシンプル

$f(k) = c$

以下は、数式の上が空きすぎ

$$f(k) = c$$
$$f'(k) = 0$$

以下は、数式の上下の余白が異なる

$$f(k) = c$$
$$f'(k) = 0$$

以下は、いい感じ
（ただし調整が面倒）

$$f(k) = c$$
$$f'(k) = 0$$

tcolorbox と文章間の \abovedisplayskip を enlarge top by によって打ち消す（不安定）

$$f(k) = c$$
$$f'(k) = 0$$

2 ちりぬるを

タイトル ★★☆

任意の高さ

あなたを詐欺罪と器物損壊罪で訴えます！理由はもちろんお分かりですね？あなたが皆をこんなウラ技で騙し、セーブデータを破壊したからです！覚悟の準備をしておいて下さい。ちかいうちに訴えます。裁判も起こしま

す。裁判所にも問答無用できてもらいます。慰謝料の準備もしておいて下さい！貴方は犯罪者です！刑務所にぶち込まれる楽しみにしておいて下さい！いいですね！あなたを詐欺罪と器物損壊罪で訴えます！理由はもちろんお分かりですね？あなたが皆をこんなウラ技で騙し、セーブデータを破壊したからです！覚悟の準備をしておいて下さい。ちかいうちに訴えます。裁判も起こします。裁判所にも問答無用できてもらいます。慰謝料の準備もしておいて下さい！貴方は犯罪者です！刑務所にぶち込まれる楽しみにしておいて下さい！いいですね！あなたを詐欺罪と器物損壊罪で訴えます！理由はもちろんお分かりですね？あなたが皆をこんなウラ技で騙し、セーブデータを破壊したからです！覚悟の準備をしておいて下さい。

3 わかよたれそ

タイトル

ページまたぎに対応している。ここでは実験として、長い文章を書いてどのようにまたがるのかを見ることとする。しかし、上手くまたがるように調節するのが難しい。

4 つねならぬ

タイトル

色を変更

My box

影

My box

角

My title

タイトル位置変更 1

My title

タイトル位置変更 2

My title

余白調整

表 4.1　デフォルトの余白

top	bottom	left	right
2mm	2mm	4mm	4mm

My box

上と

下に分割

インラインでボックス

tcbox

を挿入でき、また

このように

位置調節も可能のはずだが、上手くいかず。 `\tcbset{nobeforeafter}` **を書くことで解決**

ここと

My box

ここ、まとめて制御

4.2 オリジナル

hoge ....

hoge

....

mybox

hogehoge

4.3 \tcboxmath

$$y = \sin x \quad \boxed{y = \cos x} \quad y = \tan x$$

4.4　箱の色を調整する

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}}$$

4.5　文字を後付けする

$$E[u] = \underset{\text{Dirichlet エネルギー}}{\boxed{\int_{\Omega} \frac{1}{2} |\nabla u|^2 dx}} + \underset{\text{ポテンシャル}}{\boxed{\int_{\Omega} F(u) dx}}$$

$$u_t = \underset{\text{拡散項}}{\boxed{\Delta u}} + \underset{\text{反応項}}{\boxed{f(u)}}$$

4.6　余白を無くす

$$\begin{aligned} y &= \sin x & y &= \cos x & y &= \tan x \\ y &= \sin x & y &= \cos x & y &= \tan x \end{aligned}$$

4.7　数式の下に波線を引く

$$u_t + \underset{\text{これがヤバい}}{(u \cdot \nabla) u} - \Delta u + \nabla p = f$$

4.8 数式の下に中括弧 (失敗)

4.9 数式にバツを書く

$$1 + 1 = \xcancel{3}$$

4.10 数式の上下に文字を書く

$$(f, g)_{L^2(\Omega)} \overset{\text{Hölder}}{\leq} \|f\|_{L^p(\Omega)} \|g\|_{L^{p'}(\Omega)}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$$

4.11 他の \tcboxmath を参照する

$$a \boxed{+b} = \boxed{c} + d$$

$$a \boxed{-c} = \boxed{-b} + d$$

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{\pi/2} \sin 3x \cos x dx \\
&= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (\sin 4x + \sin 2x) dx \\
&= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\pi/2} \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

積和の公式

4.12

中間値の定理

区間 $[\alpha, \beta]$ で連続な関数 $f(x)$ について，$f(\alpha)$ と $f(\beta)$ の間にある任意の実数 c に対して，ある実数 $k \in (\alpha, \beta)$ を

$$f(k) = c$$

を満たすようにとることが出来る。

4.13

定理 4.13.1: 中間値の定理

区間 $[\alpha, \beta]$ で連続な関数 $f(x)$ について，$f(\alpha)$ と $f(\beta)$ の間にある任意の実数 c に対して，ある実数 $k \in (\alpha, \beta)$ を，$f(k) = c$ を満たすようにとることが出来る。

定理 4.13.2: 方程式の実数解の存在

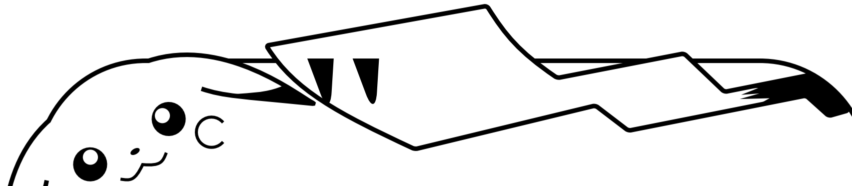
区間 $[\alpha, \beta]$ で連続な関数 $f(x)$ について，$f(\alpha)f(\beta) < 0$ ならば，方程式 $f(x) = 0$ は $\alpha < x < \beta$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつ。

4.14

定理 4.14.1: 中間値の定理

区間 $[\alpha, \beta]$ で連続な関数 $f(x)$ について，$f(\alpha)$ と $f(\beta)$ の間にある任意の実数 c に対して，ある実数 $k \in (\alpha, \beta)$ を，$f(k) = c$ を満たすようにとることが出来る。

4.15 ピカチュウ枠



問題　△ABC において，辺 OA を 3 : 2 に内分する点を C，辺 OB を 2 : 1 に内分する点を D とし，線分 AD と線分 BC の交点を P とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$,$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ を用いて表せ.

第 5 章
FMP

5.1 離散フーリエ変換 (DFT)

このノートブックでは、離散フーリエ変換 (DFT) とその基本性質を紹介する。それから、DFT を評価する効率的なアルゴリズムである高速フーリエ変換 (FFT) を学ぶ。大体は [Müller, FMP, Springer 2015][1] のセクション 2.4 に厳密に従う。

1 内積

フーリエ変換を理解するためには、 $N \in \mathbb{N}$ を満たす複素ベクトル空間 $\mathbb{C}^N$ の**内積**は重要である。複素ベクトル $x, y \in \mathbb{C}^N$ において、 x と y の内積は次のように定義される。

$$(x, y) := \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\overline{y(n)}.$$

内積の絶対値は x と y の間の類似性の尺度として解釈され得る。 x と y が同じ方向を向いている（ x と y が似ている）とすると、 $|(x, y)|$ は大きくなる。 x と y が直交している（ x と y が異なる）とすると、 $|(x, y)| = 0$ となる。

内積を計算するために ‘np.vdot‘関数を使うとき、最初の引数に対して複素共役が実行されることに注意する。したがって、 (x, y) 上で定義したように、‘np.vdot(y, x)‘を呼び出す必要がある。

第 6 章
参考文献・索引おためし

引用文は [2] こんなん。[3]

ここから先は、索引のおためし用の言葉。

保吉はずつと以前からこの店の主人を見知つてゐる。

ずつと以前から、――或はあの海軍の学校へ赴任した当日だつたかも知れない。彼はふとこの店へマツチを一つ買ひにはひつた。店には小さい飾り窓があり、窓の中には大将旗を掲げた軍艦三笠の模型のまはりにキユラソオの壜だのココアの罐だの干ほし葡萄ぶだうの箱だのが並べてある。が、軒先に「たばこ」と抜いた赤塗りの看板が出てゐるから、勿論マツチも売らない筈はない。彼は店を覗のぞきこみながら、「マツチ一つくれ給へ」と云つた。店先には高い勘定台の後ろに若い眇の男が一人、つまらなさうに佇ずんでゐる。それが彼の顔を見ると、算盤を竪に構へたまま、にこりともせずに返事をした。　ずつと以前から、――或はあの海軍の学校へ赴任した当日だつたかも知れない。彼はふとこの店へマツチを一つ買ひにはひつた。店には小さい飾り窓があり、窓の中には大将旗を掲げた軍艦三笠の模型のまはりにキユラソオの壜だのココアの罐だの干ほし葡萄ぶだうの箱だのが並べてある。が、軒先に「たばこ」と抜いた赤塗りの看板が出てゐるから、勿論マツチも売らない筈はない。彼は店を覗のぞきこみながら、「マツチ一つくれ給へ」と云つた。店先には高い勘定台の後ろに若い眇の男が一人、つまらなさうに佇ずんでゐる。それが彼の顔を見ると、算盤を竪に構へたまま、にこりともせずに返事をした。　ずつと以前から、――或はあの海軍の学校へ赴任した当日だつたかも知れない。彼はふとこの店へマツチを一つ買ひにはひつた。店には小さい飾り窓があり、窓の中には大将旗を掲げた軍艦三笠の模型のまはりにキユラソオの壜だのココアの罐だの干ほし葡萄ぶだうの箱だのが並べ

てある。が、軒先に「たばこ」と抜いた赤塗りの看板が出てゐるから、勿論マツチも売らない筈はない。彼は店を覗のぞきこみながら、「マツチ一つくれ給へ」と云つた。店先には高い勘定台の後ろに若い眇の男が一人、つまらなさうに佇ずんでゐる。それが彼の顔を見ると、算盤を竪に構へたまま、にこりともせずに返事をした。　ずつと以前から、——或はあの海軍の学校へ赴任した当日だつたかも知れない。彼はふとこの店へマツチを一つ買ひにはひつた。店には小さい飾り窓があり、窓の中には大将旗を掲げた軍艦三笠の模型のまはりにキユラソオの罎だのココアの罐だの干ほし葡萄ぶだうの箱だのが並べてある。が、軒先に「たばこ」と抜いた赤塗りの看板が出てゐるから、勿論マツチも売らない筈はない。彼は店を覗のぞきこみながら、「マツチ一つくれ給へ」と云つた。店先には高い勘定台の後ろに若い眇の男が一人、つまらなさうに佇ずんでゐる。それが彼の顔を見ると、算盤を竪に構へたまま、にこりともせずに返事をした。　ずつと以前から、——或はあの海軍の学校へ赴任した当日だつたかも知れない。彼はふとこの店へマツチを一つ買ひにはひつた。店には小さい飾り窓があり、窓の中には大将旗を掲げた軍艦三笠の模型のまはりにキユラソオの罎だのココアの罐だの干ほし葡萄ぶだうの箱だのが並べてある。が、軒先に「たばこ」と抜いた赤塗りの看板が出てゐるから、勿論マツチも売らない筈はない。彼は店を覗のぞきこみながら、「マツチ一つくれ給へ」と云つた。店先には高い勘定台の後ろに若い眇の男が一人、つまらなさうに佇ずんでゐる。それが彼の顔を見ると、算盤を竪に構へたまま、にこりともせずに返事をした。bibliography。2-way

引用・参考文献

[1] Meinard Müller. *Fundamentals of Music Processing – Using Python and Jupyter Notebooks*. Springer Verlag, 2nd edition, 2021.

[2] Sean R Eddy. What is a hidden markov model? *Nature biotechnology*, Vol. 22, No. 10, pp. 1315–1316, 2004.

[3] 後藤真孝, 村岡洋一ほか. 音楽音響信号を対象としたビートトラッキングシステム-小節線の検出と打楽器音の有無に応じた音楽的知識の選択. 情報処理学会研究報告音楽情報科学 (MUS), Vol. 1997, No. 67 (1997-MUS-021), pp. 45–52, 1997.

索引

先生が本当は使いたい教科書　**数学III**

2023 年 9 月 22 日　　初版 1 刷発行

著者　みむねこ

発行　猫の集会所

印刷　有限会社ねこのしっぽ