ED
ERA

NEW ERA
OF EDUCATION

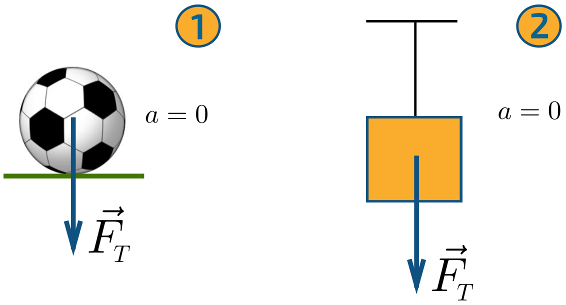
Right at your home.
Right in front of you.

Фізика I
Механіка
Концепція сили 2/3

Зміст

1 Реакція опори та підвісу

Перед вами дві ситуації →



В обох ситуаціях на тіло діє сила тяжіння. З іншого боку в обох ситуаціях прискорення $a = 0$. За другим законом Ньютона нульове прискорення може бути при умові, що рівнодійна сили дорівнює нулю. Силу тяжіння урівноважує так звана **сила реакції опори або підвісу**.

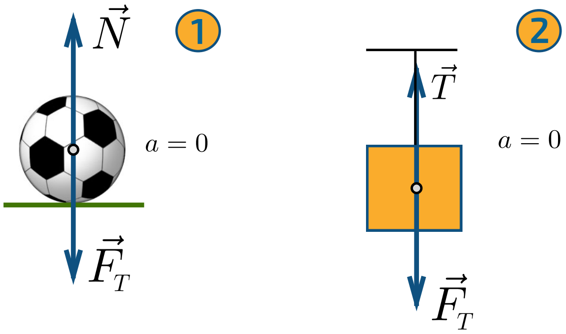
Означення

1. **Сила реакції опори** $\vec{N}$ - сила, що діє на тіло зі сторони опори (поверхні). Напрямлена перпендикулярно до поверхні, тому її також називають **нормальною силою**.

2. **Сила натягу нитки** $\vec{T}$ – сила, що діє на тіло з боку нитки. Напрямлена вздовж неї.

У двох зображених випадках ці сили виникають згідно з **третім законом Ньютона**. Внаслідок сили тяжіння тіло діє на опору (підвіс), які у свою чергу діють на тіло з такою самою силою, але у протилежному напрямку.

Зображувати дію усіх сил на центр тіла можна у випадку розгляду тіл, як матеріальних точок. В цьому курсі виключення будуть вказані.



1.1 Сила реакції опори та вага

Важливо пригадати формулювання третього закону Ньютона:

« Тіла діють одне на одне із силами, спрямованими вздовж однієї прямої, рівними за модулем і протилежними за напрямком. »

$$\boxed{\vec{F}_A = -\vec{F}_R}$$

F_A - дія першого тіла на друге; F_R - дія другого тіла на перше

У розглянутих нами випадках сила тяжіння і сила реакції опори – сили, що діють **на** тіло. Отже, вони не є силами з визначення третього закону Ньютона. Сила реакції опори за третім законом Ньютона дорівнює силі, з якою тіло діє на опору або підвіс. Ця сила називається **вагою**.

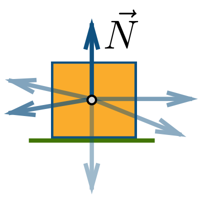
Означення

Вага $\vec{P}$ – сила, з якою тіло діє на горизонтальну опору або вертикальний підвіс. За третім законом Ньютона дорівнює по модулю **силі реакції опори** $\vec{N}$.

Вимірюється вага за допомогою **вагів або терезів**. Сучасні ваги на своєму табло показують масу тіла. Насправді вони вимірюють **силу**, з якою тіло тисне на них – вагу, а потім здійснюється перерахунок у масу і виводиться на екран. У випадку, коли ваги нерухомо стоять на землі вага дорівнює силі тяжіння $P = mg$.

Авторський алгоритм Отримання ваги в задачах

Вага за третім законом Ньютона дорівнює за модулем силі реакції опори або підвіса.



1. За другим законом Ньютона рівнодійна сил дорівнює масі тіла помноженій на прискорення:
$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_N} = m\vec{a}$$

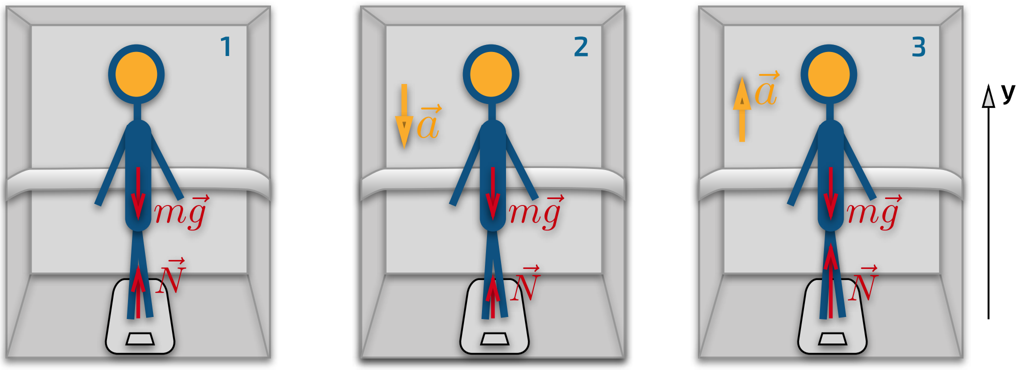
2. Розв'язуючи це рівняння, наприклад, за допомогою розкладання на проекції, виражаємо силу реакції опори або підвіса (в залежності від задачі)
$$\vec{N}/\vec{T}$$

3. За третім законом Ньютона:
$$\vec{P} = -\vec{N}$$

1.2 Приклади

Зараз ми розглянемо кілька розповсюджених прикладів на знаходження ваги $\vec{P}$.

1.2.1 Рух у ліфті



Розглядаємо три випадки руху в ліфті: рівномірний або стан спокою, рівноприскорений (вгору), рівноприскорений (вниз). Оцінимо, як будуть відрізнятися покази вагів.

На тіло діє всього дві сили: сила тяжіння $\vec{F}_т = m\vec{g}$ та сила реакції опори $\vec{N}$.

Другий закон Ньютона:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

1. **Ліфт у стані спокою або рухається с постійною швидкістю** $\boxed{a = 0}$
   Другий закон Ньютона в проекції на y:

   $$N - mg = 0 \;\Rightarrow\; N = mg$$

   Третій закон Ньютона:

   $$P = N = mg$$

2. **Ліфт рухається з прискоренням, напрямленим вниз** $\boxed{a_y < 0}$
   Другий закон Ньютона в проекції на y:

   $$N - mg = -ma \;\Rightarrow\; N = m(g - a)$$

   Третій закон Ньютона:

   $$P = N < mg$$

3. **Ліфт рухається з прискоренням, напрямленим вгору** $\boxed{a_y > 0}$
   Другий закон Ньютона в проекції на y:

   $$N - mg = ma \;\Rightarrow\; N = m(g + a)$$

   Третій закон Ньютона:

   $$P = N$$

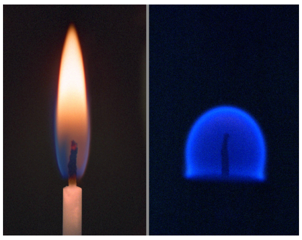
Отже, при русі ліфта з прискоренням напрямленим вниз, вага тіла зменшується. При прискоренні напрямленому вверх, вага – збільшується. Ви можете відчути ці ефекти самостійно рухаючись у ліфті. При початку руху вниз відчувається «легкість», а при русі вверх – навпаки, вас ніби притискає до підлоги.

Означення

Невагомість (відсутність ваги) – стан тіла при якому відсутня взаємодія з опорою.

В нашому прикладі з ліфтом тіло перебувало би у стані невагомості, якщо би він рухався вниз з прискорення $\vec{g}$.

$$P = N = m(g - a) = |a = g| = 0$$

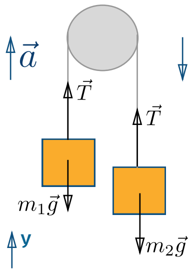


Полум'я свічки при звичайних умовах та при невагомості *(знімок з сайту NASA)*.

З іншого боку збільшення ваги внаслідок прискорення називають **перевантаженням**. Часто, наприклад, при виконанні трюків на літаках перевантаження вимірюють в кількості g. Наприклад, при польоті на спортивних літаках досягається перевантаження $10g$. Це означає, що вага при цьому $10mg$.

1.2.2 Система тіл, що з'єднані ниткою

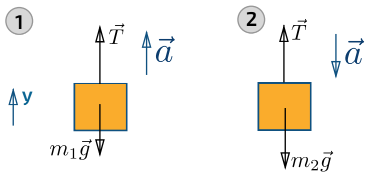
Уявіть блок, що обертається. Через нього перекинута **нерозтяжна** нитка, на якій з двох сторін закріплені блоки різної маси $m_2 > m_1$. Таким чином з'являється прискорення.



Перше, що важливо. Якщо сказано, що нитка **нерозтяжна**, сила натягу T у будь-якій її точці **однакова**. За третім законом Ньютона вага дорівнює силі натягу нитки. Виходить, що для даного випадку **вага у двох тіл різної маси однакова**. Це дуже важливий концептуальний момент. Не плутайте масу з вагою!

Другий момент. Коли ви маєте систему тіл, ви можете розглядати кожне тіло окремо. У англомовній літературі такий підхід називається **Free body diagram**.

Напрямимо вісь y вгору та розглянемо кожне тіло окремо.



1. Другий закон Ньютона: $m_1\vec{g} + \vec{T} = m_1\vec{a} \;\Rightarrow\; -m_1 g + T = m_1 a$
$$T = m_1(a + g)$$
2. Другий закон Ньютона: $m_2\vec{g} + \vec{T} = m_2\vec{a} \;\Rightarrow\; -m_2 g + T = -m_2 a$
$$T = m_2(g - a)$$

Тепер можна прирівняти сили натягу нитки і отримати прискорення кожного з блоків. Вони, до речі, також однакові.

$$m_1(a + g) = m_2(g - a) \;\Rightarrow\; a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1) \;\Rightarrow\; \boxed{a = g\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}}$$

Оцінимо правильність формули.

- Якщо би **маси були однакові**, то система перебувала би у рівновазі.
$$m_1 = m_2 \to a = 0$$
.
- Якщо би **одного тіла взагалі не було**, то інше тіло рухалось би просто з прискоренням $\vec{g}$.
$$m_1 = 0 \to a = g\frac{m_2}{m_2} = g$$

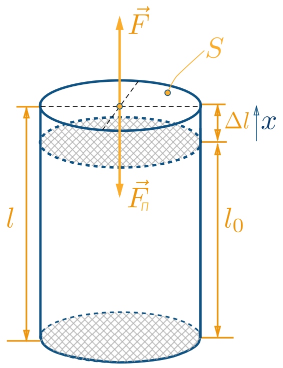
2 Сила пружності та закон Гука

Якщо прикласти силу до якогось тіла, то воно **деформується**.

Означення

Деформація – це зміна форми твердого тіла під дією зовнішньої сили.

Пружна деформація – деформація, яка повністю зникає після припинення дії зовнішньої сили. Форма тіла повертається у своє "звичне" положення.



l_0 – довжина тіла у спокої;
l - довжина тіла після деформації;
$\Delta l = l - l_0$ – видовження тіла;
S – площа поперечного перерізу;
$\vec{F}$ – прикладена сила;
$\vec{F}_П$ – сила пружності;

Означення

Сила пружності $\vec{F}_П$ – сила, що виникає внаслідок деформації тіла і напрямлена в протилежну сторону до напрямку, вздовж якого відбувається деформація.

На рисунку зображено тверде тіло, яке розтягують з силою $\vec{F}$. Виникає сила пружності $\vec{F}_П$, яка противиться деформації тіла і намагається повернути його в "звичний" стан.

Інтуітивно зрозумілі наступні моменти

1. Чим більша початкова довжина l_0, тим легше видовжити тіло на певну Δl

$$\Delta l \sim l_0$$

2. Чим більше прикладена сила $\vec{F}$, тим більше видовження тіла Δl

$$\Delta l \sim F$$

3. Чим більша площа перерізу S, тим складніше видовжити тіло на певну Δl

$$\Delta l \sim \frac{1}{S}$$

З усього вищезазначеного: $\boxed{\Delta l \sim \frac{Fl_0}{S}}$

Перетворивши отриману пропорційність отримаємо $\frac{F}{S} \sim \frac{\Delta l}{l_0}$

Ми використали усі параметри, що пов'язані з формою об'єкта. Залишилось для повної рівності використати параметр, який характеризує фізичну властивість матеріала створювати спротив диформації – **модуль Юнга** E $[\frac{H}{м^2} =$ Паскаль (Па)].

Матеріал	Алмаз	Скло	Гума	Лід	Фарфор	Нейлон
Модуль Юнга, ГПа	1220	50 - 90	0.01 - 0.1	3	59	1,2 - 1,5 кПа

Тепер ми готові к отриманню фундаментального закону, який пов'язує силу пружності з видовженням тіла:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow F = \frac{SE}{l_0}\Delta l \Rightarrow F = k\Delta l \Rightarrow \boxed{F_{пx} = -k\Delta l}$$

Закон Гука

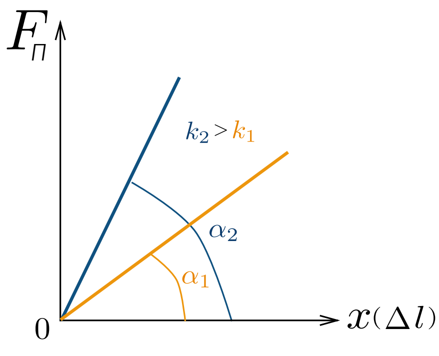
– сила пружності протилежна до напрямку видовження (x)

k – коеффіцієнт жорстоксті [Н/м]

σ – механічна напруга [Н/м²]

ε – відносне видовження [од.]

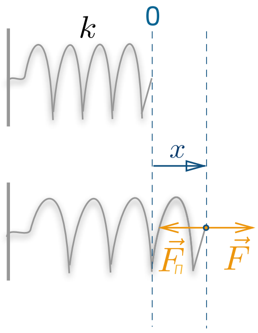
Закон Гука говорить про пропорційність між силою пружності $F_П$, яка виникає внаслідок деформації і видовженням тіла Δl. Чим більший коефіцієнт жорсткості k, тим швидше зі збільшенням видовження зростає сила пружності, яка намагається повернути тіло у свій "звичний" стан. На рисунку $k = tg\,\alpha$.



Слід зауважити, що закон Гука в реальному житті виконується до **певної межі** по механічній напрузі. Після цієї межі тіло вже стає деформованим і не повертається у початковий стан. В школі не розглядається цей випадок.

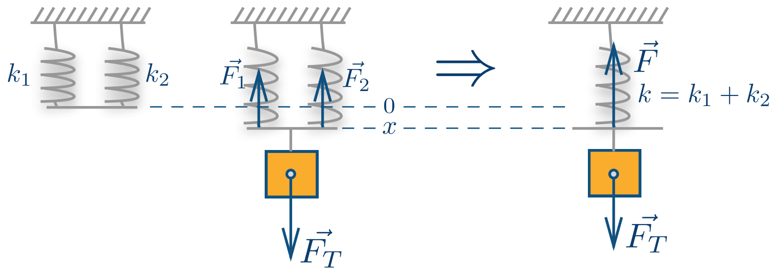
2.1 Послідовне та паралельне з'єднання пружин

В задачах з пружинами використовується закон Гука. При цьому на відміну від розглянутої нами деформації твердих тіл, тут використовується саме коефіцієнт жорсткості k. На рисунку зображено видовження пружини під дією сили $\vec{F}$ та виникаючу внаслідок цього силу $\vec{F}_{\Pi}$, напрямлену протилежно до напрямку здійснення видовження (x).



Комбінація пружин з різними коефіцієнтами жорсткості $k_1, k_2...k_n$ може бути заміненою однією еквівалентною пружиною з певним k. Для того, щоб вміти робити такі операції розглянемо паралельне та послідовне з'єднання пружин.

1. **Паралельне з'єднання пружин** Нехай дві пружини з k_1 та k_2 з'єднані паралельно. Тоді, якщо ми закріпимо вантаж, як зображено на рисунку, то внаслідок дії сили тяжіння $\vec{F}_T$ виникає деформація пружин і відповідно дві сили пружності $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$.



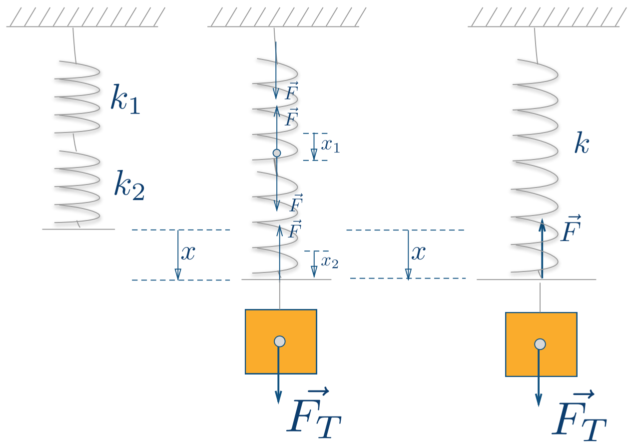
Модуль сили пружності першої пружини: $F_1 = k_1 x$
Модуль сили пружності другої пружини: $F_2 = k_2 x$
За другим законом Ньютона: $\vec{F}_T + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \;\Rightarrow\; F_T = F_1 + F_2$

$$F_T = k_1 x + k_2 x$$

Коли ми замінемо цю систему однією еквівалентною пружиною з коефіцієнтом жорсткості k, то сила пружності, яка в ній виникне буде дорівнювати силі тяжіння: $F = F_T = kx$
Отже, якщо пружини з'єднані паралельно, то їх можна замінити однією пружиною, коефіцієнт жорсткості якої є сумою коефіцієнтів кожної із пружин:

$$kx = k_1 x + k_2 x \;\Rightarrow\; \boxed{k = k_1 + k_2}$$

2. **Послідовне з'єднання пружин** Нехай дві пружини з k_1 та k_2 з'єднані послідовно. Тоді, якщо ми закріпимо вантаж, як зображено на рисунку, то внаслідок дії сили тяжіння $\vec{F_T}$ виникає деформація пружин і відповідно сила пружності F в кожній з пружин. Це зрозуміло, якщо використати третій закон Ньютона. Сила тяжіння викликає силу пружності у першій пружині, яка дорівнює силі тяжіння. З такою ж силою перша пружина діє на другу, і в ній виникає сила пружності, яка також дорівнює силі тяжіння. $F_1 = F_2 = F$



Кожна пружина внаслідок дії на них однакової сили розтягується на різні x_1 та x_2. Якщо ми систему послідовно з'єднаних пружин замінимо однією еквівалентною, то видовження такої пружини x повинно дорівнювати сумі видовжень x_1 та x_2. Давайте отримаємо для кожної з пружин видовження та підставимо у $x = x_1 + x_2$.

Видовження першої пружини: $x_1 = \dfrac{F}{k_1}$

Видовження другої пружини: $x_2 = \dfrac{F}{k_2}$

Видовження еквівалентної пружнии: $x = \dfrac{F}{k}$

Підставляємо у $x = x_1 + x_2$:

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

Отже, якщо пружини з'єднані послідовно, то їх можна замінити однією пружиною, коефіцієнт жорсткості якої можна розрахувати за допомогою вищезазначеної формули.