

Paralelizace algoritmu pro hledání maximálních nezávislých množin

Milan Munzar, Jakub Sochor

Fakulta informačních technologií VUT v Brně

11. prosince 2013

Definice

Mějme neorientovaný graf $G(V, E)$. Podmnožinu $S \subseteq V$ nazveme maximální nezávislou množinou právě tehdy, když platí:

$$\forall v_1, v_2 \in S : (v_1, v_2) \notin E \quad \wedge \quad \forall v' \in V \setminus S : Adj(v') \cap S \neq \emptyset$$

- *NP*-úplný problém

Algoritmus pro hledání maximálních nezávislých množin

- ▶ Využívá backtracking
- ▶ Používá vzájemně disjunktní množiny uzlů N , S , R
 - ▶ N – zatím nevyzkoušeno
 - ▶ S – již vyzkoušeno přidání
 - ▶ R – nezávislá množina
- ▶ Množiny N , S , R udržovány v matici
- ▶ Časová složitost $O(2^{\frac{n}{3}})$
- ▶ Prostorová složitost $O(\alpha(G) \cdot n)$

Algoritmus pro hledání maximálních nezávislých množin

1. Postupně se zanořuje a rozšiřuje množinu R
2. Testuje, jestli množina R je maximální nezávislá množina
3. Testuje, jestli je R možné zvětšit na novou maximální nezávislou množinu
4. Případně se navrácí a upravuje stavy množin N , S , R

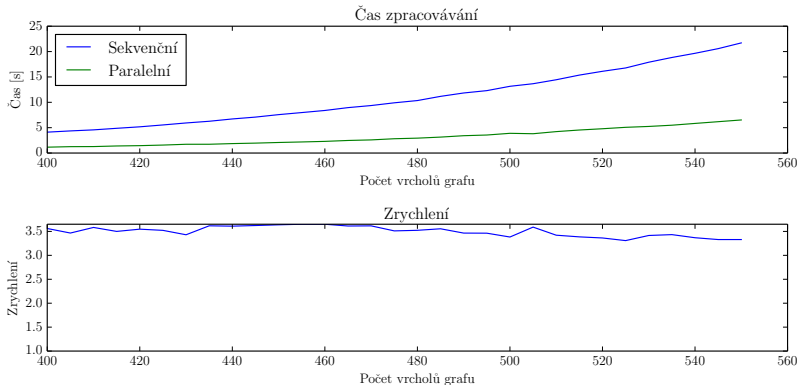
Paralelizace algoritmu

```
function PARINDSETS(Graph  $G$ )  
     $independent\_sets \leftarrow \emptyset$   
     $N_0 \leftarrow V$   
     $R_0, S_0 \leftarrow \emptyset$   
    for  $v \in V$  do  
         $seqIndSets(G, v, N_0, R_0, S_0, independent\_sets)$  in parallel  
         $N_0 \leftarrow N_0 \setminus \{v\}$   
         $S_0 \leftarrow S_0 \cup \{v\}$   
        if  $\exists y \in S_k : Adj(y) \cap N_k = \emptyset$  then  
            break  
        end if  
    end for  
    return  $independent\_sets$   
end function
```

- ▶ C++
- ▶ Boost
- ▶ C++11: `thread`, `mutex`, `high_resolution_clock`

Porovnání se sekvenčním algoritmem

- ▶ 4 fyzická jádra 3 GHz, 4 GB RAM
- ▶ Zrychlení kolem 3,5
- ▶ Klesá s počtem maximálních nezávislých množin



- ▶ DEMEL, Jiří. *Grafy a jejich aplikace*. Vyd. 1. Praha: Academia, 2002, 257 s. ISBN 80-200-0990-6.
- ▶ TARJAN, Robert Endre, TROJANOWSKI Anthony E. *Finding a maximum independent set*. SIAM Journal on Computing 6.3 (1977): 537-546.