
마지막 변경일 2021년 12월 28일

** 탄젠트함수 **

Geogebra와 수학의 시각화 책의 2.3소절 내용임.

<https://colab.research.google.com/github/min7014/2021/blob/main/2021042606>

가장 최근 파일은 링크를 누르면 받아 보실 수 있습니다.

<https://min7014.github.io/2021/2021042606.pdf>

자료의 수정이 필요한 부분이 있으면 언제든지

민은기 E-mail : min7014@nate.com

이경수 E-mail : ksteach81@gmail.com

으로 연락주시면 감사하겠습니다.

강의록을 보기전에 프로그램 설치를 반드시 읽어보시고 꼭 지오지브라 클래식 5를 설치하시기 바랍니다.

<https://min7014.github.io/2021/2021042603.pdf>

* 주요변경내역 *

2017.06.24 Geogebra와 수학의 시각화 책에 엮어 출간.

2021.12.28 중간에 나오는 반지를이 이라는 단어를 반지름이로 오탈자 수정.

2021.12.28 깃허브로 <https://min7014.github.io> 연결 사이트 변경

차례

차례	i
제 1 장 Geogebra를 활용한 기하와 함수	1
1.1 탄젠트함수	3

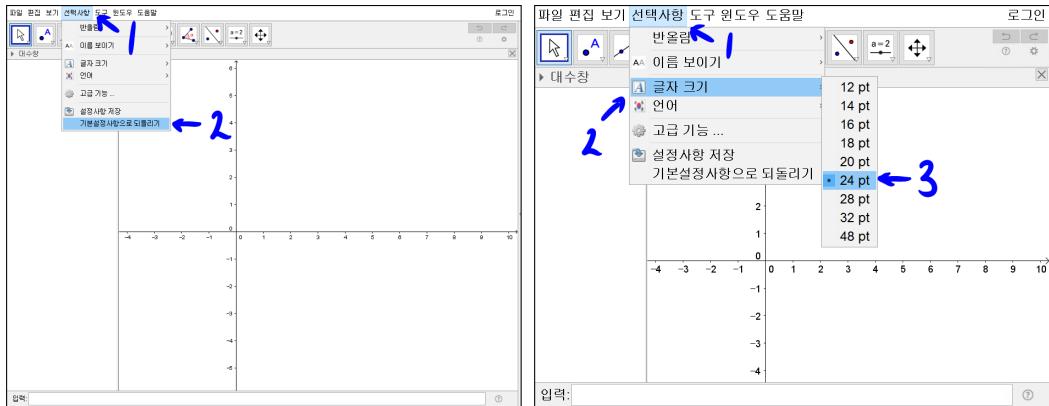
제 1 장

Geogebra를 활용한 기하와 함수

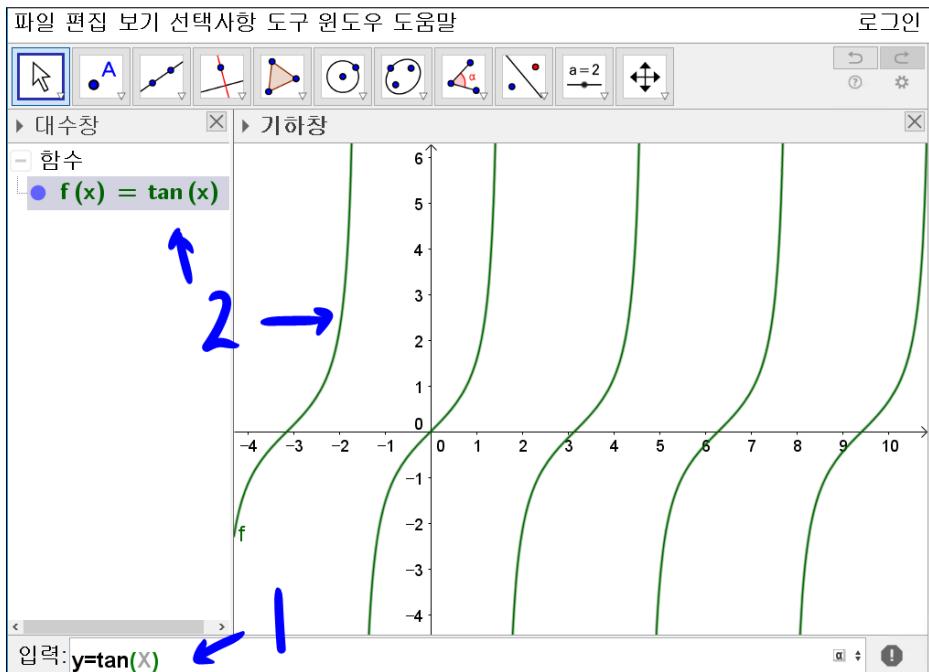
제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

1.1 탄젠트함수

고등학교 과정에서 나오는 탄젠트함수를 Geogebra를 사용하여 만들어 보겠습니다.

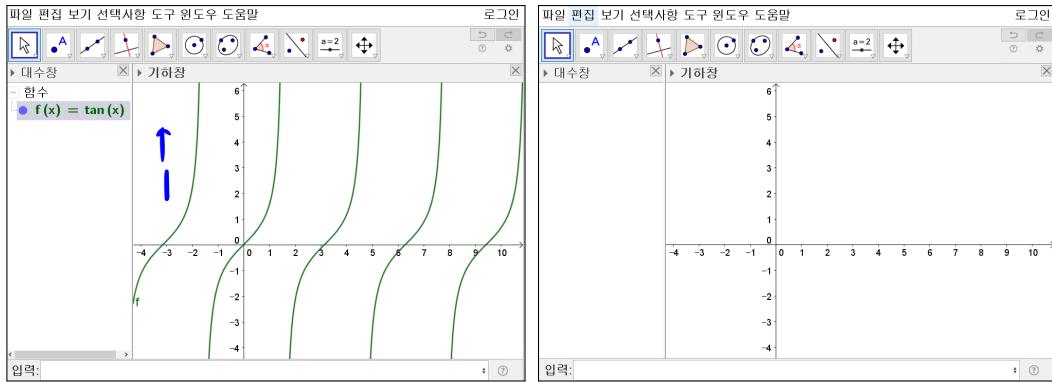


처음 시작환경을 같게 하기 위해서 선택사항에서 기본설정사항으로 되돌리기 를 선택합니다. 선택사항에서 글자 크기를 24pt로 선택합니다.

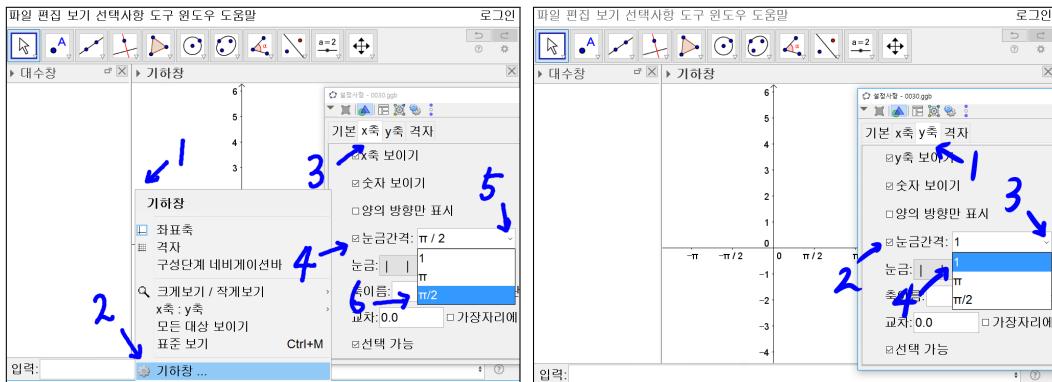


제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

탄젠트함수를 그리는 가장 간단한 방법은 입력창에 $y = \tan(x)$ 를 입력하는 것입니다. 그러나 이는 완성된 \tan 함수를 나타낸 것일 뿐입니다. 지도용으로 사용할 자료는 삼각함수의 정의에 따라 함수가 그려지는 과정이 보이도록 제작해야 합니다.

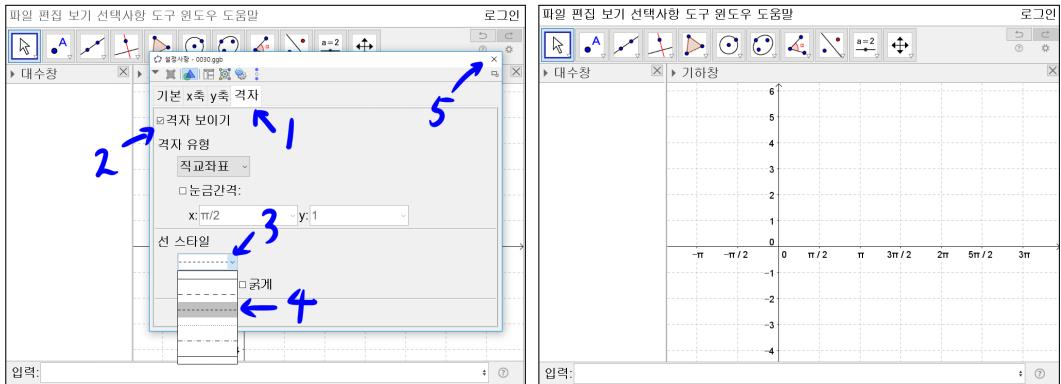


기하창을 선택하고 [Ctrl]를 누른 상태에서 [A]를 누르면 모든 대상이 선택됩니다. [Delete]를 눌러 삭제합니다.

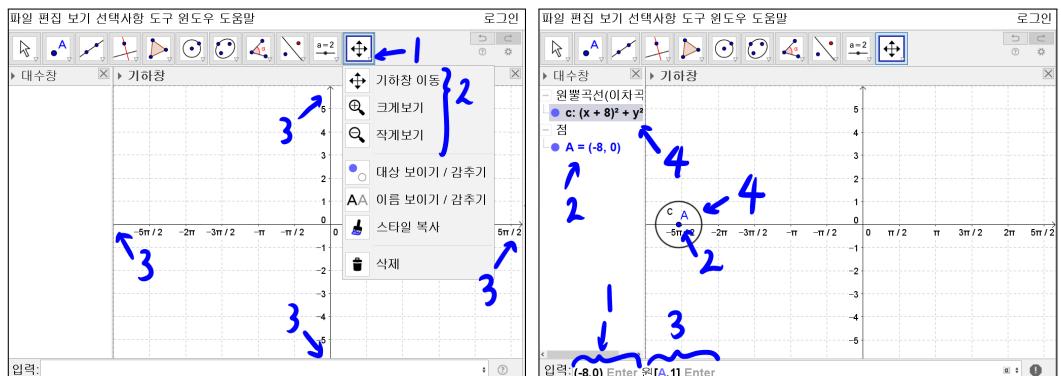


x 축의 단위 눈금을 $\frac{\pi}{2}$ 로 설정하겠습니다. 기하창에서 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 기하창 설정으로 들어갑니다. x 축 탭에서 눈금간격의 체크상자를 선택합니다. 눈금간격의 리스트 박스에서 $\frac{\pi}{2}$ 에 해당하는 눈금 $\pi/2$ 를 선택합니다. y 축 탭에서 눈금간격의 체크상자를 선택합니다. 눈금간격의 리스트 박스에서 1에 해당하는 눈금을 선택합니다.

탄젠트함수

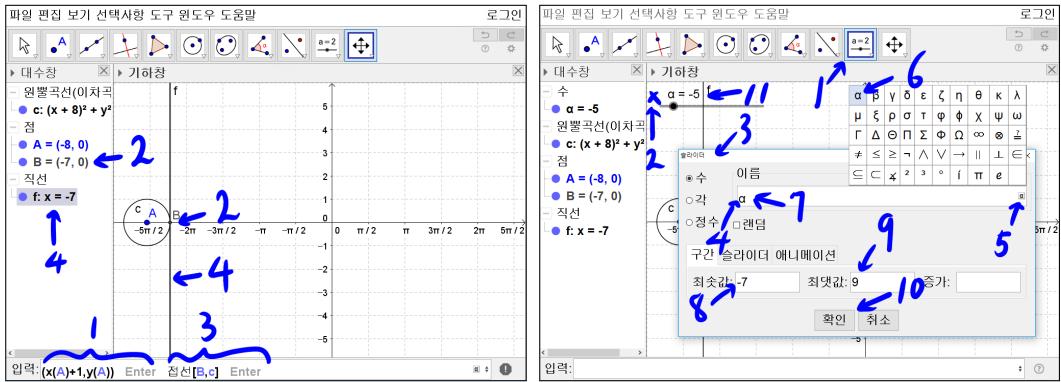


격자 탭에서 격자 보이기를 체크하고 선 스타일의 리스트 박스에서 두 번째 점선을 선택합니다. 설정사항 창을 닫으면 기하창에 x 축의 단위눈금이 $\frac{\pi}{2}$ 이고 y 축의 단위눈금이 1인 격자 좌표평면이 나타납니다. \tan 함수를 그리기 위한 좌표평면 설정을 완료했습니다.

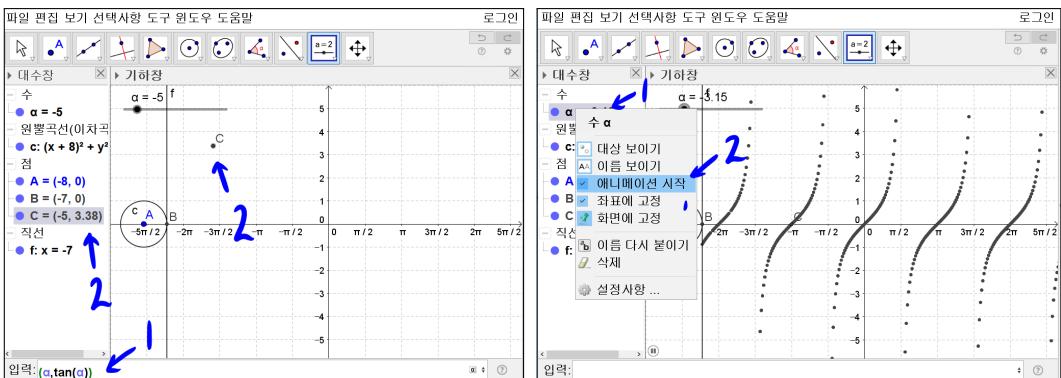


기하창 이동, 크게보기, 작게보기를 사용하여 x 축, y 축의 최대 최소 눈금을 그림과 같이 맞추어줍니다. 입력창에 $(-8, 0)$ 을 입력합니다. 대수창에 $A = (-8, 0)$ 이 나타나고 기하창에 점 A가 있습니다. 입력창에 원 $[A, 1]$ 을 입력합니다. 대수창에 $c : (x + 8)^2 + y^2 = 1$ 이 나타나고 기하창에 원 c가 그려졌습니다. 이때, 원 $[A, 1]$ 은 중심이 점 A이고, 반지름이 1인 원을 그리는 명령어입니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

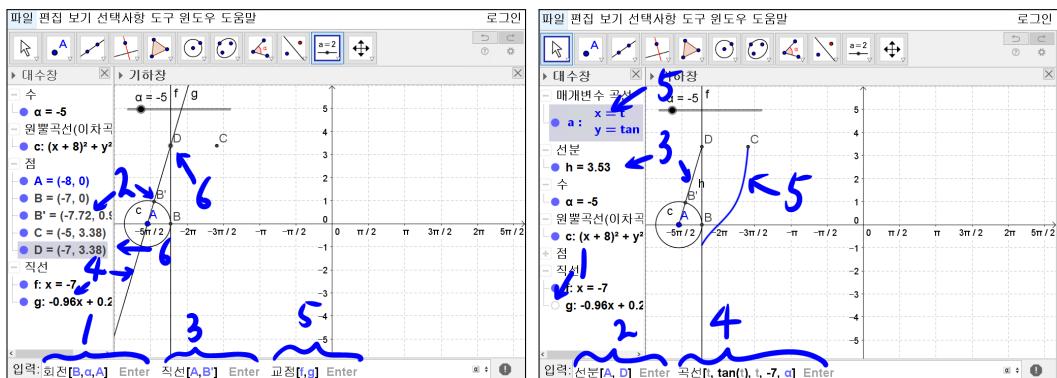


입력창에 $(x(A) + 1, y(A))$ 를 입력합니다. 대수창에 $B = (-7, 0)$ 이 나타나고 기하창에 점 B가 나타납니다. $(x(A) + 1, y(A))$ 의 뜻은 점 A의 x 좌표에 1을 더한 것을 x 좌표로 하고 점 A의 y 좌표를 y 좌표로 하는 점을 의미합니다. 입력창에 접선[B, c]를 입력합니다. 대수창에 $f : x = -7$ 이 나타나고 원 c의 접선 a가 그려졌습니다. 접선[B, c]은 점 B를 지나고 c에 접하는 접선을 만들라는 의미입니다. ‘슬라이더’ 도구를 선택합니다. ‘x’ 표시 위치를 선택하고 수를 선택하고 이름 빈칸을 선택한 후 α 모양을 선택하면 문자 입력이 나오는데 여기서 α 를 선택하면 이름창에 α 가 쓰여집니다. 최솟값은 -7, 최댓값 9를 입력하고 확인을 선택합니다. 슬라이더 α 가 만들어집니다. 슬라이더 α 를 선택하여 방향키나 마우스를 끌어서 $\alpha = -5$ 로 기본 세팅해 놓습니다.



탄젠트함수

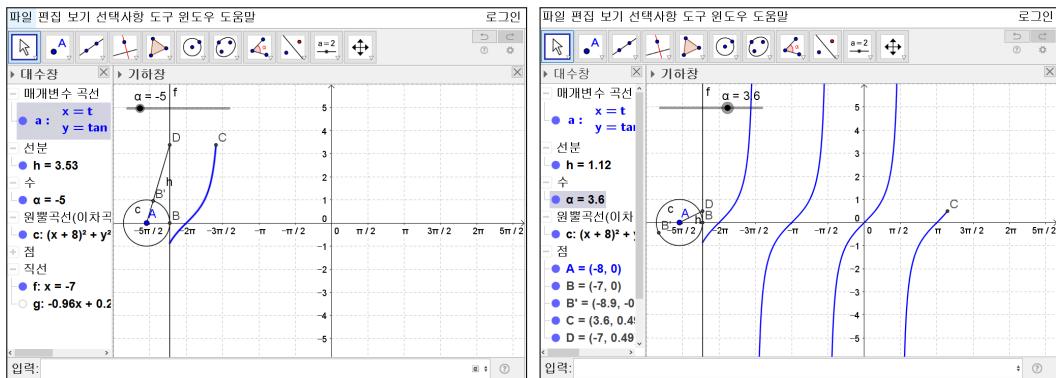
입력창에 $(\alpha, \tan(\alpha))$ 를 입력합니다. 대수창에 $C = (-5, 3.38)$ 이 나타나고 기하창에 점 C가 찍혀집니다. 동적기하를 보여드리겠습니다. 점 C에 오른쪽 마우스 클릭하고 자취보이기를 선택합니다. 슬라이더 α 에 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하고 애니메이션 시작을 선택합니다. 탄젠트 함수가 그려지는 것이 보입니다. 지취보이기와 슬라이더를 활용한 동적기하를 보여주는 좋은 예입니다. 원상복구 시켜보겠습니다. 슬라이더 α 에 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 애니메이션 시작을 선택하면 움직임이 멈춥니다. 참고로 기하창의 움직이는 대상은 선택하기 어려우므로 대수창에서 대상을 선택하는 것이 좋습니다. 슬라이더를 $\alpha = -5$ 로 다시 설정해놓습니다. [Ctrl]를 누른 상태에서 [F]를 누르면 자취가 사라집니다. 또는 이런 어려운 과정 없이 단순히 [Ctrl]를 누른 상태에서 [Z]를 누르면 전 단계로 가게 됩니다.



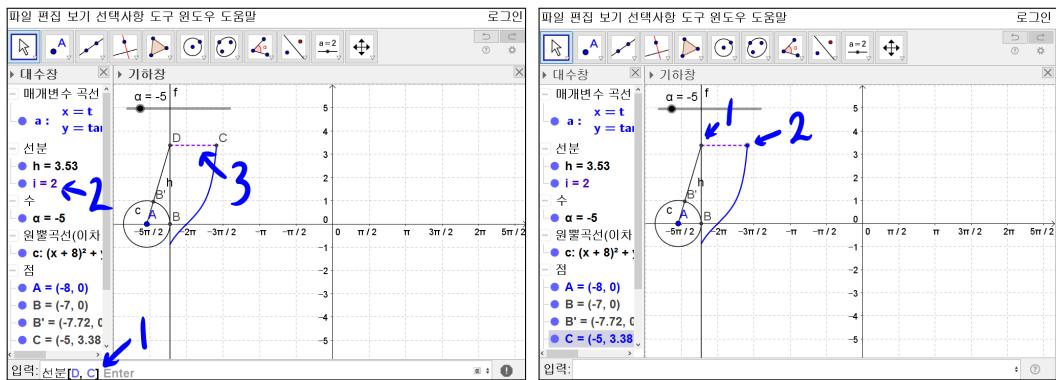
입력창에 회전[B, α , A] 입력합니다. 대수창에 $B' = (-7.72, 0.96)$ 이 나타나고 기하창에 점 B' 가 찍혀집니다. 입력창에 직선[A, B']를 입력합니다. 대수창에 $g : -0.96x + 0.28y = 7.67$ 이 나타나고 기하창에 직선 g 가 나타납니다. 입력창에 교점[f, g]를 입력합니다. 대수창에 $D = (-7, 3.38)$ 이 나타나고 기하창에 교점 D가 나타납니다. 대수창에서 직선 g 앞의 동그라미를 선택해주면 직선 g 가 사라집니다. 입력창에 선분[A, D]를 입력합니다. 대수창에 $d = 3.53$ 이 나타나고 기하창에 선분 d가 나타납니다. 선분[A, D]는 점 A, 점 D를 연결하는 선분을 만들라는 명령어입니다. 다시 입력창에 조금 긴 명령어를 넣겠습니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

곡선 $[t, \tan(t), t, -7, \alpha]$ 를 입력합니다. 대수창에 매개변수 곡선 e가 나타납니다. 곡선 $[t, \tan(t), t, -7, \alpha]$ 은 x좌표를 t로 하고 y좌표를 $\tan(t)$ 로 하고 t가 -7 에서 α 까지의 범위에서 매개변수 곡선을 그리라는 명령어입니다. 대수창에서 매개변수 곡선 a에 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 설정사항을 선택합니다. 기본에서 이름보이기 체크상자를 체크해제 합니다. 색상에서 파란색을 선택합니다. 스타일에서 선 굵기를 5로 설정합니다.



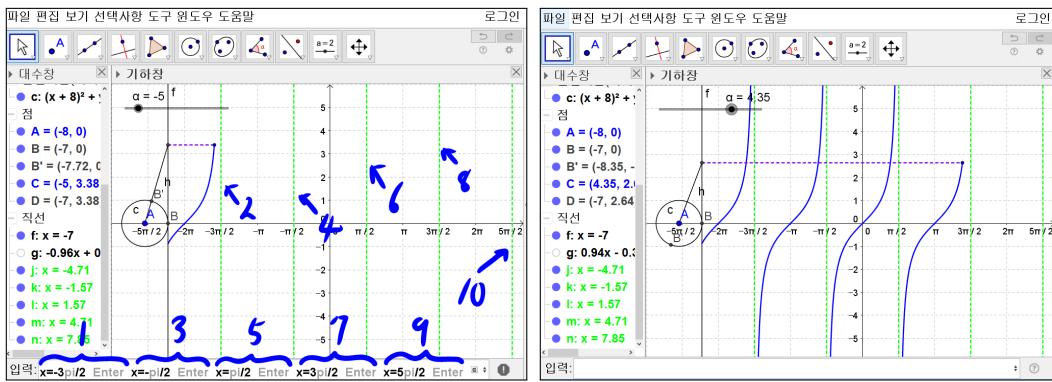
슬라이더 α 를 움직이면 값에 따라 \tan 그래프가 그려집니다. \tan 함수가 그려지는 과정을 보고 있습니다. 다시 슬라이더 α 를 -5 로 설정해 놓습니다.



지금부터는 탄젠트 함수의 점근선과 보조선들을 그려보도록 하겠습니다. 입력창에 선분[D, C] 입력합니다. 대수창에 $i = 2$ 이 나타나고 기하창에 선분 i가 나

탄젠트함수

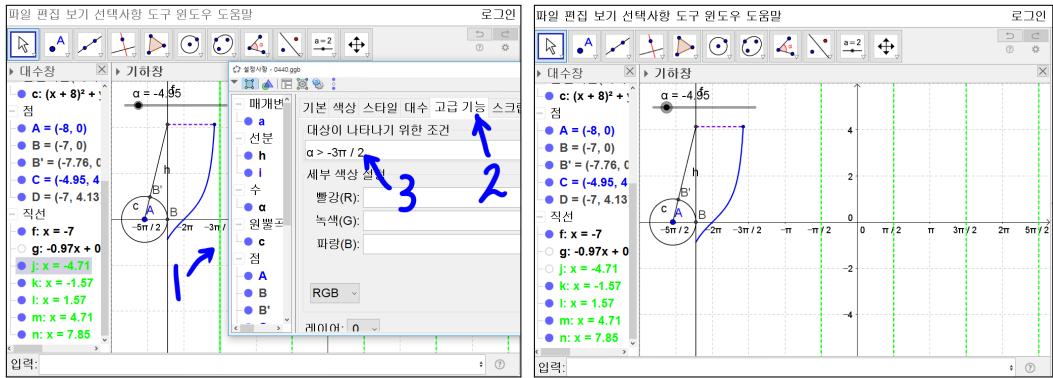
타닙니다. 선분 i 의 설정사항으로 들어가서 기본 탭에서 이름 보이기를 체크해 제하고 색상 탭에서 보라색을 선택하고 스타일 탭에서 선 굵기를 5로 하고 선 스타일의 리스트 박스에서 두 번째 점선을 선택합니다. 점 D는 이름이 보이지 않는 점으로 합니다. 점 C는 이름이 보이지 않는 파란색의 크기가 5인 점으로 합니다.



입력창에 $x = -3\pi/2$, $x = -\pi/2$, $x = \pi/2$, $x = 3\pi/2$, $x = 5\pi/2$ 라고 차례로 입력하면 점근선이 만들어집니다. 점근선을 모두 이름이 보이지 않는 녹색의 굵기가 5인 점선으로 바꿉니다. 슬라이더 α 에 애니메이션 시작을 체크하면 자연스럽게 탄젠트 함수의 그래프가 그려지는 것을 볼 수 있습니다. 기하창 왼쪽 아래에 애니메이션 멈춤 버튼을 클릭합니다.

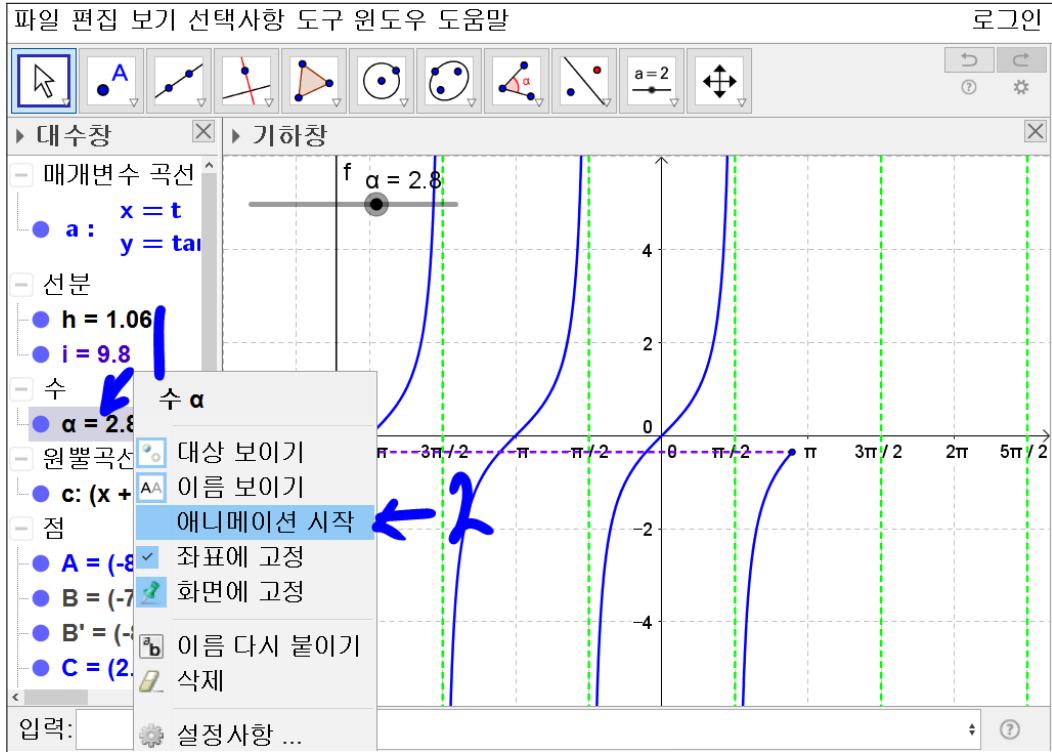
지금부터는 탄젠트 그래프가 각 점근선의 위치를 통과하는 순간에 점근선이 나타나도록 설정을 하겠습니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

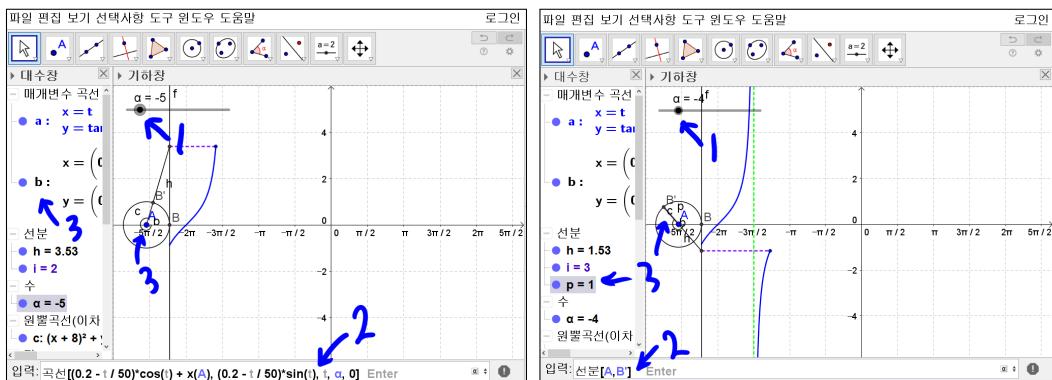


$x = -\frac{3\pi}{2}$ 에 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 설정으로 들어갑니다. 고급기능 탭에서 대상이 나타나기 위한 조건에 $\alpha > -3\pi/2$ 를 입력합니다. α 나 π 는 앞에서 특수문자 α 를 입력했던 것과 같은 방식으로 α 표시를 선택하여 입력하면 됩니다. 자 한번 시험해 봅니다. 슬라이더 α 의 값을 움직여 $\alpha = -5$ 로 만들어 봅니다. $x = -\frac{3\pi}{2}$ 이 사라졌을 것입니다. 다시 슬라이더 α 의 값을 움직여 $\alpha = -4.5$ 로 만들어 봅니다. 탄젠트 함수가 $x = -\frac{3\pi}{2}$ 를 통과하는 순간 점근선이 그려짐을 볼 수 있습니다. 즉, 대상이 나타나기 위한 조건이 참일 때에만 대상이 나타나는 것입니다. 나머지 점근선 $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}$ 에 대해서도 설정사항에 들어가서 대상이 나타나기 위한 조건에 각각 $\alpha > -\pi/2, \alpha > \pi/2, \alpha > 3\pi/2, \alpha > 5\pi/2$ 를 입력합니다.

탄젠트함수



슬라이더 α 에 애니메이션 켜기를 체크하면 그래프가 그려지는 부분이 점근선이 생기는 부분을 통과하는 순간 점근선이 아름답게 그려지는 것을 볼 수 있습니다.

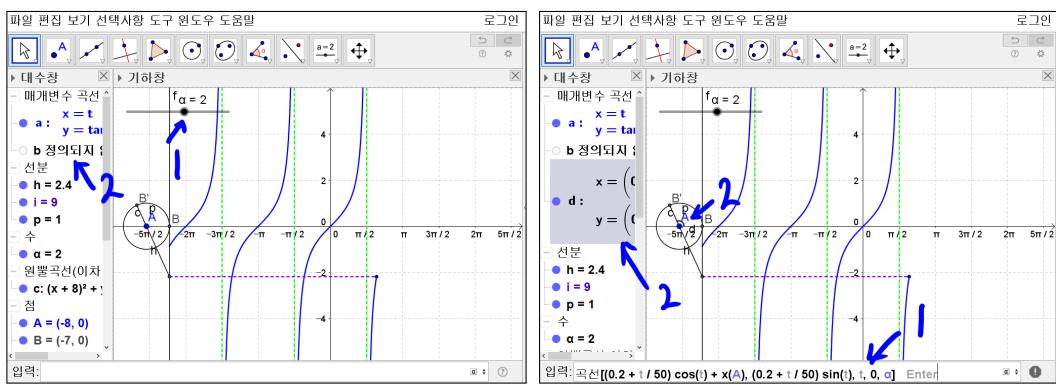


제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

슬라이더 α 를 $\alpha = -5$ 로 설정합니다. 입력창에

$$\text{곡선}[(0.2 - t/50) * \cos(t) + x(A), (0.2 - t/50) * \sin(t), t, \alpha, 0]$$

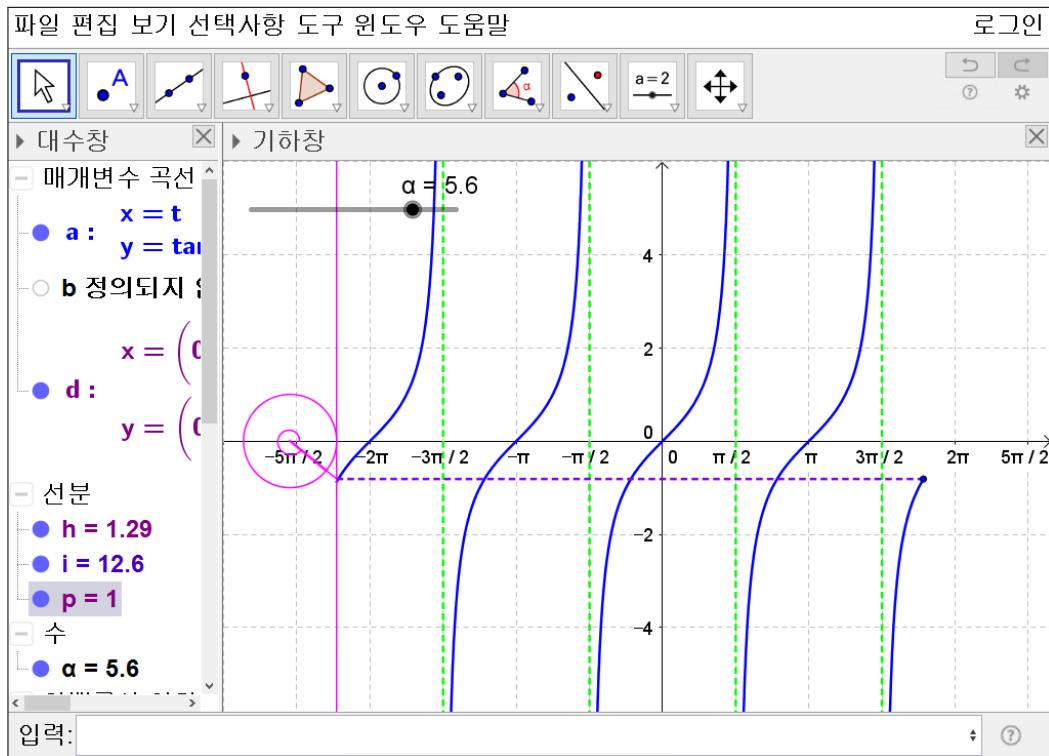
를 입력합니다. 점 A에 일반각의 크기를 나타내는 곡선이 생겼습니다. 슬라이더 α 를 $\alpha = -4$ 로 설정합니다. 선분[A, B']을 입력합니다. 일반각의 크기가 점 A의 주위에 곡선으로 표시가 된 모습을 볼 수 있습니다.



슬라이더 α 를 조절하여 $\alpha = 2$ 에 맞추면 ‘b정의되지 않음’이 뜹니다. 왜냐하면 곡선 명령어에서 4번째 인자가 최솟값, 5번째 인자가 최댓값을 나타내므로 α 가 0보다 작을 때에만 곡선이 그려지기 때문입니다. 양의 각에 대한 곡선에 대한 부분을 추가로 그려야 하겠습니다. 위와 같은 함수를 사용하여 입력창에

$$\text{곡선}[(0.2 + t/50) * \cos(t) + x(A), (0.2 + t/50) * \sin(t), t, 0, \alpha]$$

을 입력합니다. 기하창에 곡선으로 양의 각이 표현된 것이 보입니다.

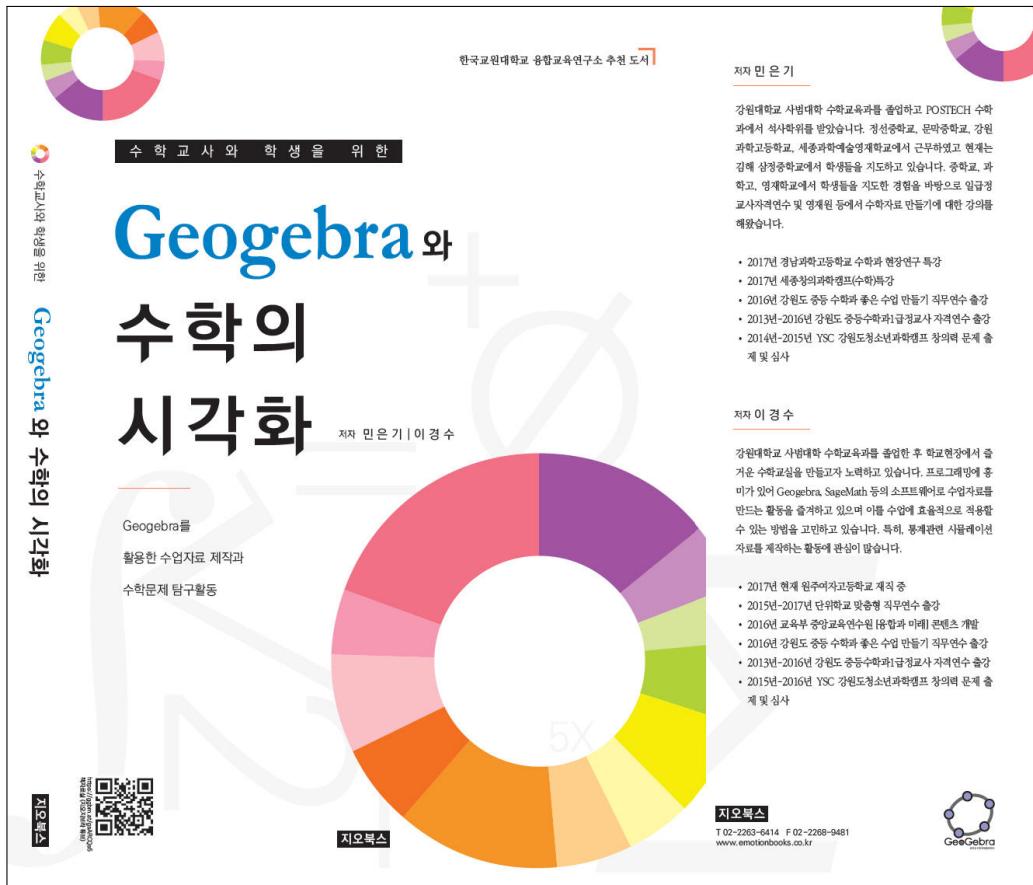


이제 각각의 대상의 설정에서 기본, 색상, 스타일을 바꾸면서 꾸며서 완성하면 됩니다. 이렇게 만든 다음 슬라이더 α 에 애니메이션 시작을 체크하면 탄젠트 함수의 정의에 따라 탄젠트 함수가 자연스럽게 그려지는 것을 확인 할 수 있습니다. 탄젠트 함수의 그래프를 그리면서 기하창에 각각의 도구를 활용하여 일일이 그리지 않고 명령어를 활용하여 그리는 것을 해 보았습니다. 직접 그리는 것과 명령어를 입력하는 것에는 장단점이 있습니다. 단점으로는 각각의 명령어를 외워야 한다는 부담이 있습니다. 하지만 명령어가 필요할 때 대상의 정의를 보면 명령어를 어떤 식으로 썼는지를 살펴볼 수 있습니다. 처음 볼 때 복잡해 보이겠지만, 시행착오를 거치다 보면 대상의 정의에 쓰여진 의미를 파악할 수 있습니다. 조금 복잡한 것을 할 때는 직접 도구를 활용하여 그리는 것 보다 명령어를 직접 입력하면 여러 단계를 거치지 않고 간단히 처리할 수 있는 장점이 있습니다.

제 1 장 GEOGEBRA를 활용한 기하와 함수

그동안 했던 강의 자료 중 일부를 책으로 엮음.

<http://min7014.iptime.org/math/2017063002.htm>



<https://ggbm.at/gsARCQs5>

책자료실(지오지브라 튜브)

[참고]

[민은기 선생님의 수학자료실]

Homepage : <http://min7014.iptime.org>

Facebook Page : <https://www.facebook.com/mineungimath>

YouTube Channel : <https://goo.gl/JpzU5i>

[이경수 선생님 블로그]

<http://blog.naver.com/evening07>

[GeoGebra 5.0.363.0-3D (03 June 2017) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/YvjsCV> (From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/n69yEl> (From Google Drive)

[GeoGebra 5.0.462.0-d (02 May 2018) 설치파일]

Installer : <https://goo.gl/SsdFBd> (From Home Page)

Portable : <https://goo.gl/FxJxES> (From Home Page)

Installer : <https://goo.gl/dqtbfk> (From Google Drive)

Portable : <https://goo.gl/zwundc> (From Google Drive)