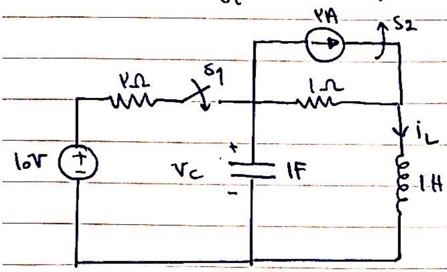
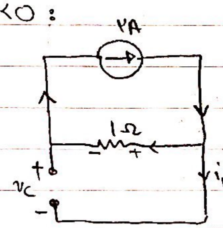
مینا بیکی - ۹۸۳۱۰۷۵ - استاد: دکتر ممتازپور

Subject: تمرینات سری چهارم - سؤالات ۶ تا ۹

۶- در مدار زیر کلید S_1 برای مدت طولانی باز و کلید S_2 برای مدت طولانی بسته بوده است. در $t=0$ کلید S_1 را بسته و S_2 را باز می‌کنیم. مقادیر $\frac{dv_c}{dt}(0^+)$ و $\frac{di_L}{dt}(0^+)$ را بدست آورید.



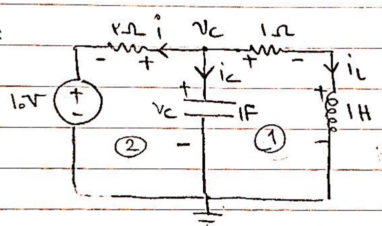
$t<0$:



$\boxed{i_L(0^-)=0}$

$v_R = 2V \longrightarrow \boxed{v_c(0^-) = -2(V)}$

$t>0$:



$\boxed{i_L(0^+)=0}$ $\boxed{v_c(0^+)=-2}$

$kcl: \quad i + i_c + i_L = 0 \xrightarrow[i_L(0^+)=0]{t=0^+} i(0^+) + i_c(0^+) = 0 \longrightarrow i(0^+) = -i_c(0^+)$

$kvl_1: \quad v_c - v_L - i_L = 0 \xrightarrow[t=0^+]{} -2 - v_L(0^+) - \cancel{i_L(0^+)} = 0$

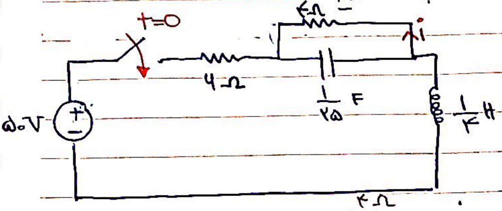
$\longrightarrow v_L(0^+) = -2 \xrightarrow[v_L = i_L']{} \boxed{i_L'(0^+) = -2}$

$kvl_2: \quad 10 - v_c + 2i = 0 \xrightarrow{i(0^+) = -i_c(0^+)} 10 - \underbrace{\cancel{v_c(0^+)}}_{-2} - 2i_c(0^+) = 0$

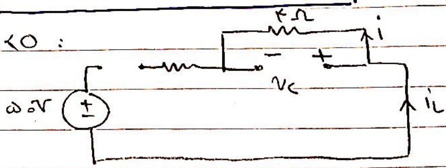
$\longrightarrow -2i_c(0^+) = -12 \longrightarrow i_c(0^+) = +6 \xrightarrow{i_c = v_c'} \boxed{v_c'(0^+) = 6}$

Subject:

۷- در مدار شکل زیر ، $i(t)$ را برای زمان های $t>0$ بدست آورید.



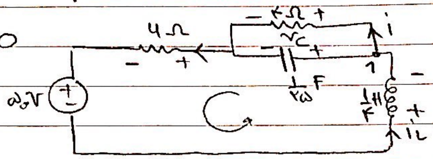
$t<0$:



$i_L(0^-)=0$

$v_C(0^-)=0$

$t>0$



$i_L(0^+)=0$

$v_C(0^+)=0$

$$KCL_1 \rightarrow i_L = i + i_C \xrightarrow{i=\frac{v_C}{4}} 4\int v_L + \cancel{i_L(0^+)} = \frac{v_C}{4} + \frac{1}{25}v_C'$$

$$KVL \rightarrow 50 + v_L + v_C + 4i_L = 0 \longrightarrow v_L = -v_C - 4\underbrace{i_L}_{(\frac{v_C}{4}+i_C)} - 50$$

مشتق از kcl

$$4v_L = \frac{v_C'}{4} + \frac{v_C''}{25} \xrightarrow[v_L]{\text{جاگذاری}} 4\left(-v_C - 4\left(\frac{v_C}{4}+i_C\right) - 50\right) = \frac{v_C'}{4} + \frac{v_C''}{25}$$

$$\longrightarrow \frac{v_C''}{25} + \frac{121}{100}v_C' + 10v_C = -200 \xrightarrow{\times 25} v_C'' + \frac{121}{4}v_C' + 250v_C = -5000$$

$$\longrightarrow s^2 + \frac{121}{4}s + 250 = 0 \xrightarrow[\text{میرای ضعیف}]{\Delta<0} s_{1,2} = \frac{1}{8}\left(-121 \pm 3i\sqrt{151}\right)$$

$$= \underbrace{\frac{-121}{8}}_{a} \pm \underbrace{\frac{3\sqrt{151}}{8}}_{b} i$$

پاسخ طبیعی

$$\longrightarrow e^{-\frac{121}{8}t}\left(A\cos\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right) + B\sin\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right)\right)$$

پاسخ خصوصی

$$\longrightarrow 250K = -5000 \longrightarrow K = -\frac{5000}{250} = -20$$

$$\longrightarrow \boxed{e^{-\frac{121}{8}t}\left(A\cos\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right) + B\sin\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right)\right) - 20} \xrightarrow{\text{شروط اولیه}}$$

ادامه در ص بعد

ادامه ی سؤال 7 :

شرایط اولیه $\longrightarrow \boxed{v_c(0^+)=0}$

$i_c = c v'$

$i_L(0^+) = \dfrac{v_c(0^+)}{4} + i_c(0^+) \longrightarrow i_c(0^+)=0 \longrightarrow \boxed{v'_c(0^+)=0}$

صورت معادله $\longrightarrow$ $v_c(t) = e^{-\frac{121}{8}t}\left(A\cos\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right) + B\sin\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right)\right) - 20$

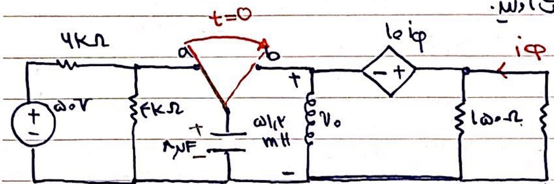
$\Rightarrow v_c(0) = A + 0 = 0 \longrightarrow A = 0$

$v'_c(0) = 0 \xrightarrow[v_c(t)]{\text{مشتق از}} v'_c(t) = e^{-\frac{121}{8}t} B\cos\left(\frac{3\sqrt{151}}{8}t\right) \times \frac{3\sqrt{151}}{8} = 0$

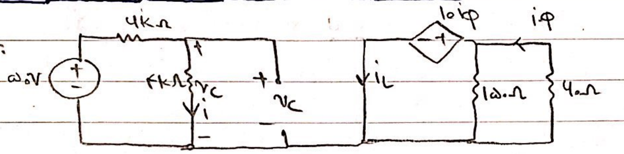
$\Longrightarrow B = 0 \Longrightarrow v_c = -20 \xrightarrow{i = \frac{v_c}{4} = -\frac{20}{4} = -5} \boxed{i = -5\,(A)}$

Subject:

۸- در مدار شکل زیر فرض کنید که کلید برای مدت طولانی در موقعیت a قرار داشته است و در $t=0$ به موقعیت b می‌رود. $v_0(t)$ را برای $t>0$ به دست آورید.

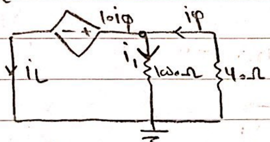


$t<0$:



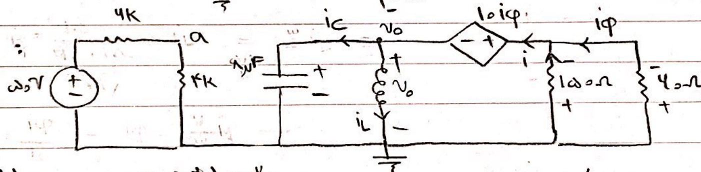
$i = \frac{50}{10k\Omega} = 5mA \rightarrow v_C = 4k\times 5m = 20V \rightarrow \boxed{v_C(0^-) = 20V}$

سمت راست مدار :



$\xrightarrow{\text{هیچ منبع مستقلی نداریم}}$ $i_\varphi = 0$ $\boxed{i_L(0^-) = 0}$

$t>0$:



$i_L(0^+) = 0 \qquad v_C(0^+) = 20$

$v_L = v_0 = i_L' \times 51.2m$

مدار سمت راست : $v_0 = v_L = v_C$

$i_C = 8\mu \times v_C'$

$KVL \rightarrow 10i_\varphi + v_C + 40i_\varphi = 0$

$i = i_L + i_C$ تقسیم جریان : $i_\varphi = \frac{150}{40+150} \times (i_L + i_C) = \frac{5(i_L+i_C)}{7}$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری } i_\varphi \text{ در KVL}}$ $70\left(\frac{5(i_L+i_C)}{7}\right) + v_C = 0 \longrightarrow 50i_C + 50i_L + v_C = 0$

$\xrightarrow{i_C = 8\mu v_C'}$ $\xrightarrow{i_L = \frac{1}{51.2m}\int v_L + i_L(0^+)}$

$\underbrace{50\times 8\mu}_{400\mu} v_0' + \underbrace{\frac{50}{51.2m}}_{\simeq 976.5}\int v_0 + v_0 = 0$

$\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $0.4m v_0'' + 976.5 v_0 + v_0' = 0$

ادامه در ص بعد

Subject:

$0.4m\,v_0'' + v_0' + 976.5\,v_0 = 0 \longrightarrow 0.4m\,s^2 + s + 976.5 = 0$

$\Delta = 1 - \underbrace{(4 \times 0.4m \times 976.5)}_{1.56} = -0.56 < 0$

$s_{1,2} = -1250 \pm 937.417j$

$\longrightarrow \boxed{v_0(t) = e^{-1250t}\left(A \sin 937.417t + B\cos 937.417t\right)}$

$\rightarrow v_0(0^+) = 20V \quad , \quad 50\,i_C(0^+) + \underbrace{\cancel{50\,i_L(0^+)}}_{0} + \underbrace{v_C(0^+)}_{20} = 0 \rightarrow i_C(0^+) = -\frac{20}{50} = -0.4$

شرط اولیه $\quad -0.4$

$\cancel{i_C(0^+)} = 8\mu \times v_C'(0^+) \longrightarrow v_C'(0^+) = \frac{-0.4}{8\mu} = -\frac{1}{2}\times 10^{7} = \boxed{\underbrace{-5\times 10^{6}}_{0} = v_0'(0^+)}$

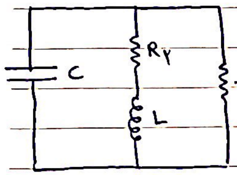
مقایسه $\quad v_0(0^+) = \boxed{20 = B}$

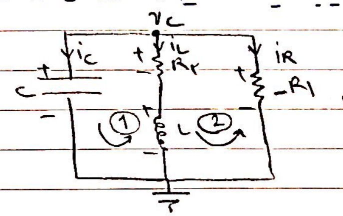
$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$

$B \rightarrow A \qquad v_C'(0^+) = A e^{-1250t} \times 937.47 + -1250\, e^{-1250t} \times \overset{20}{\cancel{B}} \times \cos 937.417t$

$\Longrightarrow A = \frac{-50000 + 20\times 1250}{937.47} = 26.6 \Longrightarrow \boxed{v_C(t) = e^{-1250t}\left(20\cos 937.417t - 26.6 \sin_{\underset{937.417}{\wedge}} t\right)}$

۹- مقدار R_1 را طوری تعیین کنید که مدار زیر به صورت یک نوسان ساز عمل کند.





KCL : $i_C + i_L + i_R = 0$ $\quad i_C = C v_C' \quad v_L = L i_L'$

$i_L = \frac{1}{L}\int v_L + i_L(0^+)$

$$\left.\begin{aligned} &KVL_1 : v_C - v_L - R_2 i_L = 0 \\ &KVL_2 : R_1 i_R + i_L R_2 + v_L = 0 \end{aligned}\right\} \longrightarrow v_C - R_2 i_L = -R_1 i_R - i_L R_2$$

KVL (حلقه‌ی اصلی) : $v_C - (-R_1 \times i_R) = 0 \longrightarrow v_C = -R_1 i_R \longrightarrow i_R = \frac{v_C}{-R_1}$

$$\longrightarrow C v_C' - \frac{v_C}{R_1} + \frac{1}{L}\int (v_C - v_R) = 0$$

مشتق

$$\longrightarrow C v_C'' - \frac{v_C'}{R_1} + \overbrace{\frac{1}{L}(v_C - v_R)}^{\frac{v_C}{L} - \frac{v_R}{L}} = 0$$

$$\longrightarrow Cs^2 - \frac{s}{R_1} + \frac{1}{L} = 0 \longrightarrow s_{1,2} = \frac{1}{2R_1C} \pm \sqrt{\frac{1}{4R_1^2C^2} - \frac{1}{LC}}$$

$$\Delta = \frac{1}{R_1^2} - 4 \times C \times \frac{1}{L} = \frac{1}{R_1^2} - \frac{4C}{L} \longrightarrow \frac{\frac{1}{R_1} \pm \sqrt{\frac{1}{R_1^2} - \frac{4C}{L}}}{2C}$$

برای اینکه نوسان ساز باشد باید جواب حاصل فقط sin یا cos باشد تا میرا نشود. (یعنی نمایی نداشته باشد) پس باید $\Delta < 0$ باشد تا فرم sin و cos داشته باشد. و اگر $R_1 = \infty$ باشد داریم:

$$s_{1,2} = 0 \pm \sqrt{0 - \frac{1}{LC}} = \pm\sqrt{\frac{-1}{LC}} = \pm\sqrt{\frac{1}{LC}}\, j \longrightarrow a = 0,\ b = \pm\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\longrightarrow v_C(t) = \left(A \sin\sqrt{\frac{1}{LC}}\, t + B \cos\sqrt{\frac{1}{LC}}\, t\right)$$

<= همان طور که انتظار می‌رفت در پاسخ تابع نمایی نداریم و نوسان ساز می‌باشد $\Longleftarrow$ $\boxed{R_1 = \infty}$