

$$X \sim N(a, b) \quad Y \sim N(c, d)$$

سوال ۱ -

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{bd} \quad (a)$$

$$= \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{bd} = \frac{E(XY) - ac}{bd}$$

for every measurable set A :

(b)

$$P(X \in A) = 1 \text{ or } P(X \in A) = 0$$

$\rightarrow X$ independent of itself

(c)

$$Z: \underbrace{Y, Y, Y, \dots, Y, Y, Y}_{100 \text{ مقدار}} \rightarrow$$

$$E(Z) = Y$$

$$W: \underbrace{1, 1, 1, \dots, 1, 1, 1}_{100 \text{ مقدار}} \rightarrow$$

$$E(W) = 100$$

$$E(W) = 100 \cdot E(Z)$$

و اعضای Z به احتمال ۹۹٪ از اعضای W بیشترند.

۲-الف) اردو سیستماتیک نسبت $k < N \rightarrow$

در غیر این صورت همه رای ها بر یک گم بودن شکی بود

G : گناهکار بودن

X : تعداد قاضی های که محکوم کردند

$$P(G|X=k) = \frac{P(G)P(X=k|G)}{P(X=k)}$$

$$= \frac{p \times c^k (1-c)^{n-k}}{c^k (1-c)^{n-k} p + (1-p)(1-c)^{n-k} c^k}$$

ب) در صورتی که ظارخ داده باشد: E

A : همه به محکوم بودن رای بدهند

$$P(A|G) = \cancel{P(A|G \cap E)P(E|G) + P(A|G \cap E')P(E'|G)} = c^n (1-s) + s$$

$$P(A|G') = P(A|G' \cap E)P(E|G') + P(A|G' \cap E')P(E'|G') = c^n (1-s) + s$$

$$\Rightarrow P(G|A) = \frac{P(A|G)P(G)}{P(A)} =$$

ادامه در صفحه بعد

$$\frac{P(A|G)P}{P(A|G)P + P(A|G')(1-P)}$$

$$= \frac{(c^n(1-s) + s) \times P}{(c^n(1-s) + s) \times P + (w^n(1-s) + s)(1-P)}$$

ج) ضربه احتمال خطا با افزایش n بیشتر می شود.

خطاها ~~اطلاعات مفیدی~~ ندارند و مشخص نمی کنند که واقعیت در مورد شخص معین چیست.

سوال ۳ - با توجه به این که ایمیل ها از هم مستقل هستند و رسیدن هر ایمیل بر دیگری تأثیری ندارد و از بازه زمانی مشخصه و نرخ ثابتی استفاده شده از توزیع پواسون بهر است استفاده کنیم توزیع پواسون احتمال تعداد معینی از رویدادها در بازه مشخصی را بیان می کند.

$$E[T] = \sum_{i=1}^n E[T|A_i] P(A_i) \quad \text{نرخ مصرف میانی}$$

$$E[T] = E[T | \text{personal}] P(\text{personal}) + E[T | \text{work}] P(\text{work}) \quad \text{ادامه در صفحه بعد}$$

ادامہ سوال ۳

$$E[T] = t\lambda * \mu_p (1-p) + t\lambda * \mu_w * p$$

سوال ۴ -

آیا عنصران M_i مستقل یا نه؟

$$\begin{aligned} E[N_{min}] &= E[M_1 + M_2 + \dots + M_n] \\ &= E[M_1] + E[M_2] + \dots + E[M_n] \end{aligned}$$

$$E[M_1] = E[M_n]$$

به خاطر تقارن:

$$E[M_j] = \frac{(n-1)}{n}$$

نقطه بین n

زیرا فقط سه تایی abc و cba از بین ۳ حالت

$$\frac{2}{3!} = \frac{1}{3} \leftarrow \text{قابل قبول اند}$$

$$E[1] = E[N] = \frac{1}{p}$$

$$\rightarrow E[N] = \frac{1}{p} + \frac{1}{p}(n-1) + \frac{1}{p} = \frac{n+1}{p}$$

سوال ۵ :

وقتی که شاگرد بدی می خواهد بنشیند اگر صندلی اش از قبل پر شده باشد شخص مورد نظر برخاسته و بطور زدنم یک صندلی دیگر را می گردد. باید بدانیم که به شاگرد اول در صندلی خود می نشیند یا صندلی ۱۵ام؟ زیرا بقیه افراد در هر حالت سر جای خود می نشینند. پس در نتیجه احتمال نشستن فراول در صندلی خود $\frac{1}{2}$ است.

سوال ۶ - الف)

$$۲۲ \times ۷ \times ۷ = \text{مقدار حالات کل}$$

$$(۷ \times ۲ \times ۱ \times ۱) + (۱ \times ۱ \times ۷ \times ۲) = ۲۸$$

$$۲۸ - ۱ = ۲۷$$

لا حالت نگاری (بسیار در روز یکشنبه)

$$(۱ \times ۱ \times ۷ \times ۱) + (۷ \times ۱ \times ۱ \times ۱) = ۱۴$$

$$۱۴ - ۱ = ۱۳$$

اگر فرزند دوم هم سرانجام

نتیجه می گیریم سید بودن فرزند و متولد شدن در روز خاص بر احتمال سید بودن فرزند دوم تأثیر گذار است.

ب) چون دقیقاً یک فرزند سیر است و در ۳ شب بیدار

آمده ۶ فرزند دیگر دختر یا پسر متولد روز دیگر است

$$(1 \times 1 \times 4 \times 2) + (1 \times 1 \times 4 \times 2) = 24$$

$\times \frac{1}{2}$ \rightarrow حالت هدف: $(1 \times 1 \times 4 \times 1) + (4 \times 1 + 1 \times 1) = 12$

احتمال $\frac{1}{2}$ است.