

«Численные методы решения нелинейных уравнений».

Дана функция $f(x) = \cos(5x - 11) + 5x$.

1) Отделить все корни уравнения $f(x) = 0$.

Так как косинус принимает значения от -1 до 1 то функция $5x$ быстро ее перерастет

X	-2	-1	0	1	2	+00/-00
Y	-	-	+	+	+	+/-

Рассмотрим область $G[-1;0]$

$$F'(x) = -5(\sin(5x-11)-1)$$

X	-1	-0.75	-0.5	-0,25	0	+00/-00
Y	+	+	+	+	+	+/-

Производная все время возрастает, а значит только один корень на этом участке.

2) Сузить отрезки отделённости корней до размера 10^{-2} с помощью метода бисекций.

```
|a-b| = 1
f(x)f(a)>=0 a = -0,5, b = 0
|a-b| = 0,5
f(x)f(a)>=0 a = -0,25, b = 0
|a-b| = 0,25
f(x)f(a)>=0 a = -0,125, b = 0
|a-b| = 0,125
f(x)f(a)>=0 a = -0,0625, b = 0
|a-b| = 0,0625
f(x)f(a)<0 a = -0,0625, b = -0,03125
|a-b| = 0,03125
f(x)f(a)<0 a = -0,0625, b = -0,046875

a = -0,0625, b = -0,046875
```

Код

```
double f(double x) => Math.Cos(5.0 * x - 11.0) + 5.0 * x;
var a = -1.0;
var b = 0.0;

while (Math.Abs(a - b) > 0.02)
{
    var x = (a + b) / 2;
    if (f(x) * f(a) >= 0)
    {
        a = x;
    }
    else
    {
        b = x;
    }
}

Console.WriteLine($"na = {a}, b = {b}");
```

3) Решить с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ указанное уравнение методом простых итераций.

$F(x) = 0 \Rightarrow x = \varphi(x), \varphi'(x) < 1$ на отрезке $[-1, 0]$

$$\varphi(x) = -\cos(5x-11)/5$$

$$\varphi'(x) = -1 \leq \sin(5x-11) \leq 1$$

```
#59 x = -0,05854810304543638
#60 x = -0,05856236352340236
#61 x = -0,05857599881701282
#62 x = -0,058589036056065746
#63 x = -0,05860150121702966
#64 x = -0,05861341917000751
#65 x = -0,05862481372396745
#66 x = -0,058635707670288494
#67 x = -0,05864612282467009

x = -0,05865608006745299
```

```
static double Phi(double x) => -Math.Cos(5.0 * x - 11.0) / 5.0;
var xCur = -(.0625 + .046875)/2;
var xPrev = -.0625;
var iter = 0;

while (Math.Abs(xCur - xPrev) > 1e-5)
{
    (xPrev, xCur, iter) = (xCur, Phi(xCur), iter + 1);
}

Console.WriteLine($"\\niteration = {iter} x = {xCur}");
```

4) Решить с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ указанное уравнение методом Ньютона.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

```
double F(double x) => Math.Cos(5.0 * x - 11.0) + 5.0*x;
double dF(double x) => -5.0*(Math.Sin(5.0 * x - 11.0) - 1);

var xCur = -(.0625 + .046875)/2;
var xPrev = -.0625;
var iter = 0;

while (Math.Abs(xCur - xPrev) > 1e-5)
{
    iter++;
    xPrev = xCur;
    xCur -= F(xPrev) / dF(xPrev);
}

Console.WriteLine($"\\niteration = {iter} x = {xCur}");
```

```
iteration = 1 x = -0,0546875
iteration = 2 x = -0,05919236206689213
iteration = 3 x = -0,05887340604183289

iteration = 3 x = -0,05887171049488207
```

5) Сравнить полученные в последних двух пунктах результаты.

Более точным оказался метод Ньютона

Реальные ответ = -0,05887171044712951

Метод ньютона = -0.0588717104

Метод простых итераций = -0.058656080

Метод простых итераций сошелся за 67 шагов в то время, как метод Ньютона за 3.