

# Методы вычислений

## Лабораторная работа 2

### Задание 1 (3 балла)

Постройте квадратурную формулу максимально возможной степени точности одного из следующих ниже видов (в соответствии с вариантом). Проверьте полученный результат.

$$1) \int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1);$$

$$2) \int_a^b f(x) dx \approx A_0 f(a) + A_1 f(x_0);$$

$$3) \int_{-1}^1 f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2);$$

$$4) \int_2^3 \frac{f(x)}{\sqrt{(x-2)(3-x)}} dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2);$$

$$5) \int_a^b f(x) dx \approx A_0 f(a) + A_1 f(b) + A_2 f'(a) + A_3 f'(b);$$

$$6) \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + A_3 f(x_3);$$

$$7) \int_a^b f(x) dx \approx A_0 f\left(\frac{3a+b}{4}\right) + A_1 f(x_1) + A_2 f\left(\frac{3b+a}{4}\right);$$

$$8) \int_3^4 \sqrt{(x-3)(4-x)} f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + A_3 f(x_3);$$

$$9) \int_0^1 f(x) dx \approx A_0 f(0) + A_1 f(x_1) + A_2 f'(0) + A_3 f''(0);$$

$$10) \int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + A_3 f(x_3);$$

$$11) \int_a^b f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f'(x_0) + A_2 f''(x_0);$$

$$12) \int_0^1 f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(0);$$

$$13) \int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1-x}} dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1).$$

## Задание 2 (6 баллов)

Рассмотрим определенные интегралы

$$1) I = \int_{\frac{1}{10}}^5 \frac{1}{x} dx;$$

$$2) I = \int_0^{22} (1 + \cos x) dx;$$

$$3) I = \int_0^{22} (1 + \sin x) dx;$$

$$4) I = \int_0^{22} (x + \cos x) dx;$$

$$5) I = \int_0^{22} \left( \frac{x}{2} + \cos x \right) dx;$$

$$6) I = \int_0^{22} (22 + x \cos x) dx;$$

$$7) I = \int_{-11}^{11} (10 + x \cos x) dx;$$

$$8) I = \int_0^{\sqrt{22}} (1 + \cos x^2) dx;$$

$$9) I = \int_{-5}^5 e^{-x^2} dx;$$

$$10) I = \int_{-2}^2 (1 + e^{-x^2} \sin 7x) dx;$$

$$11) I = \int_{-5}^5 (1 + \tanh x) dx;$$

$$12) I = \int_{\frac{1}{10}}^5 \coth x dx;$$

$$13) I = \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

Для интеграла, соответствующего вашему варианту, проделать следующее:

1. Вычислить интеграл методом с пятью равноотстоящими узлами, а также методом Гаусса-3 с шагами равными  $\frac{b-a}{1024^i}, i = \overline{0, 2}$ .
2. Вычислить интеграл методами из предыдущего пункта с выбором шага. Выбор шага осуществлять таким образом, чтобы итоговая точность вычисления была не менее  $10^{-12}$ .
3. Вывести отчет в формате .txt. В отчет должно входить:
  - Время, затраченное на вычисление каждого определенного интеграла каждым методом.
  - Найденные значения определенных интегралов и их погрешность относительно точного значения.

Написать отчет в формате .docx (или .pdf), в котором изложить все выводы на основании полученных результатов. В отчете должны быть подробно изложены все отличия реализованных алгоритмов от базовых (например, в случае реализации параллелизма, необходимо объяснить причины его внедрения, указать задействованную область и расписать полученные знания). Кроме того, в отчете обязательно должно быть:

- Построение квадратурной формулы в задании 1. Порядок построенной квадратурной формулы, а также главный член погрешности.
- Квадратурные формулы, используемые в задании 2.
- График (или точечная диаграмма) изменения шага во втором пункте задания 2.

Папку с проектом и файлы отчетов добавить в итоговый архив .zip, расширение которого по необходимости переименовать в .cm.