

일반물리학실험 보고서

## 등전위선과 전기장

학과 :

학번 :

이름 :

공동실험자 :

담당 교수 :

담당 조교 :

실험 날짜 : 2019.10.14(월)

제출 날짜 : 2019.11.04.(월)

## 1. 실험 목적

주어진 전극 배치에 대해 등전위선과 전기력선을 그려봄으로서 전위와 전기장의 개념을 이해한다.

## 2. 실험 원리

점전하  $q$ 와  $q'$  사이에는 쿨롱 법칙에 의해서 다음과 같은 힘이 작용한다.

$$\vec{F} = K \frac{qq'}{r^2} \hat{r}$$

여기서  $K$ 는 상수로  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  또는  $8.99 \times 10^9 Nm^2/C^2$ 이고,  $r$ 은 두 전하 사이의 거리이며,  $\hat{r}$ 은 단위

벡터이다. 임의의 점전하  $q$ 가 다른 전하로 인해 생긴 전기장  $\vec{E}$ 로 인해 힘  $\vec{F}$ 를 받을 때 그 점에서의 전기장은

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

로 정의되며, 그 점의 전위  $V$ 는 단위 전하당의 위치 에너지로 정의된다.

$$\text{이때 두 전하 사이의 위치에너지는 } -W = - \int_{x_i}^{x_f} \frac{Kqq'}{x^2} dx = \frac{Kqq'}{x_f} - \frac{Kqq'}{x_i} = U_f - U_i = \Delta U$$

이므로 전하  $q$ 에서 거리  $r$ 만큼 떨어진 위치에서의 전위는

$$V = \frac{U}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

가 된다. 이 식으로부터 점전하  $q$ 에서 방사상으로 같은 거리  $r$ 만큼 떨어진 점의 집합인 구의 표면이 전위가 같은 등전위면임을 알 수 있다. 이와 같은 전기장 내에는 같은 전위를 갖는 점들이 존재하며, 이 점들을 연결하면 3차원에서는 등전위면을, 2차원에서는 등전위선을 이룬다.

전기장  $\vec{E}$  하에서 전하  $q$ 를 한 점에서 다른 점으로  $d\vec{l}$ 만큼 이동시키는 데 필요한 일  $dW$ 는 다음 식과 같이 주어진다.

$$dW = q dV = -q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

여기서  $dV$ 는 두 점사이의 전위차이며, (-)부호는 전기장의 반대 방향으로 일을 한다는 것이다.

$W$ 와  $q$ 의 단위가 각각 J(Joule)과 C(Coulomb)이면, 전위  $V$ 의 단위는 Volt로 주어진다. (1V=1J/C)

등전위선 위 두 점의 전위차  $dV$ 는 0이므로, 등전위선을 따라 전하를 이동시키는데 필요한 양은  $dW$ 로 0이다. 따라서 전기장의 방향은 등전위선에 수직이며, 그 방향으로의 미소 변위를  $d\vec{l}$ 이라 하면  $\vec{E}$ 와  $V$  사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\vec{E} = - \frac{dV}{dl} \hat{r}$$

여기서  $\hat{r}$ 은 등전위선에 수직인 단위 벡터이다. 등전위선에 수직인 방향은 단위 길이당 전위차가 최대인 방향이므로, 전기장의 방향은 등전위선에 수직인 방향 즉 전위차가 최대인 방향이다.

2차원의 전도선 종이에 두 전극을 통해 전류를 흘린다면, 전도성 종이 표면의 저항에 의해 전압 강하가 일어나게 되고, 같은 전위를 가지는 점들(등전위선)이 생긴다. 그리고 이 등전위선에 수직한 방향으로 (+)극에서 (-)극으로 전기장이 생긴다. 임의의 두 등전위선  $V_A, V_B$ 에서 전기장의 방향은

등전위선에 수직이고, 이는 두 등전위선을 잇는 가장 짧은 직선이 된다.(즉 단위 길이당 전위차가 최대인 방향)

### 3. 실험 기구 및 재료

전도성 종이, 직선 금속전극, 원형 금속전극, 나비볼트, 베이클라이트 밀판, 전선, 직류 전원공급기, 멀티미터, 색연필

### 4. 실험 방법

#### (1)등전위선 측정

㉔베이클라이트 밀판 위에 전도성 종이를 올려놓고, 원하는 형태의 금속 전극을 올리고 나비볼트가 금속전극과 전도성 종이를 관통하여 밀판의 나사 구멍에 고정이 되도록 돌려 잠근다.(금속전극이 흔들리지 않도록 고정시켜야 한다.)

㉕나비볼트에 선을 연결하고 전원을 연결한다. 이때 전극이 전원과 확실히 접촉되었는지 확인한다.

㉖멀티미터의 검정색 탐침을 (-)극에 접촉시키고, 나머지 탐침을 전도성 종이위에 접촉시켜 특정한 전위를 갖는 점을 여러 개 찾아 색연필로 표시한다.

㉗여러 개의 등전위선을 일정한 전위차 간격으로 찾고, (-)극에서 등전위선 사이의 전압을 전도성 종이위에 표시한다.

#### (2)전기장 측정

㉘실험 (1)에서 찾은 등전위선 위를 중심으로 원을 그리고, 원주 위에 탐침을 대어 가장 작은 전위차를 가진 점을 찾는다.( 전기장 방향대로 갈수록 (+)극과의 전위차는 커진다.)

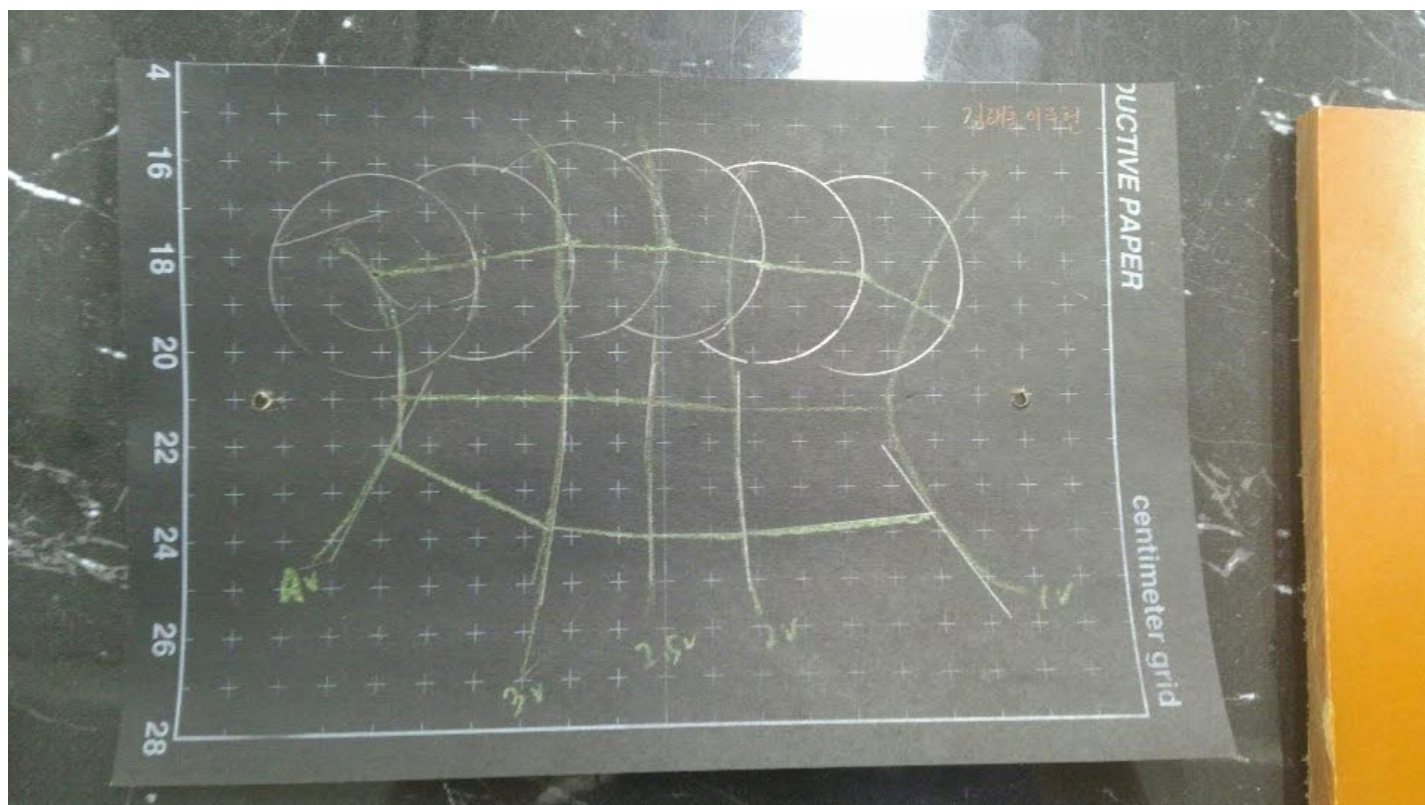
㉙원의 중심과 최대 전위차 점을 연결한 선을 긋고 화살이 원의 중심방향((+)극에서 (-)극 방향)으로 향하도록 화살표를 그린다.

㉚ ㉘~㉙과정을 반복한다.

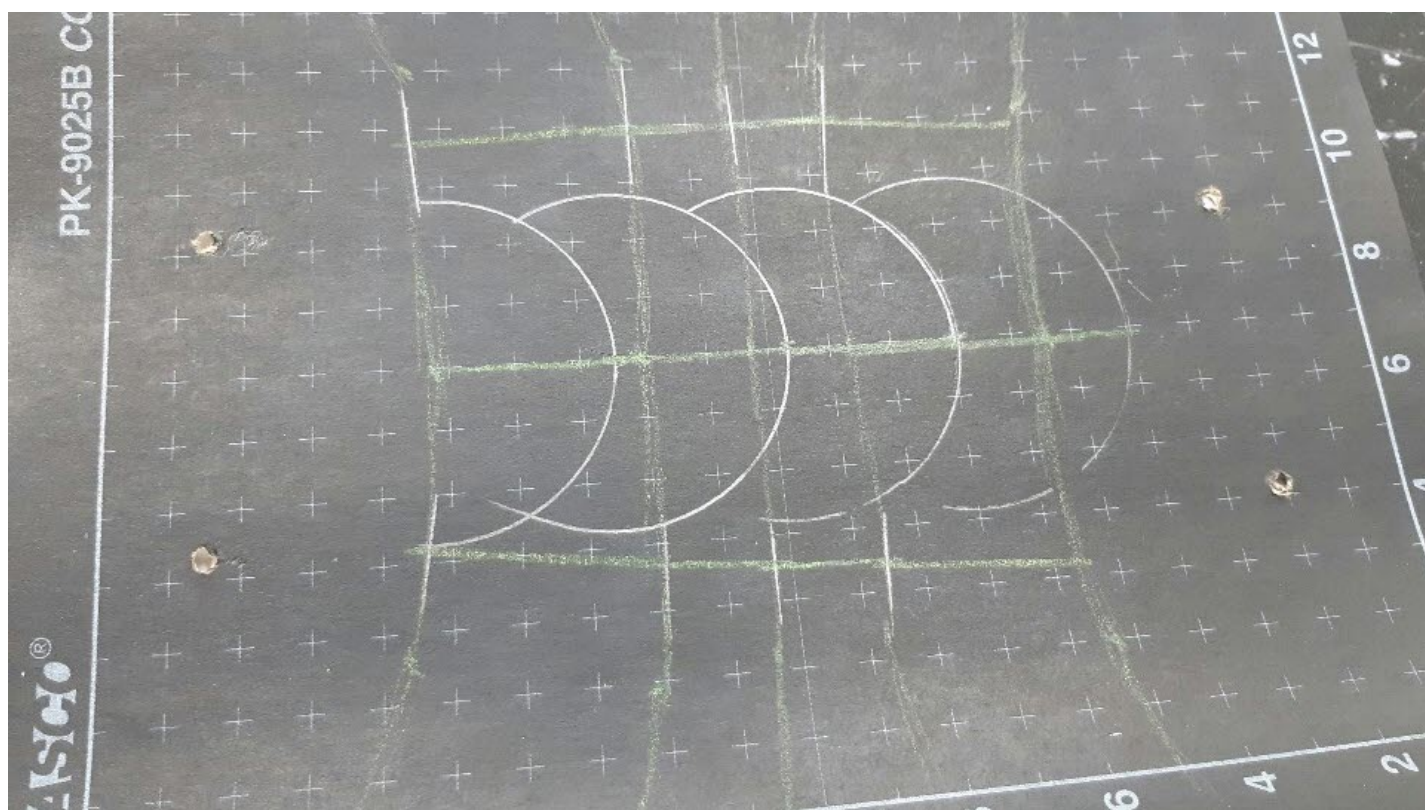
㉛등전위선에 수직이 되도록 선을 그어 전기장을 그린다.

㉜측정이 끝나면 전도성 종이를 꺼내고 등전위선, 전기장모양, 전극모양을 그린다.

## 5. 실험 결과



<그림1 : 원형 금속전극 사이에서의 등전위선과 전기장>



<그림2 : 직선 금속전극 사이에서의 등전위선과 전기장, 등전위선은 왼쪽부터 4v, 3v, 2.5v, 2v, 1v>

## 6. 결과에 대한 논의

### (1)원형 금속전극의 등전위선

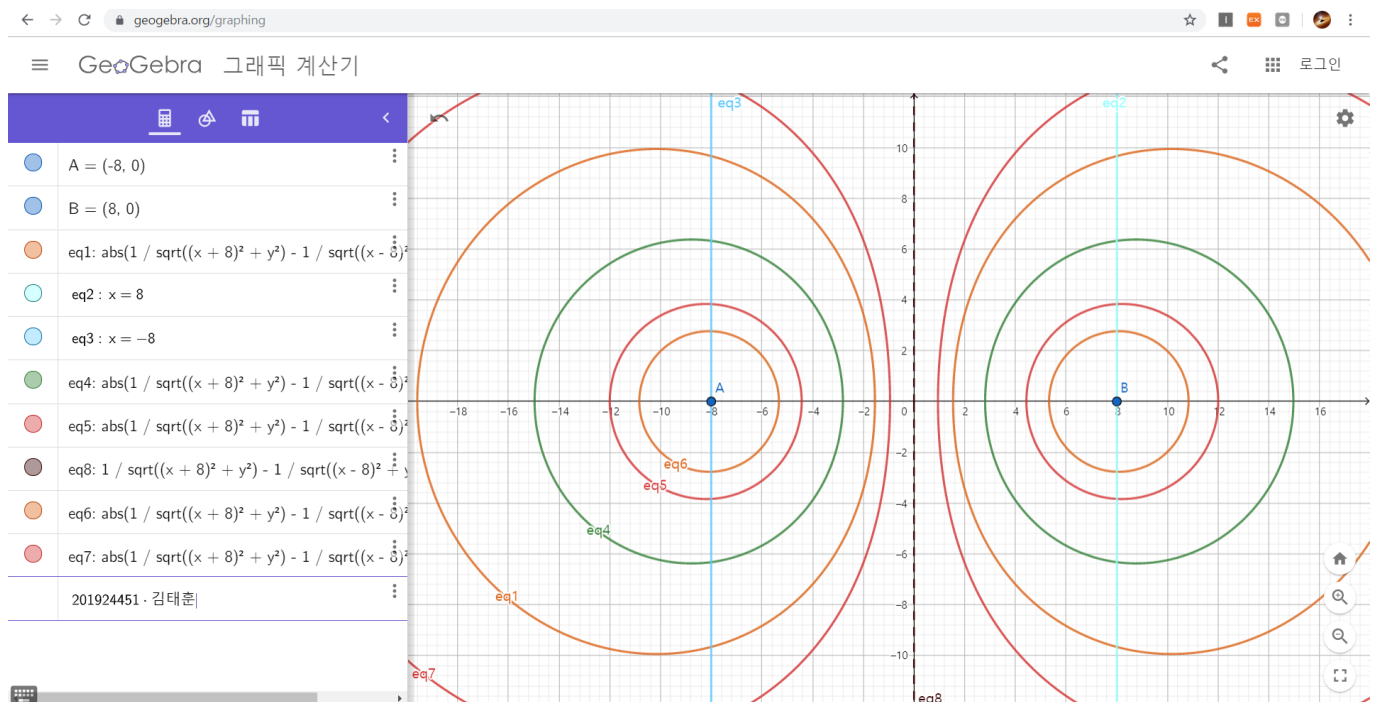
등전위선은 전위가 같은 점을 모은 선으로 하나의 점전하의 등전위선은 원( $V = K\frac{q}{r}$ )이지만, 전극이 두 개이기에 등전위선은 다른 모양이 된다. 전위는 스칼라이므로 전하 q를 가지는 두 점전하 사이의 등전위선은 다음 식을 통해 얻을 수 있다.

$$K\frac{q}{r_1} - K\frac{q}{r_2} = V_i, \therefore \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = C \quad (C \text{는 상수})$$

이때 두 점전하의 위치를 A(-8,0), B(8,0)이라 하고, 등전위선의 자취 (x,y)를 그리면 식은 다음과 같다.

$$\left| \frac{1}{\sqrt{(x-8)^2 + y^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+8)^2 + y^2}} \right| = C_{ep}$$

예를 들어  $C_{ep}$ 가 0, 0.25, 0.03, 0.04, 0.1 등일 때 그래프를 보면 다음과 같다.



<그림3 : 16cm 떨어져 있는 두 점전하에서 등전위선, GeoGebra로 작성>

중간 지점으로 갈수록 곡률이 커지고 중간에는 직선이 형성되어 실제로 그린 등전위선과 비슷하다. A와 B에 각각 수직인 직선(eq2, eq3)는 실험에서 등전위선을 그린 범위를 표시한 것이다.

### (2)직선 금속전극의 등전위선

선전하가 x축에 좌표상으로 (-a,0)부터 (b,0)에 있을 때 (0,0)에서 선전하로부터 거리 d에 있는 점 (0,d)의 전기 퍼텐셜은 다음과 같다.

$$V = \int \frac{Kdq}{r} = \int_{-a}^b \frac{K\lambda dx}{r} = \int_{-a}^b \frac{K\lambda dx}{\sqrt{x^2 + d^2}} = K\lambda \ln \left[ \frac{b + \sqrt{b^2 + d^2}}{-a + \sqrt{a^2 + d^2}} \right]$$

따라서 선전하가  $(-a,0)$ ,  $(a,0)$ 에 있고  $(0,0)$ 에서 선전하로부터 거리  $r$ 에 있는 점  $(0,r)$ 의 전기 퍼텐셜은 다음과 같다.

$$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \ln \left[ \frac{a + \sqrt{a^2 + r^2}}{-a + \sqrt{a^2 + r^2}} \right]$$

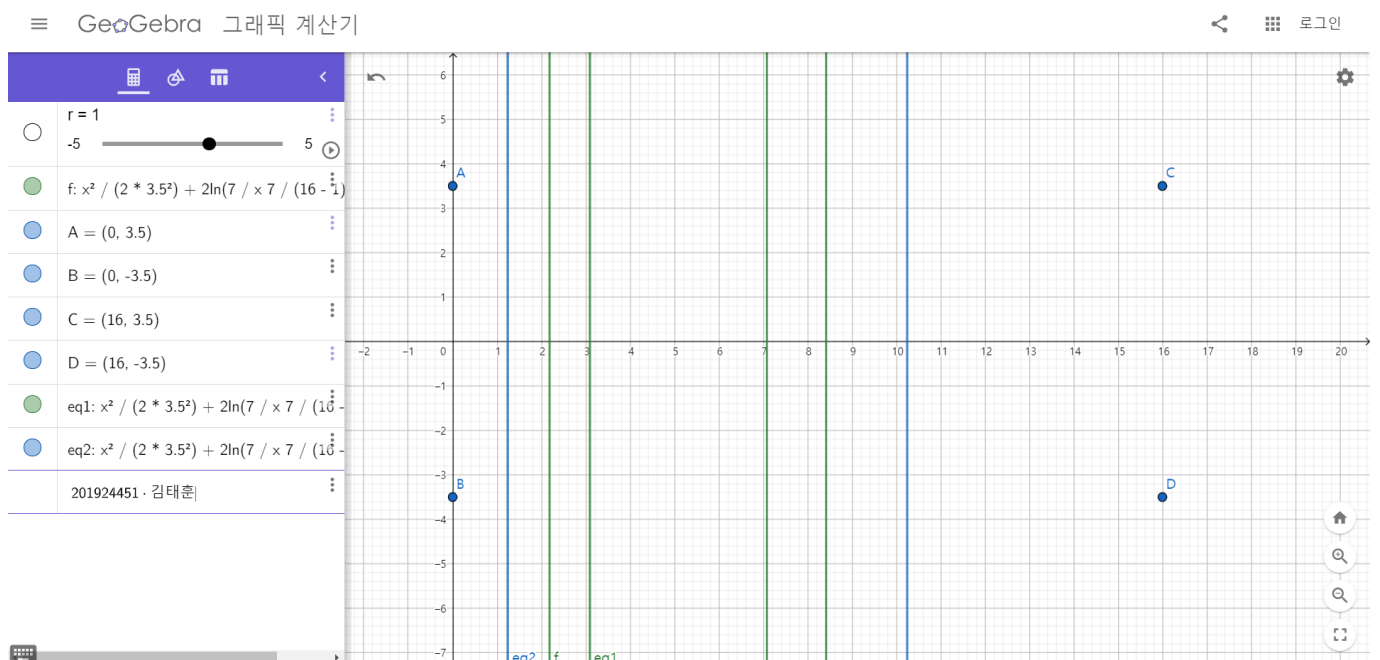
위 식은  $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{1}{2}x$ ,  $\ln(1+x) \approx x$ 임을 활용하여 다음과 같이 바꿀 수 있다.(부록 참고)

$$V \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{4a^2} + 2\ln\left(\frac{2a}{r}\right) \right)$$

따라서,  $a=7\text{cm}$ 인 선전하가  $16\text{cm}$  떨어져있을 때 왼쪽 선전하에서  $r\text{cm}$  떨어진 곳의 전기 퍼텐셜은 다음과 같다.

$$V \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{2a^2} + 2\ln\left(\frac{2a}{r} \times \frac{2a}{16-r}\right) \right) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{2 \times (3.5)^2} + 2\ln\left(\frac{7}{r} \times \frac{7}{16-r}\right) \right)$$

$$(\because V \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{4a^2} + 2\ln\left(\frac{2a}{r}\right) \right) + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{4a^2} + 2\ln\left(\frac{7}{16-r}\right) \right))$$



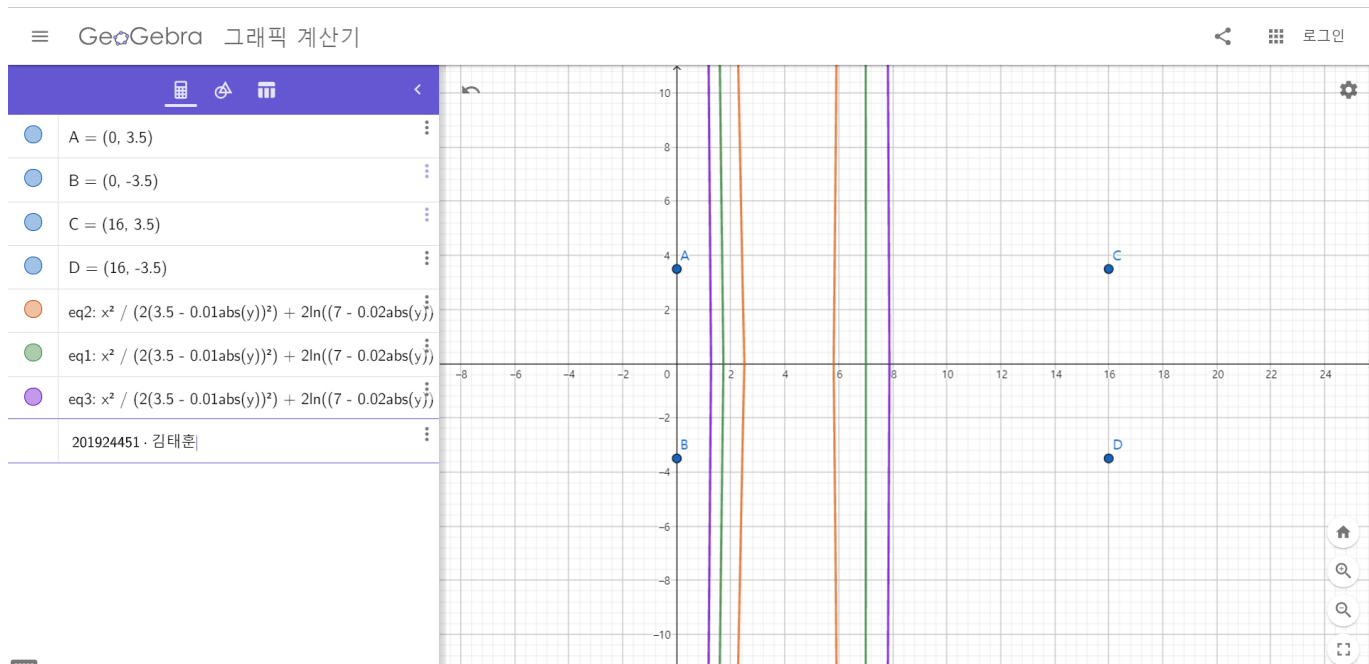
<그림4 : 실험한 선전하가 무한한 선전하일 때 등전위선>

$\left( \frac{r^2}{2 \times (3.5)^2} + 2\ln\left(\frac{7}{r} \times \frac{7}{16-r}\right) \right) = C$  그래프를 그리면 <그림4>와 같지만, 이 식은 문제가 있는데,

실험한 금속전극의 길이가 금속전극 사이의 거리에 비해 크지 않다. 따라서  $a=3.5$  대신에  $a=3.5-0.01|y|$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\left( \frac{r^2}{2 \times (3.5 - 0.01|y|)^2} + 2\ln\left(\frac{7 - 0.02|y|}{r} \times \frac{7 - 0.02|y|}{16 - r}\right) \right) = C$$





<그림5 : 유한한 선전하의 등전위선, □ABDC 내부에서만 유효>

<그림5>에서 알 수 있듯, 금속전극에 가까워질수록 등전위선이 약간 휘어지는 것을 알 수 있으며, 실제 실험한 결과와 비슷하다.

### (3)원형 금속전극과 직선 금속전극의 전기장

전기장  $\vec{E}$  하에서 전하  $q$ 를 한 점에서 다른 점으로  $d\vec{l}$ 만큼 이동시키는 데 필요한 일  $dW$ 는 다음 식과 같이 주어진다.

$$dW = q dV = -q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

여기서  $dV$ 는 두 점사이의 전위차이며, (-)부호는 전기장의 반대 방향으로 일을 한다는 것이다.

$W$ 와  $q$ 의 단위가 각각 J(Joule)과 C(Coulomb)이면, 전위  $V$ 의 단위는 Volt로 주어진다.(1V=1J/C)

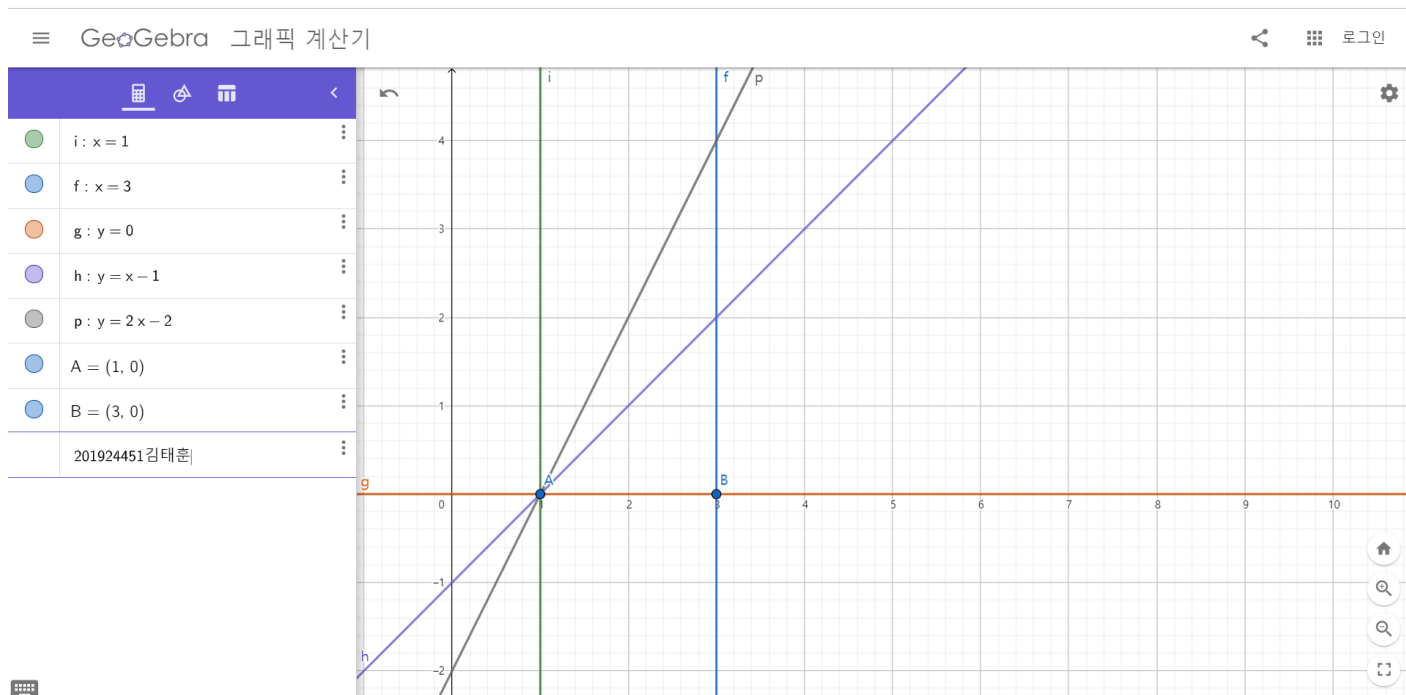
등전위선 위 두 점의 전위차  $dV$ 는 0이므로, 등전위선을 따라 전하를 이동시키는데 필요한 양은  $dW$ 로 0이다. 따라서, 등전위선 접선 방향의 전기장은 0이고, 전기장의 방향은 등전위선에 수직이다. 또, 등전위선의 수직인 방향은 단위길이당 전위차가 가장 큰 방향이다.

왜냐하면 <그림6>에서 등전위선 I의 전위를  $3v$ , f의 전위를  $2v$ 라 하고, I 등전위선의 접선과 p,h,g 직선과의 각도를  $\theta$ 라 하면 단위길이당 전위차는 다음과 같다.

$$\Delta V_{\text{단위 길이당}} = \frac{1}{AB \sec(90^\circ - \theta)}, \text{ 이때 전기장의 방향은 등전위선에 수직이므로,}$$

$$\theta = 90^\circ, \therefore \Delta V_{\text{단위 길이당}} = \frac{1}{AB} > \frac{1}{AB \sec(90^\circ - \theta)} (0^\circ < \theta < 90^\circ)$$

따라서 등전위선의 수직인 방향은 단위길이당 전위차가 가장 큰 방향이다.



<그림6 등전위선과 전기장 방향>

또는  $dW = q dV = -q \vec{E} \cdot d\vec{l}$  식에서 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$dV = -q \vec{E} \cdot d\vec{l} = |E| |dl| \cos \theta$$

이때 dV가 최대가 되기 위해서는  $\theta = 0^\circ$  이어야 하고, 이는  $\vec{E}, d\vec{l}$  방향이 동일하다는 것으로, 즉  $d\vec{l}$ 이 전기장 방향일 때 dV가 최대가 됨을 알 수 있고, 전기장 방향은 등전위선에 수직이므로, 등전위선에 수직인 방향이 전위차가 최대가 되는 방향임을 알 수 있다.

## 7. 결론

멀티미터를 이용하여 원형 금속전극, 직선 금속전극 사이의 등전위선을 찾고, 전기장을 찾아 그렸다. 원형 금속전극에서 등전위선은 <그림1>과 같고, 이를 그래프에 옮기면 <그림3>과 같다. 직선 금속전극에서 등전위선은 <그림2>와 같고, 이를 그래프로 옮기면 <그림5>와 같다. 또 전기장은 등전위선에 수직임을 알 수 있고, 이는 단위길이당 전위차가 가장 큰 방향이다.

## 8. 부록

(1)선전하의 전기퍼텐셜 구하기

선전하의 전기퍼텐셜은 다음과 같다.

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \ln \left[ \frac{a + \sqrt{a^2 + r^2}}{-a + \sqrt{a^2 + r^2}} \right]$$

이 때 ln안에 있는 분수의 분모와 분자에 a를 나누면 다음과 같다.



$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \ln \left( \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{a}\right)^2} + 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{a}\right)^2} - 1} \right)$$

이때  $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{1}{2}x$  임을 이용하면

$$\begin{aligned} V &\approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \ln \left( \frac{1 + \frac{r^2}{2a^2} + 1}{1 + \frac{r^2}{2a^2} - 1} \right) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \ln \left( \frac{2 + \frac{r^2}{2a^2}}{\frac{r^2}{2a^2}} \right) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \ln \left( \frac{1 + \frac{r^2}{4a^2}}{\frac{r^2}{4a^2}} \right) \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left[ \ln \left( 1 + \frac{r^2}{4a^2} \right) - \ln \left( \frac{r^2}{4a^2} \right) \right] \end{aligned}$$

이때  $\ln(1+x) \approx x$  임을 이용하면

$$V \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{4a^2} + 2\ln \left( \frac{2a}{r} \right) \right)$$

$\therefore V \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \left( \frac{r^2}{4a^2} + 2\ln \left( \frac{2a}{r} \right) \right)$ 이며 만약 r보다 a가 매우 클 경우 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_{a \rightarrow \infty} \approx \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \left( \frac{2a}{r} \right)$$

## 9. 참고문헌

- (1)일반물리학실험, 5판, 부산대학교 물리학교재편찬위원회, 청문각, 2019
- (2)대학물리학, 4판, 26장, Randall D. Knight (심경무 외 옮김), 청문각, 2019
- (3)부산대학교 일반물리학실험실, <https://gplab.pusan.ac.kr/gplab/index..do>
- (4)Potential of Line Charge

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electric/potlin.html>

- (5)UY1: Electric Potential Of An Infinite Line Charge

<https://www.miniphysics.com/uy1-electric-potential-of-an-infinite-line-charge.html>