

製造リードタイムに関する数理解析考察 —生産系におけるデッドラインスケジューリングの応用—

正員 白井 健二* 非会員 天野 佳則**

A Study on Mathematical Analysis of Manufacturing Lead Time —Application for Deadline Scheduling in Manufacturing System—

Kenji Shirai*, Member, Yoshinori Amano**, Non-member

(2012年3月9日受付, 2012年8月6日再受付)

In this present paper, we apply a stochastic differential equation(SDE) for mathematical model which describes manufacturing process from input materials to an end of manufacturing process. We utilize a risk-neutral principal in stochastic calculus based on the SDE. We extend the mathematical model to allow for objective evaluation. In order to improve a lead-time in manufacturing process, we introduce a evaluation equation which satisfy a certain compatibility constraint with lead-time. A certain compatibility constraint with lead-time means a strategy, that is, "Cut off irrelevant process in entire process, and Bring back its improved the process".

It is assumed that the probability density function of log-normal type which is a probability density function from input materials to an end of process. This present paper evaluate a certain compatibility constraint with lead-time by applying the risk neutrality and martingale measure of stochastic integral under this assumption.

After its evaluation value calculated by a evaluation equation, a process control system evaluates the each sub-process, and reschedules to improve the utilization efficiency of the entire manufacturing process.

Thus, a front-end-process is to cancel the request to the process, and follows the instructions on the process control systems. But, this present paper gives only simulation evaluation calculated the parameter, the paper does not discuss a compatibility between a evaluation value of calculated manufacturing lead-time compatibility constraint and a the real system.

However, this present paper gives a idea to search bottleneck sub-process in the manufacturing process, and gives a idea of software tool for process synchronization.

キーワード：製造リードタイム, 製造リードタイム適合条件, 対数正規型確率微分方程式, マルチンゲール, リスク中立化積分

Keywords: manufacturing lead time, manufacturing lead-time compatibility constraint, stochastic differential equations of log-normal type, martingale, risk-neutral integral

1. まえがき

製造業全般に関する研究には多数の研究成果が発表され

ている。国内で最も有名な成果は、「トヨタ生産方式」と呼ばれるものである。トヨタ生産方式は、ジャスト・イン・タイム (just-in-time) と自動化 (automation with a human touch) という2つの手法を基本にしている。いわば採算性を考慮した生産方式の考え方である。また、トヨタかんばん方式はジャストインタイムを実現する手段として考え出されたものである。トヨタかんばん方式と比較されるものとしてMRP (Material Requirement Planning, 資材所要量計画) 方式がある。これは、部品表と基準生産計画をもとに資材の所要量を求め、これを基準に資材の発注、納入、在庫をコントロールする手法が提案されている⁽¹⁾⁽⁶⁾。

* 新潟国際情報大学
〒950-2292 新潟市西区みずき野3丁目1-1
Niigata University of International and Information Studies
3-1-1, Mizukino, Nishi-ku, Niigata 950-2292, Japan

** (株)京南エレクトクス
〒612-0029 京都市伏見区深草西浦町8-48-2
Kyohnan Elecs co., LTD.
8-48-2, Fukakusanishiura-cho, Fushimi-ku, Kyoto 612-0029, Japan

一方、リードタイム短縮に関する研究も数多く報告されている。リードタイムといっても各局面で存在し、例えば、開発から製品完成までの期間、あるいは、製造を開始してから製品完成までの期間といったものが存在する。あるいは、顧客リードタイム達成のために選択する戦略の多様性と、それを支える組織力としての生産リードタイム短縮力についての研究もある⁽³⁾。

また、需要の不確実性とリードタイム短縮を目途に、顧客使用の多様性と生産効率化の両面を実現する生産方式を提案している。具体的には、顧客からの需要を確率的に捉え、非線形確率計画モデルとして定式化している⁽⁴⁾。

つまり、不確実性を考慮したリードタイム短縮を目途とした実務的な手法、あるいは研究の多くは、需要を確率変数として扱い、数理計画法を活用した報告である。これらの研究ではリードタイムは、確率的扱いにはなっていない点である。

ただ、サプライチェーンにおけるマーケットの需要変動や、サプライヤーの生産量の変動が、他のサプライヤーに増幅されて伝播されてしまい、結果としてあるサプライヤーが大量の在庫を抱えてしまうことから在庫の増減を微分方程式でモデル化していることは大変興味深い⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

また、通信ネットワークで起きるトラブル対応に関して、ネットワークの利用効率の向上を目途として、ネットワークサーバの状態を監視している。このネットワークサーバの状態をデータベース化することにより、クライアントからの適合サーバの照会要求に対して何らかの返答をすることにより、システム利用効率の向上を促進する手法が導入された。これは、フォルトトレラント、つまり、トラブルが発生してもシステム全体が停止しないようにするためである。また、これを実現する方策としてフォールバックという方法がある⁽⁷⁾。このフォールバックとは、トラブル部分を切り離して動作状態を復旧することである。

さて、生産システムの利用効率低下、つまり生産システムにおける輻輳とは、「処理したい生産量の総量が生産工程の処理能力を超過し、工程が滞留し生産スループットの低下を招くことである」と定義する。

一方、生産システムにおけるトラブル対応に関して、材料を投入してから処理完了までの時間は、生産リードタイムと呼ばれているが、実際には、製品（材料）処理時間のことであり、これには、材料などの送信と受信時間が含まれている。

そこで、本研究では、上述の材料が投入され製品化するまでの期間をモデルとして確率微分方程式を導入し、これを用いて、確率積分におけるリスク中立化法を応用することにより、生産リードタイム適合条件の評価式を計算している。生産リードタイム適合とは、「不適合部分を切り離して、不適合な工程を適合状態にして全体工程の改善を図る」方策である。ここでは、材料投入から製品化までの確率密度関数が対数正規型確率分布にしたがうものとしている。この仮定のもとで、確率積分におけるマルチンゲール性と

リスク中立化積分を応用して計算を行った。

すなわち、ここで計算された生産リードタイム適合条件の評価値により、各工程の評価を行い、システム全体の利用効率の向上を目途とし工程変更を実行する。これにより、入力過程（前工程）は、当該工程への処理要求を中止し、工程管理システムの指示にしたがい、適合工程へ処理要求することになる。ただし、本研究では、計算された生産リードタイム適合条件の評価値と現実のシステムとの整合性は検討せず、単にパラメータを与えたシミュレーションに留まっている。しかし、この考え方は、生産システムにおけるボトルネック工程の探索、あるいは、工程同期化のためのツールとして利用できるものと思われる。

そこで、本研究の新規性は、需要が確率的に変動するならば、製造工程も確率的に変動すると見るのが自然な考え方である。入力過程（入荷製品量）が物流過程の様々な不確実性により確率過程となり、そのことに起因し、生産（製品）処理時間（リードタイム、スループット）が確率過程となるため、単なる確率変数としてではなく、確率過程にしたがうという視点である。また、生産リードタイム適合条件評価として数理ファイナンスの考え方を活用した。製造事業では利益確保とリスク軽減を命題としている点、数理ファイナンスも同じ命題である。両者とも利益確保とリスク軽減を目標としていることから非常に親和性があり評価手法として適していると判断する。最後に、工程同期化を実施したことによる効果を表わす例を提示することにする。

2. 生産システムの概要

ここでは、生産システムに対する新しい提案を行う。生産システムにおける製品（材料）の処理時間モデルを対数正規型確率微分方程式を用いて定式化する。これは、現実の生産システムにおいては、無理のないモデルである。さらに、これを利用することにより、前述した工程の選択条件および生産リードタイム適合性の計算を行うことにする。

そこで、まず、生産システム概念モデルを Fig.1 に示す。さらに、生産 LPS(Local Product System) をモデル化すると Fig.2 のようになる。ただし、ここでは、ネットワークを介した要求／処理系に限定している。

すなわち、本研究で用いる生産工程モデルは、Fig.2 に示される。一般に、前工程が処理時間の納期を指定し、その納期までに処理を終了させるための評価を納期スケジュールと呼ぶ⁽⁸⁾。

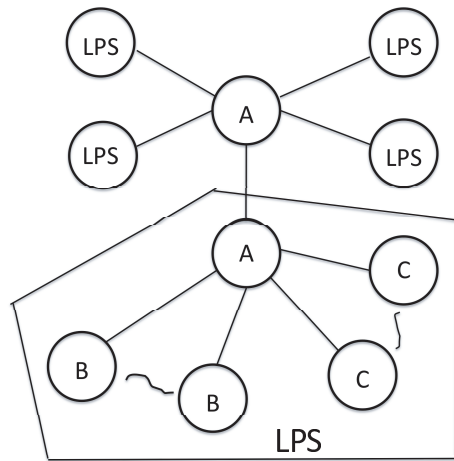
そこで、処理工程における製品（材料）処理時間概念モデルを Fig.3 に示す。ここで、Fig.3 における T_{si} は製品処理時間の見積もりを表しており、 i は工程番号を表す。ただし、 $i = 1, 2, \dots, n$ である。

この時、 T_{si} は、

$$T_{si} = \frac{W_{send}}{P_{send}} + \frac{W_{recv}}{P_{recv}} + \frac{W_{serv}}{P_{serv}} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、各文字は次のように定義する。

〔定義 1〕 各文字の定義



A : Local product system(LPS)
B : Processing request system
C : Post Processing system

Fig. 1. Conceptual model of LPS manufacturing

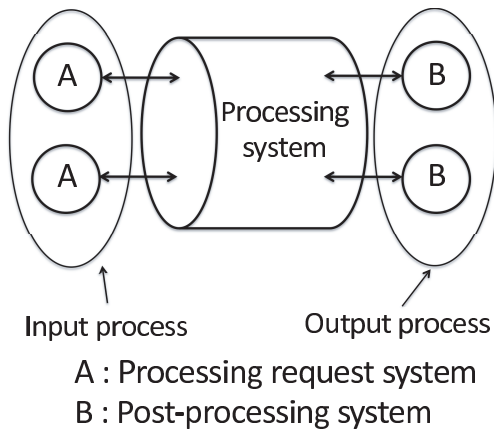


Fig. 2. LPS model in manufacturing process

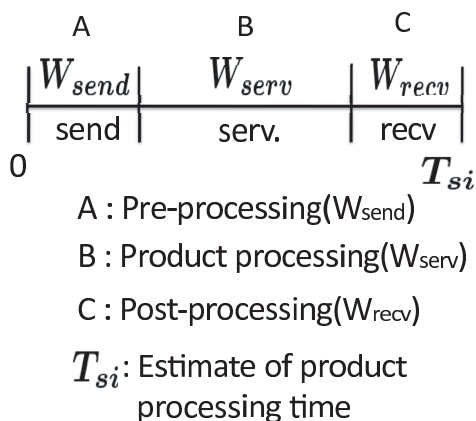


Fig. 3. Product processing time model

W_{send} : 前処理の処理量

W_{recv} : 後処理の処理量

W_{serv} : 製品の主処理量

P_{send}/P_{recv} : 各工程のスループット

P_{serv} : 処理工程性能の予測値

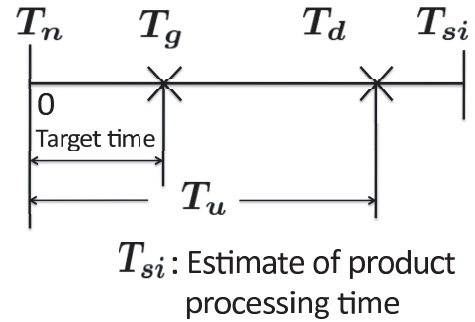


Fig. 4. The relationship between time and current time setting of each

つぎに、工程の選択条件と納期の関係について記述する。まず、時間モデルを Fig.4 のように表し、つぎのように定義する。

〔定義 2〕 T_n : 工程処理の現在時刻（通常はスタート時刻）

〔定義 3〕 T_d : 納期時刻

〔定義 4〕 T_g : 工程が終了するまでの時間

〔定義 5〕 T_u : 納期までの時間間隔を納入リードタイム

$$T_u = T_d - T_n \dots\dots\dots (2)$$

このとき、工程の選択条件として

$$T_g \geq T_{si} \dots\dots\dots (3)$$

を得る。式 (3) は、当該工程の処理能力（リードタイム）の方が、投入 JOB の要求処理時間（リードタイム）より大きいことを表している

すなわち、投入 JOB 量の方が工程処理能力を下回っていることを表している。さらに、各文字をつぎのように定義する。

〔定義 6〕 T_s : 前処理時間

〔定義 7〕 $C[T_r]$: 後処理時間

〔定義 8〕 $C[T_j]$: 処理時間の積算値

とすると、生産リードタイム適合の条件式は、つぎのようになる。

$$T_u < \{T_s + C[T_j] + C[T_r]\} \dots\dots\dots (4)$$

すなわち、式 (4) は、工程に到着した製品が納期に間に合うか否かの判断を指している。

3. 生産システムの確率モデルと確率解析

いま、生産システムにおける入力側の入出力関係を図に示す。ここで、 $n(t)$ は入力過程における到着する製品の到着量の時変モデルであり、一般的には確率過程となる。そこで、 $a(t)dt$ は、ドリフト項、 $N(t)\sqrt{dt}$ はノイズ項を表す。さらに、初期値 $n(0) = \ln S$ を持つウィナー型の確率モデルを表す⁽⁸⁾。

$$dn(t) = a(t)dt + N(t)\sqrt{dt}, \quad n(0) = \ln S \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) の解の確率分布関数 $n(t)$ は、正規分布となり、次式となる。

$$n(t) = \ln S + \int_0^t a(\tau) d\tau + \int_0^t N(\tau) \sqrt{d\tau} \\ = \Phi(\ln S + A(t), \sigma_N^2(t)) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $A(t) = \int_0^t a(\tau) d\tau$ 、 $\sigma_N^2(t)$ は、分散を表し、値は $\left(\int_0^t N(\tau) \sqrt{d\tau}\right)$ となる。

ここで、 $y(t) = \exp(n(t))$ と置くと、この分布は対数正規型確率分布になり、その密度関数は、次式となる。

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N(t)y} \exp\left(-\frac{(\ln y - \ln S - A(t))^2}{2\sigma_N^2(t)}\right) \dots\dots (7)$$

ただし、 $y(0) = \exp(\ln S) = S$ である。

式 (5) でゆらぎがない時、 $N(t) \equiv 0$ のときの解は、 $n(t) = \ln S + A(t)$ となるので、 $y(t) = \exp(n(t)) = \exp(\ln S + A(t)) = S \exp(A(t))$ となる。

これより、製品処理時間モデルを式 (5) より次式を得る。

$$dT_{si}(t) = \mu_{si} dt + N_{si}(t) \sqrt{dt} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\mu_{si}(t)dt$ はドリフト項、 $N_{si}(t)\sqrt{dt}$ はノイズ項を表わす。

製品処理時間モデル式 (8) は、つぎのように表現することができる。

[入荷製品量] = [生産] × [製品処理時間]

すなわち、入力過程から生ずる [入荷製品量] が確率的であることを考慮すると、当然、製品処理時間も確率的であると考えらることは妥当性がある。

つぎに、式 (8) において、 $T_{si}(t) = \ln G_{si}(t)$ 、 $G_{si}(t) = \exp(T_{si}(t))$ と置くと、 $G_{si}(t)$ は対数正規型確率分布にしたがうことになる。これは、前述したように無理のない前提であるといえる。

すなわち、 $T_{si}(t)$ は、製品処理時間であり、製品処理の滞留あるいは生産工程の滞留評価は、 $G_{si}(t) = \exp(T_{si}(t))$ において行うことができる。このとき、 $G_{si}(t)$ の確率密度関数は、つぎようになる。

$$\varphi(G_{si}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}G_{si}(t)} \exp\left\{-\frac{[\ln G_{si} - \ln S - A(t)]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} \\ \dots\dots\dots (9)$$

を得る。ただし、初期条件は $G_{si}(0) = \exp(T_{si}(0)) = S$ とする。

時間 t に対する評価の減衰効果を考慮すれば、生産リードタイム適合条件式は、つぎのように定義できる。

[定義 9] 生産リードタイム適合条件式の定義

$$P(G_{si} \geq G_D) = \exp(-rt) \left[E[G_{si} | G_{si} \geq G_D] - G_D \cdot P(G_{si} \geq G_D) \right] \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $E[\cdot]$ は、 $G_{si} \geq G_D$ のときの G_{si} の期待値を表す。

Fig.5 は、観測された月別の収益率から、その確率密度関数が対数正規分布することを見出した。理論曲線は EasyFit ソフトウェア (<http://www.mathwave.com/>) を用いて算出し、Kolmogorov-Smirnov 検定の結果、観測値は対数正規分布に

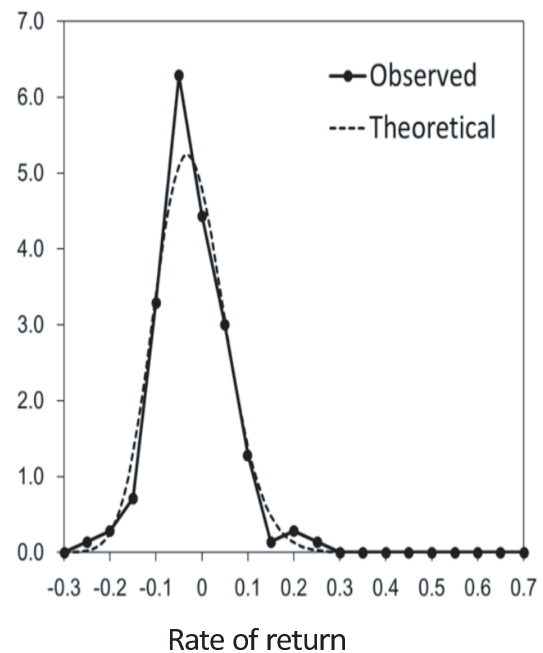


Fig.5. Probability density function of rate-of-return deviation: actual data (solid line) and data based on theoretical formula (dotted line)

適合した。Kolmogorov-Smirnov の適合度検定 (goodness of fit) で、0.2 の棄却率で “log-normal” である」という帰無仮説は棄却されなかったため、このデータは “log-normal” 分布に適合した。P-value = 0.588 であった。理論曲線のパラメータは、 $\mu_p = -0.134$ (平均)、 $\sigma_p = 0.0873$ (標準偏差)、 $\gamma_p = -0.900$ (原点からの変位) であった。理論曲線は次式で与えられる。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(x - \gamma_p)\sigma_p} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(\ln x - \gamma_p) - \mu_p}{\sigma_p}\right)^2\right\} \\ \dots\dots\dots (11)$$

ここで、数理ファイナンスにおけるオプション評価理論の考え方が結果的にできる理由について言及する⁽⁸⁾⁽⁹⁾。製造工程が対数正規型確率分布に従うと仮定したのは、実は、私どもの過去 10 年間 (1999/1~2008/12) の製造事業の収益率月次データを分析すると対数正規型確率分布になることがわかった (Fig.5 参照)。収益率は製造工程リードタイムに比例すると考える。

一方、Fig.6 は、収益率をオプション評価理論に対応させたグラフである。オプション評価理論は、ブラック・ショールズが発表したもので、株式の価格変動がしたがう確率過程をブラウン運動と仮定し、無裁定を前提に対数正規型の確率微分方程式を解いている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。ブラック・ショールズ理論によれば、式 (5) の $a(t) = r$ を定数とする。これより、 $a(t) = r \cdot t$ となり、この r のことを安全資産の収益率と呼ぶ⁽⁸⁾。 S は、初期値であり、オプション購入時の株価に対応する。 G_D はデッドラインであり、オプションに対応させるとオプション行使価格に対応できる⁽⁸⁾。また、オプションの中でもヨーピアンタイプの取引、つまり、行使日によ

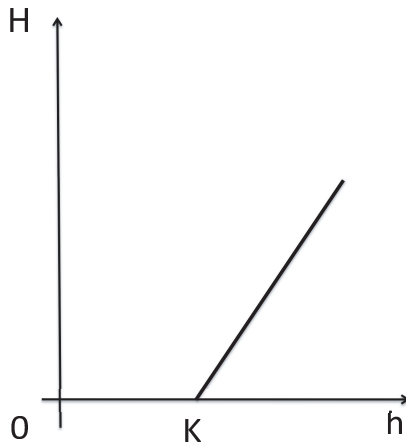


Fig. 6. The rate-of-return in manufacturing process corresponding to the diagram of European call option in mathematical finance

Table 1. The rate-of-return in manufacturing corresponding to the table of European call option in mathematical finance

European call option	The rate-of-return in manufacturing
Revenue(H)	Revenue(H)
Exercise price(K)	Evaluation value of rate-of-return(K)
Stock Price(h)	Rate-of-return(h)

る決済に対応することになる⁽⁸⁾。

さらに、製品の製造には当然納期が存在する。製造の納期は、オプション評価では、オプション購入に関する期日と考える。オプションの決済価格に相当するものが基準となる収益率である。リスクフリーレートに相当するものは、銀行からの借入金利と考えることができる。このように考えるとオプション評価理論の考え方が適用できることになる。

Table 1 は、オプションと収益率の各変数の対応を表している。

いま、 $G_D > 0$ に対して、 $G_{si} \geq G_D$ となる確率は、つぎのようになる。

$$P_{si} = \int_{G_D}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}G_{si}} \times \exp\left\{-\frac{[\ln G_{si} - \ln G_D - A(t)]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} \cdot dG_{si} \cdots (12)$$

ここで、 $\ln G_{si} = T_{si}$ とおくと、 $dG_{si} = \frac{1}{G_{si}} dT_{si}$ となる。これより、式 (12) はつぎのように変換できる。

$$P_{si} = \int_{\ln G_D}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}} \times \exp\left\{-\frac{[T_{si} - \ln S - A(t)]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} \cdot dT_{si} \cdots (13)$$

を得る。さらに、 $z = (T_{si} - \ln S - A(t))/\sigma_{si}$ とおけば、次式を得る。

$$P(z) = \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} \cdot dx \cdots (14)$$

よって、 $G_{si} \geq G_D$ のときの確率は、つぎのようになる。

$$\Phi\left[\frac{\ln G_D - \ln S - A(t)}{\sigma_{si}}\right] \cdots (15)$$

ただし、 $\Phi(\cdot)$ は、標準正規分布関数を表わす。

つぎに、 $G_{si} \geq G_D$ となる期待値は、確率密度関数に G_{si} を掛けて積分すれば良いので、つぎのようになる。

$$\int_{G_D}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}} \exp\left\{-\frac{[\ln G_{si} - \ln S - A(t)]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} \cdot G_{si} dG_{si} \cdots (16)$$

ここで、 $T_{si} = \ln G_{si}$ とおくと、次式に変換できる。

$$= \int_{\ln G_D}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}} \exp\left\{-\frac{[T_{si} - \ln S - A(t)]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} \cdot \exp(T_{si}) dT_{si} \cdots (17)$$

ここで、指数部分を整理すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} &= \int_{\ln G_D}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}} \exp\left\{-\frac{[T_{si} - A(t) - \sigma_{si}^2]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} \\ &\quad \times \exp\left\{\ln S + A(t) + \frac{\sigma_{si}^2}{2}\right\} dT_{si} \\ &= S \exp\left\{A(t) + \frac{\sigma_{si}^2}{2}\right\} \int_{\ln G_D}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{si}} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{[T_{si} - \ln S - A(t) - \sigma_{si}^2]^2}{2\sigma_{si}^2}\right\} dT_{si} \\ &= S \exp\left\{A(t) + \frac{\sigma_{si}^2}{2}\right\} \cdot \Phi\left(\frac{\ln G_D - \ln S - A(t) - \sigma_{si}^2}{\sigma_{si}}\right) \cdots (18) \end{aligned}$$

今、ゆらぎ関数の密度関数を一定とすると、次式を得る。

$$\sigma_{si}^2(t) = \sigma^2 \cdot t \cdots (19)$$

ゆえに、生産リードタイム適合評価式 $S_{Fb}(t)$ は、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} S_{Fb}(t) &= \exp(-rt) \left[S \exp\left[r \cdot t + \frac{\sigma^2}{2}\right] \right. \\ &\quad \times \Phi\left[\frac{\ln G_D - \ln S - r \cdot t - \sigma^2 t}{\sigma \sqrt{t}}\right] \\ &\quad \left. - G_D \cdot \Phi\left[\frac{\ln G_D - \ln S - r \cdot t}{\sigma \sqrt{t}}\right] \right] \\ &= S \exp\left(\frac{\sigma^2 t}{2}\right) \times \Phi\left[\frac{\ln G_D - \ln S - r \cdot t - \sigma^2 t}{\sigma \sqrt{t}}\right] \\ &\quad - G_D \cdot \exp(-rt) \cdot \Phi\left[\frac{\ln G_D - \ln S - r \cdot t}{\sigma \sqrt{t}}\right] \cdots (20) \end{aligned}$$

ここで、生産リードタイム適合とは、「不適合部分を切り離して適合状態を復帰させる」方策である。すなわち、現在時刻における各工程からの製品処理時間の統計データより、 $t = T_d$ における生産リードタイム適合評価値 $S_{Fb}(T_d)$ を計算し、その結果により生産リードタイム適合を判断する。

Table 2. Set parameter values

	μ	σ	S	G_D/S
Type1	0.6	0.1	1.0	3.0
Type2	0.6	0.1	1.0	2.0
Type3	0.6	0.1	1.2	3.0
Type4	0.7	0.1	1.0	2.0

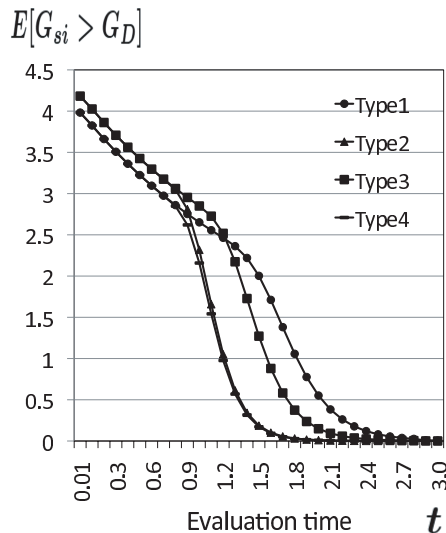


Fig. 7. Expectation of manufacturing lead-time model

これらの方策は、現在の生産システムの複雑性を考えれば、システムは完全に無障害で運用できる可能性は小さくなりつつある。すなわち、不可能になるケースが多くなっているという現実がある。

それゆえ、システムの不適合が発生しても迅速に適合できるようなシステムを構築することが重要である。そのためにも、上述した生産リードタイム適合評価方策の数理解析モデルを明示化しておくことは意味があると思われる。

すなわち、製品処理開始時刻 ($t = 0$) において、納期が指定された時、 T_d が確定する。さらに、 $t = \tau$ (現在時刻) での製品処理時間 $S(\tau) \cong S(\bullet)$ を測定することにより、 T_u に対する評価を計算するものである。このとき、現在時刻の値 $S(\bullet)$ の値が小さい程、同一の入荷製品量に対しては、スループットが大きい事を意味している。このことは、本文の中にも述べている。つまり、[製品処理時間] = [入荷製品量] / [スループット] と表されていることから判る。

4. 生産リードタイム適合条件の評価式数値計算例

つぎに、工程選択条件式 (10) および生産リードタイム適合条件の評価式 (20) の数値計算するために、各パラメータを変化させた例を示す。

以上のように、本研究では、[Type.1]~[Type.4] のパラメータについて数値計算を行った結果、つぎのようなことが判った。

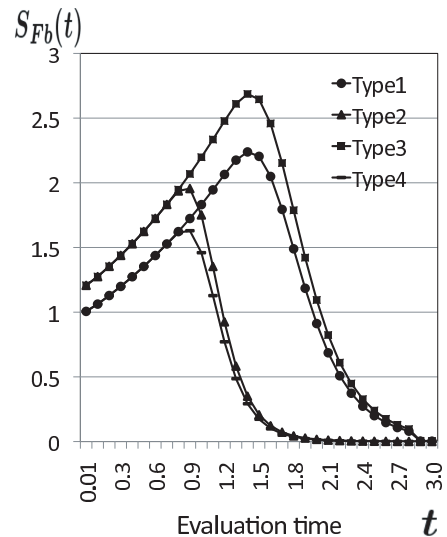


Fig. 8. The process of selection criteria

まず、Type1 と Type2 を比較すると、 T_u をパラメータとして見た場合、現在時刻における製品処理時間の値が同一の場合、現在時刻における製品処理時間の値が同一の場合、明らかに、 T_u が小さな値であるほど (処理時間が短い)、現在時刻における生産リードタイム適合評価値が小さいことが判る。さらに、Type1 と Type3 を比較すると、現在時刻での製品処理時間が大きいほど (処理時間が長い)、納期までの期間中の早い時刻において、評価値がゼロ近くに収束しているが、その値が小さいほど、時間内において評価値が持続していることが判る。また、同様のことが工程選択条件の場合にも起こることが判る。つぎに、Type2 と Type4 を比較すると、製品処理時間モデルにおける平均値が大きいほど (処理時間が長い)、時間内において評価値が早くゼロ近くに収束していくことが判る。

以上のように、工程選択評価式 (10) および生産リードタイム適合評価式 (20) の何れにおいても、各々の累積評価値が大きい程、入力過程からの処理要求に対する適合度は大きいと判断できる。

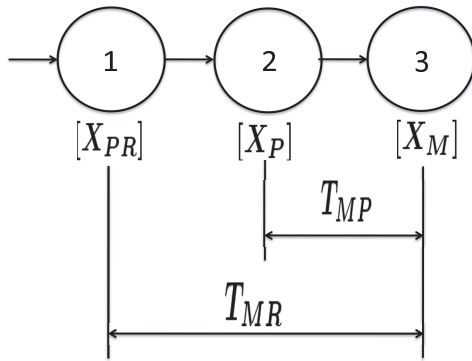
すなわち、自工程における処理時間 (リードタイム) の平均値と分散の計測値が明確になっていれば、処理可能条件の判定が行えることが判った。

5. 工程同期化によるスループット改善例

ここでは、ある制御装置を例にとり、標準工程フローと改善工程フローについて調べた。その結果、後工程優先の工程フローが適切であることが判った。ここでは、後工程におけるボトルネックを前工程のバッファとして利用すれば、前工程と後工程の同期化により、リードタイムが改善できることを提案する。

Fig.9 は、工程同期化の概念を表わす。ここで、 X_{PR} は、前工程着手日、 X_P は、後工程前作業着手日、 X_M は、後工程着手日を表す。

同期化時点 X_M において必要とされる生産数 (後工程が



- 1 the previous step started
- 2 Previous work before post-processing started
- 3 post-processing started

Fig. 9. Conceptual diagram of the manufacturing process synchronization

必要とする生産数を $S(X_M)$ とおくと, $[T_{MP}]$ 間で生産される生産群数 $S_P(X_{MP})$ と $[T_{MP}]$ 間で生産される生産数 $S_R(X_{PR})$ との間に少なくともつぎの関係が成り立つ。

$$S_M(X_M) \leq S_P(X_{MP}) + S_R(X_{PR}) \cdots \cdots (21)$$

ただし, 各記号はつぎのようなことを表す。

$$S_P(X_M) \equiv k_P \cdot [T_{MP}] \cdot n_P \cdots \cdots (22)$$

$$S_R(X_{PR}) \equiv k_R \cdot [T_{MR}] \cdot n_R \cdots \cdots (23)$$

ここで, n_P, n_R は人数 (人), k_P, k_R は生産スループット変数 (製品群/総作業人数), $[T_{MP}]$ および $[T_{MR}]$ は各期間のリードタイムを表す。また, 次式が成り立つ。

$$[T_{MP}] \equiv P_P[X_{MP} > \bar{X}_P] \cdot |X_M - X_P| \cdots \cdots (24)$$

$$[T_{MR}] \equiv P_R[X_{PR} > \bar{X}_R] \cdot |X_M - X_{PR}| \cdots \cdots (25)$$

ただし, $\bar{X}_P > 0$ で整数, $\bar{X}_R > 0$ で整数である。

また, $P_P[X_{MP} > \bar{X}_P]$ および $P_R[X_{PR} > \bar{X}_R]$ はつぎのことを表す。

$$P_P[X_{MP} > \bar{X}_P] = \Phi_P[\bar{X}_P / \sigma_{MP}] \cdots \cdots (26)$$

$$P_R[X_{PR} > \bar{X}_R] = \Phi_R[\bar{X}_R / \sigma_{PR}] \cdots \cdots (27)$$

ここで, $\Phi_P[\bullet]$, および $\Phi_R[\bullet]$ は, それぞれ標準正規分布関数を表す。

つまり, 次式が成り立つ。

$$S_M \leq S_R + S_P, \quad \forall S_R > S_P \cdots \cdots (28)$$

Fig.10 のモデルに対して, リードタイムをモデル化しそのモデルと実際の製造パワー (投入人員) との関係 (35) 式のように求めている。簡単なモデルであるが, リードタイムと着手日の関係, 製造パワーとの関係, さらに, 式 (36) のようにリードタイム短縮のための計算式が導かれ, それに基づいて製造フローが検討出来る事の意義は大きい

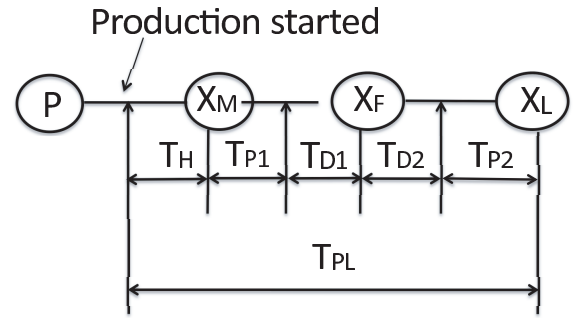


Fig. 10. Manufacturing lead time in entire process

と思われる。

ここでは, 実際の企業での製造リードタイムと着手日の関係について, できるだけ数値化の試みを行い, 数理的に定義する。具体的には, 代表的な製造装置 (製造番号付き) を選び, 製造スペックの異なるものを対象に着手日より, 全ての製造品の完成迄の時間を測定し, 最終検査迄の時間を実測している。

これらの目的は, どのような状況になっても統計的資料があれば, 数値的に目標が決まるようにするためである。

以下では, 構外/構内型製造に対するリードタイムについて検討する。

Fig.10 における文字はつぎのような意味である。 T_{PL} は製造リードタイム, T_{P1} は構外リードタイム (変動分を含む確率変数), T_{P2} は構内リードタイム (変動分を含む確率変数), T_{D1} は構外滞留時間 (アイドル時間), T_{D2} は構内滞留時間 (アイドル時間), T_H は前工程加工時間 (ハーネス加工など)

このとき, 製造リードタイムは次式のように表すことができる。

$$T_{PL} = (T_{P1} + T_{P2}) + (T_{D1} + T_{D2}) + T_H \cdots \cdots (29)$$

ここで, X_P (着手日) から X_E (製造完了日) までの時間を製造リードタイムと呼び, 次式で与えられる。

$$T_{PL} = |X_L - X_P| \cdots \cdots (30)$$

今, $P[T_{LM} > T_{PL}]$ は, $|X_L - X_M|$ の変動を表すものとすれば, 実働製造リードタイム T_{DP} の評価をつぎのように表す。

$$T_{DP} \leq T_{LM} - (T_{D1} + T_{D2}), \quad \forall T_{LM} = |X_L - X_M| \cdots \cdots (31)$$

$$= P[T_{LM} > T_{PL}] \cdot |X_L - X_M| - (T_{D1} + T_{D2}) \cdots \cdots (32)$$

ここで, $P[T_M > T_{PL}]$ を $|X_L - X_M|$ に対する不適合係数と呼ぶことにする。ただし, M は任意の正の整数である。

(例 1)

リスク率をマイナス 5 % と考えれば, $|X_L - X_M| = 18$ (日) の場合, $(T_{D1} + T_{D2}) = 5$ (日) とおくと, つぎのように計算できる。

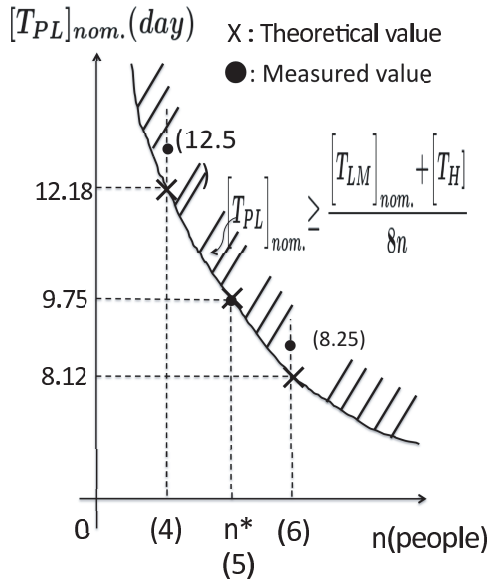


Fig. 11. Relationship between lead time and work people

$$T_{DP} \leq 0.95 \times 18 - 5 = 12 \dots \dots \dots (33)$$

と計算できる。すなわち、後工程は、12（日）で完成しなければならない。

以上のように、後工程における標準リードタイムの前評価ができることになる。

ゆえに、測定されている標準リードタイムを $[T_{LM}]_{nom.}(h)$ とおくと、製造リードタイムはつぎようになる。

$$[T_{PL}]_{nom.} \geq \frac{[T_{LM}]_{nom.}(h) + T_H(h)}{8n(\text{people})} \dots \dots \dots (34)$$

そうすれば、標準工程時間で実行できることになる。また、 $n(\text{people})$ に関しては、式 (34) を変形すると、次式を得る。

$$n \geq \frac{[T_{LM}]_{nom.}(h) + T_H(h)}{8 \cdot [T_{PL}]_{nom.}} \dots \dots \dots (35)$$

このとき、式 (34) は Fig.11 のようになる。

Fig.12 は、ある装置の標準製造フローを表わしている。これは、Fig.10 において表わしたリードタイムの概念図を実際の工程フロー図として表わしたものである。つぎに、このようなフローにより実際の製造番号においてリードタイムを測定すると表のようになる。

以上のように、生産能力変数が、同期化条件を満足させるためには、 n_P , n_R を固定とすれば生産レートを変化させるしかなく、そのためには、リードタイムのリスクを考慮した上で、工程平坦化、工程間結合等のしくみを作りながら計画することが最善策となる。

この場合、生産能力変数を制御するためには、かなりフレキシブルな人員の配置計画および製品群に対するリードタイムの測定が必要である。Fig.12 は標準工程フロー、Fig.13 はケーブル製作工程を工程平坦化により改善したフローである。最後に、ケーブル製作工程を前工程バッファに組み込むことにより、更なる改善が見られた。Fig.14 は、実際

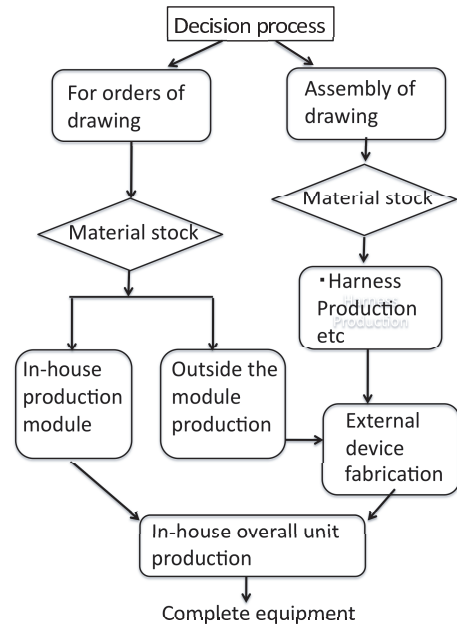


Fig. 12. Standard equipment fabrication flow

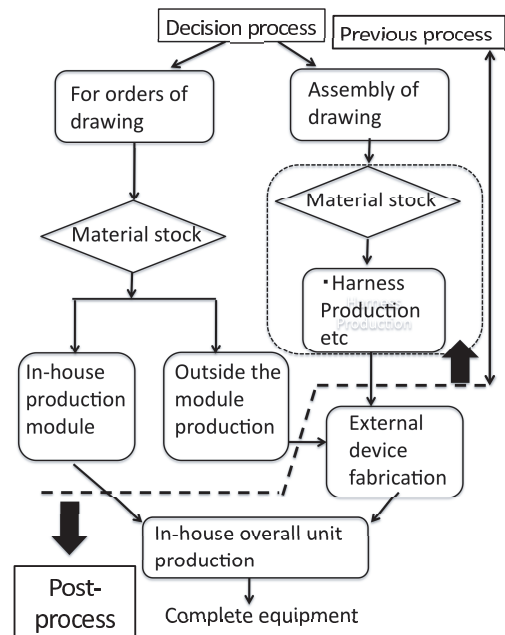


Fig. 13. Improved equipment fabrication flow

に製造した装置より、製造リードタイムを測定した結果を表す。ただ、製造装置を受注した段階で部品等流通が確定された段階で納期を考慮し、着手日を決定します。

つぎに、着手した段階から、工程に従って各工程のリードタイムを計測し、最終検査完了までの時間を実測したものです。条件は、各工程担当者が、スタートから終了までを都度測定しています。

製造リードタイムは、(測定リードタイム) / (標準リードタイム) として表している。ここでは、製造リードタイムの平均値は、1.0275、標準偏差は、0.0541 であった。この結果によれば、製造リードタイムは比較的安定しているが、若干の差は、製造装置の仕様の違いによるものと思われる。

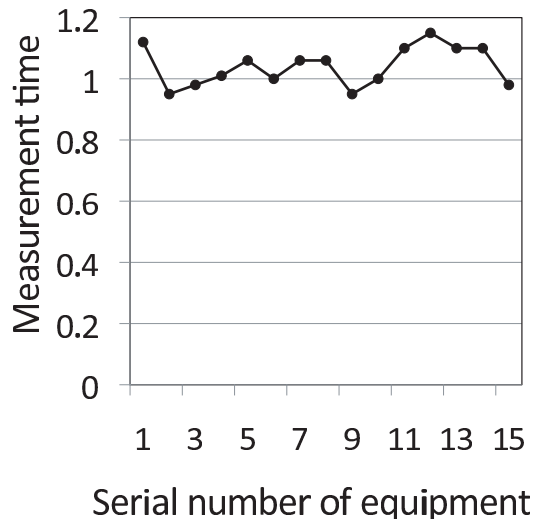


Fig. 14. Manufacturing lead time variability

これより、リードタイムの短縮率を計算すると、まず、改善フロー 1 においては、(改善フロー) / (標準フロー) = 0.826 となり、改善フロー 2 においては、(改善フロー 2) / (標準フロー) = 0.739 となる。

すなわち、リードタイム短縮率は、改善フロー 1 では、約 13%、改善フロー 2 では、約 26% となる。ここで、標準工程フローを基準にしたスループット係数を次式で定義する。

$$\eta \equiv \frac{[\text{生産人数}] \times [\text{実働作業時間数}]}{[\text{工程リスク率}] \times [\text{リードタイム短縮率}]} \times \frac{1}{[\text{実働リードタイム}]} \quad (36)$$

今、[分子] を一定、[工程リスク率] = 1、[実働リードタイム] を一定とすると、[改善フロー 1] では、 $\eta \cong 1.21$ (21 % 増加)、[改善フロー 2] では、 $\eta \cong 1.35$ (35 % 増加) と計算できる。

すなわち、これは、前工程を後工程のバッファとして利用することにより、前工程と後工程が同期化されたことの結果であると結論づけることができる。言い換えれば、後工程優先の製造システムが実現できたことになる。

6. むすび

本研究では、生産システムにおける利用効率向上を目的とするための方策の 1 つである工程選択および生産リードタイム適合メカニズムに着目し、その数理モデルの提案を行った。

まず、生産要求 / 処理系における工程側の製品処理時間を定式化し、その動的挙動を表すモデルとして、対数正規型の確率微分方程式を用いた。

つぎに、このモデルを用いて、生産リードタイム適合条件の評価式を定義し、リスク中立化確率積分の性質を利用して、上記の条件の評価式を計算した。

また、工程の同期化を実施することにより、スループットを短縮することができたことは、装置製造事業者にとっては有意義なことであった。

最後に、ここで計算された生産リードタイム適合条件および工程選択条件の評価値の大きさと現実システムとの適合性については次回に譲ることとする。

謝 辞

収益率の確率密度分布の Kolmogorov-Smirnov 検定に協力頂いた新潟国際情報大学情報文化学部情報システム学科准教授近山英輔先生に感謝する。

文 献

- (1) M. Matsui, Y. Nakada, and K. Kaneda: "The Leadtime of a Job-Shop Production System and Its 2-Stage Design", Journal of Japan Industrial Management Association, Vol.51, pp.124-131 (2000) (in Japanese)
松井・中田・金田:「個別生産システムのリードタイムと 2 段階設計」, 日本経営工学会論文誌, Vol.51, No.2, pp.125-131 (2000)
- (2) A. Dolgui, M. Aly Ould-Louly: "A model for supply planning under lead time uncertainty", International Journal of production economics 78, pp.145-152 (2002)
- (3) S. Hiiragi: "The Significance of Shortening Lead Time from a Business Perspective", MMRC, University of Tokyo, No.392 (2012) (in Japanese)
<http://merc.e.u-tokyo.ac.jp/mmrc/dp/index.html>
終 紫乃:「リードタイム短縮の経営的意義」, 東京大学ものづくり経営研究センター, No.392 (2012)
- (4) Journal of the Faculty of Management and Information Systems, Prefectural University of Hiroshima, No.1, pp.183-192 (2009) (in Japanese)
上野・川崎・奥原・片岡:「マスカスタマイゼーション対応の多段工程生産計画システムの提案」, 県立広島大学経営情報学部論集, No.1, pp.183-192 (2009)
- (5) Hau L. Lee, V. Padmanabhan, and Seungjin Whang: The Bullwhip Effect in Supply Chains; Sloan management review, pp.93-102 (1997)
- (6) H. Kondo and K. Nisinari: "Modeling stock congestion in production management", Reports of RIAM Symposium, No.20, ME-S7, Mathematics and Physics in Nonlinear Waves, pp.146-149 (2008) (in Japanese)
近藤宏樹・西成活裕:「生産管理における在庫渋滞のモデル化」, 応用力学研究所研究集会報告, No.20, ME-S7, pp.146-149 (2008)
- (7) A. Takefusa, O. Tatebe, S. Matsuoka, and Y. Morita: "A Performance Evaluation System for Grid Computing Scheduling Algorithms", SACSIS2003 Symposium, pp.121-128 (2003) (in Japanese)
竹房あつ子・建部修見・松岡 聡・森田洋平:「Grid Datafarm におけるスケジューリング・複製手法の性能評価」, SACSIS2003 シンポジウム 論文集, pp.121-128 (2003)
- (8) Paul Wilmott: Derivatives; John Wiley & Sons (1998)
- (9) F. Black and M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, Vol.81, pp.637-654 (1973)

白 井 健 二 (正員) 1949 年生。1975 年立命館大学大学院修士課程了。分布定数系の最適制御、数理ファイナンスを応用した生産システムのモデリングと最適制御に関する研究に従事。現在、新潟国際情報大学情報文化学部情報システム学科教授。電気学会会員。博士 (工学)。



天 野 佳 則 (非会員) 1949 年生。1977 年立命館大学大学院博士課程了。分布定数系の最適制御、数理ファイナンスを応用した生産システムのモデリングと最適制御に関する研究に従事。現在、(株)京南エレクトクス代表取締役社長。(社)計測自動制御学会会員。工学博士。

