



摩擦を考慮した CNC 工作機械の送り駆動機構の数学モデル*

堤 正 臣** 大 友 誠 司*** 岡 崎 裕 一†
酒 井 浩 二†† 山 崎 和 雄††† 葛 東 方**

Mathematical Model of Feed Drive Mechanical System and Friction for CNC Machine Tools

Masaomi TSUTSUMI, Seiji OHTOMO, Yuichi OKAZAKI,
Koji SAKAI, Kazuo YAMAZAKI and Dong-Fang GE

The response of the feed drive system consisting of a CNC controller and a feed mechanism has been simulated by using a simple mathematical model that is a single degree of freedom. However, this model has not been able to represent some behaviors. In this paper, a new model, a multi degree of freedom is proposed. The model consists of a work table, a ball screw shaft and nut, and support bearings. The experimental results demonstrate that the proposed model well expresses the actual frequency response of the work table in the feed direction. The proposed model also has a useful function that friction can be easily introduced to each mechanical component. A model representing friction is also proposed. The influence of friction can not be generally investigated in the feed drive system. The measurement of the circular movement was conducted by using a special equipment. As a result, the simulated circular trajectory was in agreement with the actual trajectory and the quadrant glitch caused by stiction was well expressed.

Key words : numerical control, feed drive system, machine tool, mathematical model, friction model, circular movement.

1. 結 言

金属加工の分野で広く使用されているマシニングセンタは、高度化する製品の要求に応えるために常に高速化、高精度化が求められ、主軸駆動系だけでなく、送り駆動系の高速、高精度化が重要な課題となっている。マシニングセンタの送り駆動系は制御装置と送り駆動機構とから構成されているが、多軸同時制御が一般化してきたことから、高速、高精度化を図るにはこれらを一つの機械システムとして設計する必要性が生じてきた。

送り駆動系を一つの機械システムとして評価する方法に円運動試験法がある。高速、高精度化を図るにはこの試験によって得られた運動誤差を、何らかの制御アルゴリズムを適用して補正する方法が考えられるが、機械には組立誤差や調整誤差などの固有の誤差が存在することから、制御アルゴリズムの効果を十分に検証できない可能性がある。この問題を解決するためには誤差のほとんどない理想的な機械を開発することも一つの方法であるが、それよりも送り駆動機構の詳細な数学モデルを構築した方が、設計の変更や誤差の導入が容易にできる点で有利である。

CNC工作機械の送り駆動系の挙動解析に関する研究は多く行われてきた。例えば、Doraiswamiら¹⁾は、テーブルと送りねじとを一つにまとめて、等価慣性モーメントと等価ねじり剛性とがモータ軸にあるとして解析した。垣野ら²⁾は3自由度系のモデルを提案しているが、最終的には2自由度系で十分であるとしている。このように機械負荷をモータ軸端での等価慣性モーメントに置き換えたり、簡単な2自由度のモデルで近似した研究がほと

んどである^{3)~6)}。

実際の送り駆動機構は複数の部品から構成されるだけでなく摩擦抵抗があることから、モデルを簡略化すると実際の挙動を正確に表現できなくなる可能性が高い。本研究は送り駆動機構の詳細な数学モデルとそれに組み込む摩擦モデルを提案することを目的としている。提案したモデルの妥当性を確認するために、加振実験を行うとともに2軸同時制御運動時に見られる象限切替え時の挙動についても実験し、比較している。

2. 記 号

本論文で使用する主な記号を以下に示す。

- l : ボールねじのリード(m)
- C_t : しゅう動面の粘性減衰定数(Ns/m)
- J_b : 負荷の慣性モーメント(Nms²)
- J_m : モータの慣性モーメント(Nms²)
- K : 送り方向の等価剛性(N/m)
- K_n : ボールねじナットの軸方向剛性(N/m)
- K_s : ボールねじ支持系の軸方向剛性(N/m)
- K_θ : 回転軸のねじり剛性(Nm/rad)
- M_b : ボールねじの質量(kg)
- M_t : テーブルの質量 (ナットの質量も含む) (kg)
- T : 駆動トルク(Nm)
- T_k : 動摩擦トルク(Nm)
- T_{bf} : ボールねじ部の摩擦トルク(Nm)
- T_m : モータの出力トルク(Nm)
- T_s : 静摩擦トルク(Nm)
- X_b : ボールねじナットの変位(m)
- X_t : テーブルの変位(m)
- θ_m : モータ軸の回転角度(rad)
- θ_b : ボールねじの回転角度(rad)
- $d\omega$: 静止摩擦が作用する低速度領域の幅(rad/s)
- ω : 角速度(rad/s)

* 原稿受付 平成7年2月8日

** 正 会 員 東京農工大学大学院 (東京都小金井市中町 2-24-16)

*** 学生会員 東京農工大学大学院

+ 正 会 員 工業技術院機械技術研究所 (つくば市並木 1-2)

†† ㈱牧野フライス製作所 (神奈川県愛甲郡愛川町三増 359)

††† 正 会 員 University of California, Davis (Davis, CA 95616, USA)

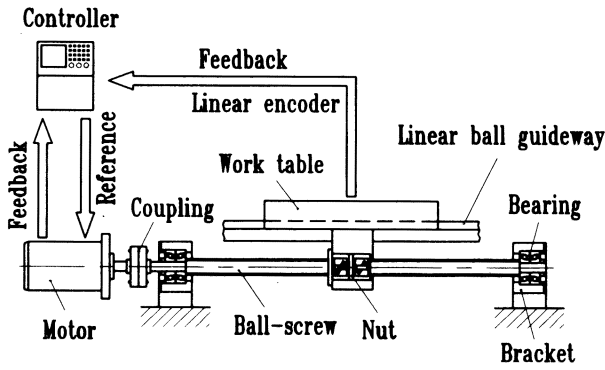


Fig. 1 Structure of CNC feed drive system

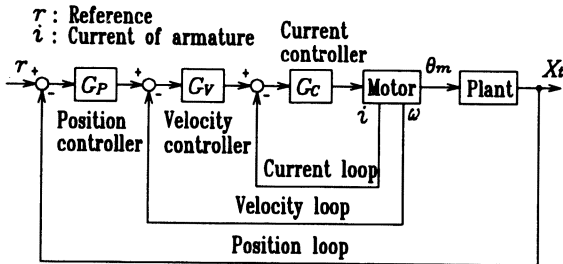


Fig. 2 Feed drive control system

3. 送り駆動系の数学モデル

本研究では図1に示すマシニングセンタの送り駆動系をモデル化の対象とした。ボールねじはカップリングを介してモータ軸と直結されており、テーブルは直動転がり案内で支持されている。なお、テーブルの位置はリニアエンコーダからの信号を受けて制御できるようにしている。

3.1 制御系のモデル

制御システムのブロック線図は図2に示すものを採用した。これはCNC工作機械で一般的となっている位置、速度及び電流の3つのフィードバックループをもつシステムである。電流ループはモータの電機子電流 i をフィードバックすることによって、それに比例する出力トルクを制御し、速度ループはモータ軸の角速度 ω をフィードバックし、制御する。位置ループはワークテーブルの位置 X_t をフィードバックするクローズドループとしている。電流及び速度ループでは応答性の向上と定常偏差の低減のため比例積分(PI)アルゴリズムを採用した。これに対して位置ループでは比例(P)アルゴリズムを採用している。

3.2 送り駆動機構のモデル

従来の研究^{1)~6)}で用いられてきた力学モデルの代表例を図3に示す。図示したモデルではボールねじのねじり剛性を無限大とし、モータと負荷の慣性モーメント (J_m と J_b) をまとめ、さらに軸方向剛性 K を一つにまとめて表すという簡単なものである。このモデルの運動方程式は、次のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} (J_m + J_b)\ddot{\theta}_m + \frac{l}{2\pi} K \left(\frac{l}{2\pi} \theta_m - X_t \right) &= T_m \\ M_t \ddot{X}_t + C_t \dot{X}_t + K \left(X_t - \frac{l}{2\pi} \theta_m \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

しかし、後述するようにこの形のモデルでは案内面に作用する摩擦力が送り駆動系の応答性に影響を及ぼすのか、ボールねじやその支持部等に作用する摩擦力が影響するのかなどを検討することはできない。そこで本研究ではこの問題を解決するために、送り駆動機構の構成要素に基づいて詳細な数学モデルを

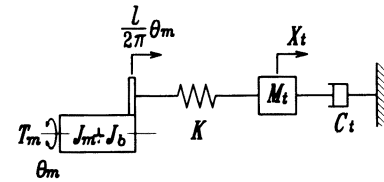


Fig. 3 Conventional model of feed drive mechanism

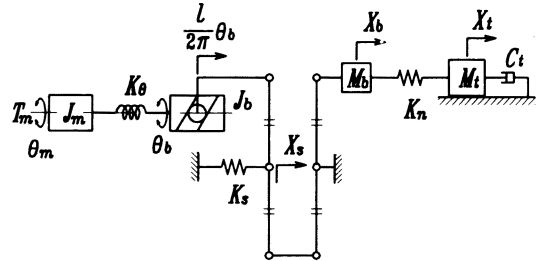


Fig. 4 Proposed model of feed drive mechanism

構築することを考え、図4に示す形の力学モデルを考案した。

図示したように、モータと負荷の慣性モーメントとを分け、ボールねじ軸のねじり剛性 K_0 を考慮した。さらに、ボールねじ軸と機械本体との間にはボールねじを支持する部分（ボールねじ軸、支持軸受、軸受ブラケットから構成される部分）の軸方向剛性 K_s を支点とするてこを想定し、ボールねじとテーブルの間にはナットの軸方向剛性 K_n を考慮できるようにした。このように機械の構成要素に基づいてモデル化すれば、各部分のばね定数の影響や摩擦の影響を調べることができる。

図4に示したように、モータに電圧が印加されるとトルク T_m が発生して慣性モーメント J_m のロータが回転しモータ軸が θ_m 回転する。モータ軸が θ_m 回転すると継ぎ手を介してボールねじ軸が回転する。ところがねじり剛性 K_0 を有することから、ねじ軸の回転角は θ_m とは一致せず、 θ_b となる。なおこのときボールねじ軸に働くトルクは $K_0(\theta_m - \theta_b)$ となるが、ボールねじはナットを介してテーブルと接続されているため、ボールねじ軸の慣性モーメントはボールねじ軸の他に、ナットとテーブルの負荷をボールねじ軸に換算した慣性モーメントを加えた J_b となる。

ナットに予圧を与えてバックラッシュを除去することができる。このときボールねじが θ_b だけ回転すればナットは理論的には $\theta_b \cdot l/2\pi$ だけ変位する。ところがボールねじ軸は滑らかな回転を確保するため、その両端が軸受で支持され、さらに軸受もブラケットで支持されている。従って、支持部が軸方向に変位すればその分だけナットの変位は小さくなる。言い換えると理論的なボールねじの軸方向変位 $\theta_b \cdot l/2\pi$ と実際のナットの変位 X_b とに差が現れ、それが式(2)に示すように支持部の変位 X_s となる。

$$\frac{l}{2\pi} \theta_b - X_b = X_s \quad (2)$$

ボールねじを支持する部分の剛性 K_s を無限大にすると、 $X_s = 0$ となって従来から用いられてきた関係式(3)と一致する⁷⁾。

$$\frac{l}{2\pi} \theta_b = X_b \quad (3)$$

以上のように図4に示したモデルは実際の動きを矛盾なく表現できていると考えられる。そこで、モータ部の摩擦トルク T_m 、ボールねじの摩擦トルク T_b 、ナット、ボールねじとその支持部を含む部分の軸方向に作用する摩擦力 F_b 及びテーブルしゅう動部の摩擦力 F_t を考慮して、上に述べた力学モデルを運動方程式で表すと、次のようになる。

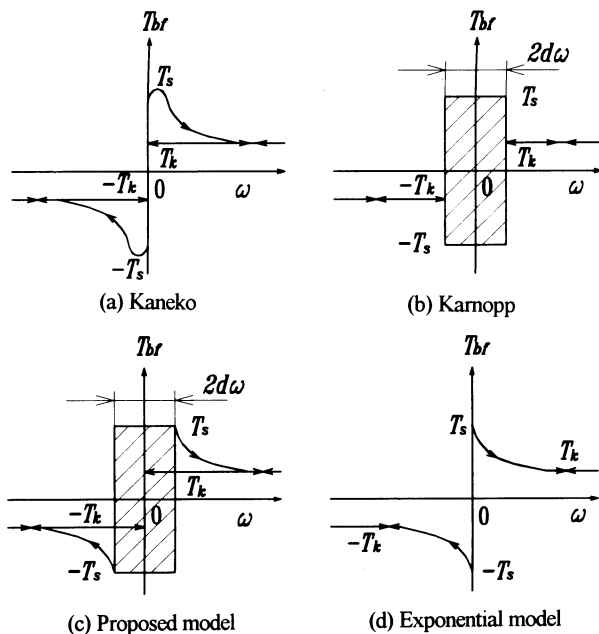


Fig. 5 Friction models

$$\left. \begin{aligned} J_m \ddot{\theta}_m + K_\theta (\theta_m - \theta_b) + T_{mf}(\dot{\theta}_m) &= T_m \\ J_b \ddot{\theta}_b + K_\theta (\theta_b - \theta_m) + \frac{l}{2\pi} K_s \left(\frac{l}{2\pi} \theta_b - X_b \right) + T_{bf}(\dot{\theta}_b) &= 0 \\ M_b \ddot{X}_b + K_s \left(X_b - \frac{l}{2\pi} \theta_b \right) + K_n (X_b - X_t) + F_{bf}(\dot{X}_b) &= 0 \\ M_t \ddot{X}_t + C_t \dot{X}_t + K_n (X_t - X_b) + F_{tf}(\dot{X}_t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

なお、ボールねじ軸とナットの間には鋼球があり、ヘルツ接触していることから、ナットをばね定数 K_n のばねとみなした。ボールねじ支持系の軸方向剛性 K_s は、すでに知られているように⁷⁾、ボールねじ軸、支持軸受及び軸受ブラケットそれぞれの軸方向剛性、 K_b 、 K_B 、 K_H の直列ばねとみなし、式(5)から求めた。

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_H} \quad (5)$$

3.3 摩擦のモデル

一般に送り駆動機構には摩擦が存在し、摩擦力は運動精度、とくに追従精度に影響を及ぼすことから送り駆動機構の動的挙動の解析では摩擦を省略することはできない。そのため、摩擦モデルの提案^{8)~13)}、摩擦力の同定¹⁴⁾、摩擦の補償^{15)~17)}に関する研究が多くなされてきた。

摩擦トルクと速度との関係は非線形であり、速度の関数^{8)~13)}で表される。金子⁸⁾によると摩擦トルクと速度との関係は定性的に図5(a)のように表すことができるとされている。静止時から動きだして動摩擦に移行する間に最大値をとったあと指数関数的に減少し、一定値に収束する。逆に運動状態から静止する場合は、その一定値のまま静止する。負の向きに運動する場合は、正の向きに運動する場合と符号が異なるだけである。

このような関係を数学的に表現することは可能であるが、速度 0 のときに摩擦トルクの値を決定できない。すなわち、動き出そうとしてわずかの駆動力が作用しただけで駆動力の大きさと無関係に最大静止摩擦トルクが作用して、逆方向に押し戻す力が発生してしまう。そこで、Karnopp¹⁰⁾は図5(b)に示すようなモデルを考え、この問題の解消を図ろうとした。幅 $2d\omega$ の低速領域を設けてその間を静止摩擦とし、その間は駆動トルク T

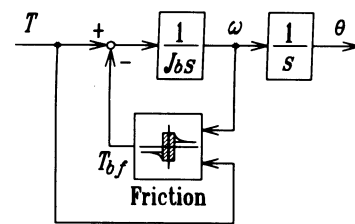


Fig. 6 One example of introduction of friction

と同じ大きさで逆向きのトルクが作用し、駆動トルクが静止摩擦トルク T_s を超えると動摩擦トルク T_k が作用するものとした。しかし、動摩擦トルクを符号関数で表しているために、この場合でも静止摩擦から急激に動摩擦に移行することから実際の現象と必ずしも一致しない。

そこで本研究では図5(c)に示すように Karnopp の考え方を参考にして、低速領域 $\pm d\omega$ を設け、加速過程では、速度がこの範囲の中にある間は駆動トルク T と逆向きでそれと同じ大きさの摩擦トルク T_{bf} が作用すると考える。ただし、その大きさは最大静止摩擦トルク T_s の値を超えないものとする。その後、速度の絶対値が $d\omega$ より大きくなれば摩擦トルクは指数関数的に減少するものとした。一方、減速過程は、図5(c)に示すように、動摩擦のまま静止するものとした。なお、このように摩擦トルクと速度との関係が非可逆的になることは、Harnoy ら¹³⁾や Johnson ら¹⁴⁾も報告している。以上の仮定を式で表すと次のようになる。

(1)速度が 0 から正または負の向きに加速する場合、
 $|\omega| \leq d\omega$ のとき

$$T_{bf}(\omega) = -T(\omega), \quad T_{bf}(\omega) \leq -T_s \quad (6)$$

$|\omega| > d\omega$ のとき

$$T_{bf}(\omega) = (T_s - T_k) \exp\left(\frac{d\omega - |\omega|}{\omega_c}\right) \text{sgn}(\omega) + T_k \text{sgn}(\omega) \quad (7)$$

(2)速度がある値から 0 まで減速する場合、

$$T_{bf}(\omega) = T_k \text{sgn}(\omega) \quad (8)$$

ただし、 ω_c は速度定数(rad/s)、 $\text{sgn}(\omega)$ は符号関数である。

図5(d)に示す指数関数モデル¹¹⁾は、式(7)と同じ記号を使って表すと、次のようになる。式(7)と基本的な形は同じである。

$$T_{bf}(\omega) = (T_s - T_k) \exp(-\beta|\omega|) \text{sgn}(\omega) + T_k \text{sgn}(\omega) \quad (9)$$

ただし、 β は正の定数である。

図5(c)に示した摩擦モデルは、例えばボールねじとナットの間には摩擦力が作用する場合は、図6のように角速度 ω と駆動トルク T を入力とし、摩擦トルク T_{bf} を出力する。これが駆動トルクに負の量として加えられることになる。なお、ボールねじの摩擦トルク T_{bf} は以下の式から求めた⁸⁾。

$$T_{bf} = \frac{l}{2\pi} \left(\mu M g \frac{1}{\eta} + \kappa P \right) \quad (10)$$

ただし、 μ ：摩擦係数、 g ：重力加速度(m/s^2)、 η ：ボールねじの効率、 κ ：予圧ナットの内部摩擦係数、 P ：ナットの予圧量(N)である。

なお、本研究ではしゅう動面間に作用する摩擦力 F_{bf} も図6に示すモデルと同じ形で表されるものとしている。

4. 提案した数学モデルの検証

本章では提案した送り駆動機構モデルとそれに組み込む摩擦モデルの妥当性を確認するために、周波数応答実験及び円弧補間運動試験を行い、シミュレーション結果と比較している。

Table 1 Parameters of model

Symbols	Units	Values	Symbols	Units	Values
J_m	Nms ²	0.0069	K_a	Nm/rad	7.6×10^3
J_b	Nms ²	0.0059	K_s	N/m	2.1×10^8
M_b	kg	7	K_n	N/m	5.1×10^8
M_t	kg	500	C_t	Ns/m	1×10^5
l	m	0.012			

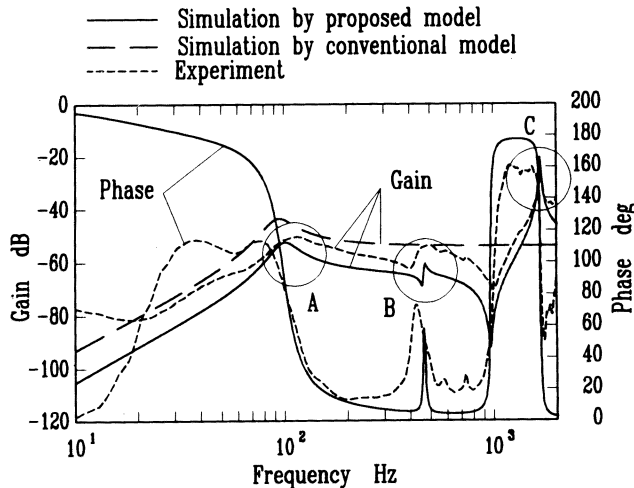


Fig. 7 Comparison of inertia transfer functions

4.1 送り駆動機構の周波数応答

送り駆動機構モデルの妥当性を検証するためにマシニングセンタを使って実験し、シミュレーション結果と比較した。図4に示すモデルのテーブルに加える力を入力、加速度を出力として周波数応答関数を求めた。一方、マシニングセンタの送り駆動機構の周波数応答は、テーブルの側面に加速度計を取り付け、他方の側面をインパルスハンマで加振して、それぞれの出力をFFTアナライザに取り込んでイナータンス伝達関数を求めた。

シミュレーション結果と測定結果とを図7にまとめて示す。シミュレーションは表1に示す値を用いた。なお、図には図3に示すモデルによる結果も示してある。図示したように本モデルによるシミュレーション結果は測定値とよく一致しているのがわかる。とくに、図にA, B, Cで示した100Hz, 500Hz及び1500Hz付近に現れる共振点の周波数はよく一致している。これに対して従来のモデルは、100Hz付近に共振点が現れるところは実験値とほぼ一致しているが、その他は自由度が少ないことから表すことができない。従って、少なくとも1kHz程度までを表現するならば、送り駆動機構のモデルは本論文で提案する多自由度系で表現した方が良いことがわかる。

ここで測定結果において20Hz以下でゲインがシミュレーションよりも大きくなっているが、これは機械の剛体振動モードの影響と考えられる。本モデルでは構造全体を考慮していないため、このような成分は現れないが、構造内でのテーブルの運動を解析する場合には剛体運動は無視してもよいと考えられる。

ところで、垣野ら²⁾は使用したパラメータの大部分を実験から同定した。それに対して、本研究で提案しているモデルでは粘性減衰定数 C_t を実験値から同定したものの、それ以外のパラメータは設計の仕様値及びカタログ値から算出した。従って、共振点の周波数、すなわち、固有振動数は設計データからすべて

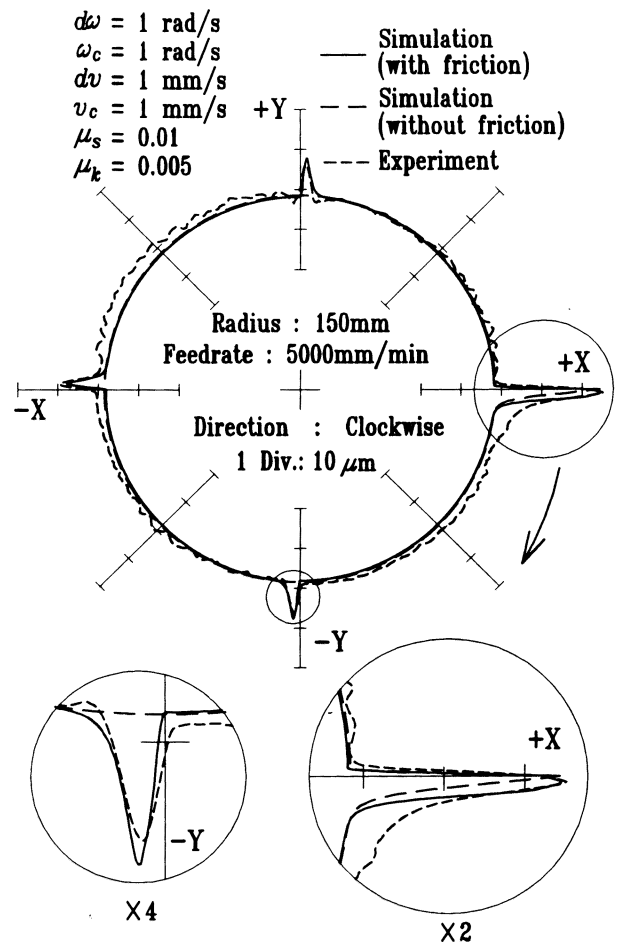


Fig. 8 Comparison of trajectories in circular motion

計算できることになる。ただし、この周波数応答のシミュレーションでは摩擦を考慮していない。

4.2 同時2軸制御による円弧補間運動

加振実験に使用したマシニングセンタのXY平面内で円弧補間運動を測定した。この測定では、筆者の一人が考案したもので、記録した軌跡の象現切替位置と機械座標とが高精度で一致する θ 測定装置¹⁸⁾を使った。シミュレーションでは、実験の対象とした実機のX軸には主軸頭等が付いていて実際にモデル化するにはデータが十分でないために、X軸はY軸と同じものであると仮定している。すなわち、2つの送り駆動系モデルを直角に組み合わせて円弧補間運動をシミュレーションし、測定結果と比較した。摩擦はボールねじ部の摩擦トルク T_f 及び案内面の摩擦力 F_f として導入し、その他は無視した。その結果を測定結果とともに図8に示す。図には摩擦を考慮しない場合の結果も示してある。

マシニングセンタで円弧補間運動を行うと測定結果に現れているように運動開始時に半径減少を生じ、象限切替時にはスティクション(stiction)による突起を生じる^{17~19)}。図示したように半径減少の挙動は摩擦を考慮しなくても現れるが、摩擦を考慮した軌跡の方が測定した軌跡に近い形となっている。さらに象限切替時の特性であるスティクションによる突起は摩擦を考慮しないときには現れないことがわかる。

図9に指数関数モデルの式(9)を用いてシミュレーションした軌跡と測定結果との比較を示す。図によると、半径減少の大きさと象限切替時にスティクションによる突起が生じるところ

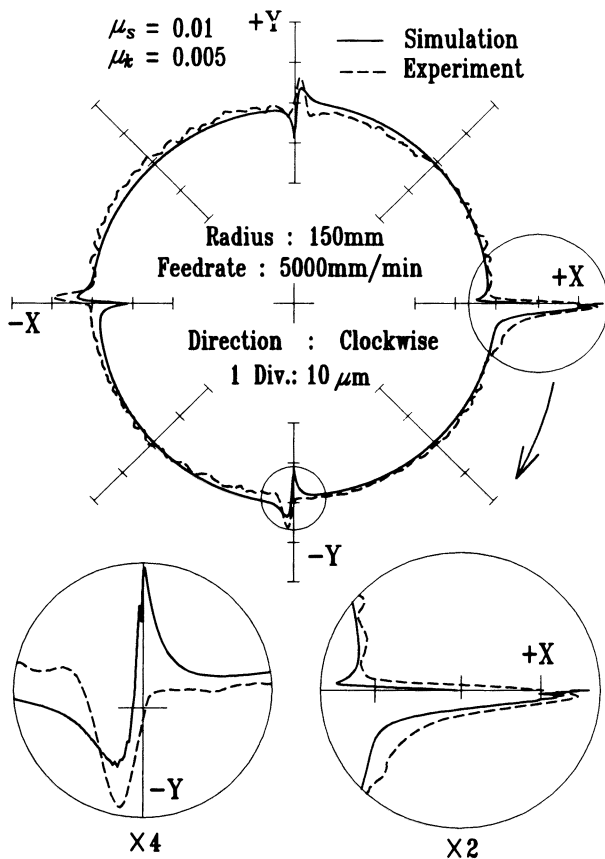


Fig. 9 Circular trajectory of exponential friction model depicted in Fig. 5(d)

は同じであるが、各象限切替え位置の直前でアンダシュートを起こしてしまい、実際の軌跡と一致しないだけでなく、突起の高さもかなり低いことがわかる。これは、減速時に動摩擦のまま静止せずに指数関数的に摩擦力が大きくなって静止摩擦に移行していくことによるものである。このような現象は、Tungらの測定結果¹⁷⁾でも認められていない。従って、本論文で提案した摩擦モデルの方が実際に近い軌跡を表していると言える。

以上、述べたように本研究で提案した送り駆動機構及び摩擦のモデルを使えば、実機を用いて実験することなく、円弧補間運動させたときの象限切替え時の突起を様々な制御アルゴリズムを使って小さくしたり、逆に補償したりする方法をシミュレーションできることになり、本モデルは CNC 駆動システムの設計に有効なツールとして役立つものと思われる。

5. 結 言

本研究では CNC 工作機械の送り駆動系の詳細な数学モデルとそれに組み込む摩擦モデルとを提案し、従来のそれぞれのモデルによる結果及び加振実験と円弧補間運動試験の結果とを比較し、提案したモデルの妥当性を確認した。すなわち、提案した多自由度の数学モデルに駆動機構の各部に作用する摩擦力を組み込めることを示し、また従来の摩擦モデルと比較して提案したモデルは円運動をより正確に表現できることを確認した。その内容をまとめると以下ようになる。

(1)送り駆動機構部の数学モデルは、多自由度系の方がより詳

細に挙動を表現でき、摩擦をそれぞれの部分に組み込むことができる。

(2)提案した摩擦モデルを駆動機構各部に組み込むことによって、円弧補間運動の半径減少だけでなく、象限切替え時の挙動をよく表現できる。

なお、本モデルは CNC 駆動システムの設計ツールとして役立つものと期待できるが、摩擦の表現方法については今後さらに詳細に検討する予定である。

本研究は東京農工大学共同開発研究センターのプロジェクト (A 研究) として行われた研究の一部であることを付記し、関係各位に感謝する。

参 考 文 献

- 1) R. Doraiswami and A. Gulliver, A Control Strategy for Computer Numerical Control Machine Exhibiting Precision and Rapidity, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Contr., **106**, (1984), 56.
- 2) 垣野義昭, 松原 厚, 黎 子椰, 上田大介, 中川秀夫, 竹下虎男, 丸山寿一, NC 工作機械における送り駆動系のトータルチューニングに関する研究, 精密工学会誌, **60**, 8, (1994), 1097.
- 3) 三浦 靖, 富塚誠義, 工作機械送り駆動系のフィードフォワードおよび繰り返し制御, システム制御学会論文誌, **2**, 8, (1989), 262.
- 4) E. D. Tung and M. Tomizuka, Feedforward Tracking Controller Design Based in the Identification of Low Frequency Dynamics, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Contr., **115**, (1993), 348.
- 5) 小林 功, 沼里英彦, 超精密位置決め用高減衰ステージ機構の開発, 精密工学会誌, **60**, 2, (1994), 202.
- 6) 是田規之, 沖友啓成, 津村憲治, 竹内克佳, 江川康夫, バンバン制御による工作機械の送りの高精度化に関する研究, 精密工学会誌, **60**, 3, (1994), 427.
- 7) 伊藤美光, 機械の駆動システム設計, 日刊工業新聞社, (1992), 225.
- 8) 金子敏夫, 数値制御, オーム社, (1972), 114.
- 9) C. D. Walrath, Adaptive Friction Compensation Based on Recent Knowledge of Dynamic Friction, Automatica, **20**, 6, (1984), 717.
- 10) D. Karnopp, Computer Simulation of Stick-slip Friction in Mechanical Dynamic Systems, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Contr., **107**, (1985), 100.
- 11) B. Armstrong, Friction: Experimental Determination, Modeling and Compensation, Proc. the 1988 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, (1988), 1422.
- 12) D. A. Haessig, Jr. and B. Friedland, On the Modeling and Simulation of Friction, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Contr., **113**, (1991), 354.
- 13) A. Harnoy, B. Friedland and H. Rachoor, Modeling and Simulation of Elastic and Friction Forces in Lubricated Bearings for Precise Motion Control, Wear, **172**, (1994), 155.
- 14) C. T. Johnson and R. D. Lorenz, Experimental Identification of Friction and Its Compensation in Precise, Position Controlled Mechanism, IEEE, Trans. Industry Applications, **28**, 6, (1992), 1392.
- 15) 山田一郎, オブザーバによるサーボモータ系の固体摩擦の推定と位置決め制御への応用, 計測自動制御学会論文集, **24**, 2 (1987), 162.
- 16) 家沢雅宏, 今城昭彦, 富沢正雄, AC サーボモータ位置決め系の摩擦補償による高精度化, 日本機械学会論文集, **59**, 568C, (1993), 3811.
- 17) D. Tung, G. Anwar and M. Tomizuka, Low Velocity Friction Compensation and Feedforward Solution Based on Repetitive Control, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Contr., **115**, 2A (1993), 279.
- 18) M. Tsutsumi and K. Sakai, New Measuring Method of Circular Movement of NC Machine Tools, JSME Int. J., **36**, 4, (1993), 463.
- 19) Y. Kakino, Y. Ihara and Y. Nakatsu, The Measurement of Motion Error of NC Machine Tools and Diagnosis of Their Origins by Using Telescoping Magnetic Ball Bar Method, Ann. CIRP, **36**, (1987), 377.