

课程尚未开始 请大家耐心等待

关注微信公共账号，获得最新面试题信息及解答



Facebook: <http://www.facebook.com/ninechapter>

Weibo: <http://www.weibo.com/ninechapter>

Outline

从递归到动划 - Triangle

什么样的题适合使用动态规划？

当我们谈论动态规划的时候，我们在谈论什么？

面试中常见动态规划的分类

矩阵上的动态规划

序列上的动态规划

Triangle

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/triangle/>
<http://www.ninechapter.com/solutions/triangle/>

DFS

```
// traverse
void dfs(int x, int y, int sum) {
    if (x == n) {
        if (sum < best) {
            best = sum;
        }
        return;
    }

    dfs(x + 1, y, sum + a[x][y]);
    dfs(x + 1, y + 1, sum + a[x][y]);
}

dfs(0, 0);
```

```
// Divide & Conquer
// 从x,y出发走到最底层所能找到的最小路径和
int dfs(int x, int y) {
    if (x == n) {
        return 0;
    }
    return min(dfs(x + 1, y), dfs(x + 1, y + 1)) + a[x][y];
}

dfs(0, 0);
```

DFS Optimization

```
// Divide & Conquer (optimization)
// 从x,y出发走到最底层所能找到的最小路径和
int dfs(int x, int y) {
    if (x == n) {
        return 0;
    }
    // = -1 表示还没有被计算出来
    if (hash[x][y] != -1) {
        return hash[x][y];
    }
    hash[x][y] = min(dfs(x + 1, y), dfs(x + 1, y + 1)) + a[x][y];
    return hash[x][y];
}
```

记忆化搜索

本质上:动态规划

动态规划就是解决了重复计算的搜索

动态规划的实现方式:

1. 记忆化搜索
2. 循环

自底向上的动态规划

```
A[][]  
  
// 状态定义  
f[i][j] 表示从i,j出发走到最后一层的最小路径长度  
  
// 初始化, 终点先有值  
for (int i = 0; i < n; i++) {  
    f[n-1][i] = A[n-1][i];  
}  
  
// 循环递推求解  
for (int i = n - 2; i >= 0; i--) {  
    for (int j = 0; j <= i; j++) {  
        f[i][j] = Math.min(f[i + 1][j], f[i + 1][j + 1]) + A[i][j];  
    }  
}  
  
// 求结果: 起点  
f[0][0]
```

自顶向下的动态规划

// 自顶向下的动态规划

状态定义:

$f[i][j]$ 表示从0,0出发, 到达*i*,*j*的最短路径是什么

// 初始化

$f[0][0] = A[0][0]$

// 递推求解

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    for (int j = 1; j <= i; j++) {  
        //  $f[i][j] = \min(f[i-1][j], f[i-1][j-1]) + A[i][j];$   
         $f[i][j] = \infty;$   
        if (i-1, j存在) {  
             $f[i][j] = \min(f[i][j], f[i-1][j]);$   
        }  
        if (i-1, j-1存在) {  
            ..  
        }  
         $f[i][j] += A[i][j];$   
    }  
}
```

// 答案

$\min(f[n-1][0], f[n-1][1], f[n-1][2] \dots)$

如何想到使用DP

1. One of the following three

a) Maximum/Minimum

b) Yes/No

c) Count(*)

2. Can not sort / swap

<http://www.lintcode.com/en/problem/longest-consecutive-sequence/>

动态规划的4点要素

1. 状态 State

灵感, 创造力, 存储小规模问题的结果

2. 方程 Function

状态之间的联系, 怎么通过小的状态, 来算大的状态

3. 初始化 Intialization

最极限的小状态是什么, 起点

4. 答案 Answer

最大的那个状态是什么, 终点

面试最常见的四种类型

1. Matrix DP (10%)
2. Sequence (40%)
3. Two Sequences DP (40%)
4. Backpack (10%)

5 minutes break

1. Matrix DP

state: $f[x][y]$ 表示我从起点走到坐标 x,y

function: 研究走到 x,y 这个点之前的一步

intialize: 起点

answer: 终点

Minimum Path Sum

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/minimum-path-sum/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/minimum-path-sum/>

Minimum Path Sum

state: $f[x][y]$ 从起点走到 x, y 的最短路径

function: $f[x][y] = \min(f[x-1][y], f[x][y-1]) + A[x][y]$

intialize: $f[0][0] = A[0][0]$

// $f[i][0] = \text{sum}(0, 0 \rightarrow i, 0)$

// $f[0][i] = \text{sum}(0, 0 \rightarrow 0, i)$

answer: $f[n-1][m-1]$

Unique Paths

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/unique-paths/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/unique-paths/>

Unique Paths

state: $f[x][y]$ 从起点到 x, y 的路径数

function: (研究倒数第一步)

$$f[x][y] = f[x - 1][y] + f[x][y - 1]$$

intialize: $f[0][0] = 1$

$$// f[0][i] = 1, f[i][0] = 1$$

answer: $f[n-1][m-1]$

Unique Paths II

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/unique-paths-ii/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/unique-paths-ii/>

2. Sequence Dp

state: $f[i]$ 表示“前 i ”个位置/数字/字母,(以第 i 个为)...

function: $f[i] = f[j] \dots j$ 是 i 之前的一个位置

intialize: $f[0]..$

answer: $f[n-1]..$

Climbing Stairs

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/climbing-stairs/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/climbing-stairs/>

Climbing Stairs

state: $f[i]$ 表示前 i 个位置, 跳到第 i 个位置的方案总数

function: $f[i] = f[i-1] + f[i-2]$

intialize: $f[0] = 1$

answer: $f[n]$

Jump Game

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/jump-game/>
<http://www.ninechapter.com/solutions/jump-game/>

Jump game

state: $f[i]$ 代表我能否从起点跳到第 i 个位置

function: $f[i] = \text{OR}(f[j], j < i \ \&\& \ j \text{能够跳到} i)$

initialize: $f[0] = \text{true};$

answer: $f[n-1]$

Jump Game II

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/jump-game-ii/>
<http://www.ninechapter.com/solutions/jump-game-ii/>

Jump game II

state: $f[i]$ 代表我跳到这个位置最少需要几步

function: $f[i] = \text{MIN}(f[j]+1, j < i \ \&\& \text{j能够跳到i})$

initialize: $f[0] = 0;$

answer: $f[n-1]$

Palindrome Partitioning II

[http://www.lintcode.com/zh-](http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/palindrome-partitioning-ii/)

[cn/problem/palindrome-partitioning-ii/](http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/palindrome-partitioning-ii/)

<http://www.ninechapter.com/solutions/palindrome-partitioning-ii/>

Palindrome Partitioning ii

state: $f[i]$ "前 i "个字符组成的子字符串需要最少几次cut(最少能被分割为多少个字符串-1)

function: $f[i] = \text{MIN}\{f[j]+1\}$, $j < i \ \&\& \ j+1 \sim i$ 这一段是一个回文串

intialize: $f[i] = i - 1$ ($f[0] = -1$)

answer: $f[s.length()]$

Word Segmentation

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/word-segmentation/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/word-break/>

Word Segmentation

state: $f[i]$ 表示前 i 个字符能否被完美切分

function: $f[i] = \text{OR}\{f[j]\}$, $j < i$, $j+1 \sim i$ 是一个词典中的单词

intialize: $f[0] = \text{true}$

answer: $f[s.length()]$

注意: 切分位置的枚举 \rightarrow 单词长度枚举

$O(NL)$, N : 字符串长度, L : 最长的单词的长度

Longest Increasing Subsequence

<http://www.lintcode.com/zh-cn/problem/longest-increasing-subsequence/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/longest-increasing-subsequence/>

Longest Increasing Subsequence

state:

错误的方法: $f[i]$ 表示前 i 个数字中最长的 LIS 的长度

正确的方法: $f[i]$ 表示前 i 个数字中以第 i 个结尾的 LIS 的长度

function: $f[i] = \text{MAX}\{f[j] + 1\}, j < i \ \&\& \ a[j] \leq a[i]$

intialize: $f[0..n-1] = 1$

answer: $\text{max}(f[0..n-1])$

LIS 贪心反例

1 1000 2 3 4

10 11 12 1 2 3 4 13