

课程尚未开始 请大家耐心等待

关注微信公共账号，获得最新面试题信息及解答



Facebook: <http://www.facebook.com/ninechapter>

Weibo: <http://www.weibo.com/ninechapter>

Outline

复习上一节课的内容
双序列动态规划
背包问题的动态规划

如何想到使用DP

1. One of the following three

a) Maximum/Minimum

b) Yes/No

c) Count(*)

2. Can not sort / swap

<http://www.lintcode.com/en/problem/longest-consecutive-sequence/>

动态规划的4点要素

1. 状态 State

灵感, 创造力, 存储小规模问题的结果

2. 方程 Function

状态之间的联系, 怎么通过小的状态, 来算大的状态

3. 初始化 Intialization

最极限的小状态是什么, 起点

4. 答案 Answer

最大的那个状态是什么, 终点

面试最常见的四种类型

1. Matrix DP (10%)
2. Sequence (40%)
3. Two Sequences DP (40%)
4. Backpack (10%)

3. Two Sequences Dp

state: $f[i][j]$ 代表了第一个sequence的前 i 个数字 / 字符 配上第二个sequence的前 j 个...

function: $f[i][j]$ = 研究第 i 个和第 j 个的匹配关系

intialize: $f[i][0]$ 和 $f[0][i]$

answer: $f[s1.length()][s2.length()]$

Longest Common Subsequence

<http://www.lintcode.com/en/problem/longest-common-subsequence/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/longest-common-subsequence/>

Longest Common Subsequence

state: $f[i][j]$ 表示前 i 个字符配上前 j 个字符的 LCS 的长度

function: $f[i][j] = f[i-1][j-1] + 1$ // $a[i] == b[j]$
 $= \text{MAX}(f[i-1][j], f[i][j-1])$ // $a[i] != b[j]$

intialize: $f[i][0] = 0$

$f[0][j] = 0$

answer: $f[a.length()][b.length()]$

Longest Common Substring

<http://www.lintcode.com/en/problem/longest-common-substring/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/longest-common-substring/>

Longest Common Substring

state: $f[i][j]$ 表示前 i 个字符配上前 j 个字符的 LCS 的长度
(一定以第 i 个和第 j 个结尾的 LCS)

function: $f[i][j] = f[i-1][j-1] + 1$ // $a[i] == b[j]$
 $= 0$ // $a[i] != b[j]$

intialize: $f[i][0] = 0$
 $f[0][j] = 0$

answer: $\text{MAX}(f[0..a.length()][0..b.length()])$

Edit Distance

<http://www.lintcode.com/en/problem/edit-distance/>
<http://www.ninechapter.com/solutions/edit-distance/>

Edit Distance

state: $f[i][j]$ a的前i个字符“配上”b的前j个字符
最少要用几次编辑使得他们相等

function:

$f[i][j] = \text{MIN}(f[i-1][j-1], f[i-1][j]+1, f[i][j-1]+1)$ // $a[i] == b[j]$

$= \text{MIN}(f[i-1][j], f[i][j-1], f[i-1][j-1]) + 1$ // $a[i] != b[j]$

intialize: $f[i][0] = i, f[0][j] = j$

answer: $f[a.length()][b.length()]$

其他题目

Distinct Subsequence
Interleaving String

4. Backpack DP

背包问题

Backpack

<http://www.lintcode.com/en/problem/backpack/>

<http://www.ninechapter.com/solutions/backpack/>

Backpack

n 个整数 $a[1..n]$, 装 m 的背包

state: $f[i][j]$ “前 i ”个数, 取出一些能否组成和为 j

function: $f[i][j] = f[i-1][j - a[i]] \text{ or } f[i-1][j]$

intialize: $f[X][0] = \text{true}; f[0][1..m] = \text{false}$

answer: 能够使得 $f[n][X]$ 最大的 $X(0 \leq X \leq m)$

Backpack II

<http://www.lintcode.com/en/problem/backpack-ii/>
<http://www.ninechapter.com/solutions/backpack-ii/>

Backpack II

n个物品，背包为m，体积a[1..n]，价值v[1..n]

state: f[i][j]表示前i个物品中，取出“若干”物品后，体积“正好”为j的最大价值。

function: $f[i][j] = \max\{f[i-1][j], f[i-1][j - a[i]] + v[i]\}$

intialize: $f[X][0] = 0, f[0][1..m] = -\infty$

answer: f[n][1..m]中最大值

k Sum

<http://www.lintcode.com/en/problem/k-sum/>

k Sum

state: $f[i][j][t]$ 前 i 个数取 j 个数出来能否和为 t

function: $f[i][j][t] = f[i - 1][j - 1][t - a[i]]$ or
 $f[i - 1][j][t]$

1. 问是否可行 (DP) - $f[x][0][0] = \text{true}$
2. 问方案总数 (DP) - $f[x][0][0] = 1$
3. 问所有方案 (递归/搜索)

Minimum Adjustment Cost

<http://www.lintcode.com/en/problem/minimum-adjustment-cost/>

Minimum Adjustment Cost

n个数, 可以对每个数字进行调整, 使得相邻的两个数的差都 $\leq \text{target}$, 调整的费用为

$$\text{Sigma}(|A[i]-B[i]|)$$

A[i]原来的序列 B[i]是调整后的序列

$A[i] < 200$, $\text{target} < 200$

让代价最小

B[woB[]B[]B[B

最小调整代价

state: $f[i][v]$ 前 i 个数, 第 i 个数调整为 v , 满足相邻两数 $\leq \text{target}$, 所需要的最小代价

function: $f[i][v] = \min(f[i-1][v'] + |A[i]-v|, |v-v'| \leq \text{target})$

intialize: $f[1][A[1]] = 0, f[1][A[1] \pm X] = X$

answer: $f[n][X]$

$O(n * A * T)$

Conclusion

4 key points of DP:

1. State

2. Function

3. Initialize / start

4. Answer / end

Recursive VS DP

递归是一种程序的实现方式:函数的自我调用

```
Function(x) {  
    ...  
    Funciton(x-1);  
    ...  
}
```

动态规划是一种解决问题的思想:大规模问题的结果,是由小规模问题的结果运算得来的。
动态规划可以用递归来实现(Memorization Search)