

TH1 - Aufgabenblatt 2

Andreas Krohn, Erik Andresen, Benjamin Vetter, Andreas Basener

27. Mai 2011

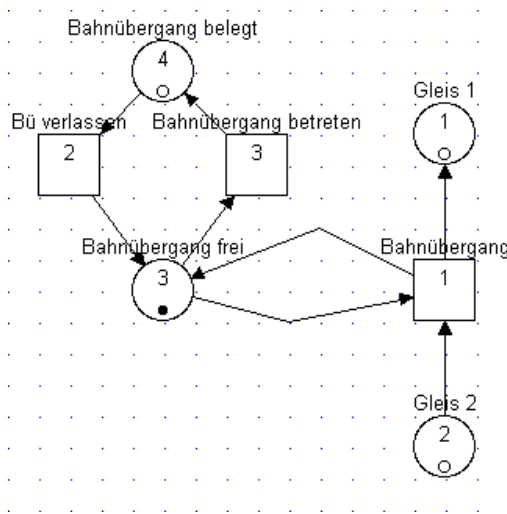
1. Welche Eigenschaften sollte Eure Gleisanlage haben? (informelle Beschreibung)
 - Deadlock-Freiheit
 - Starvation-Frei
 - Beschränkt bzgl. der maximalen Anzahl an fahrenden Zügen pro Gleisabschnitt
 - Kollisionsfrei
 - Alpenpanorama

2. Modellierung:

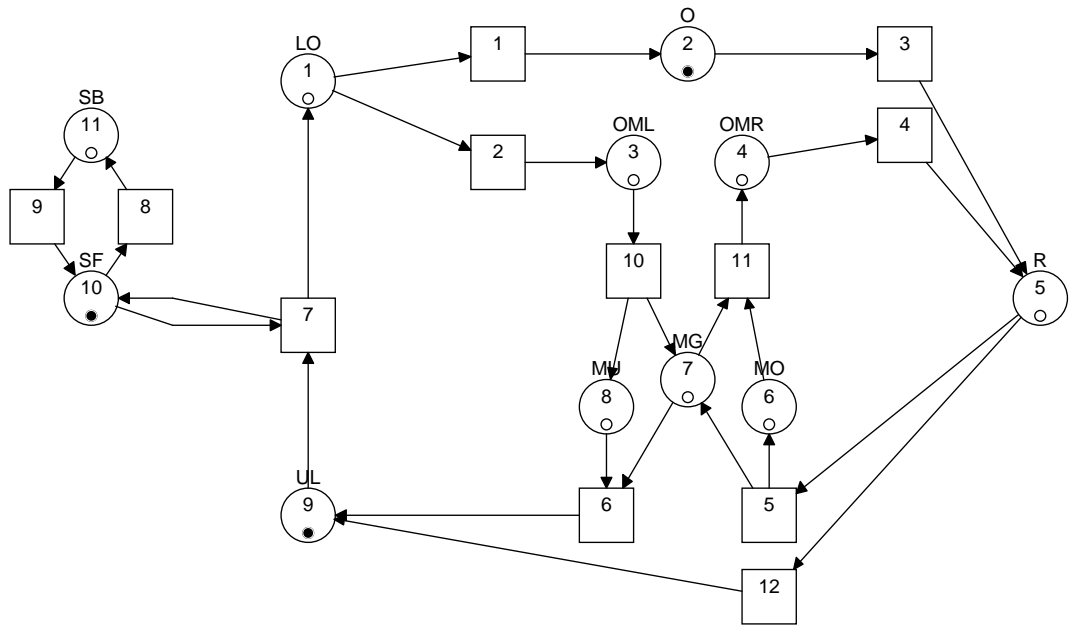
(a) Modelliert die einzelnen o.g. Gleise, Weichen und die Schranke jeweils mit einem eigenen S/T-Netz. Wie werden die Züge darin modelliert?

Ein Gleis ist eine Stelle mit maximaler Belegung von eins. Wenn ein Zug dieses Gleis belegt befindet sich auf der Stelle ein Token. Die Weichen werden über zwei alternative Transitionen, die von der Stelle weglaufen modelliert: Pro Weiche und Richtung existiert eine Transition, d.h. über das Schalten der jeweiligen Transition wird gewählt wie der Zug weiterfahren soll.

Der Bahnübergang ist eine Transition auf der Bahnstrecke zwischen zwei Gleisabschnitten (Stellen), die nur schaltet wenn sich niemand auf dem Bahnübergang befindet (Token auf Bahnübergang frei). Wird der Bahnübergang (Bü) betreten befindet sich kein Token mehr auf „Bahnübergang frei“ und damit kann der Zug den Bahnübergang nicht passieren.



(b) Setzt die einzelnen S/T-Netze zusammen, so dass mind. jedes Gleis, jede Weiche und die Schranke einmal in Eurer Gleisanlage vorhanden sind und gebt eine Anfangsmarkierung mit zwei Zügen an.



3. Analyse:

(a) Berechnet die P-Invarianten Euer Gleisanlage.

a) S/T-Netz in Matrixdarstellung:

$$P = \{LO, O, OML, OMR, R, MU, MG, MO, UL, SB, SF\}$$

$$T = \{T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12\}$$

$$\underline{pre} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{post} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{N} = (P, T, \underline{pre}, \underline{post})$$

$$\underline{I} = \underline{post} - \underline{pre} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Lösung des Gleichungssystems $\underline{I}^T * x = \underline{0}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} * x = \underline{0}$$

$\Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_8 = x_9$ da

$x_6 + x_7 - x_9 = 0 \Leftrightarrow x_1 + x_7 - x_1 = 0 \Rightarrow x_7 = 0$ und

$x_5 - x_7 - x_8 = 0 \Rightarrow x_5 - x_8 = 0,$

$x_{10} = x_{11}$

x_1 und x_{10} beliebig.

Für $x_1 = 0, x_{10} = 0$: $I_{P_1} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$

Für $x_1 = 0, x_{10} = 1$: $I_{P_2} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)^T$

(b) Berechnet die T-Invarianten Euer Gleisanlage.

Lösung des Gleichungssystems $\underline{I} * x = \underline{0}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = x = \underline{0}$$

$x_1 = x_3 = 0$

$x_8 = x_9$

$x_2 = x_6 = x_7 = x_{10}$

$x_4 = x_5 = x_{11} = 0$

$-x_5 + x_6 + x_{11} = 0 \Rightarrow -x_5 + x_1 + x_5 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$x_1 + x_2 - x_7 = 0 \Rightarrow 0 + x_2 - x_7 = 0 \Rightarrow x_2 = x_7$

$$-x_6 + x_7 - x_{12} = 0 \Rightarrow -x_2 + x_2 - x_{12} = 0 \Rightarrow x_{12} = 0$$

$$-x_3 - x_4 + x_5 + x_{12} = 0 \Rightarrow 0 - x_4 - x_4 + 0 = 0 \Rightarrow x_4 = 0$$

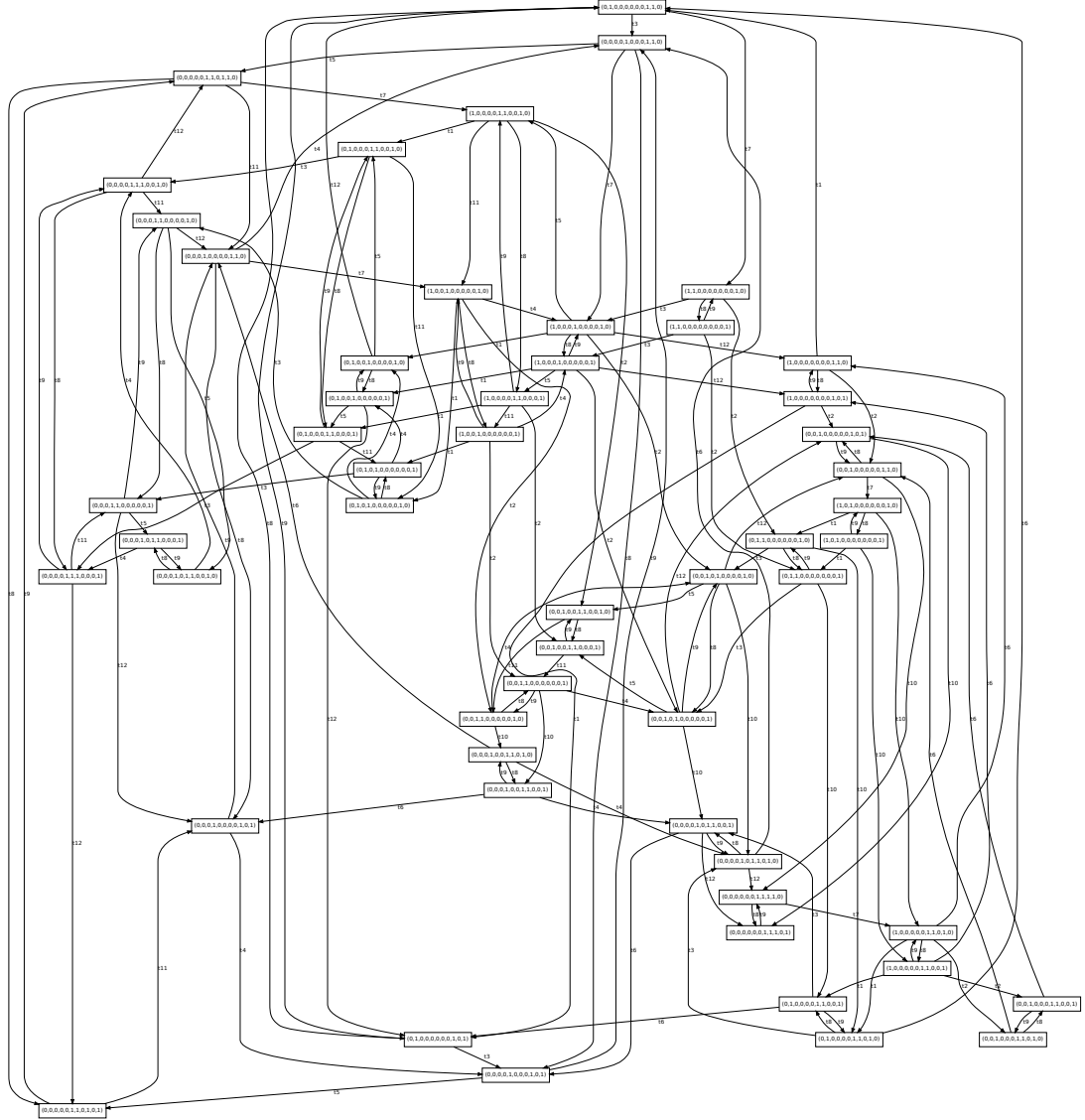
x_2 und x_8 beliebig.

Für $x_2 = 0, x_8 = 0$: $I_{T_1} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

Für $x_2 = 0, x_8 = 1$: $I_{T_2} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$

(c) Berechnet den Erreichbarkeitsgraph Eurer Gleisanlage.

Ordnung $LO < O < OML < OMR < R < MO < MG < MU < UL < SF < SB$



(d) Berechnet den Kondensationsgraph Eurer Gleisanlage.

(e) Berechnet den Überdeckungsgraph Eurer Gleisanlage.