TH1 - Aufgabenblatt 2

Andreas Krohn, Erik Andresen, Benjamin Vetter, Andreas Basener

30. Mai 2011

1. Welche Eigenschaften sollte Eure Gleisanlage haben? (informelle Beschreibung)

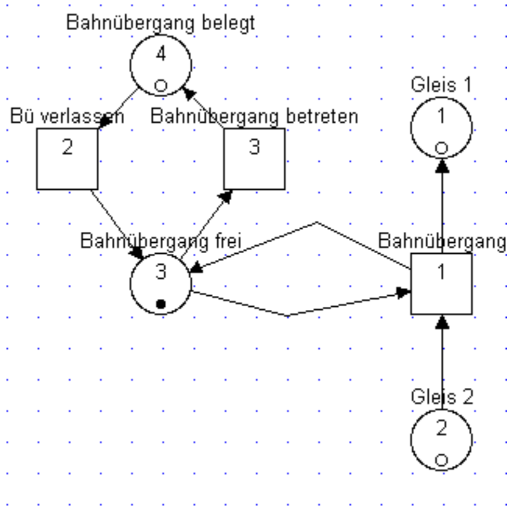
    - Deadlock-Freiheit
    - Starvation-Frei
    - Beschränkt bzgl. der maximalen Anzahl an fahrenden Zügen pro Gleisabschnitt
    - Kollisionsfrei
    - Alpenpanorama

2. Modellierung:

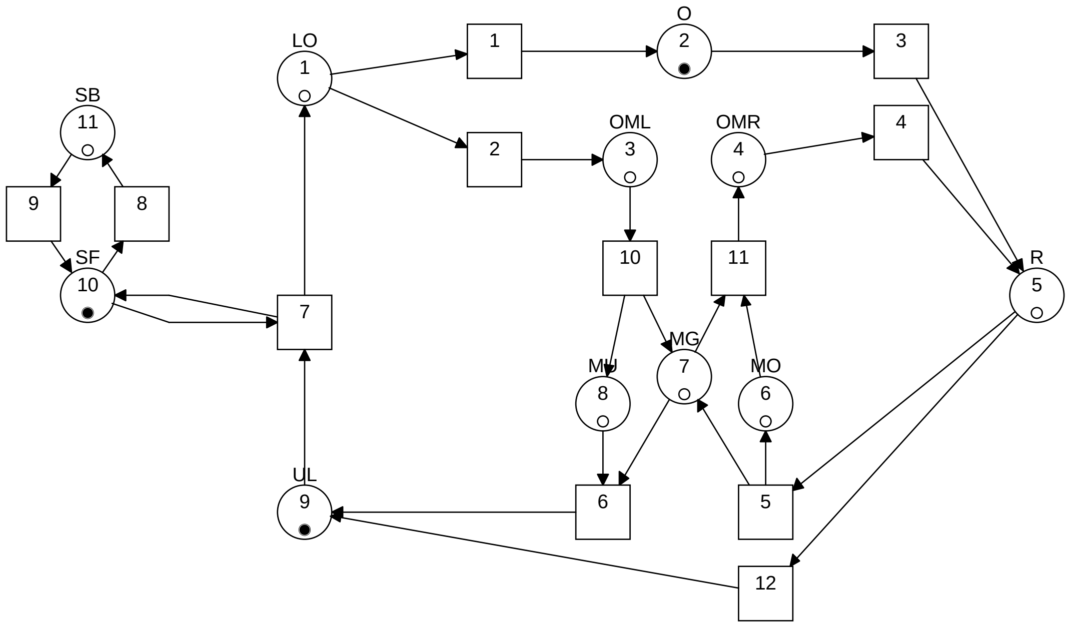
(a) Modelliert die einzelnen o.g. Gleise, Weichen und die Schranke jeweils mit einem eigenen S/T-Netz. Wie werden die Züge darin modelliert?

Ein Gleis ist eine Stelle mit maximaler Belegung von eins. Wenn ein Zug dieses Gleis belegt befindet sich auf der Stelle ein Token. Die Weichen werden über zwei alternative Transitionen, die von der Stelle weglaufen modelliert: Pro Weiche und Richtung existiert eine Transition, d.h. über das Schalten der jeweiligen Transition wird gewählt wie der Zug weiterfahren soll.

Der Bahnübergang ist eine Transition auf der Bahnstrecke zwischen zwei Gleisabschnitten (Stellen), die nur schaltet wenn sich niemand auf dem Bahnübergang befindet (Token auf Bahnübergang frei). Wird der Bahnübergang (Bü) betreten befindet sich kein Token mehr auf „Bahnübergang frei“ und damit kann der Zug den Bahnübergang nicht passieren.



(b) Setzt die einzelnen S/T-Netze zusammen, so dass mind. jedes Gleis, jede Weiche und die Schranke einmal in Eurer Gleisanlage vorhanden sind und gebt eine Anfangsmarkierung mit zwei Zügen an.



3. Analyse:

   (a) Berechnet die P-Invarianten Euer Gleisanlage.

   a) S/T-Netz in Matrixdarstellung:

   $P = \{LO, O, OML, OMR, R, MU, MG, MO, UL, SB, SF\}$

   $LO < O < OML < OMR < R < MU < MG < MO < UL < SB < SF$

   $T = \{T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12\}$

$$\underline{post} = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{pre} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\underline{N} = (P, T, \underline{pre}, \underline{post})$

$$\underline{I} = \underline{post} - \underline{pre} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) Lösung des Gleichungssystems $\underline{I}^T * x = \underline{0}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} * x = \underline{0}$$

$I_{P_1} = (1,1,1,1,1,0,1,0,1,0,0)^T$

$I_{P_2} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1)^T$

$I_{P_3} = (1,1,1,1,1,1,0,1,1,0,0)^T$

(b) Berechnet die T-Invarianten Euer Gleisanlage.

Lösung des Gleichungssystems $\underline{I} * x = \underline{0}$:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = x = \underline{0}$$

$I_{T_1} = (0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0)$

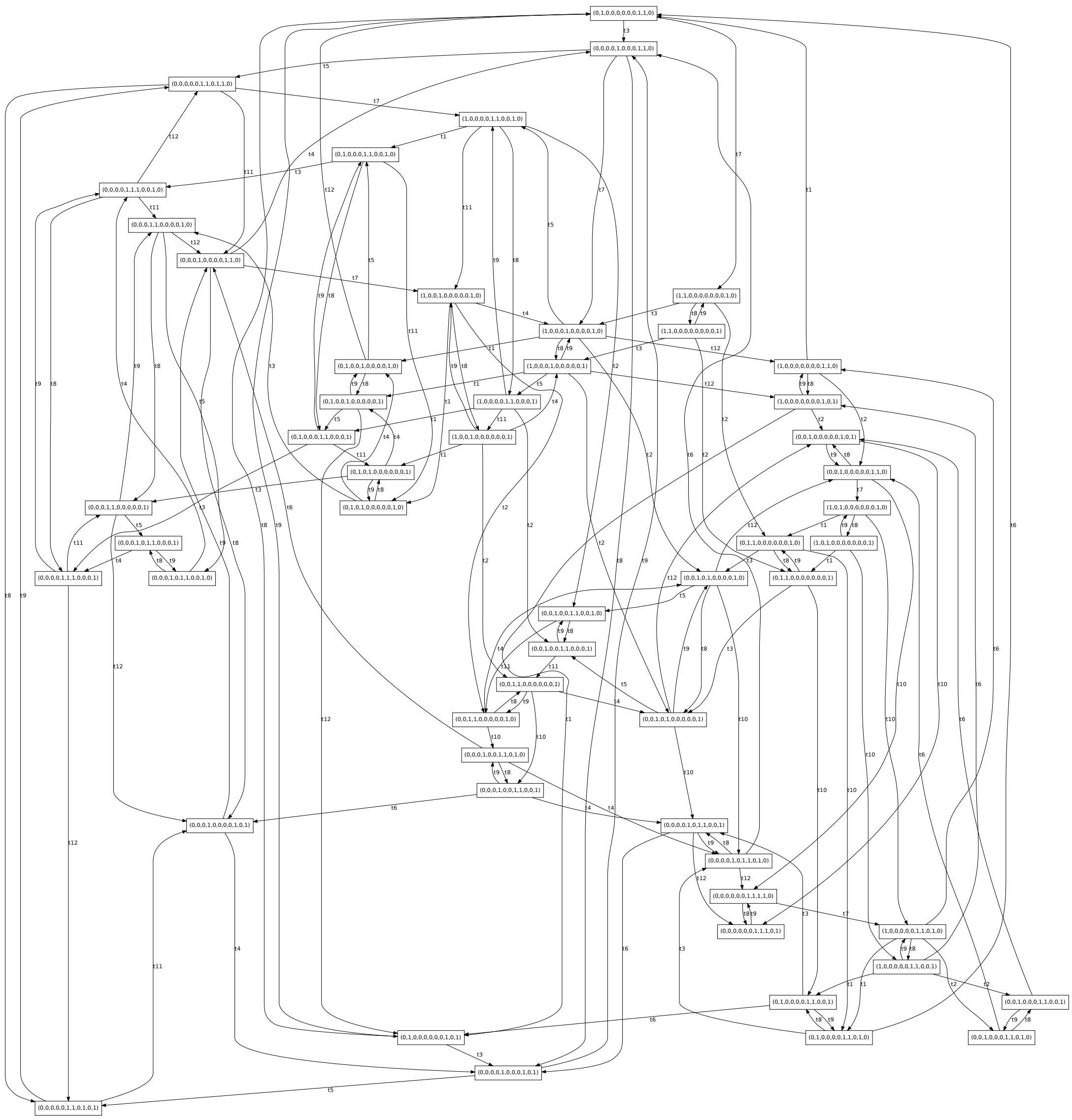
$I_{T_2} = (0,1,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0)$

$I_{T_3} = (0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,1,0)$

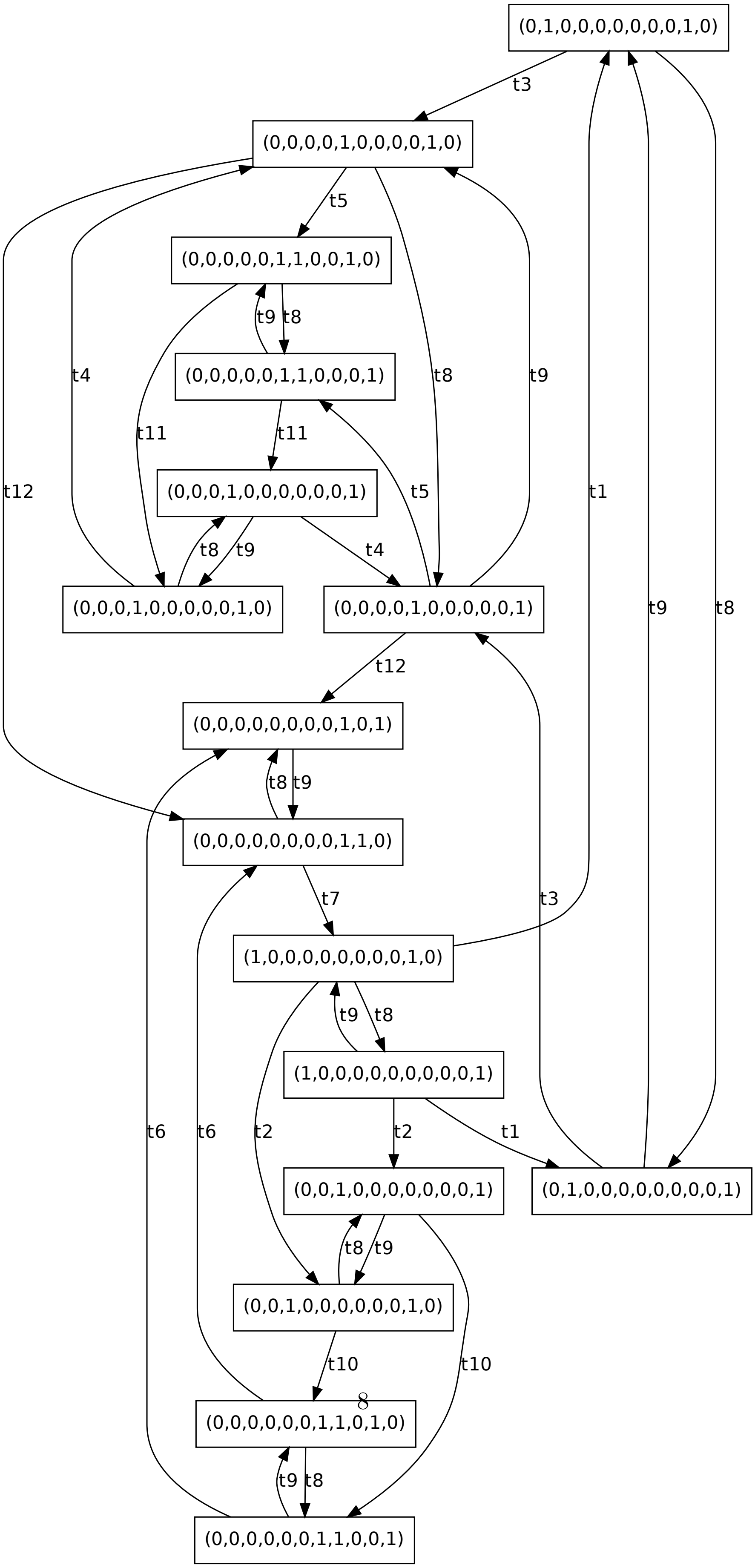
$I_{T_4} = (1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,1)$

(c) Berechnet den Erreichbarkeitsgraph Eurer Gleisanlage.

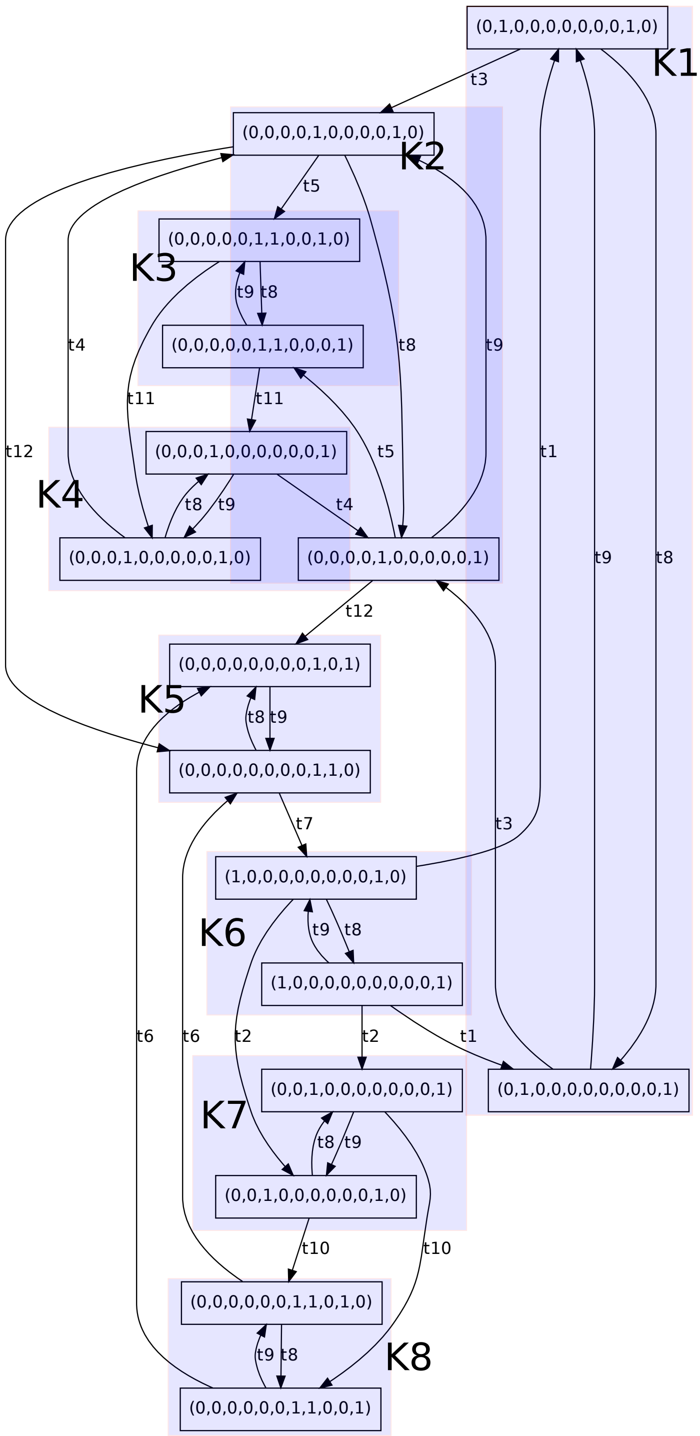
In den Grafiken gilt im Gegensatz zu oben die Ordnung $LO < O < OML < OMR < R < MO < MG < MU < UL < SF < SB$



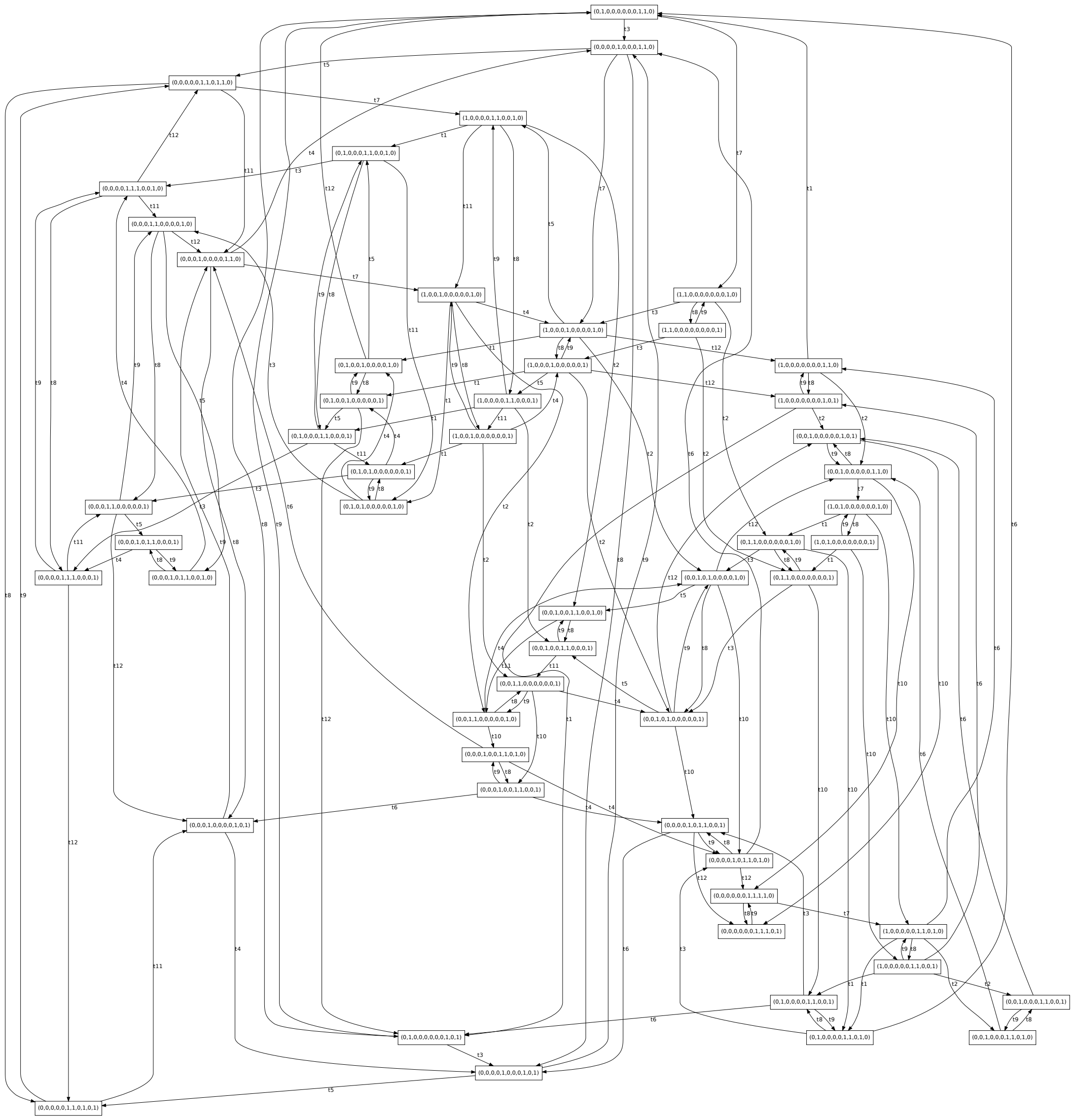
Vereinfachte Version zur Berechnung der Kondensations- und Überdeckungsgraphen.


(0,1,0,0,0,0,0,0,0,1,0)
(0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0)
(0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,0)
(0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,1)
(0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1)
(0,0,0,1,0,0,0,0,0,1,0)
(0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,1)
(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1)
(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0)
(1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0)
(1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)
(0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,1)
(0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1)
(0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0)
(0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,0)
(0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1)
t1
t2
t3
t4
t5
t6
t7
t8
t9
t10
t11
t12

(d) Berechnet den Kondensationsgraph Eurer Gleisanlage.



(e) Berechnet den Uberdeckungssgraph Eurer Gleisanlage.



4. Verifikation:

(a) Welche Eigenschaften lassen sich aus den Invarianten und den Graphen für Eure Gleisanlage ablesen?

Das Netz ist **nicht konfliktfrei**. Bsp.: Das Schalten von T8 deaktiviert T7.

Sicherheitseigenschaften:

Beschränktheit (EG): **Das Netz ist beschränkt.** Hinreichende Bedingungen aus Invarianten: Es existiert eine positive S-Invariante. Damit ist die hinreichende Bedingung für Beschränktheit erfüllt, das Netz ist beschränkt.

$I_{P_1} = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)^T$

Auf dem mittleren Streckenabschnitt können sich keine 2 Züge entgegenkommen (wechselseitiger Ausschluss), da $LO + O + OML + OMR + R + MG + UL = 2$.

$I_{P_2} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)^T$

$SB + SF = 1 \implies$ Wechselseitiger Ausschluss von 'Bahnübergang offen' und 'Bahnübergang geschlossen'.

$I_{P_3} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)^T$

Nie mehr als 1 Zug auf einem Streckenabschnitt und es geht kein Zug verloren, da $LO + O + OML + OMR + R + MU + MO + UL = 2$

Lebendigkeitseigenschaften:

Reversibilität (EG, kondensiert): **Das Netz ist reversibel.** Notwendige Bedingungen aus Invarianten: Es existiert eine nichtnegative T-Invariante. Damit ist die notwendige Bedingung für Reversibilität erfüllt, das Netz kann Reversibel sein.

Lebendigkeit (EG, kondensiert): **Das Netz ist lebendig.** Notwendige Bedingungen aus Invarianten: Es existiert eine positive T-Invariante. Damit ist die notwendige Bedingung für Lebendigkeit erfüllt, das Netz kann lebendig sein.

$I_{T_1} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$

Vollständiger Prozess: Bahnübergang schließen, Bahnübergang öffnen, d.h. wechselnd.

$I_{T_2} = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$

Vollständiger Prozess: kleine, linke Runde fahren.

$I_{T_3} = (0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$

Vollständiger Prozess: kleine, rechte Runde fahren.

$I_{T_4} = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$

Vollständiger Prozess: große Runde fahren.

(b) Inwiefern ändern sich die Ergebnisse, wenn nur ein Zug fährt oder mehr als zwei Züge fahren. Gelten die Eigenschaften dann in jedem Fall immer noch?

a) Fährt nur noch ein Zug, ändern sich die Eigenschaften des Netzes nicht.

Es ist lediglich eine Stelle weniger belegt und damit pro Markierung eine oder zwei Transistionen weniger aktiviert. Überdeckungs- und Kondensationsgraph werden damit kleiner.

b) Fahren mehr als 2 Züge, lautet die maximale “gültige” Startmarkierung

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Erhalten die verbleibenden Stellen auch eine Markierung, sind aufgrund der Kapazitäten keine Transitionen mehr aktiviert. Damit verliert das Netz seine Lebendigkeitseigenschaft.

(c) Lassen sich alle Eure gewünschten Eigenschaften aus 1. mit Hilfe der Analyse verifizieren? Wenn ja, dann formalisiert Eure gewünschten Eigenschaften und weist sie mithilfe der Analyse nach. Wenn nein, dann formuliert informell, warum sie nicht nachgewiesen werden können.

a) **Deadlock:** Es finden sich keine Deadlocks in dem Petrinetz, da kein Zustand durch beliebige Schaltschritte erreicht werden kann, in dem keine weitere Schaltung moeglich ist.

b) **Starvation frei:** Keine Transition verhungert, da in einer unendlichen Schaltfolge jede Transition mindestens einmal geschaltet wird.

c) **Kollisionsfreiheit:** Da die Kapazitaeten der Stellen auf 1 begrenzt ist, kann ausgeschlossen werden, dass sich 2 Zuege zur gleichen Zeit auf dem selben Gleisabschnitt befinden koennen.

d) **Alpenpanorama** Nach dem dritten Satz von M.N. Taler in der Notation von R. Parmesani:

```
                                  _
                       .-.       / \
           ^^         /   \     /^./\__   _/ \
         _        .--'\/\_ \__/.       \ /    \  ^^  ___
        / \_    _/ ^      \/   __  :'   /\/\  /\  __/   \
       /    \  /    .'   _/   /  \   ^ /    \/  \/ .`'\_/\
      /\/\  /\/ :' __  ^/  ^/     `--./.'  ^  `-.\ _    _:\ _
     /    \/  \  _/  \-' __/.'  ^ _   \_   .'\   _/ \ .  __/ \
   /\  .-   `. \/     \ / -.    _/ \ -. `_/   \ /    `._/  ^  \
  /  `-.__ ^   / .-'.--'     . /    `--./ .-'  `-.  `-. `.  -  `.
@/        `.  / /      `-.    /  .-'   / .   .'   \    \  \  .-  \%
```

Daraus folgt: Alpenpanorama zweiter Klasse.