TH2 - Übung 2

Andreas Krohn, Benjamin Jochheim, Theodor Nolte, Benjamin Vetter

November 27, 2011

1 CSP Trace Semantik

1.1 Traces für konkrete Prozesse berechnen

Gegeben seien die folgenden Prozesse:

$$P = (a \to b \to Skip) \square (b \to d \to Stop)$$

$$Q = (x \to Skip) \triangle (y \to Stop)$$

$$R = (P; Q) \setminus \{x, y\}$$

$$S = P \mid [\{a, b\} \mid \{x, y\} \mid] Q$$

Berechnen Sie die Trace-Semantik der Prozesse auf der Basis der Trace-Definitionen im CSP-Guide (Kap. 6). Geben Sie die für die Berechnung verwendeten Regeln an. Referenzversion ist Version 43 des CSP-Guide.

$$P = (a \rightarrow b \rightarrow Skip) \square (b \rightarrow d \rightarrow Stop)$$

$$traces(P) = traces((a \rightarrow b \rightarrow Skip) \Box (b \rightarrow d \rightarrow Stop))$$

= $traces(a \rightarrow b \rightarrow Skip) \cup traces(b \rightarrow d \rightarrow Stop)$ Choice, 6.14

$$traces(a \rightarrow b \rightarrow Skip) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle a \rangle \cap tr \mid tr \in traces(b \rightarrow Skip) \}$$
 Prefixing, 6.10

$$traces(b \to Skip) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle b \rangle \cap tr \mid tr \in traces(Skip)\}$$
Prefixing, 6.10
$$= \{\langle \rangle \} \cup \{\langle b \rangle \cap tr \mid tr \in \{\langle \rangle, \langle \checkmark \rangle \}\}$$
Skip, 6.4
$$= \{\langle \rangle, \langle b \rangle, \langle b, \checkmark \rangle \}$$

$$traces(a \to b \to Skip) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle a \rangle \cap tr \mid tr \in \{\langle \rangle, \langle b \rangle, \langle b, \checkmark \rangle \}$$
$$= \{\langle \rangle, \langle a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle \}$$

$$traces(b \to d \to Stop) = \{\langle \rangle\} \cup \{\langle b \rangle \cap tr \mid tr \in traces(d \to Stop)\}$$
 Prefixing, 6.10

$$traces(d \to Stop) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle d \rangle \cap tr \mid tr \in traces(Stop)\}$$
Prefixing, 6.10
$$= \{\langle \rangle \} \cup \{\langle d \rangle \cap tr \mid tr \in \{\langle \rangle \} \}$$
Stop, 6.3
$$= \{\langle \rangle, \langle d \rangle \}$$

$$traces(b \to d \to Stop) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle b \rangle \cap tr \mid tr \in \{\langle \rangle, \langle d \rangle \}\}$$
$$= \{\langle \rangle, \langle b \rangle, \langle b, d \rangle \}$$

$$traces(P) = \{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle \} \cup \{ \langle \rangle, \langle b \rangle, \langle b, d \rangle \}$$
$$= \{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle, \langle b \rangle, \langle b, d \rangle \}$$

$$Q = (x \to Skip) \triangle (y \to Stop)$$

$$traces(Q) = traces((x \to Skip) \triangle (y \to Stop))$$

$$= traces(x \to Skip) \cup$$

$$\{tr_1 \cap tr_2 \mid tr_1 \in traces(x \to Skip) \land \checkmark \not\in \sigma(tr_1) \land tr_2 \in traces(y \to Stop)\} \text{ Interrupt, 6.53}$$

$$traces(x \to Skip) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle x \rangle \cap tr \mid tr \in traces(Skip)\}$$
Prefixing, 6.10
$$= \{\langle \rangle \} \cup \{\langle x \rangle \cap tr \mid tr \in \{\langle \rangle, \langle \checkmark \rangle \} \}$$
Skip, 6.4
$$= \{\langle \rangle, \langle x \rangle, \langle x, \checkmark \rangle \}$$

$$traces(y \to Stop) = \{\langle \rangle \} \cup \{\langle y \rangle \cap tr \mid tr \in traces(Stop)\}$$
Prefixing, 6.10
$$= \{\langle \rangle \} \cup \{\langle y \rangle \cap tr \mid tr \in \{\langle \rangle \} \}$$
Stop, 6.3
$$= \{\langle \rangle, \langle y \rangle \}$$

$$traces(Q) = \{\langle \rangle, \langle x \rangle, \langle x, \checkmark \rangle\} \cup$$

$$\{tr_1 \cap tr_2 \mid tr_1 \in \{\langle \rangle, \langle x \rangle, \langle x, \checkmark \rangle\} \land \checkmark \not\in \sigma(tr_1) \land tr_2 \in \{\langle \rangle, \langle y \rangle\}\}$$

$$= \{\langle \rangle, \langle x \rangle, \langle x, \checkmark \rangle\} \cup \{\langle \rangle, \langle y \rangle, \langle x \rangle, \langle x, y \rangle \rangle \}$$

$$= \{\langle \rangle, \langle x \rangle, \langle x, \checkmark \rangle, \langle y \rangle, \langle x, y \rangle \}$$

$$R = (P; Q) \setminus \{x, y\}$$

$$traces(R) = traces((P; Q) \setminus \{x, y\})$$

= $\{tr \setminus \{x, y\} \mid tr \in traces(P; Q)$ Hiding, 6.48

$$traces(P; Q) = \{tr \mid tr \in \{\langle\rangle, \langle a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, b, \checkmark\rangle, \langle b\rangle, \langle b, d\rangle\} \land \checkmark \not\in \sigma(tr)\}$$

$$\cup \{tr_1 \cap tr_2 \mid tr_1 \cap \langle \checkmark\rangle \in \{\langle\rangle, \langle a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, b, \checkmark\rangle, \langle b\rangle, \langle b\rangle, \langle b, d\rangle\} \land$$

$$tr_2 \in \{\langle\rangle, \langle x\rangle, \langle x, \checkmark\rangle, \langle y\rangle, \langle x, y\rangle\}\} \qquad \text{Seq. Comp., 6.51}$$

$$= \{\langle\rangle, \langle a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b\rangle, \langle b, d\rangle\} \cup$$

$$\{tr_1 \cap tr_2 \mid tr_1 \in \{\langle a, b\rangle\} \land tr_2 \in \{\langle\rangle, \langle x\rangle, \langle x, \checkmark\rangle, \langle y\rangle, \langle x, y\rangle\}$$

$$= \{\langle\rangle, \langle a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b\rangle, \langle b, d\rangle\} \cup$$

$$\{\langle a, b\rangle, \langle a, b, x\rangle, \langle a, b, x, \checkmark\rangle, \langle a, b, y\rangle, \langle a, b, x, y\rangle\}$$

$$= \{\langle\rangle, \langle a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b\rangle, \langle b, d\rangle, \langle a, b, x\rangle, \langle a, b, x, \checkmark\rangle, \langle a, b, y\rangle, \langle a, b, x, y\rangle\}$$

$$traces(R) = \{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b \rangle, \langle b, d \rangle, \langle a, b, x \rangle, \langle a, b, x, \checkmark \rangle, \langle a, b, y \rangle, \langle a, b, x, y \rangle \} \setminus \{x, y\}$$

$$= \{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b \rangle, \langle b, d \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle \}$$

$S = P | [\{a, b\} | \{x, y\}] | Q$

Alph. Parallel, 6.18-20

```
traces(S) = \{tr \in TRACES \mid tr \upharpoonright \{a, b, \checkmark\} \in traces(P) \land \}
                                      tr \upharpoonright \{x, y, \checkmark\} \in traces(Q) \land \sigma(tr) \subseteq \{a, b, x, y, \checkmark\}\}
                           = \{tr \in TRACES \mid tr \upharpoonright \{a, b, \checkmark\} \in \{\langle\rangle, \langle a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, b, \checkmark\rangle, \langle b\rangle, \langle b, d\rangle\} \land
                                      tr \upharpoonright \{x,y,\checkmark\} \in \{\langle \rangle, \langle x \rangle, \langle x,\checkmark \rangle, \langle y \rangle, \langle x,y \rangle\} \land
                                      \sigma(tr) \subseteq \{a, b, x, y, \checkmark\}\}
                           = \{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle, \langle b \rangle, \langle b, d \rangle, \langle x \rangle, \langle x, \checkmark \rangle, \langle y \rangle, \langle x, y \rangle \}
                           =\{\langle\rangle,
                                      \langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle,
                                      \langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle x, y \rangle,
                                      \langle a, x \rangle, \langle x, a \rangle, \langle b, x, \rangle, \langle x, b \rangle,
                                      \langle a, b, x \rangle, \langle a, x, b \rangle, \langle x, a, b \rangle,
                                      \langle b, d, x \rangle, \langle b, x, d \rangle, \langle x, b, d \rangle,
                                      \langle a, y \rangle, \langle y, a \rangle, \langle b, y \rangle, \langle y, b \rangle,
                                      \langle a, b, y \rangle, \langle a, y, b \rangle, \langle y, a, b \rangle,
                                      \langle b, d, y \rangle, \langle b, y, d \rangle, \langle y, b, d \rangle,
                                      \langle a, x, y \rangle, \langle x, a, y \rangle, \langle x, y, a \rangle,
                                      \langle b, x, y \rangle, \langle x, b, y \rangle, \langle x, y, b \rangle,
                                      \langle a, b, x, y \rangle, \langle a, x, b, y \rangle, \langle a, x, y, b \rangle, \langle x, a, y, b \rangle, \langle x, y, a, b \rangle, \langle x, a, b, y \rangle,
                                      \langle b, d, x, y \rangle, \langle b, x, d, y \rangle, \langle x, b, d, y \rangle, \langle x, b, y, d \rangle, \langle x, y, b, d \rangle, \langle b, x, y, d \rangle,
                                      \langle a, b, x, \checkmark \rangle, \langle a, x, b, \checkmark \rangle, \langle x, a, b, \checkmark \rangle \}
```