数字信号处理 2025 考试回忆版

2025 年 11 月 30 日

一、填空题（40 分）

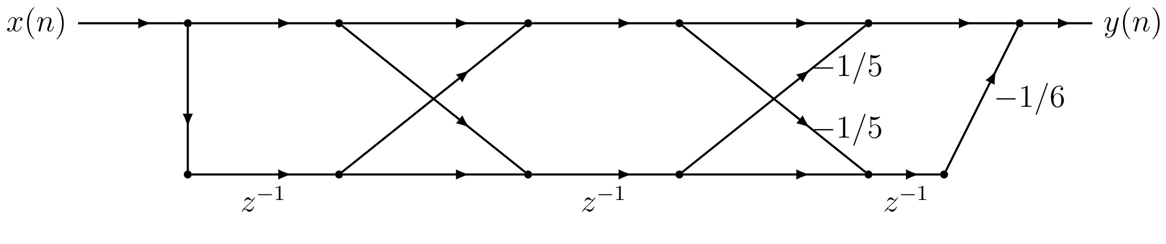
1. 已知因果稳定系统的系统函数为：$H(z) = \frac{1+z^{-1}}{0.75-0.25z^{-2}}$，输入信号为 $x(n) = 2\cos(\frac{\pi}{2}n) + 1$，则系统的离散时间傅里叶变换 $H(e^{j\omega})$ 为 _________，输出信号 $y(n)$ 为 _________。

2. 已知信号 $x(n) = \cos(2\pi f_0 n)$，其中 $f_0 = \frac{p}{N}$，$0 < p < N$ 且 p 为整数，则 $x(n)$ 的 N 点 DFT $X(k)$ 为 _____________。

3. 已知长度为 4 的序列 $x(n) = \{3, 1, 2, 4\}$，$h(n) = \{1, 1, 1, 1\}$。若 $y(n) = x(n) ④ h(n)$，则 $y(n)$ 的 4 点 DFT $Y(k)$ 为 _____________。

4. 已知一个实系数因果稳定的 FIR 滤波器，其单位脉冲响应 $h(n)$ 的长度为 4。已知频率响应 $H(e^{j\omega})$ 在 $\omega = 0, \pi/2, \pi$ 处的取值分别为 $2, 2, 0$，则该滤波器的系统函数 $H(z)$ 为 _____________。

5. 已知信号流图结构如图所示。则系统的差分方程为 $y(n) =$_____________，系统的全部零点为 _________，极点为 _________。



6. 设平稳随机信号 $x(n) = A\cos(\omega n) + B\sin(\omega n)$，其中 A, B 为相互独立的随机变量，均值为 0，方差为 σ^2，则均值 $E[x(n)]$ 为 _________，自相关函数 $R_{xx}(m)$ 为 _____________，平均功率 $E[|x(n)|^2]$ 为 _________。

7. 均值为零，方差为 0.1 的实白噪声 $v(n)$ 通过系统函数为 $H(z) = \begin{cases} 1, & |\omega| \le 0.1\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 的滤波器，则输出信号 $x(n)$ 的方差 σ_x^2 为 _____________。

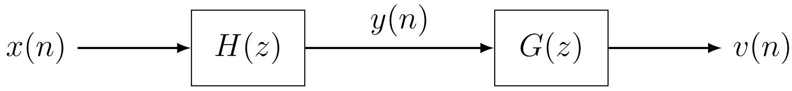
8. 经典的功率谱估计方法有 _________，改进周期图的方法有 _________。

二、

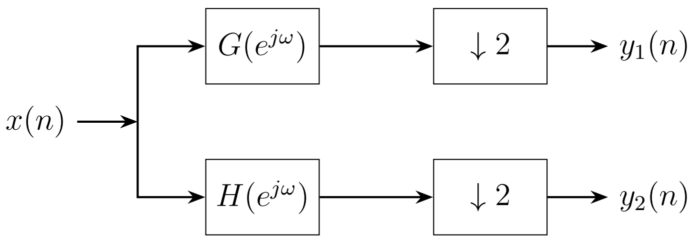
(1) 已知系统函数：

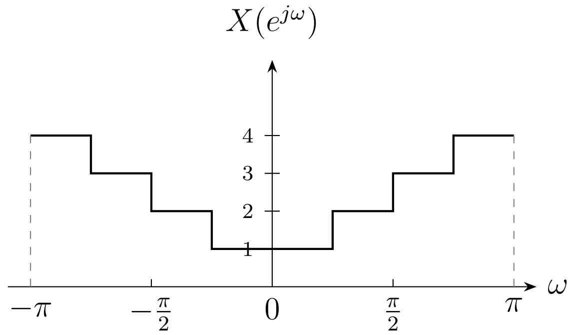
$$H(z) = \frac{2 - 3z^{-1}}{1 - \frac{5}{4}z^{-1} + \frac{3}{8}z^{-2}}$$

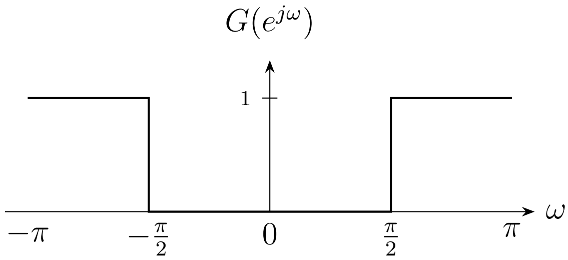
写出一个因果稳定的 $G(e^{j\omega})$，使得 $|V(e^{j\omega})| = |X(e^{j\omega})|$。

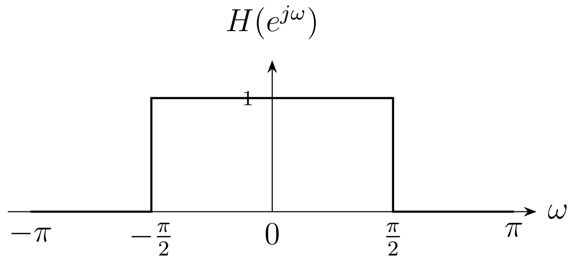


(2) 系统如下图所示。请画出 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 的频谱。









三、

已知系统的单位响应函数：

$$h(n) = \delta(n-4) - \delta(n-6)$$

(1) 求 $h(n)$ 的离散时间傅里叶变换 $H(e^{j\omega})$；

(2) 求系统的幅频响应和相频响应；

(3) 若其通过 N 点 DFT 的结果为纯虚数，$N > 7$，求所有符合条件的 N 值。

四、

一个实系数线性相位 FIR 滤波器。已知当 $z = -j, -0.5, 1 - \sqrt{3}j$ 时，频率响应 $H(z) = 0$。

(1) 求该滤波器的最低阶数与最小群延迟。

(2) 若该滤波器阶数等于最低阶数，且 $H(e^{j0}) = 0.81$，求该滤波器的系统函数 $H(z)$。

(3) 画出 (2) 中的线性相位滤波器结构图。

五、

已知：

$$u(n) = \sum_{k=1}^{M} A_k \cos(w_k n + \phi_k) + v(n)$$

其中 $v(n)$ 为均值为零、方差为 σ_v^2 的实白噪声，A_k, w_k 为常数，ϕ_k 为均匀分布在 $[0, 2\pi]$ 上的独立随机变量，$k = 1, 2, \cdots, M$，且 ϕ_k 与 $v(n)$ 相互独立。

(1) 求 $u(n)$ 的自相关函数 $R_{uu}(m)$。

(2) 求 $u(n)$ 的功率谱密度 $S_{uu}(e^{j\omega})$。