10.10

None Leon

2021/1/25

1. 流感疫苗市场竞争非常激烈。相反的市场供给曲线是$P = 2Q$。反向市场需求曲线为$P = 100 - 2Q$。流感疫苗的边际外部效益是$meb = 50 - Q$。

1） 流感疫苗的市场均衡量是多少？流感疫苗的有效数量是多少？

2） 计算由外部性引起的自重损失。

3） 假设政府对流感疫苗的生产提供每单位新元的补贴。为了达到有效的数量，补贴应该是多少？

solution:

正外部性——需求端

1）竞争均衡

$$\begin{cases} \text{Private pemand:} & p^{\text{private}} = 100 - 2Q \\ \text{supply :} & p = 2Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^* = 50 \\ Q^* = 25 \end{cases}$$

社会最优：

$$\begin{cases} \text{social Demand:} & p^{solial} = 150 - 3Q \\ \text{supply:} & P = 2Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^{**} = 60 \\ 2^{**} = 30 \end{cases}$$

2）无畏损失：

$$\begin{aligned} \Delta SW &= sw^* - sw^{**} \\ &= \int_{30}^{25} \left[p^{\text{social}} - p^{\text{supply}} \right] dQ \\ &= \int_{30}^{25} (150 - 5Q) dQ \\ &= -62.5 \end{aligned}$$

3）对产量进行生产补贴

$$\begin{cases} \text{Private Pemand} & = p^{\text{primte}} = 100 - 2Q \\ \text{supply:} & P + S = 2Q \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad Q = 25 + \frac{5}{4} = Q^{**} = 30$$

$$\Rightarrow \quad S = 20$$

其实亦可对消费者进行补贴

2.在一个经济体中，有两个家庭：A 和 B; 有两种商品，表示为 x 和 y, 单位化商品 y 的价格为 $P_y = 1$; 有两个生产企业: X 和 Y，它们分 别生产 x 和 y, 企业需要的资本和劳动力要素（K, L) 由两个家庭提 供，而两个家庭需要的商品 (x, y) 由两个企业提供。 家庭 A 的效用函数为:

$$u(x_A, y_A) = 10x_A^{\frac{1}{3}}y_A^{\frac{1}{3}}$$

其消费约束为: $P_x x_A + y_A = PK_A + WL_A$, 其中，商品 x 的价格为 P_x, 商 品 y 的价格为 $P_y = 1$, 资本的价格为 R ，劳动力价格（工资）为 W 。这 个消贫约束表示，家庭的资本 K_A 和劳动力 L_3 所获得的财富全部用于消 费。 家庭 B 的玻用函数为:

$u(x_B, y_B) = 20x_B^{\frac{1}{4}}y_B^{\frac{1}{4}}$ 其消赏约束为: $Px_B + y_B = PK_B + WL_B$, 其符号含义和约束如前。这两个家庭的资本和劳动力京赋分别为 $L_A = 20$, $L_B = 10$, $K_A = 10$ ， $K_B = 20$ 企业 X 的生产函数为 $x = 10K_x^{\frac{1}{2}}L_x^{\frac{1}{2}}$, 企业 Y 的生产函数为 $y = 20K_Y^{\frac{1}{2}}L_Y^{\frac{1}{2}}$, 他们面对的资本和劳动力要素价格也都为 R 和 W。

(1) (10 分) 假设 $P_x, R, W, P_v = 1$ 给定，求两个家庭的需求函数:

(2) (10 分) 假设 $P_x, R, W, P_y = 1$ 给定，求两个企业在产出 x 和 y 既定时的 条件需求函数和商品 x 的价格 P_x (表示为要素价格的函数）。

(3) (15 分) 求此完全竞争市场的一般均衡，包括商品 x 的价格 P_x, 资本 和劳动力价格 R，W，家庭 A 的消费组合 x_A, y_A, 家庭 B 的消费组合 x_B, y_B, 企业 X 的生产要素分配 K_x, L_x, 企业 Y 的生产要素分配 K_Y, L_Y

solution：

1）需求端：

max: $U_A = 10x_A^{\frac{1}{3}}y_A^{\frac{1}{3}}$ st: $\quad P_x \cdot x_A + y_A = PK_A + WL_A$

max: $\quad U_B = 20x_B^{\frac{1}{4}}y_B^{\frac{1}{4}}\, st: P_x \cdot x_B + y_B = P \cdot K_B + WL_B$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = \dfrac{5R + 10W}{P_x} \\ y_A = 5R + 10W \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B = \dfrac{10R + 5W}{Px} \\ y_B = 10R + 5W \end{cases}$$

min: $R \cdot K_x + w \cdot L_x$

st: $x = 10k_x^{\frac{1}{2}} L_x^{\frac{1}{2}}$

2）生产端

成本最小化

$\begin{array}{rl}\min : & R \cdot K_y+w \cdot \operatorname{L_y} \\ st: & y=20 K^{ \frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}\end{array}$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_x = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{w}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot x \\ L_x = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{R}{w}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot x \end{cases} \quad \begin{cases} K_y = \frac{1}{20} \cdot \left(\frac{w}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot y \\ L_y = \frac{1}{20} \left(\frac{R}{w}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad C_x = \frac{\sqrt{wR}}{5} \cdot x; \quad C_y = \frac{\sqrt{wR}}{10} \cdot y$$

完全竞争市场

$$P_x = MC_x = \frac{1}{6}\sqrt{WR}$$

$$P_y = MC_y = \frac{1}{10}\sqrt{WR}$$

3）一般均衡：

$p_x = 2, \quad p_y = 1 \qquad (wR = 100)$

产品市场 y 出清

$$\begin{cases} y = y_A + y_B = 15(w+R) \\ x = x_A + x_B = \frac{15}{2}(w+R) \end{cases} \Rightarrow y = 2x$$

要素市场出清：

$$\begin{cases} K = K_x + K_y = \left(\frac{w}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{10} + \frac{y}{20}\right) = 30 \\ L = L_x + L_y = \left(\frac{R}{w}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{10} + \frac{y}{20}\right) = 30 \end{cases} \Rightarrow W = R$$

$$\Rightarrow \quad W = R = 10$$

$$\Rightarrow \quad x = 150 \quad ; \quad y = 300$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = 75 \\ y_A = 150 \end{cases} \quad \begin{cases} x_B = 75 \\ y_B = 150 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_x = 15 \\ L_x = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} K_y = 15 \\ L_y = 15 \end{cases}$$

3、考虑如下博亦 G，分别求该博亦重复进行 1-3 次的子博亦精炼纳什均衡，折现因子为 1.

		2	
		L	R
1	U	(3,3)	(1,4)
	D	(4,1)	(0,0)

solution：有限重复博弈：单次博弈存在多个纳什均衡

1）若该博弈只进行 1 次

纯策略 NE:

$S_1^* = (U, R) = (1,4)$

$S_2^* = (D, L) = (4,1)$

混合策略 NE:

$\sigma_1^* = \left\{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right\} = (2,2)$

2)若该博弈进行 2 次

单阶段的 NE 重复 N 仍为有限重复博弈的 SPNE

$$\begin{cases} (s_1^*, s_1^*) & (s_2^*, s_1^*) & (\sigma_1^*, s_1^*) \\ (s_1^*, s_2^*) & (s_2^*, s_2^*) & (\sigma_1^*, s_2^*) \\ (s_1^*, \sigma_1^*) & (s_2^*, \sigma_1^*) & (\sigma_1^*, \sigma_2^*) \end{cases}$$

单阶段的非 NE 与 NE 的组合可能为有限重复博弈的 SPNE

但阶段帕累托最优的（U,L）达不到

两个阶段可能达到：假设折现因子为δ

第二阶段为最后阶段，必选 NE,第一阶段可能选（U,L）

考虑如策略：

若$G_1 = (U, L)$，则 $G_2 = S_1^*$

若$G_1 \neq (U,L)$，则 $G_2=\sigma_1^*$

若均衡不偏离 $(U,L) \rightarrow (U,R)$

$$\begin{cases}\pi_1 = 3+\delta \\ \pi_2 = 3+4\delta\end{cases}$$

若 1 偏离，第一阶段选 D:

$(D,L) \rightarrow \sigma_1^*$

$$\begin{cases}\pi_1 = 4+2\delta \\ \pi_2 = 1+2\delta\end{cases}$$

若 2 偏离，第一阶段选 R

$(U,R) \rightarrow \sigma_1^*$

$$\begin{cases}\pi_1 = 1+2\delta \\ \pi_2 = 4+2\delta\end{cases}$$

不偏离的条件

$$\left\{\begin{array}{l}3+\delta>4+2 \delta \\ 3+4 \delta>4+2 \delta\end{array} \Rightarrow 不存在这样的\delta\right.$$

$\Rightarrow 不\exists$非 NE 与 NE 组织形成的 SPNE

⇒若数据差距不太大，则存在这样的 SPNE

用两阶段不同的 NE 惩罚或奖励一阶段的合作

3）若该博弈进行 3 次

单阶段的 NE 重复 N 次仍为有限重复博弈的 SPNE

27 种

单阶段的非 NE 与 NE 的组合可能为有限重复博弈的 SPNE

考虑一下策略：冷酷策略

若不偏离：$(U,L) \rightarrow (U,R) \rightarrow (D,2)$

$$\begin{cases}\pi_1 = 3+\delta+4\delta^2 \\ \pi_2 = 3+4\delta+\delta^2\end{cases}$$

若 1 偏离：$(D,L) \rightarrow (U,R) \rightarrow (U,R)$

$$\begin{cases}\pi_1 = 4+\delta+\delta^2 \\ \pi_2 = 1+4\delta+4\delta^2\end{cases}$$

若 2 偏离：$(U,R)\rightarrow(D,L)\rightarrow(D,L)$

均不偏离的条件为：

$$\begin{cases}\pi_1=1+4\delta+4\delta^2\\ \pi_2=4+\delta+\delta^2\end{cases}$$

$$\begin{cases}3+\delta+4\delta^2\geq 4+\delta+\delta^2\\ 3+4\delta+\delta^2\geq 4+\delta+\delta^2\end{cases}\Rightarrow\delta\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$$

⇒若 $\delta\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$，则该策略为 SPNE

g 该策略的含义：

若一阶段合作达到帕累托达到最优，则二、三阶段分别用 $(U,R),(D,L)$奖励 2,1

若一阶段有人偏离，则对方会一直选择对自己有利的策略，以此惩罚偏离后，列如若 2 偏离，则 1 在二，三阶段一直选 D,这使 2 选 K,此时 $(D,L)=(4,1)$