10.23

None Leon

2021/1/28

1. 一个有两个成年人的家庭试图将如下形式的效用函数最大化

$$u(\mathbf{C}, \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2)$$

2. 这里 C 是家庭消费， $\mathbf{H}_1$ 与 $\mathbf{H}_2$ 是每个家庭成员享受的闲苦时间。选择的约束条件为

$$C = w_1(24 - H_1) + w_2(24 - H_2) + N$$

3. 这里 w_1 与 w_2 是每一家庭成员的工资，而 N 是非劳动所得.

(1) 不作数学推导，只运用替代与收入效应的概念讨论交叉替代效应 $\partial H_1/\partial w,$ 与 $\partial H,/\boldsymbol{\partial}\mathbf{w}_1$ 可能的符号。

2)假定一个家庭成员可以在家劳动，从而可按照乳腺函数将闲暇时间转化为消费

$$C_1 = f(H_1)$$

f 为凹函数。这一额外选择方式会如何影响工作在家庭成员之间的最优分配。

solution：

1） $C + W_1H_1 + W_2H_2 = 24W_1 + 24W_2 + N$

$\frac{\partial H_1}{\partial W_2}$:以 w_2上升为例进行分析

替代效应： $w_2\uparrow$使得 H_1相当于 H_2较便宜，故 H_1的消费相对上升

普通收入效应： $w_2\uparrow$使得总收入相对下降 $H_1\downarrow$

禀赋效应：由于 $m = m(w_1, w_2, N)$ 故w_2的上升使得 $m\uparrow$从而 $H_1\uparrow$

2）初始 max: $U = U(C, H_1, H_2)$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial U/\partial H_1}{\partial U/\partial H_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

如今： max: $U = UC(+C_1, H_1, H_2)$

$st: C = w_l(24 - H_1) + w_2(24 - H_2) + N$

$c_1 = f(H_1)$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial U/\partial H_1}{\partial U/\partial H_2} = \frac{w_1 - f'(H_1)}{w_2}$$

比较静态分析：

$$\frac{\partial U/\,\partial H_1}{\partial U/\,\partial H_2}\downarrow\Rightarrow\frac{H_1}{H_2}\uparrow$$

经济学解释：由于 1 的闲暇可转化为消费，给 H_2 的替代效应大于授予效应，故H_2 相对下降。

假设 $w_1 > f'(H_1)$，故 $f'(H_1)$过大，则 1 选择在家而不是外出工作，则存在角点解。

2. 店主雇店员来经营书店，如果店员付出努力 $C = 1$, 那么书店收益有 2/3 的概率为 3, 1/3 的概率为 1 。如果店员付出努力 $C = 0$, 那么书店收益有 1/3 的概率为 3, 2/3 的概率为 1。 店主向店员支付工资，店员的效用函数为 $W - C$ 。店主和店员均为风险中性的。

1）如果店主能够完全观察到店员的努力程度，那么工资应该怎么定?

2）如果店主不能观察到店员的努力程度，但是不管收益如何，店主都只能制定统一的 工资，工资会怎么定?

3) 如果店主不能观察到店员的努力程度，但是店主可以根据收益的不同制定不同的工. 资，那么工资会怎么定? 4）分析上面 3 个问题，你得到了什么经济学启示?

solution：

1）若努力程度可观察——根据 c 定工资

若想店员选择 $c = 1$:　$w = 1$

此时：$E\pi = \frac{2}{3}\cdot 3 + \frac{1}{3}\cdot 1 - w = \frac{4}{3}$

若想店员选择 $c = 0$:　$w = 0$

此时 $E\pi = \frac{1}{3}\cdot 3 + \frac{2}{3}\cdot 1 = \frac{5}{3}$

综上：$w = 0$

2）若努力程度不可观察——统一工资

统一工资下，由于 w 固定且 c 不可观察。

则 店员比选择 $c = 0$

考虑到店员的选择 $w = 0$

3）努力程度不可观察——根据收益定工资

雇主期望收益最大化：

max: $E\pi = p\{\pi_H \mid c_i\}(\pi_H - w_H) + p\{\pi_L \mid c_i\}(\pi_L - w_L)$

st: max: $E\pi_0 = p\{\pi_H \mid c_i\}w_H + p\{\pi_L \mid c_i\}w_L - c_i$

$p\{\pi_H \mid c_i\}w_H + p\{\pi_L \mid c_i\}w_L - c_i \geq 0$

对 IC 机制进行分析：

$$\begin{cases} E\pi_0(C_1) = \frac{2}{3}w_H + \frac{1}{3}w_L - 1 \\ E\pi_0(C_0) = \frac{1}{3}w_H + \frac{2}{3}w_L \end{cases}$$

当 $W_H - W_L \geq 3$时，

$c = c_1 = 1$

当 $W_H - W_L < 3$时，

$c = c_0 = 0$

当 $W_H - W_L \geq 3$时：

max: $E\pi_0 = \frac{2}{3}(3 - w_A) + \frac{1}{3}(1 - w_L)$

st: $\begin{cases} w_H - w_L \geq 3 \\ \frac{2}{3}w_A + \frac{1}{3}w_L - 1 \geq 0 \end{cases}$

IC,IR 取等号 $\begin{cases} w_H = 2 \quad E\pi = \frac{4}{3} \\ \quad\quad\quad\quad w_L = -1 \end{cases} E\pi = 4/3$

当 $w_H - w_L < 3$时：

max: $E\pi_0 = \frac{1}{3}(3 - w_A) + \frac{2}{3}(1 - w_L)$

st: $\begin{cases} w_A - w_L < 3 \\ \frac{1}{3}w_H + \frac{2}{3}w_L \geq 0 \end{cases}$

IR 取等号 $\begin{cases} w_H + 2w_L = 0 \\ E\pi_0 = \frac{5}{3} > \frac{4}{3} \end{cases}$

综上：$\{(w_H + w_L) \mid w_H + 2w_L = 0 \quad w_H - w_L < 3\}$

4）若委托人与代理人均为风险中性，则信息的分布不会影响经济的效率，即代理人的最优行动不会受到信息不对成的影响。当然，要通过机制设计，也就是所谓的契约

3.严酷策略的替代方案是假设囚徒困境阶段的博弈（见表 8.1）被无限多次重复。

1)玩家是否可以通过使用$tit$for tat 策略来支持合作结果，通过在过去一段时间内恢复阶段博弈纳什均衡来惩罚偏差，然后返回合作两次惩罚够了吗？

2)假设玩家使用的策略是惩罚合作偏离，在回到合作之前，在 10 个时期内恢复到 stagegame-Nash 均衡。计算阈值贴现因子，在该因子之上，在使联合收益最大化的结果上合作是可能的。

1）单阶段博弈

		player 2	
		FINK	SLIENT
player 1	C	$u_1=1, u_2=1$	$u_1=3, u_2=0$
	SLIENT	$u_1=0, u_2=3$	$u_1=2, u_2=2$

2）以牙还牙策略：

开始选择合作 (s,s)，若有一方背叛选择 F,则下一阶段选择 F 惩罚，惩罚持续 T 期，随后转向合作 (s,s)

大致如下：

$(s,s),(s,F),(F,F)\ldots(F,F)(s,s)\cdots$

3）假设惩罚 N 期：

若不偏离 $\pi_1=2\cdot\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t=\frac{2}{1-\delta}$

若偏离

$T=0$时偏离最佳：收益需要贴现

仅可能出现 1 次偏离

若偏离无利可图：1 次都不会偏离

若偏离有利可图：则会一直偏离，分析 1 次的临界条件即可 $\pi_2=3+\sum_{t=1}^{N}\delta^t+2\sum_{t=n+1}^{\infty}\delta^t=\frac{3-2\delta+\delta^{N+1}}{1-\delta}$

不会偏离的条件为 $\begin{array}{ll} & \pi_1 \geq \pi_2 \\ \Rightarrow & 2\delta-\delta^{n+1}-1\geq 0\end{array}$