8.21

None Leon

2021/2/4

1.某消费者的效用函数为 $U(X, Y) = \ln(X-3) + \ln(Y+2)$, 商品 X 的价格为 p, 商品 Y 的价格 为 q, 消费者的收入为 I 。

1)求最优消费量，并说明为什么 $I \geq 3p + 2q$ 是存在有效消费理的必要条件。

2)X 和 Y 的收入需求弹性分别是多少?

3) X 和 Y 是正常品还是右侣品？

4)X 和 Y 有可能是低档品吗? 或者有可能是吉芬商品吗? 请给出严格的数学证明。

solution:

1) $$\begin{cases} x &= \frac{1}{2p_x}\left(I + 3p_x + 2p_y\right) \\ y &= \frac{1}{2p_y}\left(I - 3p_x - 2p_y\right) \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} e_{x,I} = \frac{\partial x}{\partial I} \cdot \frac{I}{x} = \frac{I}{I+3P_x+2\beta_j} \\ e_{y.I} = \frac{\partial y}{\partial I} \cdot \frac{I}{x} = \frac{I}{I-3P_x-2P_y} \end{cases}$$

3) $\frac{\partial x}{\partial I} = \frac{1}{2p_x} > 0; \frac{\partial y}{\partial I} = \frac{1}{2p_y} > 0$

故都是正常品

$e_{x,I} < 1; \quad e_{y,I} > 1$

所以 x 是必需品，y 为奢侈品

4)由于两者对于收入导数为正，故不不会是低档品

由于

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{-\left(p_y + 1\right)}{2p_x^2} < 0$$
$$\frac{\partial y}{\partial p_y} = \frac{3p_x - I}{2p_y^2} + 0$$

x，y 都不可能是吉芬品。

2 . 假定对高晓的需求为 $Q = 1500 - 50P$ 并且，当竞争性行业中每一个生产高晓的厂商在长期的运作成本为 $c(q) = 0.5q^2 - 10q$ 时。生产高晓的厂商才能是稀缺的。厂商的供给曲线为 $Q_s = 0.25w$, 这里， w 为所付的年工资。 同样假定每一个生产高晓的厂商需要并且只需要一个企业家（因此，所雇用的企业家 数量就等于厂商数目)。这样，每个厂商的长期总成本就为 $C(q,w) = 0.5q^2 - 10q + w$

1)生产高晓的长期均衡数量是多少？ 每个厂商生产多少高路? 高晓的长期均衡价格是多少? 会有多少厂商? 会雇用多少企业家，其工资是多少?

2)假定高晓的需求向外移动至 $Q = 2428 - 50P$ 请回答 a 中提出的问题。

3)由于在本问题中，生产高晓的企业家是长期供给曲线斜率为正的原因，他们将得到在行业产出扩张时所 产生的全部租金。请计算在 a 与 b 之间租金的增加情况。 并请证明根据高晓供给曲线测度的长期生产者剩余的变 化与前述的租金增加是相等的。

solution:

$$生产成本\begin{cases}客观要素\dfrac{1}{2}q^2 - 10q \\ 主观才能w\end{cases}$$

长期，随着企业数量的变化，单个企业客观要素的成本曲线并不改变，此部分不会引发行业成本的变化。但是主观才能的价格会变化，从而引起成本曲线的英东，使得该行业成本递增，此时 LS 并不是水平线($p = AC_{min}$),而是一条向上清晰的曲线。

首先求长期的供给曲线 LS:

.LS 表示供给与价格之间的关系

.LS 上的每一点代表特定供给Q^s 下达到的长期均衡点

.给定供给，LS 上对应一点Q^d，表示单个厂商$p = MC = AC_{\min}$点的加总

成本不变行业：单个厂商的成本函数 $c(Q)$不变，则 AC_{min} 表示的 q^*不变。

$\Rightarrow p^* = MC(q^*) = AC\min(q^*)$ 也不变。此时， LS: $\quad p = p^* \; Q^s = n \cdot q^*$

成本变化行业：

单个厂商的成本函数$c(Q)$变化，则 AC_{min} 表示 q^*发上变化

$\Rightarrow P = MC(q^*) = AC\min(q^*) \Rightarrow \quad q^* = q^*(p)$

$\Rightarrow \quad LS$: $\quad Q^s = n(p) \cdot q^*(p) = Q^s(p)$

厂商利润最大化 $p = MC$ (生产有效率)

$P = AC \quad (\pi = 0)$

$\Rightarrow \quad p = MC = AC_{\min} \Rightarrow \quad p = q - 10 = \frac{1}{2}q - 10 + \frac{w}{q} \Rightarrow \quad W = \frac{1}{2}q^2 = \frac{1}{2}(p+10)^2$

行业总供给：

厂商才能的供给为 $n = \frac{1}{4}w$，每个续页都需要一份。

故长期的企业数量为：$n = \frac{1}{4}w$

LS: $\begin{aligned} LS: Q^S &= n[w(p)] \cdot q(p) \\ &= \frac{1}{8}(p+10)^3 \end{aligned}$

1)当 $Q^d = 1500 - 50p$时，

长期均衡：$Q^s = Q^d$

解得：$\begin{cases} p = 10. \quad Q = 1000 \\ q = 20. \quad n = 50. \quad w = 200 \end{cases}$

2)当 $Q^d = 2428 - 50p$时，

长期均衡：$Q^s = Q^d$

解得：$\begin{cases} p = 14 \quad Q = 1728 \\ q = 24 \quad n = 72 \quad w = 288 \end{cases}$

3)企业家才能的租金变化：

$$\Delta\pi = \frac{1}{2}(50+72) \cdot (288-200) = 5368$$

行业生产者剩余的变化：

$$\begin{aligned} \Delta ps &= \int_{10}^{14} Q^s(p)dp \\ &= \frac{1}{32}(p+10)^4 \Big|_{10}^{14} \\ &= 5368 \end{aligned}$$

综上：$\Delta\pi = \Delta PS$

若无 w 引发行业成本递增，LS 向上清晰，就不会有正的生产者剩余，故生产者剩余的变化源于企业家才能的租金变化，故有以上结论。

注：单个企业不生产的利润为 0，生产时利润也为 0，为何生产者剩余为正？

企业的生产不仅包括生产机还包括企业家才能，生产时，生产技术所带来的收益与客观成本相抵消(完全竞争)。不生产额外的收益，但企业家才能的发挥去会带来正的租金，应考虑机会成本。

3.某市场有两个企业，边际成本均为零。市场需求函数为

$$p_1 = 3 - 2q_1 + q_2 \quad \text{和} \quad p_2 = 3 - 2q_2 + q_1$$

或等价地, $q_1 = 3 - \frac{2}{3}p_1 - \frac{1}{3}p_2$ 和 $q_2 = 3 - \frac{2}{3}p_2 - \frac{1}{3}p_1$

1)如果两个企业通过选择产量进行博亦，请找出市场均衡产量，价格和企业利润;

2)如果两个企业通过选择价格进行博亦，请找出市场均衡产量，价格和企业利润;

3)从社会福利的角度看哪种博将形式比较有利? 从企业的角度呢? 为什么?

solution:

产量博弈，企业 1,2 利润最大化：

$$\begin{cases} \max: \pi_1 = (3 - 2q_1 + q_2)q_1 \\ \max: \pi_2 = (3 - 2q_2 + q_1)q_2 \end{cases}$$

FOCs: $\begin{cases} \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 3 - 4q_1 + q_2 = 0 \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 3 - 4q_2 + q_1 = 0 \end{cases}$

反应函数： $\begin{cases} q_1 = \frac{1}{4}q_2 + \frac{3}{4} \\ q_2 = \frac{1}{4}q_1 + \frac{3}{4} \end{cases}$

均衡结果： $q_1 = q_2 = 1$, $p_1 = p_2 = 2, \pi_1 = \pi_2 = 2$

2)价格博弈

两个企业利润最大化： $\begin{cases} \max: \pi_1 = p_1\left(3 - \frac{2}{3}p_1 - \frac{1}{3}p_2\right) \\ \max: \pi_2 = p_2\left(3 - \frac{2}{3}p_2 - \frac{1}{3}p_1\right) \end{cases}$

FOCs: $\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial p_1} = 3 - \frac{4}{3}p_1 - \frac{1}{3}p_2 = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial p_2} = 3 - \frac{4}{3}p_2 - \frac{1}{3}p_1 = 0 \end{cases}$

反应函数： $\begin{cases} p_1 = \frac{9}{4} - \frac{1}{4}p_2 \\ p_2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{4}p_1 \end{cases}$

均衡结果 $p_1 = p_2 = \frac{9}{5}$， $q_1 = q_2 = \frac{6}{5}\pi_1 = \pi_2 = \frac{54}{25}$

3)计算