9.26

None Leon

2021/1/20

1. 在一个完全竞争的钢铁市场,市场的需求函数为 $P_d = 20 - Q$,市场的供给函数为 $P_S = 2 + Q$ 。炼钢企业的污染边际损耗是 $MD = 0.5Q$,当生产一单位钢铁时, 产 生一单位的社会污染。

(1)画出需求曲线、供给曲线、边际损耗曲线以及社会的边际成本曲线。

(2)如果企业不对污染采取措施,那么市场的均衡价格和产量是多少?

(3)请问社会最优的产量是什么?相应的污染成本为多少?

(4)请问污染的外部性造成的社会福利损失为多少?

(5)政府能否通过对产量征税从而达到社会最优产量水平?如果可以,如何征税?

solution：

1）图形 $MC^{\text{social}} = p^s + MD = 2 + 1.5Q$

2）企业不控制污染

均衡时： $p_s = p_d$

得：$p = 11, \quad Q = 9 = c$

3）社会最优： $Pd = MC^{\text{social}}$

均衡时： $p^* = 12.8$

污染： $c^* = Q^* = 7.2$

4）污染的外部性造成的 sw 的损失

$$\begin{aligned} \Delta SW &= SW^* - SW \\ &= \int_9^{7.2} \left[p_d(a) - MC_{(Q)}^{\text{socicl}}\right] dQ \\ &= -4.05 \end{aligned}$$

5）假设对企业的单位产量征收 t 单位税收

则 $p_s' = 2 + Q + t$

均衡时： $p_s' = p^d$

得：$Q' = 9 - \frac{t}{2}$

$Q' = Q^* = 7.2$

$t^* = 3.6$

2. (25 分) 考虑下面这个纯交换经济: 在该经济中，有两个行为人 1 和 2 , = $\min\{x, y\}$; $\mathbf{u}_2(x, y) = x^2y^3$ 假设行为人 1 的初始亦赋为 4 个单位的 x 商品，而行为人 2 的初始课赋为 2 个 单位的 Y 商品

(1) (5 分) 在该经济中找到一个竞争均衡。

(2) (5 分) 证明下面这个分配; $(\mathbf{x_1}, \mathbf{y_1}) = (1,1), (\mathbf{x}_2, \mathbf{y}_2) = (3,1)$ 是帕累托有效的。

(3) (5 分) 上面一问中的分配能否在转移初始离赋的情况下成为一个竞争均 衡的分配？如果可以，说明如何转移以及相应的均衡价格。如果不行，说明 为什么?

(4)(10 分)现假设行为人 2 在商品 X 上的消费对行为人 1 能产生正的外部 性。特别地，现假设行为人 1 的效用函数为 $\mathbf{u}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{y_1}; \mathbf{x}_2) = \min\{\mathbf{x_1} + \mathbf{x}_2, \mathbf{y_1}\}$; 其中 $\mathbf{x_1}$ 和 $\mathbf{y_1}$ 为行为人 1 在 X 和 Y 商品上的消费，x $_2$ 为行为人 2 在 X 上的消费。假设行为人 2 的效 用函数以及两人的初始棕赋都不变，找出该经济中全部由帕累托有效的分配。

solution

1）假设

$p = p_x/p_y$，$p_y = 1$

效用最大化：

max: $U_1 = \min\{x_1, y_1\}\ st\colon px_1 + y_1 = 4p$

$max\colon U_2 = x_2^2y_2^3\ st\colon px_2 + y_2 = 2$

解得：$\begin{cases} x_1 = \frac{4p}{p+1} \\ y_1 = \frac{4p}{p+1} \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{4}{5p} \\ y_2 = \dfrac{6}{5} \end{cases}$$

市场 2 出清： $y_1 + y_2 = 2$

得$p^* = \frac{1}{4}$

瓦尔拉斯均衡配置：

$(x_1, y_1) = \left(\frac{4}{5}, \frac{4}{5}\right)$

$(x_2, y_2) = \left(\frac{16}{5}, \frac{6}{5}\right)$

2） $(x_1, y_1) = (1,1)$， $(x_2, y_2) = (3,1)$

帕累托最优的条件：

$\max: U_1 = \{x_1, y_1\}$

st: $\overline{U}_2 = (4 - x_1)^2 (2 - y_1)^3$

最优条件：

$$y_1 = \begin{cases} x_1 & (0 \le x_1 \le 2) \\ 2 & (2 \le x_1 \le 4) \end{cases}$$

将 $(x_1, y_1) = (1,1), (x_2, y_2) = (3,1)$带入满足条件

3）假设转移后的禀赋为$\left(e_x^1, e_y^1\right)$ $\left(e_x^2, e_y^2\right)$，价格为 p

则需求为： $\begin{cases} x_1 = \frac{pe_x^1 + e_y^1}{p+1} \\ y_1 = \frac{pe_x^1 + e_y^1}{p+1} \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{3\left(p_x^2 + e_y^2\right)}{5p} \\ y_2 = \dfrac{2\left(pe_x^2 + e_y^2\right)}{5} \end{cases}$$

令 2）中分配为竞争性均衡，则： $\begin{cases} x_1 = \frac{pe_x^1 + e_y^1}{p+1} = 1 \\ x_2 = \frac{3\left(pe_x^2 + e_y^2\right)}{5p} = 3 \end{cases}$

解得：p=0.5

且 $e_x^1 + 2e_j^1 = 3 \Rightarrow (e_x^1 - 1) + 2\left(e_y^1 - 1\right) = 0$

即将 1 的禀赋 x,y 按照 1:2 的笔记转换，即价格比

4） $U_1 = \min\{x_1 + x_2, y_1\}$ $U_2 = x_2^2 y_2^3$ 且 $\left(e_1^x, e_1^y\right) = (4,0)$

$\left(e_2^x, e_2^y\right) = (0,2)$

由于均衡时： $x_1 + x_2 = e_1^x + e_2^* \equiv 4$

故 $U_1 = \min\{4, y_1\} = y_1$， $U_2 = x_2^2 y_2^3$

帕累托有效配置：

$x_1 = 0 \quad (\quad 0 \le y_1 \le 2) \quad \cup \quad y_1 = 2 \quad (\quad 0 \le x_1 \le 4)$

瓦尔拉斯均衡的配置：

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 4p \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \dfrac{4}{5p} \\ y_2 = \dfrac{6}{5} \end{cases}$$

市场出清： $x_1 + x_2 = 4$

$$\Rightarrow \quad p^* = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad (x_1, y_1) = \left(0, \tfrac{4}{5}\right) (x_2, y_2) = \left(4, \tfrac{6}{5}\right)$$

3. 假定餐饮业是一个完全竞争的固定成本行业，“老地方”是其中一个典型企业。长期中,“老地方”提供每份菜的平均成本最低为 10 元，此时,“老地方”每天要提供 500 份菜。 整个餐饮业每天的市场需求为: $Q = 50000 - 50P$ 。其中 Q 为每天需求的菜的份数，P 为每份菜的价格。

(1) 给出餐饮业的长期供给曲线。并求长期中餐饮业可以容纳多少个企业?每个企业每 天提供多少份菜?每个企业每天的利润是多少?

(2) 作为一个典型企业，“老地方”的与长期均衡产量相伴随的短期总成本为: $C(q) = q^2 - 990q + 250000$, 其中 q 为其每天提供的菜的份数。要使其短期平均成 本曲线达到最低点，“老地方”每天需要提供多少份菜?

(3) 给出“老地方”和整个餐饮业的短期供给曲线。

(4) 由于移民的进入，“老地方”所在城市的餐饮业 的市场需求增加为： $Q = 55000 - 50P$ 。在非常短的时期内（既没有企业进入，现存企业也不能调整其 每天提供的菜的份数)，餐饮市场的均衡价格是多少? 这个行业内的企业数量是多 少？每个企业每天提供多少份菜？每个企业每天的利润是多少?

(5) 短期内，现存的每家企业都可以调整其每天提供的菜的份数，但新的企业不能进入。 此时，重新回答（4）中各问题。

(6) 长期中，不但现存的每家企业都可以调整其每天提供的菜的份数，而且新的企业可 以进入，原有的企业也可以退出。在此条件下，重新回答（4）中个问题。

solution

1）完全竞争，成本不变行业：

$AC_{\min} = 10$

则长期供给曲线为：

$p = 10$

长期竞争均衡时的企业数量：

$$n = \frac{Q(10)}{500} = 99$$

每家企业每天提供 500 份菜，利润为 0

2）短期成本：$c = q^2 - 990q + 250000$

则 $SAC = q - 990 + \frac{250000}{q}$

令: $\frac{dSAC}{dq} = 1 - \frac{250000}{q^2} = 0$

解得：

$q^* = 500$

3）单个企业的短期供给：

$p = MC$，且 $p \geq AVC_{\min}$，存在固定成本

得：

$$q^s = \frac{p}{2} + 495 \quad (p \geq 0)$$

行业的短期总供给为：$Q^S = nq^s = \frac{79}{2}p + 49005(p \geq 0)$

4）极短期：$n = 99, q^s = 500$

行业总供给不变：$Q^S = 99 \cdot 500 = 49500$

均衡时：$Q^d = 55000 - 5 \cdot p = Q^S$

解得：$p = 110$

单个企业利润：$\pi = p \cdot q - c(q) = 50000$

5）短期：$n = 99$

$$均衡时：\begin{cases} Q^s = \frac{99}{2}p + 49005 \\ Q^d = 55000 - 50p \\ Q^s = Q^d \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p \doteq 60.25 \\ q = 525 \end{cases}$$

单个企业利润：

$$\pi = p \cdot q - c(q) = 25757$$

6）长期：n，q 均不发生变化

长期均衡时：$\begin{cases} p = 10 \\ Q = 55000 - 50p \end{cases}$

解得：$\begin{matrix} p = 10, & Q = 54500 \\ n = 109 & \pi = 0 \end{matrix}$