9.2

None Leon

2021/1/6

1.一个人有 250000 元的资产，他从中拿出 200000 元用来买车，车出事故的概率为 5%， 出事故后，车子的价值降为 40000 元。已知这个人的冯.诺依曼一摩根斯坦效用函数为 $u(w)=w^{0.5}$

1) 你认为这个人是风险爱好、风险中性还是风险厌恶，并说明原因。

2)求补偿所有损失的完全保险愿意支付的最高价格，并结合数学等式与图形加以说明。

3)求补偿所有损失的公平保险价格，并结合数学等式与图形加以说明。

solution

1)风险类别的判别——风险厌恶系数

由于 $u(w)=\sqrt{w}$

则绝对风险厌恶系数：$R_A(w)=-\frac{U''(w)}{U'(w)}=\frac{1}{2W}>0$

故风险厌恶

或使用相对风险厌恶系数

$$R_R(w)=-\frac{wU''(w)}{V'(w)}=\frac{1}{2}>0$$

2)不够卖保险的期望效用

$$\begin{aligned} Eu_1 &= 5\%\sqrt{90000}+95\%\sqrt{250000} \\ &= 490 \end{aligned}$$

购买补偿所有损失的完全保险后的期望效用

$$Eu_2=\sqrt{250000-F}$$

愿意支付的最高价格使得：

$$Eu_1=Eu_2$$

解得：$F_1=9900$

3)补偿所有损失的公平保险：保险公司期望利润为 0

$$
\begin{aligned}
E\pi \quad &= 5\%(F_2 - 160000) + 95\% \cdot F_2 = 0 \\
&\Rightarrow F_2 = 8000
\end{aligned}
$$

4)由于 $F_1 > F_2$，故交易可以进行

note：思考以下几个问题

1.为何判断风险类型时，要用风险厌恶系数，而不是直接利用效用函数的二阶导。

2.对于完全保险，即补偿所有损失。投保人在什么情况下才会对所有损失投保？

3.为何公平保险的条件是保险公司的期望收益为 0

4.为何公平保险时投保人的最优选择点位于 45°线上，即规避了所有风险

5 本题中的$w_2 - w_1$图与书中的$u(w) - w$图有什么区别

2. 某(垄断的) 电信公司的市场调查表明，每个 A 类顾客对电信服务的需求函数为 $q_1(p) = 40 - p$, 而每个 B 类顾客的需求函数为 $q_2(p) = 48 - p$ 。 在该电信公司所服务区域，每类 顾客的人数均为 n 。假设提供电信服务的成本为 0。

1) 如果该电信公司必须实行单一线性定价，请找出其最优价格和公司利润。

2) 如果该电信公司可以区分两类顾客，并且对每一类顾客收取不同的单一线性价格，请分别找出其 针对每一类顾客的最优价格以及公司利润。

3) 如果该电信公司能区分两类顾客，并且对每一类顾客收取不同的“λ 网费”和单位价格，请分别 找出对每一类顾客的最佳价格方案以及公司利润。

4) (d) 假如该电信公司无法区分这两类顾客，请找出其最佳的单一两部定价方案 (T, p), 其中 T 为入 网费， p 为单位价格，并给出公司利润。

solution：

1)统一定价——同时供应

利润最大化

max: $\quad \pi = P[n(40 - p) + n(48 - p)]$

FOC:$\frac{d\pi}{dp} = 2n(44 - 2p) = 0$

解得： $p = 22 \quad \pi = 968n$

统一定价——仅供应单一市场 B

利润最大化：
$$
\begin{aligned}
\max: &\quad \pi = np(48 - p) \\
Foc: &\quad \frac{d\pi}{dp} = n(48 - 2p) = 0
\end{aligned}
$$

解得： $p = 24 < 40$，故不可只供应大市场

综上：统一性定价时： $p = 22, \quad T = 968n$

2)三级价格歧视：

利润最大化

$$\max : \pi = nP_1(40 - P_1) + nP_2(48 - P_2)$$

$$\text{FOCs:}\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial p_1} = n(40 - 2p_1) = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial p_2} = n(48 - 2p_2) = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} p_1 = 20 \\ p_2 = 24 \end{cases} \quad \pi = 996n$$

3)两部定价：都能区分

利润最大化：

$$\begin{aligned} \max : \pi = \quad & nP_1(40 - P_1) + nP_2(48 - P_2) + n(T_1 + T_2) \\ \text{st:} \quad & T_1 = \int_0^{q_1} p_1\,(q_1) dq \\ T_2 \quad & = \int_0^{q_2} p_2\,(q_2) dq \end{aligned}$$

解得：

$p_1 = p_2 = mc = 0$

$T_1 = 800, \quad T_2 = 1152$

$\pi = 1952n$

4)两部定价：能够区分

利润最大化：

$$\begin{aligned} \max : \pi = \quad & P[n(40 - p) + n(48 - p)] + 2nT \\ st: \quad & T = \min\{cs_1(p), cs_2(p)\} \end{aligned}$$

化简得：

$\pi = n(-p^2 + 8p + 1600)$

$\text{FOC:}\frac{d\pi}{dp} = n(8 - 2p) = 0$

解得：$p = 4, T = \frac{1}{2}(40 - P)^2 = 648$

$\pi = 1616n$

3. 一个具有三家厂商的寡头垄断市场中，其中一位厂商是市场价格制定者，假设市场需 求函数为 $q = 100 - 2p$ ，领导者的边际成本为 5, 若每家跟随者的生产成本函数为 $c(y) = 0.5y^2$ 。 请回答下列问题:

1) 市场均衡价格。

2) 每家厂商的产量及利润。

solution

1)不妨假设企业 1 为价格领导者：

企业$i(i = 2,3)$利润最大化

$$\max: \pi_i = p \cdot q_i - \frac{1}{2} q_i^2$$

$$Foc: \frac{d\pi_i}{dq_i} = p - q_i = 0$$

则企业 2,3 的市场供给为：$q^s = q_1^s + q_i^s = 2p$

则市场的剩余需求为 $Q_1 = 100 - 4p$

带入企业 1 利润最大化

$$\max: \pi_1 = (p - 5)(100 - 4p)$$

$$FOC: \quad \frac{d\pi}{dp} = 4(30 - 2p) = 0$$

解得：$p = 15$

2)3 个企业的产量与利润分别为。

$q_1 = 40$; $\pi_1 = 400$
$q_2 = q_3 = 15$; $\pi_2 = \pi_3 = 112.5$

note：价格领导者和产量领导者有区别。