# 10.24

None Leon

2021/1/28

1.工资一努力公平性假说。(阿克洛夫和耶伦,1990。假设存在数量为 $N$ 的大量厂商,每个厂商的利润均为 $F(eL)-wL, F'(\bullet)>0, F''(\bullet)<0$。$L$ 是厂商雇 用的工人数, $w$ 是厂商支付的工资，e 是工人的努力程度。努力程度由 $e=\min[w/w^*,1]$ 给定,其中 $w^*$ 是“公平工资”;也就是说, 如果工人所得工资少于 公平工资,他们就根据不足的比例降低努力程度。假设工人数量为 $\bar{L}$,他们都愿意 在正的工资水平上工作。

（a）如果厂商可以按任何工资雇用工人,那么 $w$ 取什么值(或者什么范围的 值)才会最小化单位有效劳动的成本 $w/e$? 本题假设如果厂商对于一定范围内的 工资是无差异的,就会支付这个范围内的最高工资。

(b) 设 $w^*=\bar{w}+a-bu$, 其中 $u$ 是失业率, $\bar{w}$ 是经济中所有厂商支付的平均工. 资。假设 $b>0, a/b<1$ 。

(c) 根据(a)小题的答案(以及厂商在无差异情形下如何支付的假设),如果 代表性厂商可以自由选择 $w$ (把 $\bar{w}$ 与 $u$ 看作是既定的), 则厂商支付的 工资是多少?

(ii) 在什么条件下均衡中有正的失业,并且厂商可以自由选择 w?（提示： 在这种情形下,均衡要求代表性厂商把 $\bar{w}$ 看作是既定的,且刚好愿意支 付 $\bar{w}_0$ )在这种情形中,失业率是多少?

(iii) 在什么条件下存在充分就业?

solution：

1）当 $w \geq w^*$时：

$e=1, \quad w=w^*$

$\frac{w}{e}=w^*$

当 $w<w^*$时：

$e=\frac{w}{w^*}$

$\frac{w}{e}=w^*$

综上：当 $0<w \leq w^*$时，

$\left(\frac{w}{e}\right)\min = w^*$

由于支付 W 区间内的最高工资，故 $w = w^*$

需要支付最高工资是为了保证均衡的唯一性，因为 W∃一个区间，故存在多重均衡

要求支付最高工资使得 $L^d$最小，为下面讨论失业提供了边际

2）由 1）知

$w = w^*$支付最高工资

当$\bar{w}, u$给定时：

$w = w^* = \bar{w} + a - ba$

此时 $w = w^*$

由于 $\bar{w} = w^*$，代表性企业利润最大化：

$u = \frac{a}{b}$

$w = w^*$

$\max\colon \pi = F(L) - w^* \cdot L$

$\Rightarrow \quad F'(L) = 1$

$\Rightarrow \qquad L_i^d = g(1)$

∃正的失业；率，即

$$\frac{\overline{L} - Ng(1)}{\overline{L}} = \frac{a}{b} = u$$

上式即∃正失业率的条件

$$\begin{cases} a > 0 & : \quad u > 0.\,\textit{存在失业} \\ a = 0 & : \quad \mu = 0.\,\textit{充分就业} \\ a < 0 & : \quad w^* < \bar{w}\textit{这与每个企业选择矛盾} \end{cases}$$

补充：效率工资模型中最小化 w/e 的原因

$\max\colon \pi = F[e(w)L] - w \cdot L$

$$Foc\colon \frac{d\pi}{dw} \quad = e'(w)L \cdot F'(eL) - L = 0$$
$$\frac{d\pi}{dL} \quad = e(m)F'(e^L) - w = 0$$

$$\Rightarrow \frac{e(w)}{w} = e'(w)$$

$$e(w) = \min(\frac{w}{w^*}, 1)$$

2. 假设消费者的效用函数为 $u = \ln w$, 初始财富 $w = 100{,}000$ 美元。他有 0.25 的概率发生 汽车被盗，损失 20,000 美元。现在市场中出现一种汽车防盗装置，安装后可以将汽车被 盗的概率降至 0.15, 该装置的价格是 1950 美元。请回答下列问题:

1）消费者会购买这个防盗装置吗?

2) 如果保险公司提供一份保险，保费率为 0.25, 该消费者的最优决策是什么?

3) 如果保险公司向消费者收取 200 美元管理费用, 同时派人检查是否安装了防盗装置。 若消费者安装了防盗装置，那么收取的保费率降为 0.15; 若没有安装防盗装置，则收取 保费率为 0.25。检查费用为 10 美元，由消费者负担。请问消费者的最优决策是什么?

4) 如果保险公司不派人检查，只要求投保人出示防盗装置安装证明即可，该证明由出 售防盗装置的公司免费开具，未出示安装证明的投保人需按保费率 0.25 缴纳保费。消费 者可以伪造安装证明，但伪造证明需要花费 $F$ 美元，试讨论 $F$ 取值对消费者最优决策的 影响。

5) 假定所有汽车中有 50%已经安装了防盗装置且不再变动，所有车主的当前财富为 $w = 100{,}000$ 美元。政府规定保险公司不得收取管理费用，同时规定防盗装置公司不得出 具安装证明，因此保险公司此时无法辨别车主是否已经安装了防盗装置。假定保险市场 是完全竞争的，请探讨保险市场是否存在均衡。(考察逆向选择)

solution：

1）不购买的期望效用： $EU_0 = 0.25\ln(100{,}000 - 20{,}000) + 0.75\ln(100{,}000)$

购买的期望效用

$EU_1 = 0.15\ln(100{,}000 - 20{,}000 - 1950) + 0.85\ln(100{,}000 - 1950)$

由于 $EU_0 = EU_1 \doteq 11.46$， 故无差异

2）假设消费者为 k 元的损失购买保险

$$\begin{aligned} \max: EU \quad &= 0.25\ln[100.000 - 20{,}000 + k - 0.25k] \\ &+0.75\ln[100{,}000 - 0.25k] \end{aligned}$$

Foc: $\frac{dEU}{dK} = 2.25 \cdot \frac{0.75}{80.000+0.75\text{k}} - 0.75 \cdot \frac{0.25}{100.000-0.25\text{k}} = 0$

$\Rightarrow k^* = 20{,}000$

保费率为 0.25 为公平保费，故应全额投保。

3）若派人检查

购买保险且安装防盗装置：

$$\begin{aligned} \max: EU_1 = \quad & 0.15\ln[80{,}000 - 210 - 1910 + k - 0.15\text{k}] \\ & +0.85\ln[100{,}000 - 210 - 1950 - 0.15k] \end{aligned}$$

$$\text{Foc: } \frac{dEU_1}{dK} = 0.15 \cdot \frac{0.85}{77840+0.85\text{ K}} - 0.85\frac{0.15}{97840-0.15\text{k}} = 0$$

$$\begin{cases} \Rightarrow k^* = 200{,}000 \\ \Rightarrow \quad EU_1 > EU_0 \end{cases}$$

购买保险且不安装防盗装置

$$\begin{aligned} max: EU_2 = \quad & 0.25\ln[80{,}000 - 210 + k - 0.25k] \\ & +0.75\ln[100{,}000 - 210 - 0.25k] \end{aligned}$$

$\Rightarrow k^* = 20.000 \Rightarrow \quad EU_2 = \ln 94.790 < EU_1 = \ln 94{,}840$

$k^* = 20{,}000, \quad EU_2 = \ln 94800 \quad < EU_1$ 因此最优决策为购买 20000 保险，并安装设备。

4）若不派人检查：

购买保险且安装设备： $k^* = 20{,}000, \quad EU_2 = \ln 94800 \quad < EU_0$

购买保险且不安装，不伪造

$k^* = 20{,}000, \quad EU_2 = \ln 94800 \quad < EU_1$

购买保险，伪造设备：

$$\begin{aligned} \max: EU \quad & = 0.25\ln[80{,}000 - 200 - F + k - 0.15k] \\ & +0.75\ln[00.000 - 200 - F - 0.15k] \end{aligned}$$

st: $\quad k \leq 20{,}000$

$$\text{Foc: } \quad \frac{dEU_2}{dK} = 0.25 \cdot \frac{0.85}{79800-F+0.85k} - 0.75 \cdot \frac{0.15}{99800-F-0.15K} = 0$$

$\Rightarrow \quad k^* = 20{,}000$

$\Rightarrow \quad EU_3 = \ln(96800 - F)$

$$\begin{cases} F > 1950 & : EU_1 > EV_3 \\ F < 1960 & : EU_1 < EU_3 \\ F = 1950 & : EU_1 = EU_3 \end{cases}$$

5）不完全信息：完全竞争的保险市场

安装设备的人，即为低风险者 L 0.5

不安装设备的人,记为高风险者 H 0.5

若可识别

L 的保费率：0.15

H 的保费率：0.25

若不可识别：

仅存在分离均衡，不存在混合均衡

顶层不扭曲：

向 H 提供全额保险

向 L 提供部分保险

假设保险公司提供两类保险合同：$(\rho_L, K_L).(\rho_H, K_H)$其中前者为保费率，K 为投保额。

max: $\pi = \rho_L \cdot k_L + \rho_H \cdot k_H - \pi_L \cdot k_L - \pi_H \cdot k_H$

st: $EU_H(\rho_H, K_H) \geq EU_H(\rho_L, K_L)$

$EU_L(\rho_L, K_L) \geq \bar{E}U_L$

化简 IC,IR

IC: $0.25\ln(80{,}000 + \mathrm{K_H} - \rho_H \mathrm{K_H}) + 0.75\ln(100{,}000 - \rho_H K_H) = 0.25\ln(80{,}000 + K_L - \rho_L \cdot K_L) + 0.75\ln(100{,}000 - \rho_L K_L)$

IR: $\begin{aligned} &0.15\ln(80{,}000 - 1950 + K_L - P_L K_L) + 0.85\ln(100{,}000 - 1950 - \rho_L K_L) \\ = \; &0.15\ln(80{,}000 - 1950) + 0.85\ln(100{,}000 - 1950) \end{aligned}$

化简后解得：$(p_L, k_L) = (0.15, \quad k_L)$

$(p_H, k_H) = (0.25{,}20000)$

3. 市场上两个厂商，进行产量竞争。生产的边际成本分别为 $C_1, C_2. C_1 = 2$ 是公开的信息。 $C_2$ 是只有厂商 2 自己才知道的信息。厂商 1 只知道 $C_2$ 服从[1，3]上 的均匀分布。市场上对产品的需求函数是 $p = 14 - Q$

(1) 只考虑一个时期的博亦，两者同时定产，求 $Q_1$ 和 $Q_2(C_2)$ 。

( 2 ) 如果博亦进行两期，每一期也都还是采用同时定产的方法。则现在两个厂 商在第一期的产量还会和上问一样吗？请从直觉分析。

solution：不完全信息静态博弈

1）企业 1 利润最大化

$$\begin{aligned}\pi_1 &= [14-q_1-q_2(c_2)]\cdot q_1-2q_1\\ &= [12-q_1-q_2(c_2)]q_1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \pi_1=\pi_1(q_1,c_2)$$

$$\max_{q_1} E\pi_1=\int_1^3 \pi_1(q_1,c_2)f(c_2)dc_2$$

$$Foc:\frac{dE\pi_1}{dq_1}=\int_1^3\frac{\partial\pi_1(q_1,c_2)}{q_1}f(c_2)dc_2$$

$$=12-2q_1-E(q_2)=0$$

得： $q_1=\frac{12-E(q_2)}{2}=\frac{12-q_2(2)}{2}$

企业 2 利润最大化：

$$\max:\pi_2=(14-q_1-q_2)q_2-c_2q_1$$

$$\Rightarrow q_2=\frac{14-c_2-q_1}{2}$$

联立反应函数解得：

$$\begin{cases}q_1^*=4\\ q_2^*=\dfrac{10-c_2}{2}\end{cases}$$

$c_2<2$，不完全信息对 1 有利

$c_2>2$，不完全信息对 2 有利

$c_2=2$，不完全信息与完全信息无差异

2）若博弈进行两期，则第一期的最优决策会改变

不完全信息动态博弈

原因如下：第二期企业 1 会根据第一期 $q_2$来判断 $c_2$的范围，即 $c_2$传递了信息。

考虑到 $c_2$传递细腻的特征，企业 2 在第一期会控制 $c_2$以最大化两期的总利润，此时 $q_2$会有所改变。