10.9

None Leon

2021/1/25

1.社会规划师更喜欢古诺或伯特兰竞争？考虑一个拥有n对称企业的行业，每个企业都面临着一个恒定的边际成本$c > 0$和逆向需求函数p（Q） $= 1 - Q$，其中$1 > c$。此外，企业的生产产生了一个线性的环境外部性（损害），用ed（Q） $= D$*乘以*Q来衡量。

1） 假设企业按古诺竞争，找到它们的均衡个体和总产出、均衡利润、相关的消费者剩余和整体社会福利。

2） 假设企业之间存在竞争，找到均衡的个人和总产出、均衡利润、相关的消费者剩余和整体社会福利。

3）比较企业竞争时产生的社会福利：古诺（见 a 部分）和贝特朗（见 b 部分）。在什么情况下，社会规划者更喜欢企业竞争阿古诺？解释。

solution：

1）n 个企业——古诺均衡

任意企业 i 利润最大化：

$$\max: \pi_i = (1 - Q) \cdot q_i - c \cdot q_i$$

$$Foc: \frac{\partial \pi_i}{\partial c_i} = 1 - c - Q - q_i = 0 \quad (i = 1,2 \cdots n)$$

家总得：

$$\begin{cases} Q = \dfrac{n}{n+1}(1-c); \quad q_i = \dfrac{1-c}{n+1} \\ p = \dfrac{1+nc}{n+1} \quad ; \quad \pi_i = \dfrac{(1-c)^2}{(n+1)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad cs = \frac{1}{2} \cdot \frac{n^2}{(n+1)^2}(1-c)^2$$

$$\begin{aligned} sw &= cs + ps - ED \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{n^2}{(n+1)^2}(1-c)^2 + \frac{n(1-c)^2}{(n+1)^2} - d\frac{n(1-c)}{n+1} \\ &= \frac{n(n+2)(1-c)^2 - 2dn(n+1)(1-c)}{2(n+1)^2} \end{aligned}$$

2)n 个企业——伯川德竞争

均衡时： $p = c \quad Q = 1 - c$

$CS = \frac{1}{2}(1-c)^2 \quad PS = 0$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} SW &= CS + PS - ED \\ &= \frac{(1 - C - 2d)(1 - C)}{2} \end{aligned}$$

3）由于 $\begin{aligned} \Delta SW &= SW^c - SW^S \\ &= \frac{1-c}{2(n+1)^2}[2d(1+n) - 1 + c] \end{aligned}$

当 $n > \frac{1-c-2d}{2d}$时，古诺竞争更佳

当 $n < \frac{1-c-2d}{2d}$时，伯川德竞争更佳

2. 白领 r 每天工作 8 小时，每小时抓 1 条鱼 F 或摘 2 只娜子 $C, U_r = C_r \cdot F_r$; 白领 f 每 天工作 10 小时，每小时抓 0.5 条鱼或摘 0.25 只郁子， $U_f = C_f \cdot F_f$, 求

(1) 如果不交易，每个人依靠自己的生产来满足他的需求，那么, **r** 和 **f** 分别生产多少 **F** 和 C?

(2) 如在竞争市场上交易，成交价为多少? 分别生产和消费多少?

(3) 一个追求两个效用之和最大的社会计划者如何分配生产和消费?

solution：

1）白领 r

max: $U_r = C_r \cdot F_r$

$$st\colon \begin{cases} 2F + c = 16 \\ F = F_r \\ c = c_r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = 4 \\ c = 8 \end{cases}$$

白领 f：

max: $U_f = C_f \cdot F_f$

$$\text{st:} \begin{cases} 2F + 4C = 10 \\ F = F_f \\ c = c_f \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} F = 2.5 \\ c = 1.25 \end{cases}$

2）竞争性市场，设 $P = P_F/P_c, P_c = 1$

$$\begin{cases} F_r = \dfrac{W_r}{2p} \\ C_r = \dfrac{W_r}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_f = \dfrac{w_f}{2p} \\ c_f = \dfrac{w_f}{2} \end{cases}$$

当 $p < \frac{1}{2}$时

r, f均只生产 c，非均衡

当$p > 2$时，r, f均只生产 c，非均衡

当 $\frac{1}{2} < p < 2$时，此时 r 只生产 c，f 只生产 F

$\begin{cases} w_r = 16 \\ w_f = 5p \end{cases}$

$\begin{cases} c = 16 \\ F = 5 \end{cases}$

市场出清 $c_r + c_f = 8 + \frac{5}{2}p = 16$

$\Rightarrow \quad p = \frac{16}{5} > 2$不成立

当 $p = \frac{1}{2}$时，此时 r 只生产 c，f 只生产 c,F 无差异

$\begin{cases} w_r = 16 \\ w_f = 2.5 \end{cases}$

$\begin{cases} c = [16,18.5] \\ F = [0,15] \end{cases}$

市场出清 $c_r + c_f = 9.25 < 16$不成立

当$p = 2$时，此时 r 只生产 F,无差异，f 只生产 F

$\begin{cases} w_r = 16 \\ w_f = 10 \end{cases}$

$\begin{cases} c = [0,16] \\ F = [5,13] \end{cases}$

市场出清 $C_r + C_f = 13 \in [0,16]$

综上：均衡价格为 $p^* = 2$

$$\begin{cases} F_r = 4 \\ c_r = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_f = 2.5 \\ c_f = 5 \end{cases}$$

其中白领 r 生产 1.5F,13C,白领 f 生产 5F

3)社会最优

求生产可能性边界

社会最优化：

$$\max: SW = C_r \cdot F_r + C_f \cdot F_f \leq (C_r + C_f) \cdot (F_r + F_f) = F \cdot c$$

$$\text{st:} \begin{cases} 2F + c = 26 & (0 \leq c \leq 16) \\ \frac{1}{2}F + c = 18.5 & (16 \leq c \leq 18.5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F^* = 6.5 \\ c^* = 13 \end{cases}$$

此时白领生产 13c,1.6F

白领 f 生产 5c

仅让 r 或 f 一个人消费

意义：

该结果与完全竞争市场达到的结果一致，不过在最终的资源分配上有所差异。

完全竞争市场，中央计划者均发挥了生产的比较优势，r 生产 F 与 c，但生产 c 更具有比较优势

3. 安创公司的 CE0 最近正在考虑进入一个新行业，在该行业中一家名叫 益科的公司具有显著的市场地位。安创面临着三种策略的选择: “进攻式进 入”、“保守式进入”、或者“不进入”。如果安创决定采取“进攻式进入” 的策略，它将与益科形成古诺双寡头博亦（Cournot Duopoly Game）的局 势。在这种策略下，安创将因为准备工作无法完善而产生以 F 表示的固定 进入成本 (fixed entrance cost)。如果安创采取“保守式进入”的策略， 两家公司将形成斯塔克尔伯格博亦 (Stackelberg Game) 的局势，益科将作 为市场的领导者 (leader)，安创将成为跟随者 (follower)。成为跟随者的 安创将不需要承担任何进入成本。如果安创决定“不进入”，则将通过一个 外部选择权（outside option）获得 100 元的固定收益（payoff），而益科 将成为该行

业市场的垄断厂商 (monopoly producer)。 假设这个新行业的市场逆需求函数 (market inverse demand function) 为 $P(Q) = 100 - 5Q$, 其中 Q 为市场上厂商的总产出 (total output) 。安创公司的成本函数 (cost function) 为 $C^E(q^E) = 10q^E$, 益 科公司的成本函数为 $C^I(q^I) = 10q^I$ 。

(1) 如果安创决定“不进入”,那么益科的最佳策略（optimal strategy） 是什么? 此时两个公司的利润（profit）分别是多少?

(2) 如果安创决定采取“进攻式进入”，计算两个公司的最佳策略以及 他们各自的利润。

(3) 如果安创决定采取“保守式进入”，计算两个公司的最佳策略以及 他们各自的利润。

(4) 本博亦的子 博奕完美纳什均衡 (subgame perfect Nash equilibrium) 是什么? 请给出完整的策略组合 (strategy profile)

solution：

1）若不进入：益科公司应生产垄断产量

max: $\pi_I = (100 - 5Q_I) \cdot Q_I - 10Q_I$

$Foc\text{:} \dfrac{d\pi_1}{dQ_I} = 90 - 10Q_I = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} Q_I = 9 \\ p_I = 55 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \pi_I = 405 \\ \pi_E = 100 \end{cases}$

2）若进攻式进入：完全竞争

max: $\quad \pi_E = (100 - 5Q) \cdot 2q_{\mathrm{E}} - 10q_E - F$

$Foc\text{:} \dfrac{\partial \pi_E}{\partial q_E} = 90 - 5q_I - 10q_E = 0$

同理：$90 - 5q_E - 10q_I = 0$

解得：$\begin{cases} q_I = q_E = 6 \\ \pi_I = 180 \\ \pi_E = 180 - F \end{cases}$

3）若保守式进入：斯塔克伯格竞争

E 的决策应满足：

$q_E = 9 - \frac{1}{2}q_I$

$\max: \pi_I = [100 - 5q_2 - 5q_E(q_I)]q_I - 10q_I$

$Foc: \frac{d\pi_2}{dq_I} = \frac{1}{2}(90 - 10q_z) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} q_I = 9 \\ q_E = 4.5 \end{cases} \quad \begin{cases} \pi_I = 202.5 \\ \pi_E = 101.25 \end{cases}$

4）假设：A,D,N 分别表示进攻式，保守式，不进入

M,C,L 分别表示 I 生产垄断，古诺,产量领导

若 $F < 78.75$：

$\pi_E^c > \pi_E^s > b0$

SPNE: $\{A, (C, L, M)\}$

均衡结果：

第一阶段 E 选择进攻式进入

第二阶段 I 生产古诺产量

若$F > 78.75$： $\pi_E^s > \pi_E^c, \pi_E^s > 100$

SPNE: $\{D, (C, L, M)\}$

均衡结果：第一阶段 E 选择保守式进入

第二阶段 I 生产领导者产量