10.12

None Leon

2021/1/25

1. 假定 A、B 两厂商之间存在外部性，A 厂商给 B 厂商造成外部不经济。A 厂商生产 X 产品, B 厂商生产 Y 产品，其成本函数分别为 $C_A = 2X^2$ 和 $C_B = Y^2 + 2XY$, B 厂商的成本受 A 厂商的产量 X 的影响。 X 和 Y 的市场价格分别为 80 和 60 。求:

(1) 假定厂商不对外部性问题进行交涉，两厂商的产蝠各为多少?

(2)假定两厂商对外部性问题进行交涉，并且交易成本为零，两厂商的产啤又各为多少?

(3) 在(2) 的场合，对 A 厂商的外部不经济有法规和无法规时，两厂商如何分配利润?

(4) 假定政府为抑制外部不经济，对 **A** 厂商生产的每单位 X 征收数额 **T** 的税收。两厂 商若追求各自利润最大化，政府税额应定为多少?

(5) 假定政府向 A 厂商生产的每单位 X 征收数额 T 的税收，而向 B 厂商生产的每单位 Y 发放 T 单位的补贴。假设两厂商可以无交易成本地交涉，那么政府的税收、补贴政策会带 来什么样的影响?

solution：

1）A,B 利润最大化：

$$\max: \quad \pi_A = 80x - 2x^2$$
$$Foc: \quad \frac{d\pi_h}{dx} = 80 - 4x$$

$$max: \pi_B = 60y - y^2 - 2xy \frac{d\pi_B}{dy} = 60 - 2y - 2y = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = 20; \quad y = 10$$

$$\Rightarrow \quad \pi_x = 800；\pi_y = 100$$

2）交涉:由于不存在交易成本，由科斯定理可知，产权的初始分配不影响均衡结果。

不妨假设联合生产：

$$\max: \pi = 80x - 2x^2 + 60y - y^2 - 2xy$$

Foc: $\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial x} = 80 - 4x - 2y = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial y} = 60 - 2y - 2x = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \quad x = 10, \quad y = 20$

$\Rightarrow \quad \pi = 1000$

3）若无法则：污染 x 属于 A,B 需想 A 购买污染全（让渡利润）

使得：$\pi_x \geq 800, \quad \pi_y \geq 100 \quad (\pi_x + \pi_y = 1000)$

若有法则：污染全属于 B,A 需向 B 购买污染权（让渡利润）

使得：$\pi_y \geq 900, \quad \pi_x \geq 0 \quad (\pi_x + \pi_y = 1000)$

4）征税：

$$\begin{cases} \text{max:} \quad \pi_A = 80x - 2x^2 - Tx \\ \text{max:} \quad \pi_B = 60y - y^2 - 2xy \end{cases}$$

若使$x = 10$，则$T = 40$，此时 $y = 20$

5）征税+补贴

$$\begin{cases} \text{max:} \pi_A = 80x - 2x^2 - Tx \\ \text{max:} \pi_B = 60y - y^2 - 2xy + Ty \end{cases}$$

若使$x = 10$，则 $T = 40$，此时$y = 40$

污染达到最优水平，但 Y 的产量上升，使得财政支出增加

2. 考虑一个有初始禀赋的两个好的，两个代理的纯交换经济

$$e_A = (5,1) \text{ and } e_B = (1,1)$$

3. 并具有实用功能

$$u_A(x^1, x^2) = (x^1 - 1)^2 + (x^2 - 1)^2$$
$$u_B(x^1, x^2) = \log x^1 + \log x^2$$

（1） 画一个 Edgeworth 方框来说明这种经济。

（2） 将价格标准化为$\左（1，p^{2}\右）$。计算代理A的需求作为p^2的函数。通常，如果一次有多个最优消费捆绑

给定价格，全部找到。

（3） 基于（2），证明了不存在竞争均衡。

solution：

1）

2）首先求需求函数

B 的需求函数：

$$\begin{cases} x_1^B = \dfrac{1+p}{z} \\ x_2^3 = \dfrac{1+p}{2\rho} \end{cases}$$

A 的需求函数：

max: $U_A = (x_1^A - 1)^2 + (x_2^A - 1)^2$

st: $x_1^A + Px_2^A = 5 + p$

$\Rightarrow \quad U_A = (x_2^A - 1)^2 + (4 + p - pX_2^A)^2$

$$\Rightarrow \frac{dU_A}{dx_2^A} = 2(1+p^2)x_2^A - 2(p^2 + 4p + 1)$$

$$U_A(0) = (4+p)^2 + 1; \quad U_A\left(1 + \frac{5}{p}\right) = \frac{25}{p^2} + 1$$

$$\Rightarrow x_1^A = \begin{cases} 0 & p < 1 \\ 0,6 & p = 1 \\ 5 + p & p > 1 \end{cases}$$

$$x_2^A = \begin{cases} \dfrac{5+p}{p} & p < 1 \\ 6,0 & p = 1 \\ 0 & p > 1 \end{cases}$$

市场出清：

当 $p > 1$时，

$$x_1^A + x_1^B = 5 + p + \frac{1+p}{2} = \frac{11}{2} + \frac{3}{2}p = 6$$

$\Rightarrow p = \frac{1}{3} < 1$不符合

当 $p < 1$时，

$$x_1^A + x_1^B = \frac{1+p}{2} = 6$$

$\Rightarrow \quad p = 11 > 1$不符合

当 $p = 1$时

$$\begin{cases} x_1^A = 6 & : x_1^A + x_1^B = 7 > 6 \\ x_1^A = 0 & : x_2^A + x_2^B = 7 > 2 \end{cases} \text{不符合}$$

综上：不存在竞争性均衡。

3. 两支军队争夺一岛屿。一开始军队 2 占领岛屿，但军队 1 可以进攻岛屿，每次进攻方和防守方 都损失一个营并且由进攻方占领岛屿，军队 1 有 K 个营，军队 2 有 L 个营，从支军队的统领中以 选择进攻还是放弃进攻，都认为得到岛屿的价值高于一个营而低于两个营，但若某次进攻后，两支 军队都没有剩余的营了，那么得到的价值都将为 0 。请根据子博变纳什均衡，判断谁将占领此岛屿。

1）博弈树如下：假设岛屿价值 $1+t<2$

2）若 $L \geq k$：以军队 2 收尾

当 $L=K$时

最优一阶段 2 进攻获利为 0，不进攻获利为 1

⇒军队 1 每次选择 N,军队 2 每次选择 Y,最后选择 N

⇒军队 2 占领岛屿

当

$L \geq K+1$时

最后阶段军队 2 选择 Y 获利

$L-K+t$

选择 N 获利 $L-K+1$

⇒军队 1 每次选择 N,军队 2 每次选择 Y

⇒军队 2 攻占岛屿

3）当 $L<K$时，以军队 1 为收尾

当$K=L+1$时

最优阶段军队 1 选择 Y 获利 0，选择 N 获利 1

⇒军队 1 每次选择 Y,最后选择 N 获利 1，军队 2 每次选择 N

⇒军队 1 攻占岛屿

当 $K \geq L+2$时：

最后阶段军队 1 选择 Y 获利 $K-L-1+t$

选择 N 获利 $K-L$

⇒军队 1 每次选 Y,军队 2 每次选择 N

⇒军队 1 占领岛屿。