8.12

None Leon

2021/2/4

1.$u(x_1,x_2)=2\sqrt{x_1x_2}, m=100. \quad p_1=1. \quad p_2=2$

1)求最优消费组合

2)若对商品 1 征收 100%的从价税，求此时的最优选择

3)若征收收入，使税收与 2)相等。求最优选择并比较从价税是的效用水平。

4)若 2)中的从家税税收全额返还，求最优选择并比较不征税时的效用水平。

2.已知需求函数为$q_d=100-20p$,供给函数为$q_s=20+20p$。

1)计算出均衡价格与均衡数量。

2)加入存在数量税为每单位商品 0.5 元，那么均衡价格和均衡数量变为多少？

3)计算税收的无谓损失。

4)如果存在两种征税方式，一种是对生产者征税，一种是对消费者征税，分别计算均衡数量、均衡价格和无畏损失。

solution

note:从价税&税收返还的效应分析

1)若不征从价税： $\max \quad U(x,y) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x=x_0 \\ y=y_0 \end{cases}$

$p_x\cdot x_0+p_y\cdot y_0=m$

2)从价税&税收返

$\max=u(x,y)\ st\colon (p_x+t)\cdot x+p_y\cdot y=m+1 \Rightarrow \begin{cases} x=x_1 \\ y=y_1 \end{cases}$

$(p_x+t)x_1+p_y\cdot y_1=m+t\cdot x_1 \Rightarrow \quad p_x\cdot x_1+p_y\cdot y_1=m$

3)两种情况下的效用分析

由于 $\begin{cases} p_xx_0+p_y-y_0=m \\ p_y\cdot x_1+p_y\cdot y_1=m \end{cases}$

故 $(x_0,y_0),(x_1,y_1)$都穿过原始预算约束

由显示偏好弱公理知，$(x_0, y_0) \succ (x_1, y_1)$

即 $u_0 > u_1$

4)图示

5)政策的效力 改变消费习惯，增加 y，减少 x。

效用最大化： max $\quad U(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1 x_2}\, s_t$: $\quad p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = m$

拉格朗日函数：$\mathcal{L} = 2\sqrt{x_1 x_2} + \lambda(m - p_1 x_1 - p_2 x_2)$

Focs $\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} & = x_1^{-\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} - \lambda p_1 = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} & = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{1}{2}} - \lambda p_2 = 0 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} x_1 = \frac{m}{2p_1} \\ x_2 = \frac{m}{2p_2} \end{cases}$

间接效用函数为：$v_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{\sqrt{p_1 p_2}}$

1)若 $(p_1, p_2, m) = (1,2,100)$ 则 $\begin{cases} x_1 = 50 \\ x_2 = 25 \end{cases} \quad V_0 = 50\sqrt{2}$

2）若征收 100%的从价税，则 $(p_1', p_2, m) = (2,2,100)$

则有：$\begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = 25 \end{cases} \quad v_1 = 50$

3)其中政府的税收收入为：$T = 25$

若征收税收且$T = 25$， 则有 $(p_1, p_2, m') = (1,2,75)$

解得：$\begin{cases} x_1 = \frac{75}{2} \\ x_2 = \frac{75}{4} \end{cases} \quad v_2 = \frac{75}{2}\sqrt{2}$

由于 $v_2 - v_1 = \frac{75}{2}\sqrt{2} - 50 \doteq 3.03 > 0$

故在 T 不变时，收入税优于从价税。 因为收入税不扭曲价格，不产生替代效应。

4)若征收 100%从价税且税收返还

则 $(p_1', p_2, m') = (2,2,100 + x_1)$

即 $x_1 = \frac{m'}{2p_1'} = \frac{100 + x_1}{4}$

得：$\begin{cases} x_1 = \frac{10}{3} \\ x_2 = \frac{100}{3} \end{cases}$ $v_3 = \frac{200}{3}$

由于 $V_0 - V_3 = 50\sqrt{2} - \frac{200}{3} = 4.03 > 0$

故税收返还仍然会降低消费者效用。

2.(20′) 已知需求函数为 $Q_d = 100 - 20p$, 供给函数为 $Q_s = 20 + 20p$。

1) 计算出均衡价格与均衡数量。

2)假如存在数量税为每单位商品 0.5 元，那么均衡价格和均衡数量变为多少?

3)计算税收的无谓损失。

4)如果存在两种征税方式，一种是对生产者征税，一种是对消费者征税，分别计量均衡数量、 均衡价格和无谓损失。

solution:

1)均衡时：$\begin{cases} Q^s = 20 + 20p \\ Q^d = 100 - 20p \\ Q^s = Q^d \end{cases}$

解得：

$\begin{cases} P_0 = 2 \\ Q_0 = 60 \end{cases}$

2)若征收数量税，每单位 0.5 元，则共同分担。

均衡时：$\begin{cases} Q = 100 - 20p^d \\ Q^s = 20 + 20p^s \\ Q^d = Q^S \\ p^d - p^3 = t = 0.5 \end{cases}$ 、解得：$\begin{cases} Q_1 = 55 \\ p^d = \frac{9}{4} \\ p^s = \frac{7}{4} \end{cases}$ 即均衡产量为 55，均衡价格为 $p^d = \frac{9}{4}$

3)税收的无畏损失为：$\Delta SW = \frac{1}{2}t(Q - Q_1) = \frac{5}{4}$

4)若对消费者征税，均衡条件为：$\begin{cases} Q^d = 100 - 20(p + t) \\ Q^s = 20 + 20p \\ Q^d = Q^5 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} p_2 = \frac{7}{4} = p_s \\ Q_2 = 55 = 2. \end{cases}$

$$\Delta W_1=\frac{5}{4}$$

$$\begin{cases}Q^d=100-20P\\Q^s=20+20(p-t)\\Q^d=Q^s\end{cases}$$

$$\begin{cases}p_3=\frac{9}{4}=p_d\\Q_3=55=Q_1\end{cases}$$

$\Delta W_2=\frac{5}{4}$note：税收从量税是，若税率保持不变，无论是对单一主体征税买还是共同征税。不改变均衡 Q,CS,PS,社会福利和 T,改变的是均衡的价格。 思考：如果改为从价税，又会怎么样？

3.竞争性市场下有 3 个完全相同的企业，生产相同产品。市场的反需求曲线为 $\mathrm{p(Q)=1-Q, Q=q_1+q_2+q_3}$。每个企业成本为零。

1)古诺模型下各企业的利润。

2)若其中两个公司合并，企业各自的利润分别是多少?

3)若三个公司合并，利润为多少?

4)若他们可以生产类似但不完全相同的产品，那么两个公司合并是否有利可图？为什么?

solution:

1)企业 i 利润最大化:$(i=1,2,3)$

max $\quad \pi_i=(1-Q)q_i\,Foc:\quad \frac{\partial\pi_i}{\partial q_i}=1-Q-q_i=0\quad(i=1,2,3)$ 联立解得：

$$\begin{cases}q_i=\frac{1}{4}\\p=\frac{1}{4}\end{cases}\quad \pi_i=\frac{1}{16}$$

2)若两个企业合并，则改变为古诺双寡头模型，不妨将 2/3 合并为 2 有 1)知，

$$\begin{cases}2q_1+q_2=1\\q_1+2q_2'=1\end{cases}$$

联立解得：$\begin{cases}q_i &=q_2'=\frac{1}{3}\\p &=\frac{1}{3}\end{cases}\quad \pi_1=\pi_2'=\frac{1}{9}$ 则 $\pi_1=\frac{1}{9},\quad \pi_2=\pi_3=\frac{1}{18}$

3)若 3 个企业合并，则市场结构变为弄断 从 1)知，$1-2Q=0$

解得：$\begin{cases} p = \frac{1}{2} \\ Q = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\pi = \frac{1}{4}$

此时 $\pi_i = \frac{1}{3}\pi = \frac{1}{12} \quad (i = 1,2,3)$

4)若生产类似但不完权相同的产品，此时为弄断竞争市场，企业合并变得有利可图，原因如下：

垄断竞争中，单个企业由于产品的差异化而拥有一定的市场份额，惬意何必会使得市场份额集中，避免独自经营是的竞争行为，故有利可图。

古诺模型中，由于产品的同质性，市场份额与企业数量有关。企业合并一方面会降低市场竞争，有利；另外一方面会降低市场份额，有害。连这个和的权衡合并企业的利润变化是不确定的。2 中企业合并利润下降，3 中合并企业利润上升。

note：N 家企业进行古诺竞争，市场需求为 $p = a - bQ, \quad MC = c$，若有 M 家企业合并 $(0 \le M \le N)$。分析企业合并企业利润随 M 的变化情况(或者考虑有多少家企业被收购是有利可图的)。