

8.22

None Leon

2021/2/3

1.消费者在 3 种价格下的最优选择分别为：

$$p_1(2,1,2) \rightarrow x_1(1,2,2)$$

$$p_2(2,2,1) \rightarrow x_2(2,1,2)$$

$$p_3(1,2,2) \rightarrow x_3(2,2,1)$$

1)消费者行为是否满足显示偏好弱公理。

2)消费者行为是否满足显示偏好强公理。

3)消费者行为是否理性。

solution:

$p_m x$	x_1	x_2	x_3
p_1	8	9	8
p_2	8	8	9
p_3	9	8	8

1)

WARP $\left\{ \begin{array}{l} \forall \text{ 两个消费束的直接比较} \\ \text{直接显示偏好} \end{array} \right.$

原理：在一个价格体系下， x_1, x_2 均能够支付而选择 x_1 ，即有 $p_1 x_1 \geq p_1 x_2$ 则任意其他价格体系下若出现选择 x_2 ，则必定是支付不起 x_1 。即 $p_i x_1 > p_i x_2$ ($i \neq 1$)

也就是在 p_i 下，也可能 x_1, x_2 都不选，此时不能说不成立。

$$x_1, x_2 \begin{cases} \text{在 } p_2 \text{ 下选 } x_2, \text{ 且 } p_2 x_2 \geq p_2 x_1 \\ p_1 \text{ 下选择 } x_1, \text{ 但 } p_1 x_2 > p_1 x_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 > x_1$$

$$x_1, x_3 \begin{cases} \text{在 } p_1 \text{ 下选 } x_1, \text{ 且 } p_1 x_2 \geq p_1 x_3 \\ p_3 \text{ 下选择 } x_3, \text{ 但 } p_3 x_1 > p_3 x_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 > x_3$$

$$x_2, x_3 \begin{cases} \text{在 } p_3 \text{ 下选 } x_3, \text{ 且 } p_3 x_3 \geq p_3 x_2 \\ p_2 \text{ 下选择 } x_2, \text{ 但 } p_2 x_3 > p_2 x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_3 > x_2$$

2)

$$\begin{cases} \text{多个消费约束之间的比较} \\ \text{直接/间接显示偏好} \\ \text{WARP + 传递性} = \text{SARP} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 > x_1 \\ x_1 > x_3 \\ x_3 > x_2 \end{cases}$$

由前两项推出 $x_2 > x_1 > x_3$ 不满足传递性，故该偏好不满足 SARP.

3) 由不满足 SARP, 所以非理性。

2. 动力山羊草坪公司使用两种大小不同的割草机割草。较小的割草机有一个 22 英尺长的刀片，并被用于有许多树和障碍物的草地上。较大的割草机是小割草机的两倍大小并被用于机器性能发挥比较好的开阔草坪上。动力山羊的两个生产函数如下表：

1) 画出第一个生产函数 $q=40000$ 平方英尺的等产量线。如果不产生浪费，应该投入多少 k 和 l ?

2) 对第二个生产函数回答问题 1)。

3) 如果 40000 平方英尺草地中的一半由第一种生产函数来完成，另一半由第二种生产函数来完成，为了不浪费，应该使用多少 k 和 l ? 如果第一种方法割 $1/4$ ，第二种方法割 $3/4$ ，应该使用多少 k 和 l ? k 和 l 是分数意味着什么?

4) 在你回答问题 3) 的基础上，画出结合两种生产函数的 $q=40000$ 的等产量线。

solution:

$$\begin{cases} \text{技术A: } Q_1 = 5000 \min\{K_A, L_A\} \\ \text{技术B: } Q_B = 8000 \min\{K_B/2, L_B\} \end{cases}$$

1) 若 $Q = 40000$ ，只利用技术 A, 生产有效率：

$$\begin{cases} 40000 = 5000 \min\{K_A, L_A\} \\ K_A = L_A \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} K_A = 8 \\ L_A = 8 \end{cases}$$

2) 若 $Q = 40000$ ，只利用技术 B, 生产有效率：

$$\begin{cases} 40000 = 8000 \min\{K_B/2, L_B\} \\ \frac{K_B}{2} = L_B \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} K_B = 10 \\ L_B = 5 \end{cases}$

3)若 $Q = 40000$ ，同时利用技术 A,B

假设生产比例为 $\lambda, 1 - \lambda$ ($0 \leq \lambda \leq 1$)

生产有效率条件:

$$\begin{cases} 40000\lambda = 5000\min\{K_A \cdot L_A\} \\ 40000(1 - \lambda) = 8000\min\{K_B/2, L_B\} \\ K_A = L_A \\ K_B/2 = L_B \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} K_A = 8\lambda & ; & K_B = 10(1 - \lambda) \\ L_A = 8\lambda & ; & L_B = 5(1 - \lambda) \end{cases}$

由于等产量由 K-L 组成: 联立消去 λ

则 $3k + 2L = 40$ ，等产量曲线， $Q = 40000$

当 $\lambda = \frac{1}{4}$ 时， $\begin{cases} K = 9.5 \\ L = 5.75 \end{cases}$

note: 1 本题利用两个互补技术的联合生产创造了一个完全替代技术。2 随着产量的变化，完全替代的程度也会发生变化。

3.假设某国际市场上有两个企业 (记为 1 和 2)，分别位于两个“小”国家。国际市场对两个企业的产品的需求函数分别为 $q_1 = 15 - 2p_1 - p_2, q_2 = 15 - 2p_2 - p_1$ 。企业的边际成本均为零, 它们进行非合作价格博弈。

1)请找出市场均衡价格和企业利润

2)如果国家 1 的政府对本国产品的出口征收 t 每单位产品的出口税 (当 $t < 0$ 时为出口补贴), 而国家 2 的出口税为零, 请找出最佳税收水平, 各企业的利润, 以及国家 1 的税收收入。

3)国家 1 的社会福利有何变化? 请给出一个直观的解释。

solution:

1)两个企业利润最大化:

$$\max: \pi_1 = (15 - 2p_1 - p_2)p_1 \quad \max: \pi_2 = (15 - 2p_2 - p_1)p_2$$

FOCs:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 15 - 4p_1 - p_2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 15 - 4p_2 - p_1 = 0$$

反应函数为：

$$\begin{cases} p_1 = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}p_2 \\ p_2 = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}p_1 \end{cases}$$

解得：

$$p_1 = p_2 = 3, \quad \pi_1 = \pi_2 = 18$$

2)若国家 1 对企业 1 征收出口数量税 t 。

设企业 1 的供给价为 $p_1^s = p_1$ ，市场所反应的税收价格为 $p_1^d = p_1 + t$ (企业与消费者共同承担 t)

企业 1, 2 利润最大化：

$$\max: \pi_1 = p_1[15 - 2(p_1 + t) - p_2] \quad \max: \pi_2 = p_2[15 - 2p_2 - (p_1 + t)]$$

反应函数为：

$$\begin{cases} p_1 = \frac{15 - 2t}{4} - \frac{1}{4}p_2 \\ p_2 = \frac{15 - t}{4} - \frac{1}{4}p_1 \end{cases}$$

解得：

$$p_1 = \frac{45-7t}{15} \quad p_2 = \frac{45-2t}{15} \quad q_1 = \frac{2(45-7t)}{15}$$

国家 1 最大化 SW_1

$$\max: \quad sw_1 = \pi_1 + T_1 = (p_1 + t)q_1 \quad \text{Foc:} \quad \frac{dsw_1}{dt} = \frac{2}{225}(45 - 112t) = 0$$

$$\text{则: } t^* = \frac{45}{112}$$

$$\text{此时: } \pi_1^* = \frac{2025}{128} \quad \pi_2^* = \frac{27225}{1568}$$

$$SW_1^* = \frac{2025}{112} T^* = \frac{2025}{896}$$

3)与不征税相比: $\pi_1 \downarrow \quad SW_1 \uparrow \quad \pi_2 \downarrow$

$$\text{原因分析} \begin{cases} \downarrow \pi_1 = p_1 \cdot q_1 \\ d_1|_2 = p_2 \cdot q_2 \end{cases}$$

$$\uparrow sw_1 = \pi_1 + T_1 \begin{cases} \pi_1 \\ T_1 \end{cases} \begin{matrix} \downarrow \\ \uparrow \end{matrix} \Rightarrow (\Delta \pi_1 < |\Delta T_1|)$$

$$P_1 P_2 R_1 R_2 p_1 p_2 \downarrow (p \downarrow) \pi_1 \pi_2 \downarrow R_1 R_2 (Q \downarrow) (t < 0) R_1$$

note: 战略相互作用

单纯从反应函数看，企业 1,2 为战略替代关系， P_1 与 P_1 此消彼长，正因为两个企业的价格博弈才使得均衡 p 低于垄断 P 。

征税使得反应函数内移，从而使得，价格 P_1 ， P_2 下降，这里在一定程度上加剧了竞争，这也就解释了为何 π 与 π 下降，但从国家 1 的角度来说社会福利却是以邻为壑。

对比古诺模型，产量博弈战略替代，若反应函数内移，则化为了缓和竞争，产量下降。但古诺模型中国家的最优决策为补贴，使得其反应函数外移，从而整个市场加剧竞争，但从国家角度而言，社会福利却是以邻为壑，等价于斯塔克伯格模型，抢占份额。

税收的分担

在完全竞争的市场结构中，对谁征税并不影响，产量，利润，社会福利等。本题中也会是这样吗？接下来以仅对企业 1 征税为例加以说明。

$$\text{企业 1 被征收从量税 } P_d = P_1, \quad P_s = P_1 - t$$

$$\text{则 } \max: \pi_1 = (p_1 - t)(15 - 2p_1 - p_2)$$

企业 1 的反应函数变为：

$$p_1 = \frac{15 + 2t}{4} - \frac{1}{4}p_2$$

企业 2 的反应函数不变：

$$p_2 = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}p_1$$

联立得：

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{45 + 8t}{15} & P_2 &= \frac{45 - 2t}{15} \\ T_1 &= \frac{2(45 - 7t)^2}{225} & \pi_2 &= \frac{2(45 - 2t)^2}{225} \\ T &= \frac{2t(45 - 7t)}{15}, & SW_1 &= \frac{2(45 + 8t)(45 - 7t)}{225} \end{aligned}$$