8.28

None Leon

2021/2/3

1.1956 年，希克斯给出下例说明一个满足显示偏好弱公理（WA）的偏好关系可能会不满足 传递性。 考虑三个时期 ($t = 0,1,2$) 的价格和购买组合 (p^t, x^t): 第一期：

$$p^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad x^0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 19 \\ 9 \end{pmatrix}$$

第二期：$p^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x^1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix}$, 第三期：

$$p^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x^2 = \begin{pmatrix} 27 \\ 11 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1)通过计算证实该偏好满足显示偏好弱公理

2)说明为什么该偏好不满足传递性?

solution:

	x^0	x^1	x^2
p^0	42	48	40
p^1	33	36	39
p^2	52	48	50

1) $\begin{cases} p^1x^1 > p^1x^0 \\ p^0x^1 < p^0x^0 \end{cases} \Rightarrow x^1 > x^1$

$$\begin{cases} p^0x^0 > p^0x^2 \\ p^2x^0 < p^2x^2 \end{cases} \Rightarrow x^0 > x^2$$

$$\begin{cases} p^2x^2 > p^2x^1 \\ p^1x^2 < p^1x^1 \end{cases} \Rightarrow x^2 > x^1$$

2) $\begin{matrix} x^1 > x^0 \\ x^0 > x^2 \\ x^2 > x^1 \end{matrix} \Rightarrow x^1 > x^0 > x^2$

不符合传递性，SARP 不成立

2.市场上有 A、B 两种消费者，各占 50% 。其中 A 类人的效用函数为 $U^A = 5x - \frac{1}{2}x^2 + y$, B 类 人的效用函数为 $U^B = 6x - \frac{1}{2}x^2 + y$, 垄断厂商的成本函数为 $C(X) = X$, 其中 X 为垄断厂商生产 的产品。 Y 为其它商品组合，价格为 1.

1)求有 A、B 两类人各自对 X 的需求函数

2)若垄断厂商在 A、B 中选一种消费者出售商品，那么你认为应该选择哪类消费者？若垄断厂 商采用两部分定价制，问边际价格和一次性付费是多少?

3)若同时在 A、B 中出售，并且采用两部分定价制，问厂商的边际价格和一次性付费各为多少 时，厂商能够实现利润最大化?

solution：

1)A、B 代表性消费者效用最大化

max $\quad U^A = 5x - \frac{1}{2}x^2 + y$ st: $\quad p \cdot x + y = m^A$

$$\text{max:} \quad U^B = 6x - \frac{1}{2}x^2 + y$$
$$\text{st:} \quad p \cdot x + y = m^{\mathrm{B}}$$

解得：

$$\begin{cases} x^A = 5 - p \\ x^B = 6 - p \end{cases}$$

假设 A、B 的需求数量均为 N

则总需求为：

$$\begin{cases} X^A = N(5 - p) \\ X^B = N(6 - p) \end{cases}$$

2)由于 A 与 B 的占比相同，且 B 的需求大于 A,故只供应一类消费者时，应选 B

若此时采用两部定价：

$$\begin{aligned} \text{max:}\pi \quad &= N(p-1)(6-p) + N \cdot cs_2 \\ &= \frac{N}{2}(4+p)(6-p) \end{aligned}$$

$$\text{Foc:} \frac{d\pi}{dp} = N(1-p) = 0$$

故 $(p^*, F^*) = \left(1, \frac{25}{2}\right)$

$$\pi^* = \frac{25}{2}N$$

即只供应一类消费者，且采用两部定价时， $p^* = MC, \quad F^* = cs(MC)$

3)若同时供应，且采用两部定价。

利润最大化：

max: $\quad \pi = N(p-1)(6-p) + N(p-1)(5-p) + 2NF$

$$\text{st: } \begin{cases} F = \min\{cs_1, cs_2\} \\ p < 5 \end{cases}$$

将约束带入为：

$\pi = N(14 + 3p - p^2)$

Foc: $\quad \dfrac{d\pi}{dp} = N(3 - 2p) = 0$

解得： $(p^{**}, F^{**}) = \left(\frac{3}{2}, \frac{49}{8}\right)$

$\pi^{**} = \dfrac{65}{4} N > \pi^*$

此时边际价格与一次性费用分别为$\left(\frac{3}{2}, \frac{49}{8}\right)$

3.两个企业生产完全同质的产品，他们之间进行静态的产量竞争，市场需求函数为 $P = 15 - Q$。记两个企业的成本函数分别为 $F_1 + c_1 q_1$ 和 $F_2 + c_2 q_2$, 其中 F_i 为固定成本, c_i 为边际成本。

1) 请找出两个企业的均衡产量和利润（作为 F_1, F_2, c_1, c_2 的函数）。
2) 假设有两个生产技术，A 和 B, 可供企业选择。采用技术 A 时，固定成本为 0, 边际 成本为 6。 采用技术 B 时，固定成本为 10 ，边际成本为 3,。在进行产量竞争之前，企业 选择他们的生产技术。请找出均衡情况下两个企业选择的技术。

solution：

1)企业 i 利润最大化：

max: $\pi_i = \left(15 - q_i - q_j\right) q_i - c_i i - F_i$

FOC: $\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 15 - c_i - 2q_i - q_j = 0$

反应函数： $q_i = \frac{15 - c_i - q_j}{2}$

联立企业 1.2 得：$\begin{cases} q_1^c = \frac{15-2c_1+c_2}{3} \\ q_2^c = \frac{15-2c_2+c_1.}{3} \end{cases}$

$$\begin{cases} \pi_1^c = \dfrac{(15-2c_1+c_2)^2}{9} - F_1 \\ \pi_2^c = \dfrac{(15-2c_2+c_1)^2}{9} - F_2 \end{cases}$$

假设$\pi^c \geq 0$,即生产均有意义，原题应该给了限制条件。

2)企业对级数的选择不但影响自身利润，也影响对手的利润，可看成两个阶段的博弈。

$$\begin{cases} I: 技术选择 \\ II: 古诺竞争 \end{cases}$$

逆向归纳法

		企业 1	
		A	B
企业 2	A	(9,9)	(4,15)
	B	(15,4)	(6,6)

存在唯一的纯策略纳什均衡(B,B)，故两个企业都会选技术 B.