9.9

东哥

2021/1/11

1. (10 分) 假设某位有着严格风险厌恶偏好的消费者拥有初始财富 W。但是在 P 概率下他会遭受 D 元的损失。他可以选择购买保险，一个单位保险的价格为 q 元。如果在发生损失情况下，保险公司会对每单位的保险赔付 1 元。

(1)假设这位消费者购买 a 单位的保险，请写出这位消费者的最优化问题以及 相应的一阶条件。

(2)假设保险公司的费率是公平的，请写出可以代表这一假设的等式关系。

(3)这位消费者将会购买多少保险?写出尽量详细的演算过程并用文字解释你 所得出的结论。

Solution:

假设投保人的效用函数为$u(w)$，其中$u'(w)>0.\quad u''(w)<0$，∃两种状态 good 和 bad。

1)期望效用最大化：

max: $\quad Eu=(1-P)u(Wg)+Pu(w_b)$ st: $\begin{cases} w_g=w-q\cdot a \\ w_b=w-D-q\cdot a+a \end{cases}$

FOC:$\frac{dEu}{da}=(1-p)u'\left(w_g\right)(-q)+pu'(w_b)(1-q)=0$

解得：$\frac{(1-p)u'(w_g)}{pu'(w_b)}=\frac{1-q}{q}$

2)若为公平保险：保险公司期望利润为 0

$E\pi=p\cdot(q\cdot a)+(1-p)(qa-a)=0$

得$q^*=p$

3)公平保险时，由 1）知

$$\begin{aligned} & U'(W_q)=U'(W_b) \\ \Rightarrow\quad & W_g=W_b \\ \Rightarrow\quad & a^*=D \end{aligned}$$

即公平保险时，投保人全额投保。

注：将 1）中的预算约束合并消去 ta 得：$(1-q)w_g+qw_b=w-q\cdot D$

期望效用： $Eu=(1-p)u\left(w_g\right)+Pu(w_b)$

在w_g-w_b空间中画出预算约束与无差异曲线。

初始禀赋：

$E_0(w-D,w)$

无差异曲线在w_g-w_b上的斜率为： $-\frac{1-p}{p}$

公平保险时，预算约束线的斜率为： $-\frac{1-q}{q}=-\frac{1-p}{p}$

公平保险时，切点/嘴有点位于$w_g=w_b$上，即E_1,此时消除全部风险，即为所有申述投保。 2.规范自然垄断供水公司向普尔曼供水。普尔曼对水的需求为p（q） $=$ $10-q$，，该公司的成本为c（q） $=1+2q$

1） 在图中描述以下内容：需求曲线p（q）、相关边际收入MR（q）、边际生产成本MC（q）和平均生产成本aC（q）。讨论为什么这种情况说明了“自然垄断”

2) 不受监管的垄断者发现，如果不受监管的垄断，该公司将产生的水量。为公司确定相应的价格和利润。

3)边际成本定价决定了如果普尔曼的一个管理机构强迫该公司根据边际成本定价（即，生产一个数量为q^*的产量，该产量解为$p\左（q^{*}\右）=$$M c\左（q^{*}\右）$）。为公司找到相应的价格和利润。

4) 价格歧视现在考虑一下，监管机构允许垄断企业收取两种不同的价格：第一个$q1$单位的价格为$p1$，剩下的$p{left（q^{*}\ right）$单位的价格为$p\ left$（$q^*-q1\ right$）（即从$q1$到第（c）部分中的输出水平，q^*）。此外，监管机构规定，在收取这两种价格时，公司不能获得任何利润，$\pi=0$。

i) 查找$q1$的值和$p\left（q{1}\right）$的关联值。

ii)用一个数字来描述这两个价格和数量，并给公司的利益和损失区域加上阴影。

solution:

1)图形如下

自然垄断的成因：ac 递减。单个企业生产具有规模效应。

2)无政府管制：垄断

垄断利润最大化：

$\max:\pi^m=(10-q)\cdot q-2q-1$

$$Foc:\frac{d\pi^m}{dq}=10-2q-2=0$$

解得： $q^m = 4 \quad p^m = 6 \quad \pi^m = 15$

3)政府管制：边际成本定价

此时： $p = mc = 2$

产量：$q^* = 8$

企业利润：$\pi^* = -1 < 0$

此时除非政府给于$|\pi^*|$的补贴。否则企业不会按照边际成本定价，即实现不了资源配置的最优状态。

4)政府管制：允许价格歧视

第一部分： $p_1 = 10 - q_1\, q_1$

第二部分：$p_2 = mc = 2\,(8 - q_1)$

企业利润： $\pi = (10 - q_1)q_1 + 2(8 - q_1) - 17 = 0$

解得：$q_1^* = 4 \pm \sqrt{15}$ 均符合条件

一般选择$q_1^* = 4 - \sqrt{15}$，对极少数富人征税

s_1为第一部分的收益

s_1为第二部分的收益

3. 假设某城市是一个长度为 1 的线段，消费者均匀分布在该城市中，城市里有两个商店，出售的商品同质。商店 1 位于 $x = 0$ 处，商店 2 位于 $x = 1$ 处，两家 所出售商品的单位成本均为 $\mathrm{c_0}$ 消费者的走路成本是距离的二次函数。位于 x 的 消费者去商店 1 的走路成本为 $\mathrm{b}x^2$, 去商店 2 的走路成本为 $\mathrm{b}(\mathbf{1} - x)^2 \cdot$ 两家商店 价格分别为 p_1 和 p_2, 假设 $|p_1 - p_2| < b$, 且消费者对商品的保留价格足够高。

1) $|p_1 - p_2| < b$ 这一假设的经济学意义是什么?

2) 求消费者对两家商店的商品需求。

3) 求均衡下的商品价格水平。

4) 求均衡下两家商店的利润。

solution:

$|p_1 - p_2| < b$是为了两个商店均有受量，防止恶性竞争的出现。

2)假设对商店 1 的需求为x

则

$p_1 + bx^2 = p_2 + b(1-x)^2$

解得： $D_1 = x = \frac{p_2 - p_1 + b}{2b} = \frac{p_2 - p_1}{2b} + \frac{1}{2}$

$D_2 = 1 - x = \dfrac{p_1 - p_2}{2b} + \dfrac{1}{2}$

3)商品 1 利润最大化：

max: $\pi_1 = (p_1 - c)D_1$

Foc: $\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \frac{1}{2b}(p_2 + b + c - 2p_1) = 0$

得反应函数： $p_1 = \frac{1}{2}(p_2 + b + c)$

由对称性知 $p_2 = \frac{1}{2}(p_1 + b + c)$

解得： $p_1^* = p_2^* = b + c$

4)两家商店的均衡利润为： $\pi_1^* = \pi_2^* = \frac{b}{2}$