9.23

None Leon

2021/1/10

1.A、B、C 三个企业,污染水平如表所示

	初始污染水品	治理单位污染成本
A	70	20
B	80	25
C	50	10

政府要把污染控在 120 单位,并为每个企业免费发放 40 单位的污染牌照

1)作图说明牌照的供给函数,需求函数及均衡价格

2)谁是买者?谁是卖者?均衡时各自排放多少?

3)均衡结果与初始禀赋有关吗?

Solution:

1)入刑如下，均衡价格 $p^* = 20$

2)当均衡价格为 $p^* = 20$时，B 为买者，C 为卖者，A 无差异

$$\begin{cases} 其中B排放80，购买40\ 单位牌照 \\ C排放0，出售40\ 单位牌照 \\ A排放40\ 单位，治理30\ 单位 \end{cases}$$

在产权价便宜市场存在的情况下，通过发放牌照控制总排污量。

3)科斯定理：若不存在交易成本，则产权的初始分配不影响均衡状态。

证明如下： 假设牌照的初始禀赋为 (e_A, e_B, e_C) ，其中 $e_A + e_B + e_C = 120$

则：

价格	超额需求
$0 < P < 10$	80
$P = 10$	c
$10 < P < 20$	30
$P = 20$	[-40,30]
$P = P < 25$	-40

$P = 25$	[-40,-120]
$P > 25$	-120

均衡时：$ED = 0$

由于只有当 $p^* = 20$时，才可能出现 ED=0

故 $p^* = 20$与初始产权的分配无关

2.经济中存在一种商品，经济中有两种状态，产生状态 1 的概率为$\frac{3}{4}$, Alex 是风险中性的;Bev 是风险规避者，他的效用函数是 $u(c) = \ln(1 + c)$, 其经济的禀赋为$(w_1, w_2) = (100,200)$ 。

1. 最大的均衡状态权益价格比率 (state claims price ratio) 是什么?
2. 对于什么样的亭赋，使得风险中性者承担所有均衡风险?

Solution

不妨设 $u_A = c, p_2 = 1.\quad p = p_1/p_2$

则两人的期望效用为：$\begin{cases} EU_A = \frac{3}{4}c_1 + \frac{1}{4}c_2 \\ EU_B = \frac{3}{4}\ln(1 + c_1) + \frac{1}{4}\ln(1 + c_2) \end{cases}$

首先求 A,B 的马歇尔需求(瓦尔拉斯需求)：

$$\begin{cases} c_1^B = \dfrac{3\left(pe_1^B + e_2^B + 1 - \frac{p}{3}\right)}{4p} \\ c_2^B = \dfrac{p(e_1^B + 1) + e_2^B - 3}{4} \end{cases}$$

$$c_1^A = \begin{cases} \dfrac{pe_1^A + e_2^{\beta}}{p} & 0 < p < 3 \\ \left[0, \dfrac{pe_1^A + e_2^A}{p}\right] & p = 3 \\ 0 & p > 3 \end{cases}$$

$$c_2^A = \begin{cases} 0 & 0 < p < 3 \\ [0, pe_1^A + e_2^A] & p = 3 \\ pe_1^A + e_2^A & p > 3 \end{cases}$$

1)当 $0 < p < 3$时，有 $c_2^B + c_2^A = \frac{p(e_1^B+1)+e_2^B-3}{4} < e_2$，此时非均衡。

2)当 $p = 3$时，此时 A 以$1:3$的比例任意搭配 c_1^A, c_2^A 能够达到均衡。

由禀赋约束：

$$\begin{cases}0 \le c_1^B \le 100 \\ 0 \le c_2^B \le 200\end{cases}$$

得： $3e_1^A + e_2^A \ge 100$

此时 A 承担所有的风险 (此时即为内部解，对应的禀赋为$3e_1^A + e_2^A \ge 100$)

3)当 $p > 3$时(此时为角点解)，由市场出清得： $c_1^B = \frac{3\left(pe^B + e_2^B + 1 - \frac{p}{3}\right)}{4p} = 100$

解得： $p = \frac{3\left(1+e_2^B\right)}{401-3e_1^B} = \frac{603-3e_2^A}{101+3e_1^A}$

令$p > 3$得，$3e_1^A + e_2^A < 100$，此时能达到角点的区域为$3e^A + e_2^A < 100$

此时均衡价格为：$p^* = \frac{603-3e_1^A}{101+3e^A}$

此时 A 与 B 共同承担风险。

综上：均衡价格(均衡状态权益价格比率)所在的区间为： $3 \le p^* \le \frac{603}{101}$

3.具有固定成本的古诺（d'Aspremont 和 Motta 1994）认为一个同质的好行业有两个潜在的公司。市场需求由$Q = S$（$1-p$）*给出*，，其中S是市场规模，Q是行业产出。企业的固定边际成本为零，但如果它们是活跃的，则会产生固定成本（0，S/9）$。游戏的时间结构是：首先决定是否进入，然后在产品市场上进行竞争。对于以下三种不同形式的竞争，找出均衡数量、价格、利润、消费者剩余和福利：

1) 公司独立地同时选择数量（古诺竞争）。

2) 企业非合作选择价格（伯特兰竞争）。

3)企业设定数量（或价格，相当于）以便共同实现利润最大化（卡特尔）。

4)比较 a 到c部分分析的三种竞争形式所产生的社会福利。

Solution:

1)古诺均衡

企业 1 利润最大化

$$\max: \pi_1 = \left[1 - \frac{1}{s}(q_1 + q_2)\right] q_1 - k$$

$$Foc: \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 1 - \frac{2}{s} q_1 - \frac{1}{s} q_2 = 0$$

由对称性得反应函数：

$$\begin{cases} q_1 = \frac{s}{2} - \frac{1}{2} q_1 \\ q_2 = \frac{s}{2} - \frac{1}{2} q_2 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} q_1^c = q_2^c = \frac{5}{3} \\ \pi_1^c = \pi_2^c = \frac{s}{q} - k > 0(进入) \\ p^c = \frac{1}{3} \\ cs^s = \frac{2}{9} s \\ sw^s = \frac{4}{9} s - 2k \end{cases}$$

2)伯川德均衡：

第二阶段奇特进行价格竞争：

直至： $P^B = P_1^B = P_2^B$ $\pi_i^B = p^B \frac{s(1-p^B)}{2} - k = 0$

解得： $p^B = \frac{1-\sqrt{1-\frac{8k}{s}}}{2}$

$$q_1^B = q_2^B = \frac{S\left[1 + \sqrt{1 - \frac{8h}{s}}\right]}{4}$$

$$\pi_1^B = \pi_2^B = 0$$

$$CS_B = SW_B = \frac{S\left[1 + \sqrt{1 - \frac{8k}{s}}\right]^2}{8}$$

3)卡特尔均衡

联合利润最大化：

$\max: \pi = s(1-p) \cdot p - 2k$

$Foc: \frac{d\pi}{dp} = s(1-2p) = 0$

解得：$p^m = \frac{1}{2}$

$$q_1^m = q_2^m = \frac{s}{4}$$

$$\pi_1^m = \pi_2^m = \frac{s}{8} - k$$

$$cs^m = \frac{s}{8}$$

$$sw^m = \frac{3}{8}s - 2k$$

4)社会福利的比较

$$sw^B > sw^c > sw^m$$

市场竞争越激励，社会福利越大，消费者剩余越大。