9.15

None Leon

2021/1/11

{r setup, include=FALSE} knitr::opts_chunk$set(echo = TRUE)

1.第一个 D 美元。另一些保险有联合保险性质，任何保了险的损失都只赔偿损失的一个比 率 a,0<a<1。设想有一个消费者有一辆汽车，面临的风险是小事故的概率为 P1，大事故 的概率为 P2，但大小事故不可能同时发生。由此产生的损失分别为 A,B，其中 A<B。假 设该消费者是一个风险回避者，他必须在扣除性保险和联合保险品种中选定一种保险政 策。此外, 令 D 和 a 的选定使这两种保险的损失期望值相等，且等于每种保险的保险费 R。证明:在这些条件下, 消费者将永远购买扣除性保险。

solution：

w 的分布 w ~ $\begin{pmatrix} 1-p_1-p_2 & p_1 & p_2 \\ w & w-A & w-13 \end{pmatrix}$

两种保险

购买扣除保险的期望效用为

$$Eu_1=(1-p_1-p_2)u(w-R)+P_1u(w-R-D)+P_2u(w-R-p)$$

购买联合保险的期望效用

$$Eu_2=(1-P_1-P_2)u(w-R)+P_1u[w-R-A(1-\alpha)]+P_2u[W-R-\beta(1-\gamma)]$$

两种保险的期望效用损失值相同

$$R=p_1D+p_2D=p_1A(1-\alpha)+p_2B(1-\alpha)$$

证明：扣除保险好于联合保险

$$\begin{aligned} Eu_1-Eu_2= \quad & p_1u(w-R-D)+p_2u(w-R-P) \\ & -p_1u[w-R-A(1-\alpha)]-p_2u[w-R-B(1-\gamma)] \end{aligned}$$

$$=p_1 \\ +p_2\left[u(w-R-D)-\frac{p_1}{p_1+p_2}u[w-R-A(1-\alpha)]-\frac{p_2}{p_1+p_2}u[w-R-B(1-\alpha)]\right.$$

由琴生不等式：

$$\frac{p_1}{p_1+p_2}u[w-R-A(1-\alpha)]+\frac{p_2}{p_1+p_2}U[w-R-B(1-\alpha)]$$

$$= u\left[W - R - \frac{p_1 A(1-\alpha) + p_2 B(1-\alpha)}{p_1 + p_2}\right]$$

$$= u(w - R - D)$$

因此： $Eu_1 \geq Eu_2$

扣除保险好于联合保险。

经济学解释：

State	S_1	S_2	S_3
p	$1-p_1-p_2$	p_1	p_2
扣除性	$W-R$	$W-R-D$	$W-R-D$
联合性	$w-R$	$w-R-A(1-\alpha)$	$w-R-B(1-\alpha)$

风险厌恶者对两种保险的评价

状态 1 下：两者相同

状态 2 和状态 3 下：口出席保险提供相同的收入

联合保险提供收入有波动

在 r 等于预期损失的前提下，扣除性保险提供的未来状态相对平稳，故更受风险厌恶者的偏爱。

2。考虑一个两个好的，两个代理的纯交换经济- 自然禀赋

$$e_A = (3,3) \text{ and } e_B = (2,1)$$

并具有效用函数：

$$u_A(x^1, x^2) = \frac{1}{3}\log x^1 + \frac{2}{3}\log x^2$$
$$u_B(x^1, x^2) = \frac{1}{2}\log x^1 + \frac{1}{2}\log x^2$$

（1） 画一个 Edgeworth 方框来说明这种经济。

（2） 将价格标准化为$\左（1，p^{2}\右）$。计算代理A和B对这两种商品的需求，作为$p^2 > 0$ *的函数*

（3） 找到一个竞争均衡$\左（\hat{p}^{2}、\hat{x}{a}、\hat{x}{B}\右）$。

（4） 表明以下分配是帕累托有效的：

$$x_A = \left(1, \frac{4}{3}\right) \text{ and } x_B = \left(4, \frac{8}{3}\right)$$

（5） 在这个经济体中找到一个新的初始捐赠$\tilde{e}a$和$\tilde{e}B$，这样$\tilde{e}a +$
$\tilde{e}B = eA + eB$而所讨论的有效分配3 d是一种竞争性的方法
平衡。找出相应的均衡价格。

solution：

A 的效用最大化：

max: $U_A = \frac{1}{3}\ln x_1^A + \frac{2}{3}\ln x_2^A$

st: $x_1^A + px_2^A = e_1^A + pe_2^A$

拉格朗日函数

$$\mathcal{L} = \frac{1}{3}\ln x_1^A + \frac{2}{3}\ln x_2^A + \lambda[e_1^A + pe_2^A - x_1^A - p_1^A]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^A} = \frac{1}{3x_1^A} - \lambda = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^A} = \frac{2}{3x_2^A} - \lambda p = 0$$

解得：$\begin{cases} x_1^A = \frac{e_1^A + Pe_2^A}{3} \\ x_2^A = \frac{2(e_P + Pe_2^A)}{3p} \end{cases}$

B 的效用最大化：

max: $u_B = \dfrac{1}{2}\ln x_1^B + \dfrac{1}{2}\ln x_2^B$

st: $x_1 + px_2 = e_1^B + p_2^B$

拉格朗日函数：

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\ln x_1^\beta + \frac{1}{2}\ln x_2^B + \lambda[e_1^B + pe_2^B - x_1^B - p_2^B]$$

FOC:$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^B} = \frac{1}{2x_1^B} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^B} = \frac{1}{2x_2^B} - \lambda p = 0 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} x_1^B = \frac{e_1^B + Pe_2^B}{2} \\ x_2^B = \frac{e^B + Pe_2^B}{2P} \end{cases}$

1）若 $e_A = (3,3)$, $e_B = (2,1)$

则竞争性均衡为：

市场出清： $x_1^A + x_1^B = e_1^A + e_1^\beta$

解得： $p = 2$

$$\begin{cases} x_1^A = 3 \\ x_2^A = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^B = 2 \\ x_2^B = 1 \end{cases}$$

2）证 $x_A = \left(1, \frac{4}{3}\right), x_B = \left(4, \frac{8}{3}\right)$是帕累托有效的

由于 $\begin{aligned} MRS_{1,2}^A &= \frac{x_2^A}{2x_1^A} \\ MRS_{1,2}^B &= \frac{x_2^B}{x_1^B} \end{aligned}$

得： $MRS_{1,2}^A = MRS_{1,2}^B = \frac{2}{3}$

因此该配置是帕累托有效的

3）令全新的初始禀赋为

$(\tilde{e}_A, \tilde{e}_B)$：

则有： $\begin{cases} x_1^A = \frac{\tilde{e}_1^A + p\tilde{e}_2^A}{3} = 1 \\ x_2^A = \frac{2\left(\tilde{e}_1 + p\tilde{e}_2^A\right)}{3p} = \frac{4}{3} \end{cases}$

解得： $p = \frac{3}{2}$

将其带入 $\begin{cases} 2\tilde{e}_1^A + 3\tilde{e}_2^A = 6 \\ 2\tilde{e}_1^B + 3\tilde{e}_2^B = 16 \end{cases}$

总禀赋 $\begin{cases} \tilde{e}_1^A + \tilde{e}_1^B = 5 \\ \tilde{e}_2^A + \tilde{e}_2^B = 4 \end{cases}$

解得： $(\tilde{e}_1^A \quad \tilde{e}_2^A \quad \tilde{e}_1^B \quad \tilde{e}_2^B)^T$

$= k(3, -2, -3, 2)^T + (0,2,5,2)^T$

其中 $(0 \leq k \leq 1)$

k 的范围是 $0 \leq \tilde{e}_1^i \leq 5, 0 \leq \tilde{e}_2^i \leq 4$所确定

3、线性城市(0,1),存在两个厂商位于 a,b。厂商的边际成本为 c, 顾客的交通成本为 tx^2。 两个厂商进行第一阶段进行选位竞争，第 二阶段进行价格竞争。

(1) 第二阶段的均衡价格

(2) 第一阶段的最优选位

(3) 社会最优的选位

solution：

1）第二阶段价格竞争

首先求各自的需求

x 出的顾客无差异：

$$p_1+t(x-a)^2=p_2+t(b-x)^2$$

则企业 1，2 的需求分别为：

$$\begin{cases}x_1=x=\dfrac{b+a}{2}+\dfrac{p_2-p_1}{2(b-a)t}\\ x_2=1-x=\dfrac{2-b-a}{2}+\dfrac{p_1-p_2}{2(b-a)t}\end{cases}$$

各自利润函数最大化：

$$\begin{cases}\max_{p_1}:\pi_1=(p_1-c)\cdot x\\ \max_{p_2}:\pi_2=(p_2-c)(1-x)\end{cases}$$

$$Foc:\begin{cases}\dfrac{\partial\pi_1}{\partial p_1}=\dfrac{b+a}{2}+\dfrac{p_2-p_1}{2(b-a)t}-\dfrac{p_1-c}{2(b-a)t}=0\\ \dfrac{\partial\pi_2}{\partial p_2}=\dfrac{2-b-a}{2}+\dfrac{p_1-p_2}{2(b-a)t}-\dfrac{p_2-c}{2(b-a)t}=0\end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases}p_1=c+\dfrac{(b-a)(a+b+2)t}{3}\\ p_2=c+\dfrac{(b-a)(4-a-b)t}{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\pi_1=\dfrac{(b-a)(a+b+2)^2t}{18}\\ \pi_2=\dfrac{(b-a)^2(4-a-b)^2t}{18}\end{cases}$$

2）第一阶段选位竞争

$$\begin{cases}\max\limits_{a}\pi_1=\dfrac{(b-a)(a+b+2)^2t}{18}\\ \max\limits_{b}\pi_2=\dfrac{(b-a)(4-a-b)^2t}{18}\end{cases}$$

$$Foc:\begin{cases}\dfrac{\partial\pi_1}{\partial a}=\dfrac{t}{18}(a+b+2)(b-3a-2)<0\\ \dfrac{\partial\pi_2}{\partial b}=\dfrac{t}{18}(a+b-4)(3b-a-4)>0\end{cases}$$

因此： $a=0,b=1$（位于两端）

$$\begin{cases}p_1^*=c+t \quad \pi_1^*=\dfrac{t}{2}\\ p_2^x=c+t \quad \pi_2^*=\dfrac{t}{2}\end{cases}$$

3）社会最优选位：

$$\max: \quad sw=cs+ps-T$$

由于总需求$D=1$恒定，故 cs $+ps$不变，价格的变化只影响利益的分配，一次社会计划者只用在第一阶段确定 a,b,第二阶段自由竞争。

由 1）知，第二阶段价格竞争时：

无差异的点：

$$x=\frac{2+a+b}{6}$$

则上述问题转化为：

$$\min_{a,b}T=\int_0^{\frac{2+a+b}{6}}(x-a)^2dx+\int_{\frac{2ta+b}{6}}^{1}(x-b)^2dx$$

直接对变上限积分求导：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial T}{\partial a}=-\dfrac{5}{6}\left(\dfrac{2+b-5a}{6}\right)^2+a^2-\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{2+a-5b}{6}\right)^2=0\\ \dfrac{\partial T}{\partial b}=\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{2+b-5a}{6}\right)^2-b^2+\dfrac{5}{6}\left(\dfrac{2+a-5b}{6}\right)^2=0\end{cases}$$

由对称性知： $a^{**}=b^{**}=\frac{1}{4}$