9.25

None Leon

2021/1/20

(15 分)某海湾盛产一种龙虾,附近有一个村子以捕龙虾为生。经营一艘捕虾船每. 个月花费 200 ,如果有 x 艘捕虾船,捕龙虾船的总收入为 $f(x) = 1000(10.2x - x^2)$ 。

(1)请计算最大化捕捉龙虾的总利润的船只数,此时最大化利润为多少?

(2)实际情况 下,每个村民都有捕虾的权利,因此,没有人可以限制别人的进 入,此时会有多少艘捕 虾船进入?利润水平又是如何?

(3)该村委会决定发放捕虾许可证,提供许可证的成本为 0,每张许可证只允 许一艘船使用。该村委会的目标是最大化从发放许可证中获得的利润。请问该村委会对发放每一张许可证收费多少?村委会的利润为多少?

(4)请从经济直觉上说明为什么(2)问中的解是无效率的,而(3)问可以解 决这种无效率问题?

solution:

1)联合捕虾：

max: $\pi^m = f(x) - 200x$

$Foc: \dfrac{d\pi^m}{dx} = 1000(10 - 2x) = 0$

$x^m = 5 \quad \pi^m = 25000$

2）独自捕虾：整数约束

均衡条件为：对任意捕虾船 i

$$\begin{cases} \pi_i(x) = \dfrac{f(x)}{x} - 200 \geq 0 \\ \pi_i(x+1) = \dfrac{f(x+1)}{x+1} - 200 < 0 \end{cases}$$

解得： $9 < x \leq 10$

即 $x = 10 \quad \pi_i = 0$

3）假设每张许可证费用为 t

max: $\quad T = x \cdot t$

$st: t \leq \frac{f(x)}{x} - 200$

带入得： $T = 1000(10x - x^2)$

$Foc: \frac{dT}{dx} = 1000(10 - 2x) = 0$

解得：$x^* = 5.\quad t = 5000,\quad T = 25000$

4）独自捕虾时个人不会考虑自身行为的外部效应，故存在孤独捕捞的现象

许可证通过对个人行为的惩罚来限制过渡捕捞，与征税类似。

2. 存在外部性的帕累托分配。 考虑两个消费者的经济体, Ann and Bob,其效用函数为：

$$u^A(x^A, y^A) = x^A + \left(y^A + \frac{1}{4}\right)^{1/2} \qquad u^B(x^B, y^A) = x^B + y^A + \frac{1}{4}$$

3. 其中 y^A 包含在 Bob 的效用函数中. 初始禀赋满足 $\mathbf{e}^A = \mathbf{e}^B = (1,1)$.求解有效率的帕累托均衡。

solution：

1）帕累托最优配置——图示法

$$\begin{cases} U^A = x^A + \left(y^A + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \\ U^B = x^B + y^A + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} + y^A - x^A \end{cases}$$

初始禀赋： $e^A = e^B = (1,1)$

帕累托配置：

$y_A = 2 \quad (0 \leq x_A \leq 2)$

2）瓦尔拉斯均衡

效用最大化 假设 $p_y = 1,\quad p = p_x/p_y$

$$\max: U_A = x_A + \left(y_A + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

st: $px_A + y_A = p + 1$

$$\max: \quad U_B = x_B + y_A + \frac{1}{4}$$

st : $px_B + y_B = p + 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = \dfrac{4p + 5 - p^2}{4p} \\ y_A = \dfrac{p^2 - 1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B = \dfrac{p + 1}{p} \\ y_B = 0 \end{cases}$$

市场出清：

$y_A + y_B = 2 \quad \Rightarrow \quad p^* = 3$

$(x_A^*, y_A^*) = \left(\dfrac{2}{3}, 2\right)$

$(x_B^*, y_B^*) = \left(\dfrac{4}{3}, 0\right)$

3.垄断厂商的间接网络效应。

考虑直接需求函数

$$x(p, w) = \alpha - \beta p + \gamma q$$

其中q带边先前期购买的商品数量，$\gamma > 0$为产业中存在的网络效应. 例如，前一时期的客户群越大，商品对当前客户的价值就越高，从而导致需求函数右移。网络效应出现在操作系统和游戏机等行业，使用特定类型设备的用户越多，对能够交换更多文件和设计更多程序的新用户就越有用。假设α、$\beta > 0$。因此，求解p，就得到了间接效用函数：

$$p(q) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} x + \frac{\gamma}{\beta} q$$

对于紧凑性，让我们表示$a \equiv \alpha/\beta$、$b \equiv 1/\beta$和$\lambda \equiv \gamma/\beta$，这将上面的逆需求函数简化为更熟悉的表达式$p$（$q$）$= a - bx + \lambda q$，其中现在$\lambda$度量网络效果。同时假设边际成本$c$是恒定的，$c < a$。

1）第二阶段决定一个垄断者的最佳生产水平和由此产生的价格，如果q单位在市场上出售的前一阶段。在第二阶段，找出垄断利润作为q的函数。[提示：为简单起见，假设只有两个时间段。

2）第一阶段如果垄断者预期未来不会有公司进入该行业，假设第一阶段的反向需求曲线p（q）$= a - bx$，垄断者在第一阶段的产量是多少。

3）社会最优假设社会规划者拥有这种垄断。考虑到社会规划者在这两个时期使消费者剩余和生产者剩余之和最大化，它在每个时期会生产多少？[提示： 首先确定x^{soo}（q），然后找到q^{soo}。]

solution：

1）第二阶段：

max: $\pi_2=(a-bx+\lambda q)x-cx$

$Foc\colon\dfrac{d\pi_2}{dx}=a-c+\lambda q-2bx=0$

解得：$x=\frac{a-c+\lambda q}{2b}$

$$\pi_2=\frac{(a-c+\lambda q)^2}{4b}$$

2）第一阶段： max: $\pi=(a-c-bq)q+\delta\pi_2(q)$

Foc:$\frac{d\pi}{dq}=a-c-2bq+\delta\cdot\frac{\lambda(a-c+\lambda q)}{2b}=0$

解得：$q=\frac{(2b+\delta\lambda)(a-c)}{4b^2-\delta\lambda^2}$

其中折现因子： $0\le\delta\le1$

若存在前提：市场中仅有该厂商，2 阶段不会有厂商进入，可直接 $\max_{x,q}\colon\pi=\pi_1+\delta\pi_2$

3）社会最优： $\max_{q,x}\colon SW=SW_1+\delta SW_2$

$$=\frac{1}{2}q(2a-2c-bq)+\delta\cdot\frac{1}{2}x(2a+2xq-2c-bx)$$

$$\text{FOC:}\begin{cases}\frac{\partial sw}{\partial q}=a-c-bq+\delta\cdot\lambda x=0\\ \frac{\partial sw}{\partial x}=\delta(a-c+\lambda q-bx)=0\end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases}q^*=\dfrac{(b+\delta\lambda)(a-c)}{b^2-\delta\lambda^2}\\ x^*=\dfrac{(b+\lambda)(a-c)}{b^2-\delta\lambda^2}\end{cases}$$