8.18

None Leon

2021/2/4

1.$u(x,y) = 2xy + 1, \quad (p_x, p_y, m) = (1,1,20)$

1)当p_x涨到 2 时，求 x,y 的替代效应与收入效应

2)当p_x涨到 2 时，求等价变化、补偿变化、CS 变化

3)若初始收入 m=20 源于初始禀赋 $(w_x, w_y) = (5,15)$，求p_x涨到 2 时，x 的替代效应、收入效应和禀赋效应

anlysis:两种分解与 slusky 方程

1.slutsky 分解与增量形式的 slusky 方程

slutsky 分解：

$\Delta x = \Delta x^s + \Delta x^n$

推导：

$$\begin{cases} 总效应：\Delta x = x(p_x', p_y, m) - x(p_x, p_y, m) \\ 替代效应：\Delta x^s = x(p_x', p_y, m') - x(p_x, p_y, m) \\ 收入效应\Delta x^n = x(p_x', p_y, m) - x(p_x', p_y, m') \end{cases}$$

其中$\Delta m = m' - m = \Delta p_x \cdot x(p_x, p_y, m)$

增量的 slutsky 方程：

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta m} \cdot x$$

由于 $\Delta x = \Delta x^s + \Delta x^n$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} + \frac{\Delta x^n}{APx} \Rightarrow \quad \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} + \frac{\Delta x^n}{\Delta m} x$$

令 $\Delta x_1^m = -\Delta x_1^n$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{\Delta x^s}{\Delta p_x} - \frac{\Delta x^m}{\Delta m} \cdot x$$

2.希克斯分级与微分形式的 slutsky 方程

希克斯分级

$\Delta x=\Delta x^5+\Delta x^n$

$$\begin{cases} 总效应：\Delta x \quad = x(p_x',p_y,m)-x(p_x,p_y,m)=x^h(p_x',p_y,U_1)-x^h(p_x\cdot p_y,U_0) \\ 替代效应：\Delta x^s=x^h(p_x',p_y,U_0)-x^h(p_x,p_y,U_0) \\ 收入效应：\Delta x^n=x^h(p_x',p_y,U_1)-x^h(p_x',p_y,U_0) \end{cases}$$

其中 $\Delta m=m'-m=E(p_x',P_y,U_1)-E(P_x',p_y,U_0)$

微分心事的斯拉斯基方程： $\frac{\partial x}{\partial p_x}=\frac{\partial x^h}{\partial p_x}-\frac{\partial x}{\partial m}\cdot x$

推导：初始均衡时： $x(p_x,p_y,m)=x^h[p_x,p_y,U_0]$

其中 $m=E(P_x,P_y,U_0)$

两边同时对将价格求偏导： $\frac{\partial x}{\partial p_x}+\frac{\partial x}{\partial m}\cdot\frac{\partial m}{\partial p_x}=\frac{\partial x^h}{\partial p_x}$

由于 $m=E(p_x,p_y,U_0)$ 则，
$$\begin{aligned}\frac{\partial m}{\partial p_x}&=\frac{\partial E}{\partial p_x}\\&=x^h(p_x,p_y,U_0)\\&=x(p_x,p_y,m)\end{aligned}$$

则
$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial p_x}&=\frac{\partial x^h}{\partial p_x}-\frac{\partial x}{\partial m}\cdot x(p_x,p_y,m)\\&=\frac{\partial x^h}{\partial p_x}-\frac{\partial x}{\partial m}\cdot x^h(p_x,p_y,v_0)\end{aligned}$$
注：给定具体数字求替代或收入相应：两种分解都可以；验证斯拉斯基方程

具体数字：斯拉斯拉分解验证——增量；抽象表达式：希克斯分解验证——微分

2. 在某一产品市场，仅有七个企业可能经营，它们生产完全同质化产品，且均为价格接受者，每 个企业总成本函数 $\mathrm{C_i}=1+\mathrm{q_i^2}/\mathrm{i},\mathrm{i}=1,2,\cdots,7$。市场需求 $\mathrm{Q}=30-\mathrm{P},\mathrm{Q}$ 为总需求， P 为均衡价格。求产品市 场的长期均衡价格。

solution:

完全竞争市场，企业均为价格的接受者，生产统治产品，但成本函数不同。仅有 7 个企业可能生产，此时的长期均衡并无外在企业进入，只有这 7 个奇特的进入或退出。

企业 i 的利润最大化：

$$\begin{aligned}\text{max:}\quad &\pi=p\cdot q_i-c(q_i)\\ \text{st:}\quad &\pi_i\geq 0\end{aligned}$$

长期时，企业可以退出市场，不承担固定成本

则企业 i 的长期供给函数为：

$q_i = \frac{i}{2}P \quad \left(\quad P \geq \frac{2}{\sqrt{i}} \right)$

则产品市场的长期供给函数为：

$$Q^S = \begin{cases} 0, 0 \leq P^2 - \frac{2}{\sqrt{7}} \\ 3.5p, \frac{2}{\sqrt{7}} \leq P < \frac{2}{\sqrt{6}} \\ 9p, 6.5p\, \frac{2}{\sqrt{6}} \leq P < \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \leq p < 1 \\ 11p, 1 \pm p < \frac{2}{\sqrt{3}} \\ 12.5p, \frac{2}{\sqrt{3}} \leq p < \frac{2}{\sqrt{2}} \\ 13.5p, \frac{2}{\sqrt{2}} \leq p + 2 \\ 14p, p \geq 2 \end{cases}$$

长期均衡时：

$Q^s = Q^d = 30 - p$

解得：

$P^* = 2, Q^* = 28$

$n^* = 7$，即 7 个企业均生产。

note：为何此时行业的长期供给曲线等于单个企业供给曲线的加总？

1.在 $Q^s \neq \sum_{i=1}^{n} q_i^s$的情况下，单个企业生产同质化产品且成本函数相同。在长期均衡的过程中，随着需求的变化。会有企业的自由进出，使得长期均衡时，每个企业的利润均为 0，只可能取到单个企业AC_{min}，故 $Q^s \neq \sum_{i=1}^{n} q_i^s$

2.在本题中，单个企业的成本函数不同，且长期均衡时企业的数量限定在 0-7.故长期均衡时会出现企业利润的分化，这实际上已经与教科书中的短期均衡类似，可以理解为通过上述假定使得该市场结构的长期均衡趋向于理性状态下，即 1 中描述的市场结构的短期均衡。

3.本题含糊不清，并没有说明长期的企业是否存在固定成本，即不生产退出的利润是为 0 还是-1.

若不存在固定成本，即为上述的解。则q^{s}w 为分段函数

若在你在固定成本：

$$
\begin{aligned}
& q^{s} \quad =\frac{i}{2} p \quad(p \geq 0) \\
& \Rightarrow \quad Q^{s}=14 P \\
& \Rightarrow \quad Q^{s}=Q^{d}=30-p \\
& \Rightarrow \quad p^{**}=2. \quad Q^{**}=28
\end{aligned}
$$

均衡的结果不变，唯一不同的是q^{s}为连续函数。

3. (20′) 三个国家 1,2,3 。国家 1 和 2 各有一企业，国家 3 为消费国，生产有差别的替代品。且 对 1,2 的反需求函数为

$$
\begin{cases}p_{1}=3-2 q_{1}-q_{2} \\ p_{2}=3-q_{1}-2 q_{2}\end{cases}
$$

1)若两企业同时宣布产量，求：反应函数、均衡产量、利润 (视 $MC=0$)。

2)企业 1 先宣布产量，求: Stackelberg 竞争均衡产量、利润，与第 1 问相比，产量和利润如何?

3) 国家 1 采取出口政策，补贴 s 或征出口税 $s, s>0$, 国家 1 的目标是国民总福利最大化，即 总福利等于企业利润减补贴总客或企业利润加税收总额。两企业同时宣布产量，求：均衡产量、企 业利润、国家 1 的国民总福利。与第 2 问相比利润如何变化?

4) 国家的政策作用是什么?

solution：

1)同时宣布产量——古诺竞争：

国家 1,2 利润最大化：

max: $\quad \pi_{1}^{c}=\left(3-2 q_{1}-q_{2}\right) q_{1}$

max: $\quad \pi_{2}^{c}=\left(3-q_{1}-2 q_{2}\right) \cdot q_{2}$

Focs: $\frac{\partial \pi_{1}^{c}}{\partial q_{1}}=3-q_{2}-4 q_{1}=0$ $\quad\frac{\partial \pi_{2}^c}{\partial q_{2}} &=3-q_{1}-4 q_{2}=0$

反应函数为：$\begin{cases}q_{1}=\frac{1}{4}\left(3-q_{2}\right) \\ q_{2}=\frac{1}{4}\left(3-2_{1}\right)\end{cases}$

均衡时：

$q_1^c = q_2^c = \frac{3}{5}$， $Q^c = \frac{6}{5}$

$\pi_1^c = \pi_2^c = \frac{18}{25}$

2)斯塔克伯格竞争——完全信息动态博弈——逆向归纳法

有 1)知： $q_2(q_1) = \frac{1}{4}(3 - q_1)$

国家 1 利润最大化：

$\max = \pi_1^s = [3 - 2q_1 - q_2(q_1)] \cdot q_1$

Foc: $\frac{\partial \pi_1^s}{\partial q_1} = \frac{9}{4} - \frac{5}{2} q_1 = 0$

解得：$\begin{matrix} q_1^s = \frac{9}{14} > q_1^c & q_2^s = \frac{33}{56} < q_2^c \\ \pi_1^s = \frac{81}{112} > \pi_1^c & \pi_2^s = \frac{1089}{1568} < \pi_2^c \end{matrix}$

3)国家 1 单位补贴 s，古诺竞争

反应函数为：$\begin{cases} q_1(q_2) = \frac{1}{4}(3 + s - q_2) \\ q_2(q_1) = \frac{1}{4}(3 - q_1) \end{cases}$

解得：$\begin{cases} q_1^* = \frac{9+4s}{15} \\ q_2^* = \frac{9-s}{15} \end{cases}$

此时国家 1 最大化社会总福利：

$$\begin{aligned} \max: \quad sw_1 &= \pi_1^* - s \cdot q_1^* \\ &= (3 - 2q_1^* - q_2^*) \cdot q_1^* \end{aligned}$$

$Foc: \frac{\partial SW_1}{\partial S} = \frac{1}{225}(18 - 7s)(9 + 4s)$

解得： $s^* = \frac{9}{56}$

均衡时：$\pi_1^* = \frac{91}{98}$ $\quad SW_1^* = \frac{81}{112} = \pi_1^s \, \pi_2^* = \frac{1069}{1568} = \pi_2^s$

4)政策的作用，产量竞争中，通过补贴的方式降低企业的边际成本 mc=-s,使得企业在完全竞争中占据更多的市场份额，主要通过改变企业的反应函数，以达到斯塔克伯格模型的结果。

$$
\begin{aligned}
p &= a - bd \\
q_1 &= -\frac{1}{2b} q_2 + \frac{1}{2b}(a - c_1) \\
q_2 &= -\frac{1}{2b} q_1 + \frac{1}{2b}(a - c_2)
\end{aligned}
$$

斯塔克伯格竞争图书：企业 1 为产量领导者

企业 2：$q_2 = \frac{1}{-2b} q_1 + \frac{1}{2b}(a - c_2)$

企业 1：$\begin{aligned} \pi_1 &= (a - c_1 - bq_2 - bq_1)q_1 \\ \Rightarrow q_2 &= -\left(q_1 + \frac{\pi_1}{bq_1}\right) + \frac{1}{b}(a - c_1) \end{aligned}$ 等利润先。

企业 1 在追求利润最大户，在q_1——q_2图中等利润先可以看成企业的目标函数，根据r_2而变化。

政府补贴：

企业 2：$q_2 = \frac{1}{-2b} q_1 + \frac{1}{2b}(a - c_2)$

企业 1：$q_1 = -\frac{1}{2b} q_2 + \frac{1}{2b}(a - c_1 + s)$

政府：$sw = [a - c_1 - bq_2(s) - bq_1(s)]q_1(s)$

$\Rightarrow \quad q_2(s) = -\left[q_1(s) + \frac{sw}{bq_1(s)}\right] + \frac{1}{b}(a - c_1)$等社会福利线

政府通过补贴s_2使得r_1外移，与r_2相交于 E,此时政府的等 sw 线与r_2相切于 E，达到斯塔克伯格模型的均衡结果。