

8.25

None Leon

2021/2/3

1.经济体中有两个消费者，效用为： $U_i = \ln C_1^i + \beta \ln C_2^i (i = 1, 2) (0 < \beta < 1)$

居民 1: $Y_1^1 = 0, Y_2^1 = 2$

居民 2: $Y_1^2 = Y_2^2 = 1$

c 的价格为 1，商品 c 不能跨期保存，但 1 与 2 可在信用市场中交易。

1)求居民 1, 2 的最优决策

2)求均衡利率

3)求居民 1,2 的最优消费路径

4)信用市场的作用

solution:

1)居民的效用最大化:

$$\begin{aligned} \max \quad & V = \ln C_1 + \beta \ln C_2 \\ \text{st} \quad & c_1 + \frac{c_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \end{aligned}$$

拉格朗日函数:

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \lambda \left[Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - C_1 - \frac{C_2}{1+r} \right]$$

$$\text{FOCs: } \begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} = \frac{1}{c_1} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} = \frac{\beta}{c_2} - \lambda \cdot \frac{1}{1+r} = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} c_1 = \frac{1}{1+\beta} \left[Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \right] \\ c_2 = \frac{\beta}{1+\beta} [(1+r)Y_1 + Y_2] \end{cases}$$

带入得，居民 1, 2 的最优选择为:

$$\begin{cases} c_1' = \frac{2}{(1+\beta)(1+r)} \\ c_2' = \frac{2\beta}{1+\beta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1^2 = \frac{2+r}{(1+\beta)(1+r)} \\ c_2^2 = \frac{\beta(2+r)}{1+\beta} \end{cases}$$

2)求一般均衡:

居民 1,2 在信用市场进行交易, 均衡时

$$\begin{cases} c_1^1 + c_1^2 = Y_1^1 + Y_1^2 \\ c_2^1 + c_2^2 = Y_2^1 + Y_2^2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } r = \frac{3-\beta}{\beta}$$

3)最优消费路径:

$$\text{居民 1: } (c_1^1, c_2^1, s_1^1) = \left(\frac{2\beta}{3(1+\beta)}, \frac{2\beta}{1+\beta}, \frac{-2\beta}{3(1+\beta)} \right)$$

$$\text{居民 2: } (c_1^2, c_2^2, s_1^2) = \left(\frac{3+\beta}{3(1+\beta)}, \frac{3+\beta}{1+\beta}, \frac{2\beta}{3(1+\beta)} \right)$$

4)信用市场的作用

实现资源的跨期最优配置, 最大化居民的效用, 通过市场价格 r 平滑消费者的消费。

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

$$u'(c_1) = \beta u'(c_2)(1+r)$$

一阶条件为: $(1+r)u'(c_1)$ 。该条件成为欧拉方程, 表示在 t_1 时刻资源, 下一时刻变为 $1+r$, t_1 时刻效用变化为 u'

t_2 时刻变化为 $\beta u'(c_2)(1+r)$, 两者相等时, 实现最优的配置

2.国内对便携式收音机的需求是

$$Q = 5,000 - 100P$$

其中价格(P) 以美元和数量计量(Q)单位是千个/每年。收音机的国内供应曲线为

$$Q = 150P$$

1)便携式无线电市场的国内平衡?

2)假设可以每台收音机 10 美元的世界价格进口便携式收音机。如果贸易不受限制，那么新的市场均衡将是什么？将进口几台便携式收音机？

3)如果国内便携式无线电生产商成功实施了 5 美元的关税，这将如何改变市场均衡？将收取多少关税收入？多少消费者剩余将转移给国内生产者？关税造成的无谓损失是多少？

4)如果政府与外国供应商达成一项协议，“自愿”将他们每年出口的便携式无线电设备限制为 1,250,000，您将如何更改 3)部分的结果？解释这与关税情况有何不同。

solution:

1)国内均衡:

$$Q^d = Q^s$$

解得:

$$p = 20 \quad Q = 3000$$

2)若进口: 国际价格为 $p_w = 10$

$$\text{此时需求为: } Q^d = 6000 - 100p_w = 4000$$

$$\text{国内厂商供给为: } Q^s = 150p_w = 1500$$

$$\text{进口量为: } Q_f^s = Q^d - Q^s = 2500$$

$$\text{社会福利: } sw_1 = cs + ps = 87500$$

3)若征收 5 元关税, 进口价格 $p'_w = 15$

$$\text{此时需求为: } Q^d = 5000 - 100p'_w = 3500$$

$$\text{国内厂商的供给: } Q^s = 150p'_w = 2250$$

$$\text{进口量为 } Q_f^s = Q^d - Q^s = 1250$$

$$\text{关税收入: } T = Q_f^s \cdot t = 6250$$

$$\text{cs 转移为 ps 的量: } \Delta ps = 9375$$

$$\begin{aligned} \Delta SW &= SW_2 - SW_1 \\ \text{sw 的损失:} &= (cs + ps + T) - SW_1 \\ &= -3125 \end{aligned}$$

4)若进口配额: $\bar{Q}_f = 1250$ 此时消费者能以 $PW = 10$ 购买 $Q_f = 1250$

国内剩余市场的均衡为：
$$\begin{cases} Q^{d'} = Q^d - \bar{Q}f = 3750 - 100P \\ Q^s = 150p \\ Q^s = Q^{d'} \end{cases}$$

得： $p = 15 \quad Q = 2250$

此时与 c 相比，ps 不变，cs 增加 T，即 c 中的关税收入转移给消费者，sw 不变。

3.企业 1 和 2 生产互补的产品，记企业的价格分别为 p_1, p_2 ，产量分别为 q_1, q_2 。企业面临的需水 函数为： $q_1 = 11 - 2p_1 - p_2$ 和 $q_2 = 11 - 2p_2 - p_1$ 。企业的固定成本为零，边际成本为 2，企业 通过选择价格进行博弈。

1)假设两个企业同时选择价格，请找出博亦的均衡价格，产量和企业利润;

2)假设企业 1 是价格领导者，请找出博亦的均衡价格，产量和企业利润

3)如果两个企业合并为一个垄断企业，那么市场均衡的价格，产量和利润分别是多少？合并 对消费者是否有利？

solution:

1)同时进行价格博弈

利润最大化：
$$\begin{cases} \max: \pi_1 = (p_1 - 2)(11 - 2p_1 - p_2) \\ \max: \pi_2 = (p_2 - 2)(11 - 2p_2 - p_1) \end{cases}$$

反应函数为：

$$\begin{cases} p_1 = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}p_2 \\ p_2 = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}p_1 \end{cases}$$

均衡：

$$\begin{cases} p_1^c = p_2^c = 3 \\ q_1^c = q_2^c = 2 \\ \pi_1^c = \pi_2^c = 2 \end{cases}$$

2)先后价格博弈：1 为领导者

企业 2： $p_2 = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}p_1$

企业 1： $\max: \pi_1 = (p_1 - 2)[11 - 2p_1 - p_2(p_1)]$

$$\text{解得: } \begin{cases} p_1^s = \frac{43}{14} & p_2^s = \frac{167}{56} \\ q_1^s = \frac{15}{8} & q_2^s = \frac{55}{28} \\ \pi_1^s = \frac{225}{112} & \pi_2^s = \frac{3025}{1568} \end{cases}$$

3)若企业合并，则垄断利润为：

$$\max: \pi^m = (p_1 - 2)(11 - 2p_1 - p_2) + (p_2 - 2)(11 - 2p_2 - p_1)$$

FOCs:

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi^m}{\partial p_1} = 15 - 4p_1 - p_2 + (2 - p_2) = 17 - 4p_1 - p_2 = 0 \\ \frac{\partial \pi^m}{\partial p_2} = 17 - 4p_2 - 2p_1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} p_1^m = p_2^m = \frac{17}{6} \\ q_1^m = q_2^m = \frac{5}{2} \\ \pi_1^m = \pi_2^m = \frac{25}{12} \end{cases}$$

合并后，无论相对于同时博弈还是顺序先后博弈， p_1, p_2 均下降， $\downarrow q_{\{1\}} q_{\{2\}} \uparrow$ 上升，故有利于消费者。

note: 为何垄断时还存在两个价格

本题的企业需求为 $q_i(p_1, p_2)$ 。隐含了两个企业生产非同质的商品，且为互补品。若为同质商品，则价格博弈为伯川德博弈。

故应将

q_1 与 q_2 视为两个不同的市场，而非同一个二市场，企业合并后类似于三级价格歧视。

为何垄断会增加消费者的福利

单独决策时，单个企业 $p_1 \uparrow$ ，会使得 $q_2 \downarrow$ ，有反应函数 $p_2(p_1)$ 知， $p_2 \downarrow$ ，即损害 π_2 ，但歧声 π_1 不一定 \downarrow 。

企业合并会减弱这种竞争所带来的损害，故相对于单独决策，价格会适当下降。此时 $cs \uparrow$ ，即合并生产具有协同效应。

打破对垄断的主观印象，并非垄断就是 $p \uparrow, q \downarrow$