9.19

None Leon

2021/1/18

1.通过比较两种技术，一个企业可以通过两种不同的技术，使用两种投入，即：z{1}*和*z2（例如，劳动力和资本），生产一种产出。技术 1 用生产函数表示

$$q = \min\{z_1, z_2\}$$

对于所有的$z1$，$z2 \geq 0$，technology 2 由生产函数表示：

$$q = \frac{z_1}{3} + \frac{z_2}{3}$$

对于所有$z1$，$z2 \geq 0$。输入价格是$w1$，$w2 \geq 0$

1）技术 1 是否表现出规模不变的回报？技术 2 怎么样？

2）找到每种技术的成本函数c（w，q）。[提示：您不需要设置拉格朗日，在解释中使用一个数字就足够了。]

3） 假设公司想要生产一种特殊数量的产品$\bar{q}$。对于$w1$的哪些值，公司将使用1，对于哪些值，公司将使用2？

solution：

1）技术 1：

$$\begin{aligned} q_1(tz_1, tz_2) &= \min\{tz_1, tz_2\} \\ &= \text{tmin}\{z_1, z_2\} \\ &= tq_1 \end{aligned}$$

技术 2：

$$\begin{aligned} q_2(tz_1, tz_2) &= \frac{tz_1}{3} + \frac{tz_2}{3} \\ &= t\left(\frac{z_1}{3} + \frac{z_2}{3}\right) \\ &= tq_2 \end{aligned}$$

2）技术 1：

$z_1 = z_2 = q$

$c_1(w, q_1) = (w_1 + w_2)q_1$

技术 2： $c_2(w, q_2) = 3\min(w, w_2)q_2$

3）技术 1,2 均为规模报酬不变

且 $mc_1 = w_1 + w_2$

$mc_2 = 3\min\{w_1, w_2\}$

令 $w = \frac{w_1}{w_2}$

故当$\frac{1}{2} < w < 2$时，使用技术 2

当 $w = \frac{1}{2}$时：无差异

当 $0 < w < \frac{1}{2}$或 $w > 2$时，使用技术 1

2.有两种商品 x 和 y，小丽的效用函数为 $\mathrm{u} = \mathrm{x} + \mathrm{y}$, 小贾的效用函数为 $\mathrm{u} = \max\{\mathrm{x}, \mathrm{y}\}$

（1）请用无差异曲线在埃奇沃思矩形图中表示两个人的偏好。

（2）请猜想 x 和 y 的均衡价格有什么关系?

（3）猜猜在均衡的情况下，分配结果会是什么样?

solution

1）图示：

2）均衡价格$p = \frac{p_x}{p_y} = 1$

若 $p \neq 1$，不妨价格 $p > 1$

则 $\begin{cases} x_J = 0 \\ y_J = pe_x^J + e_y^J \end{cases}$

$\begin{cases} x_L = 0 \\ y_L = pe_x^L + e_y^L \end{cases}$

且 $y_J + y_L = pe_x + e_y > e_y$

即 y 市场超额需求大于 0，非均衡

若 $p = 1$

此时 $\begin{cases} x_J = 0 \\ y_J = e_x^J + e_y^J \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_J = e_x^J + e_y^J \\ y_J = 0 \end{cases}$

L 的 x_L 与 y_L以 1:1 任意搭配

故可能存在两个均衡。

3.图图示：

3.3. $(20')$ 假定某垄断厂商在进行最优决策时不仅要选择产量水平，而且还要选择一定的质量水平， 产品质量由一个连续变量 q 代表。该垄断厂商面临的市场需求函数为 $p(x,q)=(1-x)q$, 其中 p 为 价格， x 为产量 $(0<x<1)$, q 为质量水平; 厂商的成本函数为 $C(x,q)=\frac{1}{2}q^2$ 。

1）请求出垄断厂商利润最大化的产量和质量水平。

2）请求出社会福利最大化的产量和质量水平。

3）垄断厂商利润最大化的质量选择与社会福利最大化的要求有何差异? 请用文字解释两者之间 存在差异的原因。

1）垄断厂商利润最大化：

$$\max:\pi=(1-x)q\cdot x-\frac{1}{2}q^2$$

$$\text{FOC: }\begin{array}{l}\text{Foc: }\frac{\partial\pi}{\partial x}=q(1-2x)=0\\ \frac{\partial\pi}{\partial q}=(1-x)x-q=0\end{array}$$

解得：

$$\begin{cases}x^m=\dfrac{1}{2}\\ q^m=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

2）社会福利最大化：

$$\max:\mathrm{sw}(x,9)=\int_0^x p\,(t,q)dt-c(x,q)$$

$$\text{Foc: }\begin{cases}\frac{\partial sw}{\partial x}=(1-x)q=0\\ \frac{\partial sw}{\partial q}=x-\frac{1}{2}x^2-q=0\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}x^*=1\\ q^*=\frac{1}{2}\end{cases}$

note：产品质量的选择

1 基本假设

市场需求 $p(q,s)$ ，q 为数量

成本函数$c(q,s)$，s 为质量

2 垄断厂商的最优选择

max: $\pi^m = p(q,s) \cdot q - c(q,s)$

FOC: $\begin{cases} \frac{\partial \pi^m}{\partial q} = p(q \cdot s) + p_q(q \cdot s)q - c_q(q \cdot s) = 0 \\ \frac{\partial \pi^m}{\partial s} = p_s(q \cdot s) \cdot q - c_s(q \cdot s) = 0 \end{cases}$

3 中央计划者的最优选择

max: $sw = \int_0^q p\,(x,s)dx - c(q,s)$

FOC: $Foc: \quad \frac{\partial sw}{\partial q} = p(q \cdot s) - c_q(q \cdot s) = 0$
$\frac{\partial sw}{\partial s} = \int_0^q p_s\,(x \cdot s)dx - c_s(q \cdot s) = 0$

4 比较静态分析

1）产量选择的差异

垄断厂商：$p(q,s) + p_q(q,s)q = c_q(q,s)$

中央计划者$p(q,s) = c_q(q,s)$

$\Rightarrow$

中央计划者实现 p=mc

垄断厂商还要考虑 q 增加的价格效应

$p_q(q \cdot s) \cdot q$，故存在产量的扭曲

2）产品质量的选择差异

$q^m < q^*$

$\begin{cases} \textit{垄断厂商} p_s(q,s) \cdot q = c_s(q,s) \\ \textit{中央计划者}: \quad \int_0^q p_s\,(x,s)dx = c_s(q,s) \end{cases}$

$\Rightarrow$

垄断厂商：增加质量的边际成本$c_s(q,s)$ =增加质量的边际收益$p_s(q,s)$

中央计划者：增加质量的边际成本 $c_s(q,s)$ =增加质量的社会平均边际收益 $\int_0^q p_s\,(x,s)dx = p_s(\bar{q},s)q$

s^m 与 s^*的大小时不确定的，要看具体的 $p(q,s)$与 $c(q,s)$而定，可能出现垄断质量供应不存，也可能出现垄断质量过度供应。

3）本题为例

$$\begin{cases} q^m < q^*：\textit{垄断质量供应不足} \\ s^m > s^*：\textit{垄断质量过度供给} \end{cases}$$