2023 CCF 非专业级别软件能力认证第一轮

（CSP-S1）提高级 C++语言试题

认证时间：2023 年 9 月 16 日 14:30~16:30

考生注意事项：

- 试题纸共有 13 页，答题纸共有 1 页，满分 100 分。请在答题纸上作答，写在试题纸上的一律无效。
- 不得使用任何电子设备（如计算器、手机、电子词典等）或查阅任何书籍资料。

一、单项选择题（共 15 题，每题 2 分，共计 30 分；每题有且仅有一个正确选项）

1. 在 Linux 系统终端中，以下哪个命令用于创建一个新的目录？（　）

   A. newdir

   B. mkdir

   C. create

   D. mkfolder

2. 0，1，2，3，4 中选取 4 个数字，能组成（　）个不同四位数。（注：最小的四位数是 1000，最大的四位数是 9999。）

   A. 96

   B. 18

   C. 120

   D. 84

3. 假设 n 是图的顶点的个数，m 是图的边的个数，为求解某一问题有下面四种不同时间复杂度的算法。对于 $m=\Theta(n)$的稀疏图而言，下面的四个选项，哪一项的渐近时间复杂度最小。（　）

   A. $O(m\sqrt{\log n\cdot\log\log n})$

   B. $O(n^2+m)$

   C. $O(n^2/\log m+m\log n)$

   D. $O(m+n\log n)$

4. 假设有 n 根柱子，需要按照以下规则依次放置编号为 1、2、3、...的圆环：每根柱子的底部固定，顶部可以放入圆环；每次从柱子顶部放入圆环时，需要保证任何两个相邻圆环的编号之和是一个完全平方数。请计算当有 4 根柱子时，最多可以放置（　）个圆环。

A. 7

B. 9

C. 11

D. 5

5. 以下对数据结构的表述不恰当的一项是：（　）。

A. 队列是一种先进先出（FIFO）的线性结构

B. 哈夫曼树的构造过程主要是为了实现图的深度优先搜索

C. 散列表是一种通过散列函数将关键字映射到存储位置的数据结构

D. 二叉树是一种每个结点最多有两个子结点的树结构

6. 以下连通无向图中，（　）一定可以用不超过两种颜色进行染色。

A. 完全三叉树

B. 平面图

C. 边双连通图

D. 欧拉图

7. 最长公共子序列长度常常用来衡量两个序列的相似度。其定义如下：给定两个序列 $X = \{x_1, x_2, x_3, \cdots, x_m\}$和 $Y = \{y_1, y_2, y_3, \cdots, y_n\}$，最长公共子序列（LCS）问题的目标是找到一个最长的新序列 $Z = \{z_1, z_2, z_3, \cdots, z_k\}$，使得序列 Z 既是序列 X 的子序列，又是序列 Y 的子序列，且序列 Z 的长度 k 在满足上述条件的序列里是最大的。（注：序列 A 是序列 B 的子序列，当且仅当在保持序列 B 元素顺序的情况下，从序列 B 中删除若干个元素，可以使得剩余的元素构成序列 A。）则序列“ABCAAAABA”和“ABABCBABA”的最长公共子序列长度为（　）。

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

8. 一位玩家正在玩一个特殊的掷骰子的游戏，游戏要求连续掷两次骰子，收益规则如下：玩家第一次掷出 x 点，得到 2x 元；第二次掷出 y 点，当 y=x 时玩家会失去之前得到的 2x 元，而当 y≠x 时玩家能保住第一次获得的 2x 元。上述 x,y∈{1,2,3,4,5,6}。例如：玩家第一次掷出 3 点得到 6 元后，但第二次再次掷出 3 点，会失去之前得到的 6 元，玩家最终收

益为 0 元；如果玩家第一次掷出 3 点、第二次掷出 4 点，则最终收益是 6 元。假设骰子掷出任意一点的概率均为 1/6，玩家连续掷两次骰子后，所有可能情形下收益的平均值是多少？（ ）

A. 7 元

B. $\frac{35}{6}$元

C. $\frac{16}{3}$元

D. $\frac{19}{3}$元

9. 假设我们有以下的 C++代码：

```
int a = 5, b = 3, c = 4;
bool res = a & b || c ^ b && a | c;
```

请问，res 的值是什么？（ ）

提示：在 C++中，逻辑运算的优先级从高到低依次为：逻辑非（!）、逻辑与（&&）、逻辑或（||）。位运算的优先级从高到低依次为：位非（~）、位与（&）、位异或（^）、位或（|）。同时，双目位运算的优先级高于双目逻辑运算；逻辑非和位非优先级相同，且高于所有双目运算符。

A. true

B. false

C. 1

D. 0

10. 假设快速排序算法的输入是一个长度为 n 的已排序数组，且该快速排序算法在分治过程总是选择第一个元素作为基准元素。以下哪个选项描述的是在这种情况下的快速排序行为？（ ）

A. 快速排序对于此类输入的表现最好，因为数组已经排序。

B. 快速排序对于此类输入的时间复杂度是 $O(n\log n)$。

C. 快速排序对于此类输入的时间复杂度是 $O(n^2)$。

D. 快速排序无法对此类数组进行排序，因为数组已经排序。

11. 以下哪个命令，能将一个名为“main.cpp”的 C++源文件，编译并生成一个名为“main”的可执行文件？（ ）

A. g++ -o main main.cpp

B. g++ -o main.cpp main

C. g++ main -o main.cpp

D. g++ main.cpp -o main.cpp

12. 在图论中，树的重心是树上的一个结点，以该结点为根时，使得其所有的子树中结点数最多的子树的结点数最少。一棵树可能有多个重心。请问下面哪种树一定只有一个重心？（　）。

A. 4 个结点的树

B. 6 个结点的树

C. 7 个结点的树

D. 8 个结点的树

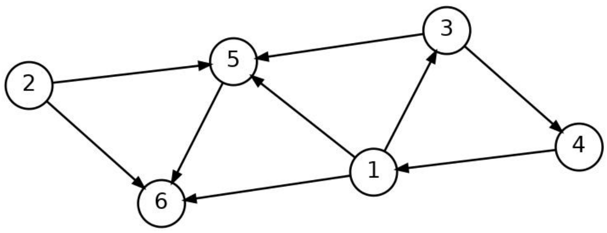
13. 如图是一张包含 6 个顶点的有向图，但顶点间不存在拓扑序。如果要删除其中一条边，使这 6 个顶点能进行拓扑排序，请问总共有多少条边可以作为候选的被删除边？（　）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4



14. 若 $n=\sum_{i=0}^{k}16^i\cdot x_i$，定义 $f(n)=\sum_{i=0}^{k}x_i$；其中 $x_i\in\{0,1,\cdots,15\}$。对于给定自然数 n_0，存在序列 $n_0,n_1,n_2,\cdots,n_m$，其中对于 $1\le i\le m$ 都有 $n_i=f(n_{i-1})$，且 $n_m=n_{m-1}$，称 n_m 为 n_0 关于 f 的不动点。问在 100_{16} 至 $1A0_{16}$ 中，关于 f 的不动点为 9 的自然数个数为（　）。

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

15. 现在用如下代码来计算x^n，其时间复杂度为（   ）。

```
double quick_power(double x, unsigned n) {
  if (n == 0) return 1;
  if (n == 1) return x;
  return quick_power(x, n / 2)
        * quick_power(x, n / 2)
        * ((n & 1) ? x : 1);
}
```

A. $O(n)$

B. $O(1)$

C. $O(\log n)$

D. $O(n \log n)$

二、阅读程序（程序输入不超过数组或字符串定义的范围；判断题正确填√，错误填×；除特殊说明外，判断题 1.5 分，选择题 3 分，共计 40 分）

（1）

```
#include <iostream>
using namespace std;

unsigned short f(unsigned short x) {
    x ^= x << 6;
    x ^= x >> 8;
    return x;
}

int main() {
    unsigned short x;
    cin >> x;
    unsigned short y = f(x);
    cout << y <<endl;
    return 0;
}
```

假设输入的 x 是不超过 65535 的自然数，完成下面的判断题和单选题：

- 判断题

16. 当输入非零时，输出一定不为零。（   ）

17.（2 分）将 f 函数的输入参数的类型改为 unsigned int，程序的输出不变。（   ）

18. 当输入为“65535”时，输出为“63”。（   ）

19. 当输入为“1”时，输出为“64”。（   ）

- 单选题

20. 当输入为“512”时，输出为（   ）。

A. “33280”　　B. “33410”　　C. “33106”　　D. “33346”

21. 当输入为“64”时，执行完第 5 行后 x 的值为（   ）。

A. “8256”　　B. “4130”　　C. “4128”　　D. “4160”

（2）

```cpp
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

long long solve1(int n) {
    vector<bool> p(n+1, true);
    vector<long long> f(n+1, 0), g(n+1, 0);
    f[1] = 1;
    for (int i = 2; i * i <= n; i++) {
        if (p[i]) {
            vector<int> d;
            for (int k = i; k <= n; k *= i) d.push_back(k);
            reverse(d.begin(), d.end());
            for (int k : d) {
                for (int j = k; j <= n; j += k) {
                    if (p[j]) {
                        p[j] = false;
                        f[j] = i;
                        g[j] = k;
                    }
                }
            }
        }
    }
    for (int i = sqrt(n) + 1; i <= n; i++) {
        if (p[i]) {
```

```
29             f[i] = i;
30             g[i] = i;
31         }
32     }
33     long long sum = 1;
34     for (int i = 2; i <= n; i++) {
35         f[i] = f[i / g[i]] * (g[i] * f[i] - 1) / (f[i] - 1);
36         sum += f[i];
37     }
38     return sum;
39 }
40
41 long long solve2(int n) {
42     long long sum = 0;
43     for (int i = 1; i <= n; i++) {
44         sum += i * (n / i);
45     }
46     return sum;
47 }
48
49 int main() {
50     int n;
51     cin >> n;
52     cout << solve1(n) << endl;
53     cout << solve2(n) << endl;
54     return 0;
55 }
```

假设输入的 n 是不超过 1000000 的自然数，完成下面的判断题和单选题：

- 判断题

22. 将第 15 行删去，输出不变。（ ）

23. 当输入为“10”时，输出的第一行大于第二行。（ ）

24. （2 分）当输入为“1000”时，输出的第一行与第二行相等。（ ）

- 单选题

25. solve1(n) 的时间复杂度为（ ）。

A. $\Theta(n\log^2 n)$ B. $\Theta(n)$ C. $\Theta(n\log n)$ D. $\Theta(n\log\log n)$

26. solve2(n) 的时间复杂度为（ ）。

A. $\Theta(n^2)$　　B. $\Theta(n)$　　C. $\Theta(n\log n)$　　D. $\Theta(n\sqrt{n})$

27. 输入为“5”时，输出的第二行为（　）。

A. “20”　　B. “21”　　C. “22”　　D. “23”

（3）

```
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <iostream>

using namespace std;

bool f0(vector<int>& a, int m, int k) {
    int s = 0;
    for (int i = 0, j = 0; i < a.size(); i++) {
        while (a[i] - a[j] > m) j++;
        s += i - j;
    }
    return s >= k;
}

int f(vector<int>& a, int k) {
    sort(a.begin(), a.end());

    int g = 0;
    int h = a.back() - a[0];
    while (g < h) {
        int m = g + (h - g) / 2;
        if (f0(a, m, k)) {
            h = m;
        } else {
            g = m + 1;
        }
    }

    return g;
}

int main() {
    int n, k;
    cin >> n >> k;
    vector<int> a(n, 0);
    for(int i = 0; i < n; i++) {
```

```
38         cin >> a[i];
39     }
40     cout<< f(a, k) << endl;
41     return 0;
42 }
```

假设输入总是合法的且|a[i]|≤10^8、n≤10000 和 1≤k≤n(n-1)/2，完成下面的判断题和单选题：

- 判断题

28. 将第 24 行的“m”改为“m - 1”，输出有可能不变，而剩下情况为少 1。（　）

29. 将第 22 行的“g + (h - g) / 2”改为“(h + g) >> 1”，输出不变。（　）

30. 当输入为“5 7 2 -4 5 1 -3”，输出为“5”。（　）

- 单选题

31. 设 a 数组中最大值减最小值加 1 为 A，则 f 函数的时间复杂度为（　）。

A. $\Theta(n\log A)$　　B. $\Theta(n^2\log A)$　　C. $\Theta(n\log(nA))$　　D. $\Theta(n\log n)$

32. 将第 10 行中的“>”替换为“>=”，那么原输出与现输出的大小关系为（　）。

A. 一定小于　　B. 一定小于等于且不一定小于
C. 一定大于等于且不一定大于　　D. 以上三种情况都不对

33. 当输入为“5 8 2 -5 3 8 -12”时，输出为（　）。

A. “13”　　B. “14”
C. “8”　　D. “15”

三、　完善程序（单选题，每小题 3 分，共计 30 分）

(1)（第 k 小路径）给定一张 n 个点 m 条边的有向无环图，顶点编号从 0 到 $n-1$。对于一条路径，我们定义“路径序列”为该路径从起点出发依次经过的顶点编号构成的序列。求所有至少包含一个点的简单路径中，“路径序列”字典序第 k 小的路径。保证存在至少 k 条路径。上述参数满足 $1\le n,m\le 10^5$ 和 $1\le k\le 10^{18}$。

在程序中，我们求出从每个点出发的路径数量。超过 10^{18} 的数都用 10^{18} 表示。然后我们根据 k 的值和每个顶点的路径数量，确定路径的起点，然后可以类似地依次求出路径中的每个点。

试补全程序。

```
#include <iostream>
```

```cpp
#include <algorithm>
#include <vector>

const int MAXN = 100000;
const long long LIM = 1000000000000000000ll;

int n, m, deg[MAXN];
std::vector<int> E[MAXN];
long long k, f[MAXN];

int next(std::vector<int> cand, long long &k) {
  std::sort(cand.begin(), cand.end());
  for (int u : cand) {
    if (①) return u;
    k -= f[u];
  }
  return -1;
}

int main() {
  std::cin >> n >> m >> k;
  for (int i = 0; i < m; ++i) {
    int u, v;
    std::cin >> u >> v; // 一条从 u 到 v 的边
    E[u].push_back(v);
    ++deg[v];
  }
  std::vector<int> Q;
  for (int i = 0; i < n; ++i)
    if (!deg[i]) Q.push_back(i);
  for (int i = 0; i < n; ++i) {
    int u = Q[i];
    for (int v : E[u]) {
      if (②) Q.push_back(v);
      --deg[v];
    }
  }
  std::reverse(Q.begin(), Q.end());
  for (int u : Q) {
    f[u] = 1;
    for (int v : E[u]) f[u] = ③;
  }
  int u = next(Q, k);
  std::cout << u << std::endl;
```

```
  while (④) {
    ⑤;
    u = next(E[u], k);
    std::cout << u << std::endl;
  }
  return 0;
}
```

34. ①处应填（   ）

A. `k >= f[u]`　　B. `k <= f[u]`　　C. `k > f[u]`　　D. `k < f[u]`

35. ②处应填（   ）

A. `deg[v] == 1`　　B. `deg[v] == 0`　　C. `deg[v] > 1`　　D. `deg[v] > 0`

36. ③处应填（   ）

A. `std::min(f[u] + f[v], LIM)`　　B. `std::min(f[u] + f[v] + 1, LIM)`
C. `std::min(f[u] * f[v], LIM)`　　D. `std::min(f[u] * (f[v] + 1), LIM)`

37. ④处应填（   ）

A. `u != -1`　　B. `!E[u].empty()`　　C. `k > 0`　　D. `k > 1`

38. ⑤处应填（   ）

A. `k += f[u]`　　B. `k -= f[u]`　　C. `--k`　　D. `++k`

(2)（**最大值之和**）给定整数序列 $a_0,\dots,a_{n-1}$，求该序列所有**非空连续子序列**的最大值之和。上述参数满足 $1 \le n \le 10^5$ 和 $1 \le a_i \le 10^8$。

一个序列的非空连续子序列可以用两个下标 l 和 r（其中 $0 \le l \le r < n$）表示，对应的序列为 $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$。两个非空连续子序列不同，当且仅当下标不同。

例如，当原序列为 [1,2,1,2] 时，要计算子序列 [1]、[2]、[1]、[2]、[1,2]、[2,1]、[1,2]、[1,2,1]、[2,1,2]、[1,2,1,2] 的最大值之和，答案为 18。注意 [1,1] 和 [2,2] 虽然是原序列的子序列，但不是连续子序列，所以不应该被计算。另外，注意其中有一些值相同的子序列，但由于他们在原序列中的下标不同，属于不同的非空连续子序列，所以会被分别计算。

解决该问题有许多算法，以下程序使用分治算法，时间复杂度 $O(n\log n)$。

试补全程序。

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <vector>

```

```cpp
const int MAXN = 100000;

int n;
int a[MAXN];
long long ans;

void solve(int l, int r) {
    if (l + 1 == r) {
        ans += a[l];
        return;
    }
    int mid = (l + r) >> 1;
    std::vector<int> pre(a + mid, a + r);
    for (int i = 1; i < r - mid; ++i) ①;
    std::vector<long long> sum(r - mid + 1);
    for (int i = 0; i < r - mid; ++i) sum[i + 1] = sum[i] + pre[i];
    for (int i = mid - 1, j = mid, max = 0; i >= l; --i) {
        while (j < r && ②) ++j;
        max = std::max(max, a[i]);
        ans += ③;
        ans += ④;
    }
    solve(l, mid);
    solve(mid, r);
}

int main() {
    std::cin >> n;
    for (int i = 0; i < n; ++i) std::cin >> a[i];
    ⑤;
    std::cout << ans << std::endl;
    return 0;
}
```

39.①处应填（　）

A. `pre[i] = std::max(pre[i - 1], a[i - 1])`
B. `pre[i + 1] = std::max(pre[i], pre[i + 1])`
C. `pre[i] = std::max(pre[i - 1], a[i])`
D. `pre[i] = std::max(pre[i], pre[i - 1])`

40.②处应填（　）

A. `a[j] < max`
B. `a[j] < a[i]`
C. `pre[j - mid] < max`
D. `pre[j - mid] > max`

41.③处应填（ ）

A. `(long long)(j - mid) * max`

B. `(long long)(j - mid) * (i - l) * max`

C. `sum[j - mid]`

D. `sum[j - mid] * (i - l)`

42.④处应填（ ）

A. `(long long)(r - j) * max`

B. `(long long)(r - j) * (mid - i) * max`

C. `sum[r - mid] - sum[j - mid]`

D. `(sum[r - mid] - sum[j - mid]) * (mid - i)`

43.⑤处应填（ ）

A. `solve(0, n)`

B. `solve(0, n - 1)`

C. `solve(1, n)`

D. `solve(1, n - 1)`