

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Môn thi: **Tin học**

Thời gian làm bài: **180 phút**, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 03/10/2019

**Tổng quan bài thi**

Tên bài	File nguồn	File Input	File Output	Thời gian
Biến đổi tập số	TranSet.Cpp	TranSet.Inp	TranSet.Out	1 giây
Robot chiếm thành	RobotGame.Cpp	RobotGame.Inp	RobotGame.Out	1 giây
Tần số xuất hiện	FreSeq.Cpp	FreSeq.Inp	FreSeq.Out	1 giây

**Hãy lập trình giải các bài toán sau:**

**CÂU I. (7 điểm). Biến đổi tập số**

Có  $n$  phép biến đổi từ  $n$  số tự nhiên  $1, 2, 3, \dots, n$ . Phép biến đổi thứ  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) biến đổi số  $i$  thành tập các số nguyên  $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$  trong đó  $1 \leq i_1, i_2, \dots, i_k \leq n$ . Ta kí hiệu tập này là  $Set(i)$ . Chú ý là tập  $Set(i)$  có thể có các số bằng nhau.

Bạn được phép thực hiện  $S$  lần biến đổi.

Lần 1, chọn một số  $i$  và biến đổi thành  $Set(i)$ , tập các số nhận được kí hiệu là  $A = Set(i)$ .

Lần 2, chọn một số  $u$  thuộc tập  $A$  và biến đổi  $u$  thành  $Set(u)$ , khi đó tập các số nhận được  $A$  gồm các số từ tập  $A$  cũ và các số từ tập  $Set(u)$  và bỏ đi số  $u$  được biến đổi.

Lần 3, 4, ...,  $S$  được thực hiện tương tự như lần 2.

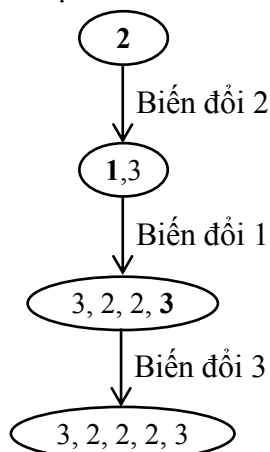
Ví dụ:  $n = 3$ ;

Phép biến đổi 1:  $(1) \rightarrow (2, 2, 3)$

Phép biến đổi 2:  $(2) \rightarrow (1, 3)$

Phép biến đổi 3:  $(3) \rightarrow (2, 3)$

Ta có 1 trường hợp về biến đổi khi thực hiện biến đổi 3 lần (hình vẽ):



Như vậy từ số 2, sau khi thực hiện 3 lần biến đổi, ta thu được tập  $A$  gồm 5 số  $(3, 2, 2, 2, 3)$ .

**Yêu cầu:** Hãy tìm cách chọn một số  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), bắt đầu từ số  $i$  đã chọn, hãy tìm cách thực hiện  $S$  lần biến đổi để thu được tập  $A$  cuối cùng gồm nhiều số hạng nhất.

**Dữ liệu** cho trong file TranSet.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương  $n$ .
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng có dạng: Số đầu là  $k$ , tiếp theo là  $k$  số  $i_1, i_2, \dots, i_k$  mô tả phép biến đổi thứ  $i$ , biến  $(i) \rightarrow (i_1, i_2, \dots, i_k)$ .
- Dòng cuối ghi số nguyên dương  $S$ .

**Kết quả** ghi trong file TranSet.Out là số các số hạng của tập  $A$  gồm nhiều số hạng nhất có thể biến đổi được.

*Ví dụ:*

TranSet.Inp	TranSet.Out	Giải thích
3 3 2 2 3 2 1 3 2 2 3 3	6	Cách biến đổi tối ưu: (1) $\rightarrow$ (2, 2, 3) $\rightarrow$ (1, 3, 2, 3) $\rightarrow$ (2, 2, 3, 3, 2, 3).

**Giới hạn:**

- Trong mọi test,  $k \leq 30$ ;  $n \leq 1000$ ;  $S \leq 50$ ;
- Có 25% số test ứng với  $S = 2$ ;
- Có 25% số test ứng với  $S = 3$ ;
- Có 50% số test còn lại không ràng buộc gì thêm.

## CÂU II (7 điểm). Robot chiếm thành

Trò chơi Robot chiếm thành là một trò chơi điện tử trí tuệ được nhiều bạn trẻ yêu thích. Nhiệm vụ chính của trò chơi là dịch chuyển các con robot để chiếm được tất cả các ô của một thành.

Trò chơi được thực hiện trên lưới ô vuông gồm 200.000.001 dòng và 200.000.001 cột, các dòng được đánh chỉ số từ  $-100.000.000$  đến  $100.000.000$  theo hướng từ dưới lên trên, các cột được đánh chỉ số từ  $-100.000.000$  đến  $100.000.000$  theo hướng từ trái sang phải. Ô ở **cột**  $i$ , **dòng**  $j$  được gọi là ô  $(i, j)$ .

Khi người chơi chọn một tham số  $n$ , sẽ có  $2n$  con robot xuất hiện trên lưới ô vuông, con robot thứ  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 2n$ ) đứng tại ô  $(X_i, Y_i)$ . Các con robot có thể cùng đứng trên một ô vuông trên lưới. Thành mà các con robot cần chiếm có dạng hình chữ nhật gồm  $2n$  ô vuông nhỏ. Góc trái trên là ô  $(1, 2)$ , góc phải dưới là ô  $(n, 1)$ . Nghĩa là Thành gồm  $2n$  ô  $(x, y)$  với  $1 \leq x \leq n$ ;  $1 \leq y \leq 2$ .

Người chơi phải dịch chuyển  $2n$  con robot này vào đứng  $2n$  ô vuông khác nhau của Thành. Người chơi dịch chuyển robot càng ít lần thì được càng nhiều điểm. Mỗi lần dịch chuyển, robot chỉ được di chuyển sang ô vuông kề cạnh. Trong quá trình di chuyển, có thể nhiều con robot cùng ở một ô vuông.

**Yêu cầu:** Tính xem, người chơi cần sử dụng ít nhất bao nhiêu lần di chuyển các robot để đưa  $2n$  con robot chiếm  $2n$  ô vuông khác nhau của Thành.

**Dữ liệu** cho trong file RobotGame.Inp gồm:

- Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương  $n$ .
- Dòng thứ  $i$  trong  $2n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số  $X_i, Y_i$  là tọa độ của ô mà con robot thứ  $i$  đang đứng ( $|X_i|, |Y_i| \leq 10^9$ ).

**Kết quả** ghi ra file RobotGame.Out gồm số nguyên duy nhất là số lần di chuyển ít nhất để di chuyển  $2n$  con robot đến  $2n$  ô vuông khác nhau của Thành.

Ví dụ:

RobotGame.Inp	RobotGame.Out	Hình minh họa
3 0 0 0 4 4 0 2 1 2 5 -1 1	15	

**Giải thích:**

Robot 1:  $(0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (1, 2)$ ; mất 3 lần di chuyển.

Robot 2:  $(0, 4) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (3, 2)$ ; mất 5 lần di chuyển.

Robot 3:  $(4, 0) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (3, 1)$ ; mất 2 lần di chuyển.

Robot 4:  $(2, 1)$  không cần di chuyển.

Robot 5:  $(2, 5) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2)$ ; mất 3 lần di chuyển.

Robot 6:  $(-1, 1) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (1, 1)$ ; mất 2 lần dịch chuyển.

Vậy tổng:  $3 + 5 + 2 + 0 + 3 + 2 = 15$  lần dịch chuyển. Đây là số lần dịch chuyển ít nhất cần thiết.

**Ràng buộc:**

- Có 25 % test ứng với  $n \leq 10$ ;
- Có 25 % test ứng với  $n \leq 1000$ ;
- Có 50 % test còn lại ứng với  $n \leq 10^5$ ;

### CÂU III (6 điểm). Tần số xuất hiện

Cho dãy số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Xét dãy con gồm các số hạng liên tiếp  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_j$  ( $1 \leq i \leq j \leq n$ ). Ta gọi tần số xuất hiện của dãy  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_j$  là số lần xuất hiện của số hạng xuất hiện nhiều nhất trong dãy con đó.

Ví dụ: Dãy A gồm : 1, 2, 2, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 2.

Khi đó dãy con: [1, 2, 2] có tần số xuất hiện là 2; số hạng 2 xuất hiện nhiều nhất 2 lần.

Dãy con [1, 1, 3, 3, 3, 3, 2] có tần số xuất hiện là 4; số hạng 3 xuất hiện nhiều nhất 4 lần.

**Yêu cầu:** Cho  $q$  cặp chỉ số  $i, j$  với ( $1 \leq i \leq j \leq n$ ), hãy tìm tần số xuất hiện của dãy con liên tiếp  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_j$ .

**Dữ liệu** cho trong file FreSeq.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên dương  $n$  và  $q$ .
- Dòng thứ hai ghi  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .
- $q$  dòng cuối, mỗi dòng ghi hai chỉ số  $i, j$  ( $1 \leq i \leq j \leq n$ ).

**Kết quả** ghi ra file FreSeq.Out gồm  $q$  dòng, mỗi dòng ghi tần số xuất hiện của dãy  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_j$  ứng với mỗi cặp  $(i, j)$  trong dữ liệu vào.

Ví dụ:

FreSeq.Inp	FreSeq.Out
5 3	2
1 1 2 3 3	1
1 2	2
2 3	
2 5	

**Giới hạn:**

- Có 20% số test ứng với  $|a_i| \leq 10^9$ ;  $n, q \leq 1000$ ;
- Có 20% số test khác ứng với  $0 \leq a_i \leq 10$ ;  $n, q \leq 100000$ ;
- Có 60% số test còn lại ứng với  $|a_i| \leq 10^9$ ;  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ ;  $n, q \leq 100000$ ;

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....