১. গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ কী কী? Fundamental postulates of kinetic theory of gas

গ্যাসের মৌলিক স্বীকার্য সমূহ নিম্নে উল্লেখ করা হলো:

১. প্রত্যেক গ্যাসই সমান ভরের অসংখ্য ~~কণার~~ দ্বারা গঠিত। কণাগুলোকে গ্যাসের অনু বলে।

অনুগুলো নিউটনের গতির সূত্র মেনে সর্বদা গতিশীল থাকে।

২. গ্যাসের অনুগুলি নিউটনের গতির সূত্র মেনে সর্বদা গতিশীল থাকে।

৩. ~~আধারের~~ আয়তনের তুলনায় গ্যাসীয় অনু সমূহের আয়তন অতি নগন্য।

৪. একই গ্যাসের অনু সমূহ পরস্পর সাদৃশ্য, কিন্তু বিভিন্ন গ্যাসের অনুসমূহ পরস্পর হতে ভিন্ন।

৫. গ্যাসের অনুসমূহ ~~বিন্দু~~ বিন্দুর আদর্শ স্থিতিস্থাপক গোলকের ন্যায় আচরণ করে।

৬. অনুগুলির ~~মধ্যবর্তী~~ দূরত্বের তুলনায় এদের আয়তন উপেক্ষণীয়।

৭. গ্যাসের অনুসমূহের পরস্পরের মধ্যে ও ~~পাত্রের~~ আবদ্ধ পাত্রের দেয়ালের সাথে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ ~~নেই~~ নেই।

৮. অনুগুলোর সার্বক্ষণিক ~~গতি~~ গতিশীলতার কারণে পাত্রের দেয়ালের সাথে সংঘর্ষের সৃষ্টি হয়, ফলে চাপের উদ্ভব ঘটে।

৯. ~~তাপ~~ তাপমাত্রা ~~বৃদ্ধি~~ বৃদ্ধি করলে গ্যাসের অনুর বেগ বৃদ্ধি পায়।

১০. পর পর দুটি ~~ধাক্কা~~ ধাক্কার মধ্যবর্তী দূরত্বকে মুক্তপথ বলে। ধাক্কা সংঘটিত হতে প্রয়োজনীয় সময় মুক্ত ~~পথের~~ পথ অতিক্রমের সময়ের তুলনায় অতি নগন্য বলে অনুসমূহের পারস্পরিক ধাক্কা সম্পূর্ণ তাৎক্ষণিক।

১১. গ্যাসের আণবিক ঘনত্ব সর্বদা একই থাকে।

২. গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে তাপমাত্রা ব্যাখ্যা। Not important

আদর্শ গ্যাসের প্রতি অণুর গড় গতিশক্তি হলো $\frac{3}{2}KT$, অর্থাৎ গ্যাস অণুর গড় গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। গ্যাসের গতিতত্ত্বের স্বীকার্যানুসারে, গ্যাসের অনুসমূহের মধ্যে কোনো পারস্পরিক আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই। গ্যাসীয় অনুসমূহের কেবল মাত্র গতিশক্তি আছে এবং গ্যাসের তাপমাত্রা এই গতিশক্তি দ্বারা নির্ধারিত হয়। গতিশক্তির বৃদ্ধিতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়, গতিশক্তির হ্রাসে তাপমাত্রা হ্রাস পায়।

গ্যাসের তাপমাত্রা শূন্য হলে অণুর গতিশক্তি শূন্য হবে। গতিতত্ত্ব অনুযায়ী যে তাপমাত্রায় গ্যাসের অণুর গতিশক্তি শেষ হয়ে যায় ঐ তাপমাত্রাকে আদর্শ গ্যাস স্কেলে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে। কিন্তু তাপগতিবিদ্যার তত্ত্বানুসারে বিজ্ঞানী কেলভিন পরম শূন্য তাপমাত্রার যে ধারণা ব্যক্ত করেছেন তাতে গ্যাস অণু শেষ হয়ে যাওয়ার কোনো বাধ্য বাধকতা নেই। পরন্তু কোয়ান্টাম তত্ত্বানুসারে, পরম শূন্য তাপমাত্রায় বস্তু কণার কিছু না কিছু গতিশক্তি থাকতে পারে যাকে শূন্য বিন্দু শক্তি বলে।

বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল প্রমাণ করেন যে কয়েকটি গ্যাসের মিশ্রণে বিভিন্ন গ্যাসের অনুসমূহের মধ্যে শক্তির আদান প্রদান হতে থাকে যতক্ষণ পর্যন্ত না সকল অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি সমান হয়। গড় রৈখিক গতিশক্তি সমান এমন কতগুলো গ্যাসের সংমিশ্রণ তৈরি করা হলে ঐ মিশ্রণে শক্তির কোনো নিট বিনিময় ~~করা~~ হবে না। মিশ্রণের পূর্বের ও পরের তাপমাত্রা সমান হয়। সুতরাং, কতগুলো গ্যাসের অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি সমান হলে এদের তাপমাত্রাও সমান হবে।

৩ অ্যাভোগেড্রোর প্রকল্প বা সূত্র ব্যাখ্যা। Not important

অ্যাভোগেড্রোর সূত্রটি হলো: একই তাপমাত্রা ও চাপে সমআয়তনের বিভিন্ন গ্যাসে সমসংখ্যক অণু থাকে।

ধরি,
একই তাপমাত্রা ও চাপে সমআয়তনের দুটি গ্যাসের অণুর ভর যথাক্রমে m_1 ও m_2 এবং প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা যথাক্রমে n_1 ও n_2। উভয় গ্যাসের চাপ P এবং এদের অণুর মূল গড় বর্গবেগ যথাক্রমে C_1 ও C_2 হলে গতিতত্ত্বানুসারে, $P = \frac{1}{3} m_1 n_1 C_1^2 = \frac{1}{3} m_2 n_2 C_2^2$ ——— (i)

উভয় গ্যাসের তাপমাত্রা একই বলে এদের অণুর গতিশক্তি সমান হবে,

অর্থাৎ, $\frac{1}{2} m_1 C_1^2 = \frac{1}{2} m_2 C_2^2$

বা, $m_1 C_1^2 = m_2 C_2^2$ ——— (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$n_1 = n_2$$

সুতরাং, একই তাপমাত্রা ও চাপে সমআয়তনের সকল গ্যাসে সমসংখ্যক অণু থাকে।

Ch: 2

৪। বয়েলের সূত্র ব্যাখ্যা।

বয়েলের সূত্রটি হলো: স্থির ~~অ~~ তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি; $PV = \frac{1}{3}mnc^2$। আবার, তাপমাত্রা স্থির থাকলে গ্যাসীয় অণুর গড় গতিশক্তি স্থির থাকে, তাই $\frac{1}{3}mnc^2$ একটি ধ্রুবক।

সুতরাং, $PV =$ ধ্রুবক।

বা, $V \propto \frac{1}{P}$

এটিই বয়েলের সূত্র।

৫। চার্লস এর সূত্র ব্যাখ্যা।

চার্লসের সূত্রটি হলো: স্থির ~~+~~ চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

এখন, গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি, $PV = \frac{1}{3}mnc^2$

বা, $V = \frac{mn}{3P}c^2$

আবার চাপ স্থির থাকলে $\frac{mn}{3P}$ ধ্রুবক হবে।

অতএব, $V \propto c^2$

পুনরায়, গ্যাসের পরম তাপমাত্রা T হলে, $c^2 \propto T$

অতএব, $V \propto T$

এটিই চার্লসের সূত্র।

ডাল্টনের আংশিক চাপ সূত্র ব্যাখ্যা।

ডাল্টনের আংশিক চাপ সূত্রটি হলো: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনে একাধিক গ্যাসের মিশ্রণ থাকলে মিশ্রণের চাপ গ্যাসগুলোর আংশিক চাপের সমষ্টির সমান।

ধরি, ρ_1, ρ_2, ρ_3 ---- ইত্যাদি ঘনত্বের বিভিন্ন গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ যথাক্রমে C_1, C_2, C_3 --- ইত্যাদি। তাহলে গ্যাসের গতিতত্ত্বানুসারে মোট চাপ,

$$P = \frac{1}{3}\rho_1 C_1^2 + \frac{1}{3}\rho_2 C_2^2 + \frac{1}{3}\rho_3 C_3^2 + \cdots$$

আবার, গ্যাস গুলোর আংশিক চাপ যথাক্রমে $P_1, P_2, P_3 \ldots$ ইত্যাদি হলে, $P_1 = \frac{1}{3}\rho_1 C_1^2$,

$P_2 = \frac{1}{3}\rho_2 C_2^2$, $P_3 = \frac{1}{3}\rho_3 C_3^2 \cdots$

অতএব, $P = P_1 + P_2 + P_3 \cdots$

এটাই ডাল্টনের আংশিক চাপ সূত্র।

গ্রাহামের ব্যাপন সূত্র ব্যাখ্যা:

গ্রাহামের ব্যাপন সূত্রটি হলো: একই তাপমাত্রা ও চাপে দুটি গ্যাসের রাশির ব্যাপন ঘটলে, ব্যাপনের হার গ্যাস দুয়ের ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

ধরি, দুটি গ্যাসের ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_1 ও ρ_2 এবং এদের অণুর মূল গড় বর্গবেগ যথাক্রমে C_1 ও C_2। উভয় গ্যাসের চাপ সমান হলে গতিতত্ত্বানুসারে,

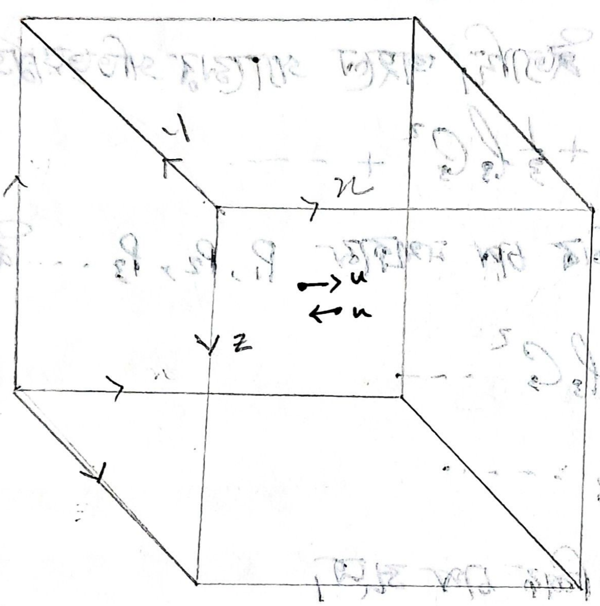
$$\frac{1}{3}\rho_1 C_1^2 = \frac{1}{3}\rho_2 C_2^2 \quad \text{বা,} \quad \frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

আবার, ব্যাপনের হার গ্যাসীয় অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\dfrac{\text{১ম গ্যাসের ব্যাপন হার}}{\text{২য় গ্যাসের ব্যাপন হার}} = \dfrac{C_1}{C_2} = \sqrt{\dfrac{\rho_2}{\rho_1}}$

আবার, $C \propto \sqrt{\dfrac{1}{\rho}}$ এবং ব্যাপন হার $\propto \dfrac{1}{\sqrt{\rho}}$ । এটিই গ্রাহামের সূত্র।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে রাশিমালা।



ধরা যাক, সমান দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা l বিশিষ্ট সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক কোন ঘনকে n সংখ্যক আদর্শ গ্যাসের অণু রয়েছে। প্রতিটি অণুর ভর m এবং এদের মূল গড় বর্গবেগ C_1

এখন, একটি অণুর গড় বেগ C_1 হলে X-, Y-, Z- অক্ষ বরাবর $\bar{C_1}$ এর উপাংশ যথাক্রমে u, v, ও w। সুতরাং, $\bar{C_1}^2 = u^2 + v^2 + w^2$.

এখানে X- অক্ষ বরাবর অণুটি u বেগে চলছে এবং কোন এক সময় ঘনকের A দেয়ালে ধাক্কা খাচ্ছে। স্থিতিস্থাপকতার দরুন অণুটি u বেগেই বিপরীত দিকে ফিরে আসবে, এবং $\dfrac{l}{u}$ সেকেন্ড পর ঘনকের

গ্যাসের গতিতত্ত্বের উপর (৫টি বা ৬টি স্বীকার্য (আগের page এর last এ)

বিপরীত দেয়াল B তে ধাক্কা দিয়ে পুনরায় u বেগে ফিরে আসবে। সুতরাং প্রতি ধাক্কায় অণুটির ভরবেগের পরিবর্তন হবে $mu-(-mu) = 2mu$ এবং $\frac{l}{u}$ সেকেন্ডে ভরবেগের এই পরিবর্তন ঘটবে। অতএব, ভরবেগের পরিবর্তনের হার,

$$= \frac{2mu}{l/u} = \frac{2mu^2}{l}$$

অনুরূপ ভাবে, y- ও z- অক্ষ বরাবর অণুটির ভরবেগের পরিবর্তনের হার যথাক্রমে $\frac{2mv^2}{l}$ এবং $\frac{2mw^2}{l}$ ।

সুতরাং, অণুটির মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার,

$$= \frac{2m}{l}(u^2+v^2+w^2)$$

$$= \frac{2m}{l}\overline{c}_1^2$$

এখন, যদি, ২য়, ৩য় .... n তম অণুর গড় বেগ যথাক্রমে $\overline{c}_2, \overline{c}_3 \ldots \overline{c}_n$ হয় তবে এদের ভরবেগের পরিবর্তনের হার যথাক্রমে $\frac{2m\overline{c}_2^2}{l}, \frac{2m\overline{c}_3^2}{l} \ldots \frac{2\overline{c}_n^2 m}{l}$ হবে। সুতরাং অণুসমূহের মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার,

$$= \frac{2m\overline{c}_1^2}{l} + \frac{2m\overline{c}_2^2}{l} + \frac{2m\overline{c}_3^2}{l} + \cdots + \frac{2m\overline{c}_n^2}{l}$$

$$= \frac{2m}{l}(\overline{c}_1^2 + \overline{c}_2^2 + \overline{c}_3^2 + \cdots \overline{c}_n^2)$$

$$= \frac{2mn}{l}\left(\frac{\overline{c}_1^2 + \overline{c}_2^2 + \overline{c}_3^2 + \cdots + \overline{c}_n^2}{n}\right)$$

$$= \frac{2mn}{l}\cdot C^2$$

[এখানে, $C = \sqrt{\frac{\overline{c}_1^2 + \overline{c}_2^2 + \overline{c}_3^2 + \cdots + \overline{c}_n^2}{n}}$;

C = অণুসমূহের মূল গড় বর্গবেগ,

আবার,
অণু সমূহের উপর ক্রিয়াশীল মোট বল F হলে, নিউটনের গতির ২য় সূত্রানুসারে, F = ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mn\bar{c}^2}{l} \quad \text{—— (i)}$$

গ্যাসের চাপ P হলে, $= \frac{\text{মোট বল}}{\text{মোট ক্ষেত্রফল}}$

$$= \frac{F}{6l^2} \quad \text{—— (ii)}$$ [∵ ঘনকের ৬টি তল]

সমীকরণ (i) ও (ii) সমন্বয় করে পাই,

$$P = \frac{2mn\bar{c}^2}{6l^3} = \frac{1}{3}\frac{mn\bar{c}^2}{l^3}$$

এখানে, $l^3 = V$ = ঘনকের আয়তন = গ্যাসের আয়তন।

অতএব, $P = \frac{1}{3}\frac{mn\bar{c}^2}{V}$

বা, $PV = \frac{1}{3}mn\bar{c}^2$

আবার,
m হচ্ছে একটি অণুর ভর এবং n মোট অণুর সংখ্যা; কাজেই গ্যাসের মোট ভর M হলে $M = mn$, গ্যাসের ঘনত্ব ρ হলে, $\rho = \frac{M}{V}$। সুতরাং $P = \frac{1}{3}\rho\bar{c}^2$

বা, $c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$ গতিতত্ত্বের অনুসারে গ্যাসের বাহিতমূল

আবার,

গ্যাসের একক আয়তনে গড় গতিশক্তি E হলে $E = \frac{1}{2}\rho \bar{c}^2$,

অতএব, $P = \frac{2}{3}E$। অর্থাৎ, পরিমাণগত দিক থেকে গ্যাসের চাপ একক আয়তনে গড় রৈখিক গতিশক্তির দুই-তৃতীয়াংশের সমান।

আবার,

$PV = \frac{1}{3}mn\bar{c}^2 = \frac{1}{3}M\bar{c}^2$; ~~এখন~~ যেখানে, $M = mn$ = গ্যাসের মোট ভর।

~~এখন~~, আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ অনুসারে, $PV = RT$;

অতএব;

$$\frac{1}{3}M\bar{c}^2 = RT$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}M\bar{c}^2 = \frac{3}{2}RT$$; যেখানে T হলো পরম স্কেলে গ্যাসের

তাপমাত্রা। প্রতি এক গ্রাম ~~অণুর~~ গ্যাসের অণুর সংখ্যা N_A হলে প্রতি অণুর

গড় গতিশক্তি $= \frac{1/2 M\bar{c}^2}{N_A} = \frac{3R}{2N_A}T$; এখন $\frac{R}{N_A} = K$ [K = বোল্টজম্যান ধ্রুবক]

সুতরাং, একটি অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{3}{2}KT$।

আবার,

$P = \frac{1}{3}\rho \bar{c}^2$ যেখানে, M = ভর, V = আয়তন, তাহলে, $\rho = \frac{M}{V}$ হলে

$$PV = \frac{1}{3}M\bar{c}^2$$

এখন, একগ্রাম অণুর গ্যাসের ক্ষেত্রে $PV = RT$

অতএব;

$$\frac{1}{3}M\bar{c}^2 = RT$$

$$\bar{c}^2 = \frac{3RT}{M}$$

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$; অর্থাৎ $\bar{c} \propto \sqrt{T}$ এবং $\bar{c} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$

ch: 2

স্বাধীনতার মাত্রা বা স্বাতন্ত্র্য সংখ্যা ~~#~~ ব্যাখ্যা।

কোন কণা বা কণা সিস্টেমের গতির পূর্ণাঙ্গ ব্যাখ্যা প্রাপ্তির জন্য যে কয়টি স্বতন্ত্র চলকের দরকার হয় তাকে ঐ কণা বা সিস্টেমের স্বাধীনতার মাত্রা বলে। অর্থাৎ কোন বস্তুকণা স্বাধীনভাবে বা অবাধে যে কয় প্রকার গতির অধিকারী হতে পারে তার সংখ্যাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

কোন দৃঢ় বস্তু তিনটি স্বতন্ত্র অক্ষের চারদিকে আবর্তন করতে সক্ষম হলে, বস্তুর স্বাধীনতার মাত্রা হবে তিন এবং এরূপ স্বাধীনতার মাত্রাকে আবর্ত গতির স্বাধীনতার মাত্রা বলা হয়। উল্লেখ্য, কোন দৃঢ় বস্তুর একই সাথে তিনটি রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা এবং তিনটি আবর্তন গতির স্বাধীনতার মাত্রা সহ মোট ছয়টি স্বাধীনতার মাত্রা ~~থাকে~~ থাকে।

ধরি, দুটি বস্তু কণা A ও B খানিকটা ব্যবধানে থেকে পরস্পরের সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ থাকে, তাহলে কণা দ্বয়ের X, Y, Z অক্ষ বরাবর রৈখিক গতির দরুন স্বাধীনতার মাত্রা 3। এবং কণাদ্বয়ের আবর্তন গতি শুধু মাত্র Y, Z অক্ষ বরাবর ~~পরিবর্তন যদি~~ কার্যকর হলে স্বাধীনতার মাত্রা হবে 2। ~~ঐই~~ দুটি বস্তু কণার জন্য মোট স্বাধীনতার মাত্রা 5।

এখন, কোনো গ্যাস অণুর রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা 3 এবং আবর্ত গতির স্বাধীনতার মাত্রা r হলে, মোট স্বাধীনতার মাত্রা,

$n = 3 + r$।

এখানে, এক পরমাণুর ক্ষেত্রে, $n = 3+0 = 3$; যেখানে এক পরমাণুর আবর্তন গ্রহণ যোগ্য নয়

দ্বিপরমাণুর ক্ষেত্রে, $n = 3+2 = 5$; যেখানে দুটি পরমাণুর আবর্তন যে কোন দুটি অক্ষ বরাবর কার্যকর হয়।

ত্রিপরমাণুর ক্ষেত্রে, $n = 3+3 = 6$ বা, $n = 3+4 = 7$; যেখানে ১ম ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় পরমাণু এবং উভয় পার্শ্বে দুটি পরমাণু থাকলে এবং ২য় ক্ষেত্রে ত্রিভুজের তিন কোনায় তিনটি পরমাণু থাকলে আবর্তন কার্যকর হয়।

Q:

শক্তির সমবিভাজন সূত্র বা সমবন্টন সূত্র। Law of equipartition of energy

গতি সম্পাদনকালে সিস্টেমের অনুসমূহ যদি কতকগুলি স্বাধীন প্রক্রিয়া মেনে চলে তাহলে সিস্টেমের মোট শক্তি প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা বরাবর সমভাবে বিভাজিত হয়। এটাকেই শক্তির সমবিভাজন সূত্র বলে।

ধরি, একই তাপমাত্রা ও চাপে সমআয়তনের দুটি গ্যাসের যথাক্রমে তাপমাত্রা, চাপ ও আয়তন T, P ও V। m_1 ও m_2 আণবিক ভরের গ্যাস দুটির অনুর সংখ্যা N হলে গতিতত্ত্ব অনুসারে, $PV = \frac{1}{3} m_1 N c_1^2 = \frac{1}{3} m_2 N c_2^2 = RT$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} m_1 c_1^2 = \frac{1}{2} m_2 c_2^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \quad [\because N = N_A]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} m_1 c_1^2 = \frac{1}{2} m_2 c_2^2 = \frac{3}{2} KT \quad [\because K = \frac{R}{N_A}]$$

সুতরাং, সকল গ্যাসের অনুসমূহের গড় রৈখিক গতিশক্তি একই।

আবার,
তাপীয় সাম্যাবস্থায় কোন গ্যাসীয় অনুর মূল গড় বর্গবেগ c এর উপাংশসমূহকে যেকোনো দিকে পরস্পরের সমান বিবেচনা করা যায়। এখন অনুর গতিশক্তি বেগের বর্গের সমানুপাতিক বলে প্রত্যেক গতিশক্তি মূল গড় বর্গবেগের উপাংশ u, v, w এর বর্গের সমানুপাতিক হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} m (u^2 + v^2 + w^2)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} mu^2 = \frac{3}{2} mv^2 = \frac{3}{2} mw^2 = \frac{3}{2} KT \quad [\because \text{তাপীয় সাম্যাবস্থায় } v^2 = u^2 = w^2]$$

$$\therefore \frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mw^2 = \frac{1}{2} KT$$

~~প্রত্যেক অণুর স্বাধীনতার মাত্রা প্রতি গড় গতিশক্তি $\frac{1}{2}KT$~~,

সুতরাং, গ্যাসীয় অণুর শক্তি এর প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রায় সমভাবে বিভাজিত হয় এবং প্রতি স্বাধীনতার মাত্রায় এই শক্তির মান $\frac{1}{2}KT$।

কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ব্যাখ্যায় চিরায়ত তত্ত্বের ব্যর্থতা লিখ।

কঠিন পদার্থের অনুসমূহকে স্থিতিস্থাপক গোলক হিসেবে বিবেচনা করলে তাপীয় উত্তেজনায় কঠিনের অনুসমূহ সরল দোলিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয় এবং এদের স্বাধীনতার মাত্রা 3। কঠিনের কোনো অণু অন্যান্য অণুর প্রভাব গোলকের মধ্যে অবস্থান করে বলে স্পন্দনরত কোন অণুর মোট শক্তির অর্ধেক গতিশক্তি এবং অর্ধেক বিভবশক্তি ~~হ~~ হবে। এ কারণে কঠিনের কোন অণুর কার্যকর স্বাধীনতার মাত্রা 6 বিবেচনা করা যায়। ~~অ~~ অতএব,

$$Q = N \times 6 \times \frac{1}{2} KT = 3NKT = 3RT$$

$$C_v = \frac{dQ}{dT} = 3R = 5.97 \cong 6$$

একটি তাৎপর্যপূর্ণ নয় কারণ কঠিনের জন্য C_v ও C_p এর ব্যবধান খুব কম যা অগ্রাহ্য করা যায়। স্থির চাপে তাপ প্রয়োগে কঠিনের আয়তন প্রসারণ খুবই কম যা অগ্রাহ্য করা যায়।

গ্যাসের ~~গতিতত্ত্ব~~ গতিতত্ত্ব অনুসারে কঠিন পদার্থের আণবিক তাপ প্রায় 6 ক্যালরি কিন্তু কিছু কিছু পদার্থ যেমন Be, C এবং Si এর ক্ষেত্রে আণবিক আপেক্ষিক তাপের মান 6 অপেক্ষা অনেক কম হয়, এর কারণ গতিতত্ত্ব থেকে পাওয়া যায় না। আবার গতিতত্ত্ব অনুসারে পারমাণবিক তাপ তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল নয়; কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফলাফল এই সিদ্ধান্তের সাথে একমত নয়, বিশেষ করে নিম্ন তাপমাত্রায় ব্যতিক্রম খুবই প্রকট হয়, উপরন্তু পারমাণবিক তাপ তাপমাত্রার সাথে ধীরে ধীরে হ্রাস পায়, এবং এ ঘটনার ব্যাখ্যাও গতিতত্ত্ব থেকে পাওয়া যায় না, এর কারণ হলো যে কোনো একটি স্বাধীনতার মাত্রার অবলুপ্তি ঘটলে $\frac{1}{2}R$ এর আণবিকতাপের

Ch:2

বিচ্ছিন্নভাবে মানের পরিবর্তন হবে, ধীরে ধীরে হবে না। আবার স্বাধীনতার মাত্রা ভগ্নাংশ হতে পারে না। সুতরাং, নিম্ন তাপমাত্রায় পারমাণবিক তাপের ব্যতিক্রম ব্যাখ্যায় শক্তির সমবিভাজন নীতি সম্পূর্ণ ব্যর্থ।

গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাতের সাথে স্বাধীনতার মাত্রার সম্পর্ক প্রণয়ন।

আমরা জানি, কোন গ্যাসের প্রতিগ্রাম অণুর স্বাধীনতার মাত্রা প্রতি গড় গতিশক্তি $\frac{1}{2}KT$ এর সমান। যদি কোন গ্যাস অণুর রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা সংখ্যা 3 এবং আবর্ত গতির স্বাধীনতার মাত্রা n হয় তবে মোট স্বাধীনতার মাত্রা হবে, $n = 3 + n$।
সুতরাং, প্রতি গ্রাম অণুর মোট শক্তি $\frac{1}{2}nKT$। অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা N_A হলে, আদর্শ গ্যাসের প্রতিগ্রাম অণুর মোট শক্তি

$$Q = \frac{1}{2} n N_A K T$$
$$= \frac{1}{2} n R T \quad [N_A K = R]$$

আবার স্থির আয়তনে গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ

$$C_V = \frac{dQ}{dT}$$
$$= \frac{d}{dT}\left(\frac{1}{2} n R T\right)$$
$$= \frac{1}{2} n R$$

সুতরাং, আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $C_P - C_V = R$

PV = RT, considering corrections the picture of an ideal gas

বা, $C_P = R + C_V$

$= R + \frac{1}{2} nR$

$= \frac{1}{2}R(2+n)$

আবার, $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

$= \frac{\frac{1}{2}R(2+n)}{\frac{1}{2}(nR)}$

$= \frac{2+n}{n}$

বা, $\gamma = 1 + \frac{2}{n}$

এটিই গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাত ও স্বাধীনতার মাত্রার সম্পর্ক।

সুতরাং, এক পরমাণুক ~~অণু~~ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $n = 3$; $\gamma = 1 + \frac{2}{3} = 1.66$

দ্বিপরমাণুক ~~দুই অণু~~ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $n = 5$; $\gamma = 1 + \frac{2}{5} = 1.40$

~~তিন~~ ত্রিপরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে, $n = 7$ বা 6; $\gamma = 1.28$, বা 1.33

৪* একটি প্রকৃত গ্যাসের জন্য ভ্যানডার ওয়ালস এর সমীকরণ প্রতিপাদন।

আদর্শ গ্যাস সমীকরণ PV=RT হতে বাস্তব গ্যাসের বিচ্যুতির কারণে ভ্যান ডার ওয়ালস গতিতত্ত্বের ২টি স্বীকার্য সংশোধন করেন।

সংশোধনের জন্য স্বীকার্যদ্বয় হলো:

১। গ্যাস অণুসমূহ আয়তনহীন এবং এরা পাত্রের সর্বত্র মুক্তভাবে বিচরণ করে,

২। গ্যাসের অণু সমূহের পারস্পরিক কোন আকর্ষণ বল নেই।

ভ্যানডার ওয়ালস স্বীকার্য সংশোধন করে বলেন,

১। অণুসমূহের নির্দিষ্ট আকার আছে, এরা কেবল জ্যামিতিক বিন্দু নয়।

২। অণুসমূহের মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বিদ্যমান।

V আয়তনের কোন আবদ্ধ পাত্রে কোন অণু দুটি সমান্তরাল দেয়ালে ধাক্কা খেলে যে ~~দু~~ দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ দুই দেয়ালের মধ্যবর্তী দূরত্ব অপেক্ষা কম হবে। কারণ গ্যাস অণুর নির্দিষ্ট আকার আছে। অণু সমূহ যে স্থান বা আয়তন আছে, যা পাত্রে জায়গা দখল করে। অণু সমূহ যে স্থান দখল করে তার পরিমাণ b হলে অণুসমূহের অবাধে বিচরণের জন্য প্রকৃত আয়তন হবে (V−b)। b একটি ধ্রুবক এবং অণুসমূহের মোট আয়তনের সাথে সম্পর্কযুক্ত। b এমন একটি সংশোধিত আয়তন যা কোন চাপেই সঙ্কুচিত হয় না, অর্থাৎ

নিম্ন চাপে গ্যাসীয় অণুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব অধিক হয় বলে পারস্পরিক আকর্ষণের প্রভাব তেমন অনুভূত হয় না। কিন্তু অধিক চাপে গ্যাস অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে যাওয়ার দরুন পারস্পরিক আকর্ষণ বৃদ্ধি পায় এবং এ কারণে আদর্শ অবস্থায় আকর্ষণমুক্ত গ্যাস অণুগুলো যে পরিমাণ ধাক্কা দিতে ~~জ~~ আর দিতে সক্ষম হয় না। অতএব পাত্রের দেয়ালের উপর প্রকৃত পক্ষে যে চাপ ক্রিয়াশীল হয় তা আদর্শ চাপ অপেক্ষা কম হবে। এই হ্রাসকৃত চাপ গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যার উপর

Ch: 2

নির্ভর করে, এই হ্রাসকৃত চাপ প্রতি একক আয়তনে আকর্ষণকারী অনুর সংখ্যার সমানুপাতিক এবং প্রতি একক সময়ে দেয়ালের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যত সংখ্যক আকর্ষিত অণু ধাক্কা দেয় তার সমানুপাতিক, অর্থাৎ গ্যাসের ঘনত্বের সমানুপাতিক,

অতএব, হ্রাসকৃত চাপ $\propto$ (গ্যাসের ঘনত্ব)^2 $\propto \frac{1}{V^2} = \frac{a}{V^2}$

যখন a সমানুপাতিক ধ্রুবক, অতএব গ্যাসের প্রকৃত চাপ

$$= \text{দৃষ্টচাপ} + \text{চাপ হ্রাস} = P + \frac{a}{V^2}$$

অতএব, $PV = RT$ সমীকরণে V- এর পরিবর্তে $(V-b)$ এবং P এর পরিবর্তে $\left(P+\frac{a}{V^2}\right)$ হবে, অর্থাৎ, $\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$

n ~~মোল~~ - মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে,

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V-nb) = nRT$$

এখানে, a ও b ভ্যানডার ওয়ালস ধ্রুবক,

Ch:2

8) ভ্যান ডার ওয়ালস্ ধ্রুবক a ও b এর ভৌত তাৎপর্য ব্যাখ্যা।

আদর্শ গ্যাস সমীকরণ $PV = RT$ হতে বাস্তব গ্যাসের বিচ্যুতির কারণ সংশোধনের জন্যে ভ্যানডার ওয়ালস্ প্রতিতত্ত্বের দুটি স্বীকার্য সংশোধন করেন। স্বীকার্যদ্বয় সংশোধন করে বলেন যে, অনুসমূহের নির্দিষ্ট আকার আছে; এরা কেবলমাত্র জ্যামিতিক বিন্দু নয়। এবং অনুসমূহের মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বিদ্যমান।

এ ক্ষেত্রে সমীকরণ হয়, $\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$

এখানে a ও b ভেনডার ওয়ালস্ ধ্রুবক।

এখন, n ও V নির্দিষ্ট থাকলে P এর মান a ধ্রুবকের উপর নির্ভর করে। তখন a এর মান বেশি হলে অনুগুলোর আন্তঃআনবিক আকর্ষণ বল বেশি হয়। গ্যাসের আনবিক ভর বেশি হলে a এর মান বেশি হয়। ফলে ঐ গ্যাসের তরলীকরণ অল্প চাপে ঘটে। a এর একক হলো $atmL^2 mol^{-2}$।

গ্যাসের গোলাকার অনুর ব্যাসার্ধ r হলে প্রতিটি অনুর আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ হয়। অতএব একমোল গ্যাসের অনুগুলোর প্রকৃত মোট আয়তন হয় $= N_A \times \frac{4}{3}\pi r^3$। এখন এক মোল গ্যাসের অনুর কার্যকর আয়তন b হয় এদের প্রকৃত আয়তনের চারগুন। ~~হ~~ অর্থাৎ, $b = 4 \times N_A \times \frac{4}{3}\pi r^3$

এখানে N_A ও π ধ্রুবক, সুতরাং b এর মান অনুর ব্যাসার্ধ r এর উপর নির্ভরশীল, r এর মান বেশি হলে, অর্থাৎ অনুর আকৃতি ~~বেশি~~

Che 12

বড় হলে b এর মান বেশি হয়। তাই তখন পাত্রের আয়তনের তুলনায় অণুর নিজের আয়তন নগণ্য হয় না। তখন অণুগুলোর চলাচলের মুক্তস্থান $(V-b)$ হ্রাস পায়। ফলে চাপ প্রয়োগে গ্যাসের মোট আয়তনের সংকোচন কম ঘটে। উল্লেখ্য b এর একক হলো $L \cdot mol^{-1}$

গ্যাসের অণুগুলোর প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষের সংখ্যা প্রায় 10^{9}

~~প্রমাণ~~ স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একক আয়তনে গ্যাসীয় অণুর সংখ্যা প্রায় 2.7×10^{19}

দ্বিপরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে $\gamma = 1\cdot 40$; অতএব

$$1\cdot 40 = 1 + \frac{2}{x}$$

$$\frac{2}{x} = 1\cdot 40 - 1 = 0\cdot 40$$

$$\therefore \quad x = \frac{2}{0\cdot 4} = 5$$

আবার বহুপরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে $\gamma = 1\cdot 33$; অতএব

$$\frac{2}{x} = 1\cdot 33 - 1 = 0\cdot 33$$

$$\therefore \quad x = \frac{2}{0\cdot 33} = 6$$

উত্তর : 6 ।

২.৩ ম্যাক্সওয়েল-এর বেগ বণ্টন সূত্র

১০০%

Maxwell's law of distribution of velocities

গতিতত্ত্ব আলোচনায় গ্যাস অণুর গড় বেগ এবং মূল গড় বর্গবেগের উপর বিশেষভাবে গুরুত্ব আরোপ করা হয়। কোন বিশেষ অণুর বেগ নির্ণয় করা হয় না। গ্যাসের গতিতত্ত্বে স্বীকার করে নেয়া হয়েছে যে, গ্যাসের অণুসমূহ অবিরাম পরস্পরের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়। প্রতি সেকেন্ডে এরূপ সংঘর্ষ সংখ্যা প্রায় 10^9। আবার স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একক আয়তনে গ্যাসীয় অণুর সংখ্যা প্রায় $2\cdot 9\times 10^{19}$। এই বিশাল সংখ্যক অণুর পরিবারের বিপুল সংখ্যক সংঘর্ষের দরুন অণুসমূহ স্থির থাকতে পারে না। বেগের মান শূন্য থেকে অসীম পর্যন্ত হয়। শুধু বেগের মান পরিবর্তিত হয় তাই নয়, বেগের দিকেরও অবিরাম পরিবর্তন ঘটে। এরপরও একটি নির্দিষ্ট স্থিতাবস্থা বিরাজ করে যেখানে কিছুসংখ্যক অণু তাদের বেগের আদিমান বজায় রাখে। বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল তাঁর বেগ বণ্টন সূত্রে এই সব অণুর সংখ্যা নির্ধারণ করেন।

যে সূত্রের সাহায্যে মোট গ্যাস অণুর মধ্য হতে কত সংখ্যক অণু তাদের আদি বেগ ধারণ করে তা নির্ণয় করা যায় তাকে ম্যাক্সওয়েলের বেগ বণ্টন সূত্র বলে। ১৮৫৯ খ্রিষ্টাব্দে বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল এই সূত্র আবিষ্কার করেন।

ধরা যাক, সংঘাতরত গ্যাস অণুর সংখ্যা N এবং তিনটি পারস্পরিক লম্ব অক্ষের সমান্তরালে গ্যাসীয় অণুগুলোর বেগ যথাক্রমে u, v ও w। মনে করি, স্থিতাবস্থায় গ্যাস অণুর সংখ্যা dN, লম্ব অক্ষসমূহের সমান্তরালে এদের বেগ u এবং $u + du$, v এবং $v + dv$ ও w এবং $w + dw$ সীমার মধ্যে নিবদ্ধ থাকে। তাহলে আমরা লিখতে পারি–

$$dN = Nf(u, v, w)du\,dv\,dw \quad \text{.......... (২.৩)}$$

এখানে f অপেক্ষক হলো

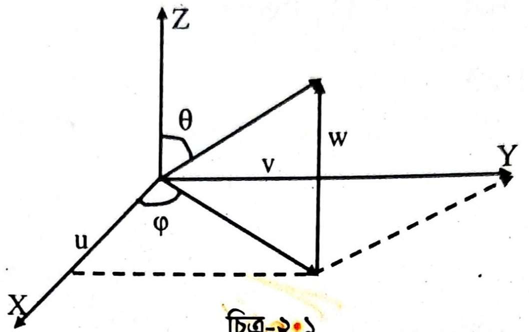
$$f = Ae^{-\beta m(u^2+v^2+w^2)}$$

যখন A ও β ধ্রুব সংখ্যা এবং m গ্রামে প্রকাশিত একটি অণুর ভর।

সমীকরণ (২.৩)-এর তাৎপর্য এই যে, মোট N সংখ্যক গ্যাস অণুর মধ্যে dN সংখ্যক অণুর বেগ u এবং $(u+du)$, v এবং v+dv ও w এবং (w+dw) -এর মধ্যে সীমিত থাকে। এখন আমরা লিখতে পারি

$$dN = NAe^{-\beta m(u^2+v^2+w^2)}du\,dv\,dw$$
$$= NAe^{-\beta mu^2}du\cdot e^{-\beta mv^2}dv\cdot e^{-\beta mw^2}dw \quad \text{.................. (২.৪)}$$

ধরা যাক, গ্যাসীয় অণুসমূহের লব্ধি বেগ c যা Z -অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। X -অক্ষের সাথে c ও Z -অক্ষ দিয়ে অতিক্রান্ত সমতলের সৃষ্ট কোণ φ। তাহলে আমরা পাই,



চিত্র-২.১

$$u = c\sin\theta\cos\varphi$$
$$v = c\sin\theta\sin\varphi$$
$$w = c\cos\theta$$

অতএব (২.৪) নং সমীকরণকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়

$$dN = NAe^{-\beta mc^2}c^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi\,dc \quad \text{.................. (২.৫)}$$

কেননা (২.১) নং চিত্রানুসারে

$$dudvdw = dc\cdot cd\theta\cdot c\sin\theta\,d\varphi$$

(২.৫) নং সমীকরণ হতে যেসব অণুর লব্ধি বেগ c এবং c+dc সীমার মধ্যে থাকে তার সংখ্যা পাওয়া যায়। অতএব আমরা পাই,

$$dN_c = NAe^{-\beta mc^2}c^2dc\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta$$

বা, $$dN_c = 4\pi NAe^{-\beta mc^2}c^2dc \quad \text{.................. (২.৬)}$$

সমীকরণ (২.৪), (২.৫) ও (২.৬)-কে ম্যাক্সওয়েলের বেগ বণ্টন সূত্র বলে। তবে এই সমীকরণসমূহ চূড়ান্ত নয়। A ও β ধ্রুবকের মান জানা থাকলে চূড়ান্ত সমীকরণ পাওয়া যাবে।

২.৩.১ ধ্রুবকসমূহের মান নির্ণয় (Evaluation of the constants)

ধরা যাক, প্রতি একক আয়তনে গ্যাসীয় অণুর সংখ্যা n এবং ψ গ্যাস অণুর যে কোন ধর্ম যা অণুসমূহের বেগের অপেক্ষক হতে পারে। তাহলে সমীকরণ (২.৬) অনুসারে $\sum\psi$ পাওয়া যায়। মনে করি $N=n$; তাহলে

$$\sum\psi = 4\pi nA\int_0^{\infty}\psi e^{-\beta mc^2}c^2dc \quad \text{.................. (২.৭)}$$

প্রকৃত আয়তনে ৫ ...

ধরা যাক, $\psi = 1$, তাহলে $\sum\psi = n$ হবে। অতএব (২.৭) নং হতে পাই,

$$1 = 4\pi A\int_0^\infty e^{-\beta mc^2}c^2dc \text{ .... (২.৮)}$$

কিন্তু $\int_0^\infty e^{-\beta mc^2}c^2dc = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\beta^3m^2}}$ । অতএব (২.৮) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$1 = 4\pi A\cdot\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\beta^3m^3}}$$

বা, $$A = \left(\frac{\beta m}{\pi}\right)^{3/2} \text{ .... (২.৯)}$$

আবার, ধরা যাক, $\psi = c^2$; তাহলে (২.৭) নং সমীকরণ অনুসারে $\Sigma\psi = nC^2$ এখানে C হলো অণুর মূল গড় বর্গবেগ। অতএব আমরা পাই,

$$C^2 = 4\pi A\int_0^\infty e^{-\beta mc^2}c^4dc$$

কিন্তু $\int_0^\infty e^{-\beta mc^2}c^4dc = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\beta^5m^5}}$ ।

অতএব,

$$C^2 = 4\pi A\cdot\frac{3}{8}\left(\frac{\pi}{\beta^5m^5}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ .... (২.১০)}$$

(২.৯) নং সমীকরণ ব্যবহার করে পাই,

$$C^2 = 4\pi\left(\frac{\beta m}{\pi}\right)^{3/2}\cdot\frac{3}{8}\left(\frac{\pi}{\beta^5m^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mC^2 = \frac{3}{4\beta} \text{ .... (২.১১)}$$

(২.১১) নং সমীকরণ গ্যাসীয় অণুর গড় গতিশক্তির পরিমাপ নির্দেশ করে। গ্যাসের পরম তাপমাত্রা T হলে m ভরের অণুর গড় গতিশক্তি $\frac{1}{2}mC^2 = \frac{3}{2}kT$ ।

অতএব

$$\frac{3}{2}kT = \frac{3}{4\beta}$$

বা, $$\beta = \frac{1}{2kT} \text{ .... (২.১২)}$$

(২.৯) ও (২.১২) নং সমীকরণ হতে A ও β-এর মান (২.৬) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

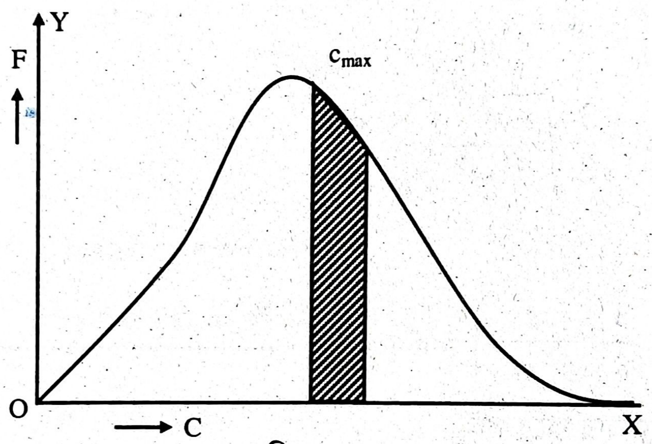
$$dN_c = 4\pi N\left(\frac{\beta m}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-mc^2/2kT} c^2 dc$$

বা, $$dN_c = \frac{4N}{\alpha^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-c^2/\alpha^2} dc \quad \text{.......... (২.১৩)}$$

যেখানে $\alpha = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ একটি ধ্রুবক। (২.১৩) নং সমীকরণই হলো ম্যাক্সওয়েলের বেগ বণ্টনের চূড়ান্ত সমীকরণ। আবার

$$\frac{dN_c}{N} = \frac{4}{\alpha^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-c^2/\alpha^2} dc = Fdc \quad \text{.......... (২.১৪)}$$

যখন $$F = \frac{4}{\alpha^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-c^2/\alpha^2} \quad \text{.......... (২.১৫)}$$



চিত্র-২.২

এখন c-কে X-অক্ষে এবং F-কে Y-অক্ষে স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করলে (২.২) নং চিত্রের মতো লেখ পাওয়া যাবে। মূলবিন্দু হতে c দূরে dc পুরুত্বের একটি ফালি বিবেচনা করলে ঐ ফালির ক্ষেত্রফল $F \cdot dc$ বা $\frac{dN_c}{N}$ নির্দেশ করে। চিত্রে ছায়াযুক্ত এলাকা দিয়ে এটা দেখানো হয়েছে। আবার (২.১৩) নং সমীকরণ হতে দেখা যায় যখন $c = 0$ অথবা ∞, তখন $dN_c = 0$। সুতরাং বেগের এই দুই মানের মাঝে F অথবা dN_c-এর একটি সর্বোচ্চ মান থাকে। সুতরাং বিশাল সংখ্যক অণুর এই বেগ থাকবে যাকে সবচেয়ে সম্ভাব্যতম বেগ (most probable velocity) বলে।

২.৩.২ সবচেয়ে সম্ভাব্যতম বেগ, গড় বেগ ও মূলগড় বর্গবেগের সমীকরণ (Equation of most probable, average and root mean square velocities)

সম্ভাব্যতম বেগ : c ও $(c+dc)$ সীমার মধ্যে উপস্থিত অণুর সংখ্যা N_c হলে

$$dN_c = N_c dc \text{ এবং } F \cdot dc = \frac{dN_c}{N};$$

এখানে $\int dN_c = N =$ উপস্থিত অণুর মোট সংখ্যা। ম্যাক্সওয়েলের বেগ বণ্টন সূত্রানুসারে

$$F \cdot dc = \frac{dN_c}{N} = \frac{4}{\alpha^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-c^2/\alpha^2} dc$$

যখন $\alpha = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$। এখন গ্যাসীয় অণুর সম্ভাব্যতম বেগের জন্য

$$\frac{dF}{dc} = 0$$

বা, $$\frac{d}{dc}\left\{\frac{4}{\alpha^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-c^2/\alpha^2}\right\} = 0$$

বা, $$\frac{4}{\alpha^3\sqrt{\pi}}\left[2ce^{-c^2/\alpha^2} - \frac{c^2}{\alpha} \times 2ce^{-c^2/\alpha^2}\right] = 0$$

$$\therefore \quad 1 - \frac{c^2}{\alpha^2} = 0$$

$$\therefore \quad c = \alpha$$

সবচেয়ে সম্ভাব্যতম বেগকে c_p দিয়ে প্রকাশ করে পাই

$$c_p = \alpha = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{.......... (২.১৬)}$$

গড় বেগ : c এবং dN_c-এর গুণফলকে c-এর দুই প্রান্তিক মান শূন্য হতে অসীম পর্যন্ত ধরে সমাকলন করে প্রাপ্ত ফলাফলকে N দিয়ে ভাগ করলে গড় বেগ $\bar{c}$ পাওয়া যাবে। অতএব

$$\bar{c} = \frac{1}{N}\int_0^\infty c\,dN_c = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}}$$

একইভাবে গড় বর্গবেগ

$$\bar{c}^2 = \frac{1}{N}\int_0^\infty c^2\,dN_c = \frac{3}{2}\alpha^2 = \frac{3kT}{m}$$

$\therefore$ মূল গড় বর্গবেগ

$$c_{r.m.s} = \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

উপরের সম্পর্কসমূহ হতে দেখা যায়

$$c_p : \bar{c} : c_{r.m.s} = 0{\cdot}816 : 0{\cdot}921 : 1$$

গাণিতিক সমস্যা-২.২ ॥ হাইড্রোজেন পরমাণুর ভর $1{\cdot}67\times10^{-24}\,gm$ এবং আণবিক ওজন 2। বোল্টজম্যান ধ্রুবকের মান $1{\cdot}38\times10^{-16}$ হলে 27°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর গড় বেগ, সবচেয়ে সম্ভাব্যবেগ এবং $r.m.s$ বেগ নির্ণয় কর।

(Hydrogen atom has mass $1{\cdot}67\times10^{-24}\,gm$ and atomic weight 2. If the value of Boltzman's constant is $1{\cdot}38\times10^{-16}$ calculate the mean velocity most probable velocity and r.m.s. velocity of hydrogen atom at 27°C.)

গ্যাসের গতিতত্ত্ব II

Q. ভ্যান ডার ওয়ালস ধ্রুবক সাপেক্ষে বয়েল তাপমাত্রা ঃ

ভ্যানডার ওয়ালস সমীকরণটি হলো: $\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$

$$\text{বা, } P+\frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V-b}$$

$$\text{বা, } \frac{V^2P+a}{V^2} = \frac{RT}{V-b}$$

$$\text{বা, } V^2P = \frac{V^2RT}{V-b} - a$$

$$\Rightarrow PV = \frac{VRT}{V-b} - \frac{a}{V} \quad \text{(i)}$$

এখন, বয়েল তাপমাত্রা T_B হলে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ, $PV = RT_B$

$$\therefore \text{(i)} \rightarrow RT_B = \frac{VRT_B}{V-b} - \frac{a}{V}$$

$$\text{বা, } \frac{VRT_B}{V-b} - RT_B = \frac{a}{V}$$

$$\text{বা, } RT_B\left(\frac{V}{V-b} - 1\right) = \frac{a}{V}$$

$$\text{বা, } RT_B\left(\frac{V-V+b}{V-b}\right) = \frac{a}{V}$$

$$\text{বা, } T_B = \frac{a(V-b)}{RVb}$$

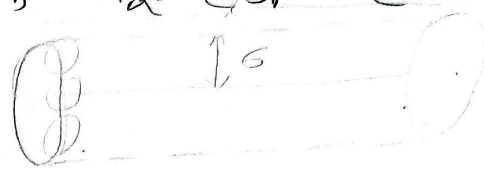
b খুব ক্ষুদ্র বলে V এর তুলনায় b কে উপেক্ষা করলে, $T_B = \frac{a}{Rb}$

এটিই সমীকরণ

ch:২

গড় মুক্ত পথের রাশিমালা ঃ

মনে করি; কোন গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে গ্যাসীয় অণুর সংখ্যা N এবং অণুর কার্যকর ব্যাসার্ধ σ। অণুটি যদি l দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে, l দৈর্ঘ্য এবং σ ব্যাসার্ধের কোন চোঙের মধ্যে যত সংখ্যক অণুর কেন্দ্র থাকবে প্রতিটি অণু তত সংখ্যক সংঘর্ষে লিপ্ত হবে।



চোঙের আয়তন $\pi\sigma^2 l$ এবং চোঙে অণুর সংখ্যা $\pi\sigma^2 lN$ হলে সংঘর্ষ সংখ্যা $= \pi\sigma^2 lN$

$\therefore$ গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \dfrac{l}{\pi\sigma^2 lN}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{\pi\sigma^2 N} \longleftarrow (i)$$

আবার, সকল অণুর গড় বেগ সমান।

এখন ক্লসিয়াসের মতানুসারে, $\lambda = \dfrac{3}{4\pi\sigma^2 N}$ — (ii)

এবং, ম্যাক্সওয়েল এর মতানুসারে, $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 N}$ — (iii)

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) এর মধ্যে পার্থক্য সংখ্যাগত ধ্রুব রাশিতে।

এখন গ্যাসের ঘনত্ব $\rho = mN$ বা $N = \dfrac{\rho}{m}$

$\therefore$ (i) নং হতে পাই, $\lambda = \dfrac{m}{\pi\sigma^2\rho}$

যেহেতু $\dfrac{m}{\pi\sigma^2}$ ধ্রুবসংখ্যা $\therefore \lambda \propto \dfrac{1}{\rho}$; অর্থাৎ গড় মুক্তপথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক

আবার, $P \propto \rho \propto \dfrac{1}{T}$ হলে $\lambda \propto \dfrac{1}{P} \propto T$

অর্থাৎ গড় মুক্ত পথ চাপের ব্যস্তানুপাতিক এবং তাপমাত্রার সমানুপাতিক

২০২২

৪. কী ? ত্রিপরমাণুক গ্যাসের জন্য γ এর মান নির্ণয়।

স্থির চাপে মোলার গ্যাসের তাপ C_p ও স্থির আয়তনে মোলার গ্যাসের তাপ C_v এর অনুপাতকে γ বলে।

যে গ্যাসের অণুতে তিনটি পরমাণু থাকে তাকে ত্রিপরমাণুক গ্যাস বলে। ~~এখন~~ এক্ষেত্রে, স্বাধীনতার মাত্রা 6। $\therefore 6 \times \frac{1}{2} KT = 3KT$

এখন, এক মোল অণু গ্যাসে N সংখ্যক অণু থাকলে মোট শক্তি,

$$Q = 3NKT = 3RT$$

$$\therefore C_v = \frac{dQ}{dT} = 3R = 5.97 \ cal \ mol^{-1} K^{-1}$$

আবার, $C_p = C_v + R$

$$= 3R + R = 4R$$

$$= 7.96 \ cal \ mol^{-1} K^{-1}$$

দ্বিপরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 5

এক পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 3

অতএব $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$= \frac{4R}{3R}$$

$$= 1.33$$

দেখাও যে, ১ম সূত্রটির গাণিতিক প্রকাশ নিম্নলিখিত অভিতাবীয় রূপে ~~প্র~~ নাবিন্যাস করা যায়। $dQ = C_v dT + PdV$,

$$dQ = C_p dT - VdP$$

তাপগতি বিদ্যার ১ম সূত্রটি হলো; যখন কোন সিস্টেমে তাপ সরবরাহ করা হয় তখন এর কিছু অংশ ব্যয় হয় অন্তঃস্থ শক্তি বৃদ্ধিতে এবং বাকি তাপ ব্যয় হয় বাহ্যিক কাজ সম্পাদনে।

কোন সিস্টেম dQ পরিমাণ তাপ শোষণ করায় এর অন্তঃস্থ শক্তি dU পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে এবং সিস্টেমের কৃতকাজের পরিমাণ dW হলে, গাণিতিক রূপ হতে $dQ = dU + dW$

আবার, $dW = PdV$ $\therefore dQ = dU + PdV$

~~এখন~~ কিন্তু, আমরা জানি, 1 মোল গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তির বৃদ্ধি dU হচ্ছে, স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ C_v এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধি dT এর গুণফলের সমান, অর্থাৎ, $dU = C_v dT$

$$\therefore dQ = C_v dT + PdV$$

আবার, মোলার গ্যাস ধ্রুবক R হলে, 1 mol গ্যাসের জন্য

$$PV = \cancel{d}RT$$

$$\Rightarrow P\frac{dV}{dT} + V\frac{dP}{dT} = R$$ [∵ T এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ]

$$\Rightarrow PdV = RdT - VdP$$ ~~[∵ P স্থির]~~

আবার, চাপ স্থির হলে; $PdV = RdT$

আবার, আমরা জানি, স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ

$$C_p = \frac{dQ}{dT}$$

$$\Rightarrow dQ = C_p dT$$

এখন, $dQ = C_p dT$ হলে $C_p dT = C_v dT + PdV$

বা, $C_v dT = C_p dT - PdV$

তাপগতি বিদ্যার ১ম সূত্র থেকে পাই,

$$dQ = C_v dT + PdV$$

$$\Rightarrow dQ = C_p dT - PdV + RdT - VdP \quad [\because PdV = RdT - VdP]$$

$$\Rightarrow dQ = C_p dT - RdT + RdT - VdP \quad [\because \text{চাপ স্থির হলে } PdV = RTd]$$

$$\Rightarrow dQ = C_p dT - VdP$$

Ch: 4

তাপ গতিবিদ্যার মৌলিক ধারণা

3 mark

১। তাপগতিবিজ্ঞানের প্রথম সূত্র বিবৃতি এবং এর ব্যাখ্যা।

$\Rightarrow$ তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্রটি হলো: যান্ত্রিক শক্তি তথা কাজকে তাপে বা তাপ শক্তিকে কাজে তথা যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করা হলে যান্ত্রিক শক্তি ও তাপ পরস্পরের সমানুপাতিক হবে।

অর্থাৎ $W = JQ$; এখানে, W হলো সম্পাদিত কাজ, Q উৎপন্ন বা প্রযুক্ত তাপ ও J একটি সমানুপাতিক ধ্রুব। J এর গ্রহণযোগ্য মান $4.2\ J/cal$.

কিন্তু জুলের এই সূত্র বিশেষ ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস এ সূত্রকে সার্বিক রূপে প্রকাশ করেন। তিনি বলেন: যখন কোনো সিস্টেমে তাপশক্তি সরবরাহ করা হয় তখন সেই তাপশক্তির কিছু অংশ সিস্টেমের অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধিতে সহায়তা করে এবং বাকি অংশ দ্বারা সিস্টেম তার পরিবেশের উপর বাহ্যিক কাজ সম্পাদন করে।

অর্থাৎ কোন ব্যবস্থা ΔQ পরিমাণ তাপ গ্রহণ অথবা বর্জন করলে ঐ তাপের কিছু অংশ অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তনে ব্যয় হয় এবং বাকি অংশ বাহ্যিক কাজ সম্পাদন করে। যদি ব্যবস্থার অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন ΔU এবং বাহ্যিক কাজের পরিমাণ ΔW হয় তবে

$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$; এটিই তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্রের গাণিতিক রূপ।

ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য $= dQ = dU + dW$

$$\Rightarrow dQ = dU + PdV \quad [dW = PdV]$$

তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্রের ভৌত তাৎপর্য ও ব্যাখ্যা: তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্রে তাপ ও কাজের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে, এই সূত্রানুসারে নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ পেতে নির্দিষ্ট পরিমাণ ~~কাজের~~ তাপের প্রয়োজন অথবা নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ পেতে নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ সম্পাদন করা প্রয়োজন। কোন কিছু ব্যয় না করে কাজ অথবা তাপ পাওয়া সম্ভব নয়। এমন কোন যন্ত্র উদ্ভাবন করা সম্ভব নয় যা জ্বালানি ব্যতিরেকে কাজ করতে সক্ষম অর্থাৎ ~~স্থায়ী~~ গতিযুক্ত যন্ত্র উদ্ভাবন করা সম্ভব নয় অথবা শক্তি ব্যয় না করে কোন কাজ পাওয়া সম্ভব নয়।

প্রমাণ, PV^{γ} = ধ্রুবক

⇒ আমরা জানি, তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্রানুসারে, $dQ = du + PdV$

আবার, স্থির আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ $C_v = \frac{dQ}{dT}$;

$\Rightarrow dQ = C_v dT$

~~অতএব~~; তাপগতি বিদ্যার ১ম সূত্রটি ⇒ $C_v dT = du + PdV$

স্থির আয়তনে, $dV = 0$ হলে, $C_v dT = du$

তাহলে তাপগতি বিদ্যার ১ম সূত্রটি হয়: $dQ = C_v dT + PdV$

এখন রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় $dQ = 0$ হলে, $C_v dT + PdV = 0$

সমোষ্ণ ও রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য : সমোষ্ণ প্রক্রিয়া ও রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার মধ্যে নিম্নরূপ পার্থক্য পরিলক্ষিত হয় :

সমোষ্ণ প্রক্রিয়া (Isothermal process)	রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া (Adiabatic process)
১. স্থির তাপমাত্রায় যে প্রক্রিয়া সম্পাদিত হয় তাকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়া বলে।	১. যে প্রক্রিয়া সম্পাদনকালে ব্যবস্থা পরিবেশের সাথে তাপের আদান-প্রদান করে না, তাকে রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া বলে।
২. সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় তাপমাত্রা স্থির থাকে।	২. রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় তাপমাত্রা পরিবর্তিত হয়।
৩. এটা ধীর প্রক্রিয়া।	৩. এটা দ্রুত প্রক্রিয়া।
৪. কার্যকরী পদার্থকে তাপ সুপরিবাহী পাত্রে নিয়ে সমোষ্ণ প্রক্রিয়া সম্পাদন করতে হয়।	৪. রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া সম্পাদনে কার্যকরী পদার্থকে তাপ কুপরিবাহী পাত্রে নিতে হয়।
৫. সমোষ্ণ পরিবর্তন সম্পাদনের জন্য কার্যকরী পদার্থকে যে পাত্রে নেয়া হয় তার চতুষ্পার্শ্বস্থ মাধ্যমের তাপ গ্রহীতা উচ্চ হতে হয়।	৫. রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া সম্পাদনের জন্য পাত্রের চতুষ্পার্শ্বস্থ মাধ্যমের তাপ গ্রহীতা নিম্ন হতে হয়।
৬. সমোষ্ণ পরিবর্তনে $PV =$ ধ্রুবক হয়।	৬. রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে $PV^{\gamma} =$ ধ্রুবক হয়।
৭. সমোষ্ণ লেখ কম খাড়া।	৭. রুদ্ধতাপ লেখ অধিক খাড়া।

৪.১০ গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপের পার্থক্য সমীকরণের সার্বিকরূপ
Generalisation of equation of the difference between two specific heats of gas

একক ভরের কোন বস্তুর বিষয় বিবেচনা করা যাক। ধরা যাক, সুষম বহিঃস্থ চাপ P -এর ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন dV পরিমাণে প্রসারিত হয়। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রানুসারে পাই,

$$dQ = du + PdV \quad \text{.......... (৪.১৫)}$$

এখানে প্রতিটি রাশিকে শক্তির এককে পরিমাপ করা হয়েছে। এখন কোন বস্তু বা ব্যবস্থার অভ্যন্তরীণ শক্তি সম্পূর্ণরূপে এর তাপগতীয় অবস্থার উপর নির্ভর করে এবং একে P, V ও T চলকের সাহায্যে সংজ্ঞায়িত করা যায়। অতএব আমরা লিখতে পারি

$$u = f(V, T)$$

বা, $$du = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dV + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V dT \quad \text{.......... (৪.১৬)}$$

(৪.১৬) নং সমীকরণকে (৪.১৫) নং সমীকরণে ব্যবহার করে পাই,

$$dQ = \left(\frac{\partial u}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V dT + PdV \quad \text{.......... (৪.১৭)}$$

প্রমাণ $C_p - C_v = R$ বা $C_p > C_v$ কেন? ব্যাখ্যা।

⇒ ধরি, ঘর্ষণহীন পিস্টন লাগানো একটি সিলিন্ডারে 1 মোল গ্যাসের চাপ P, আয়তন V, তাপমাত্রা T এবং অভ্যন্তরীণ শক্তি U। এখন চাপ স্থির রেখে dQ পরিমাণ তাপশক্তি সরবরাহ করায় এর অভ্যন্তরীণ শক্তি dU আয়তন dV ও তাপমাত্রা dT বৃদ্ধি পায়। তাপগতিবিদ্যার ১ম সূত্রানুসারে,

$$dQ = dU + dW$$

বা, $dQ = dU + PdV$ ——— (i)

আমরা জানি, 1 mol গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তির বৃদ্ধি dU হচ্ছে স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ C_v এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধি dT এর গুণফলের সমান। অর্থাৎ

$$dU = C_v dT$$

dU এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $dQ = C_v dT + PdV$ ——— (ii)

আবার, চাপ স্থির রেখে 1 মোল গ্যাসের তাপমাত্রা 1 K বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপই স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ, অর্থাৎ

$C_P = \frac{dQ}{dT}$, বা, $dQ = C_P dT$

dQ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$\cancel{C_P dT + C}$ $C_P dT = C_v dT + PdV$ ——— (iii)

আবার, মোলার গ্যাস ধ্রুবক R হলে, আদর্শ গ্যাস সমীকরণঃ

$$PV = RT$$

T এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে,

$$\frac{PdV}{dT} = R\frac{dT}{dT}$$

$$\Rightarrow PdV = RdT$$

PdV এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$C_p dT = C_v dT + RdT$$

$$\Rightarrow C_p = C_v + R$$

বা, $C_p - C_v = R$

যেহেতু, R মোলার গ্যাস ধ্রুবক এবং এটি একটি ধনাত্মক রাশি

সুতরাং, $C_p > C_v$

প্রমাণ PV^γ = ধ্রুবক

$\Rightarrow$ তাপগতি বিদ্যার ১ম সূত্রানুসারে, $dQ = dU + dw$

বা, $dQ = dU + PdV$ —— (i)

আমরা জানি, 1 মোল গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তির বৃদ্ধি dU হচ্ছে স্থির আয়তনে গ্যাসের মোলার আপেক্ষিক তাপ C_v এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধি dT এর গুনফলের সমান, অর্থাৎ, $dU = C_v dT$

dU এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$dQ = \cancel{dU +} C_v dT + PdV$$

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায়, $dQ = 0$; অর্থাৎ $0 = C_v dT + PdV$ —— (ii)

এখন, আদর্শ গ্যাস সমীকরণ, $PV = RT$

$$\Rightarrow PdV + VdP = RdT \quad [\text{আংশিক অন্তরিকরণ করে}]$$

$$\therefore dT = \frac{PdV + VdP}{R}$$

dT এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$C_v\left(\frac{PdV + VdP}{R}\right) + PdV = 0$$

$$\Rightarrow C_v PdV + C_v VdP + R\, PdV = 0$$

$$\Rightarrow C_v PdV + C_v VdP + (C_p - C_v) PdV = 0 \quad [C_p - C_v = R]$$

$$\Rightarrow C_v PdV + C_v VdP + C_p PdV - C_v PdV = 0$$

$$\Rightarrow \frac{C_v VdP}{C_v} + \frac{C_p PdV}{C_v} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{VdP}{PV} + \frac{\gamma PdV}{PV} = 0 \qquad \left[\because \frac{C_p}{C_v} = \gamma\right]$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{1}{V} dV = 0$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{P} dP + \gamma \int \frac{1}{V} dV = \int 0 \qquad [\text{সমাকলন করে}]$$

$$\Rightarrow \ln P + \gamma \ln V = \ln K$$

$$\Rightarrow \ln P + \ln V^\gamma = \ln K$$

$$\Rightarrow \ln PV^\gamma = \ln K$$

$$\Rightarrow PV^\gamma = K$$ (প্রমাণিত)

প্রমাণ, $TV^{\gamma-1}$ = ধ্রুবক

PV^γ ধ্রুবক এর জায়গায়

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায়, $dQ = 0$; অর্থাৎ $C_v dT + PdV = 0$

আবার, আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ $PV = RT$ বা, $P = \frac{RT}{V}$

সেক্ষেত্রে, $C_v dT + \frac{RT}{V} dV = 0$

এখন, $R = C_p - C_v$ নিয়ে পাই,

$$C_v \frac{dT}{T} + (C_p - C_v)\frac{dV}{V} = 0 \qquad [T \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\frac{dv}{V} = 0 \quad [C_v \text{ দ্বারা ভাগ করে}] \cdot [\because C_p/C_v = \gamma]$$

$$\Rightarrow \int \frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\int \frac{dv}{V} = \int 0$$

$$\Rightarrow \ln T + (\gamma - 1) \ln V = \ln K$$

$$\Rightarrow \ln TV^{(\gamma - 1)} = \ln K$$

$$\Rightarrow TV^{\gamma - 1} = K$$

$$\therefore TV^{\gamma - 1} = \text{ধ্রুবক।}$$ (প্রমাণিত)

প্রমাণ, $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{ধ্রুবক}$

$PV^{\gamma} = \text{ধ্রুবক}$ ধরে নিয়ে....

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায়, $dQ = 0$; অর্থাৎ $C_v dT + PdV = 0$

আবার, আদর্শ গ্যাসের জন্য $PV = RT$; সমীকরণটি ব্যবকলন করে পাই,

$$PdV = RdT - VdP$$
$$= RdT - \frac{RT}{P} dP$$

সুতরাং, $C_v dT + RdT - \frac{RT}{P} dP = 0$

$$\Rightarrow C_v dT + (C_p - C_v) dT - \frac{(C_p - C_v) T}{P} dP = 0 \quad [\because R = (C_p - C_v)]$$

$$\Rightarrow \cancel{C_v dT \cdot P} + C_p dT \cdot P - \cancel{C_v dT \cdot P} - C_p dP \cdot T + C_v dP \cdot T = 0$$

$$\Rightarrow C_p dT \cdot P + dP \cdot T (C_v - C_p) = 0$$

$$\Rightarrow C_p \frac{dT}{T} + \frac{dP}{P}(C_v - C_p) = 0 \qquad [TP \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + \frac{dP}{P}\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) = 0 \qquad [C_p/C_v = \gamma]\ [C_p \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\Rightarrow \int \frac{dT}{T} + \left(\frac{1}{\gamma} - 1\right)\int \left(\frac{dP}{P}\right) = \int 0$$

$$\Rightarrow \ln T + \left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \ln P = \ln K$$

$$\Rightarrow \ln T P^{\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right)} = \ln K$$

$$\Rightarrow T P^{(1/\gamma - 1)} = K$$

$$\Rightarrow T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = K$$

ch4

যে সব গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল কার্যকর থাকে তাদের স্থিতি অভ্যন্তরীণ শক্তি থাকে।

কোন ব্যবস্থা কর্তৃক কার্য সম্পাদনে তাপের ভূমিকা হলো পরোক্ষ; প্রত্যক্ষ ভূমিকা পালন করে অভ্যন্তরীণ শক্তি।

সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় উষ্ণতা স্থির থাকে অর্থাৎ $dT = 0$ এবং অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন হয় না অর্থাৎ $dU = 0$

রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া তাপের আদান প্রদান করে না; অর্থাৎ $dQ = 0$

স্থির আয়তনে 1 mol গ্যাসের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপের দরকার, স্থির চাপে 1 mol গ্যাসের তাপমাত্রা 1K বৃদ্ধি করতে তদপেক্ষা অধিক তাপের দরকার।

তাপগতিবিদ্যার ২য় সূত্র এবং এনট্রপি

যে প্রক্রিয়া বিপরীত মুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে তাকে প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বা উভক্রমণীয় প্রক্রিয়া বলে।

যে প্রক্রিয়া বিপরীত মুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না তাকে অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বা অনুভক্রমণীয় প্রক্রিয়া বলে।

P-124, 134, 135, 136, 143, 144, 155

তাপশক্তিকে কাজে রূপান্তরের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা প্রদানের জন্য ফরাসি প্রকৌশলী সাদি কার্নো একটি আদর্শ ইঞ্জিনের পরিকল্পনা করেন, একে কার্নো ইঞ্জিন বলা হয়।

~~রুদ্ধতাপীয়~~ বা রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় বস্তুর যে তাপীয় গুণ অপরিবর্তিত থাকে তাকে এনট্রপি বলে। $dS = \frac{dQ}{T}$

(iii) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন স্প্রিং-কে প্রসারিত করলে, প্রসারণের প্রতি ধাপে স্প্রিং-এর উপর যে পরিমাণ কাজ করা হয় সংকোচনের সময় স্প্রিং সেই পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে। অতএব প্রক্রিয়াটি প্রত্যাবর্তী হবে।

(iv) তড়িৎ বিজ্ঞানে পেলশিয়ার ও থমসন ক্রিয়া প্রত্যাবর্তী।

(v) বাষ্পায়ন প্রক্রিয়া প্রত্যাবর্তী; কেননা স্থির চাপ ও তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ তরল যে পরিমাণ তাপ শোষণ করে বাষ্পীভূত হয় একই পরিমাণ তাপ বর্জন করে উক্ত বাষ্প পুনরায় তরলে পরিণত হয়।

৫.১.২ অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Irreversible process)

যে প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না তাকে অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বা অনুৎক্রমনীয় প্রক্রিয়া বলে। একে অপনেয় প্রক্রিয়াও বলা হয়।

অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার বৈশিষ্ট্য : অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া স্বতঃস্ফূর্তভাবে এবং হঠাৎ সংঘটিত হয়। সুতরাং এরূপ প্রক্রিয়া প্রাকৃতিক; কেননা প্রকৃতির সকল প্রক্রিয়া হঠাৎ এবং স্বতঃস্ফূর্তভাবে সংঘটিত হয়। অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া সংঘটিত হলে কোন ব্যবস্থা কখনোই এর প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে যাবার প্রবণতা দেখায় না। এই প্রক্রিয়া সম্পাদনকালে অপচয়মূলক প্রভাব কার্যকর থাকে।

অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার উদাহরণ : নিম্নে অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার কিছু উদাহরণ দেয়া হলো :

(i) তড়িৎ রোধকের মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ প্রবাহিত হলে তাপের উদ্ভব ঘটে। এটা অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া।

(ii) জুল-থমসন প্রসারণ প্রক্রিয়া অপ্রত্যাবর্তী। কারণ গ্যাসের প্রবাহ বিপরীতমুখী হলে সম্মুখগামী প্রবাহের ন্যায় শীতলতার সৃষ্টি হয় না।

(iii) যে কোন বিস্ফোরণ ঘটলে তা অপ্রত্যাবর্তী। বন্দুক থেকে গুলি ছুড়লে বারুদের যে বিস্ফোরণ ঘটে তা অপ্রত্যাবর্তী।

(iv) দু'টি বস্তুর পারস্পরিক ঘর্ষণের দরুন তাপের উদ্ভব ঘটে। এক্ষেত্রে ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে যে কাজ করা হয় ঐ কাজই তাপে রূপান্তরিত হয় এবং এই তাপকে কাজে রূপান্তরিত করা যায় না। সুতরাং এই প্রক্রিয়া অপ্রত্যাবর্তী।

(v) ভিন্ন তাপমাত্রার দু'টি বস্তুকে পরস্পরের সংস্পর্শে স্থাপন করলে উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুর দিকে তাপ প্রবাহিত হয়। নিম্ন তাপমাত্রার বস্তু হতে উচ্চ তাপমাত্রার বস্তুর দিকে তাপ প্রবাহের কোন লক্ষণ দেখা যায় না। সুতরাং এরূপ প্রক্রিয়া অপ্রত্যাবর্তী।

(vi) ব্যাপন, পরিচলন এবং বিকিরণ প্রভৃতি প্রক্রিয়াসমূহ অপ্রত্যাবর্তী হয়।

৫.১.৩ প্রত্যাবর্তী ও অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য (Reversible process and Irreversible process)

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Reversible process)	অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Irreversible process)
১. প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে।	১. অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া বিপরীতমুখী হয়ে প্রত্যাবর্তন করতে পারে না।

প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Reversible process)	অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া (Irreversible process)
২. প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া খুবই ধীরে ধীরে সম্পন্ন হয়।	২. অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া খুবই দ্রুত এবং হঠাৎ করে সম্পন্ন হয়।
৩. এরূপ প্রক্রিয়া সম্পাদনে কৃতকাজ পুনরুদ্ধার করা যায়।	৩. এই প্রক্রিয়া সম্পাদনে কৃতকাজ পুনরুদ্ধার করা যায় না।
৪. প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় অপচয়মূলক প্রভাব থাকে না।	৪. অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় অপচয়মূলক প্রভাব ক্রিয়াশীল থাকে।
৫. প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া স্বতঃস্ফূর্তভাবে ঘটে না।	৫. অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়া স্বতঃস্ফূর্তভাবে সম্পন্ন হয়।

৫.২ কার্নো'র চক্র ও কার্নো'র ইঞ্জিন
Carnot's cycle and Carnot's engine

ফ্রান্সের প্রকৌশলী সাদি কার্নো (1824) তাপগতিবিদ্যায় একটি সরল আবর্ত প্রক্রিয়া অন্তর্ভুক্ত করেন যা কার্নোর চক্র নামে পরিচিত। কার্নোর চক্রের সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

যে চক্রে কার্যকরী পদার্থ নির্দিষ্ট আয়তন, চাপ ও তাপমাত্রা হতে শুরু করে একটি সমোষ্ণ প্রসারণ ও একটি রুদ্ধতাপ প্রসারণ এবং একটি সমোষ্ণ সংকোচন ও একটি রুদ্ধতাপ সংকোচনের মাধ্যমে পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে কার্নোর চক্র বলে।

কার্নোর চক্রের কার্যকরী পদার্থ কঠিন, তরল কিংবা বায়বীয় হতে পারে এবং চক্র সম্পাদনে কার্যকরী পদার্থ এক দশা হতে অন্য দশায় রূপান্তরিত হতে পারে। $P-V$ লেখচিত্রে দু'টি সমোষ্ণ এবং দু'টি রুদ্ধতাপ রেখা দ্বারা আবদ্ধ লুপ কার্নোর চক্রকে প্রকাশ করে। এই চক্র সম্পূর্ণ প্রত্যাবর্তী।

৫.২.১ কার্নো'র আদর্শ ইঞ্জিন (Carnot's ideal engine)

তাপ শক্তিকে কাজে রূপান্তরের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা প্রদানের জন্য ফরাসি প্রকৌশলী সাদি কার্নো (1796–1832) একটি আদর্শ ইঞ্জিনের পরিকল্পনা করেন। একে কার্নোর ইঞ্জিন বলা হয়। কার্যক্ষেত্রে ব্যবহৃত তাপ ইঞ্জিনসমূহের অনেক দোষ-ত্রুটি থাকে। কার্নোর আদর্শ ইঞ্জিন এসব দোষ-ত্রুটি মুক্ত। মূলত এরূপ ইঞ্জিন একটি নিছক পরিকল্পনামাত্র। বাস্তব ক্ষেত্রে এটা নির্মাণ করা সম্ভব নয়। তবে এই ইঞ্জিনের কার্যপ্রণালির তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা খুবই সহজ।

ইঞ্জিনের বর্ণনা : নিম্নে কার্নোর ইঞ্জিনের বিভিন্ন অংশের বিবরণ দেয়া হলো :

১. **চোঙ A :** এই ইঞ্জিনে একটি চোঙ A [চিত্র-৫.১] থাকে। এর তিন দিকের দেওয়াল তাপ কুপরিবাহী পদার্থে তৈরি কিন্তু তলদেশ তাপ সুপরিবাহী পদার্থে তৈরি। এতে কার্যকরী পদার্থ আবদ্ধ থাকে। চোঙের অভ্যন্তরে তাপ অন্তরক পদার্থে নির্মিত একটি পিস্টন P থাকে। পিস্টনটি ঘর্ষণমুক্তভাবে অনুভূমিক দিকে চলাচল করতে পারে। ইঞ্জিনের কার্যকরী পদার্থ হিসেবে আদর্শ গ্যাস ব্যবহার করা হয়।

২. **তাপ আধার M :** এটি উচ্চ তাপমাত্রায় $(T_1 K)$ রক্ষিত উচ্চ তাপ গ্রহীতাযুক্ত একটি বস্তু। এটি ইঞ্জিনের তাপ উৎস হিসেবে কাজ করে।

৫.৫ তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের মধ্যে পার্থক্য
Distinction between first and second law of thermodynamics

তাপগতিবিদ্যার প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্রের মধ্যে পার্থক্য নিম্নরূপ :

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র	তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র
১. প্রথম সূত্রানুসারে, যখনই নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ তাপে অথবা নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ কাজে রূপান্তরিত হয় তখন কাজ ও তাপ পরস্পরের সমানুপাতিক হয়।	১. দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, এমন কোন যন্ত্র তৈরি করা সম্ভব নয় যা পূর্ণ আবর্তনে কেবল উৎস হতে তাপ গ্রহণ করে তাকে সম্পূর্ণরূপে কাজে পরিণত করে।
২. প্রথম সূত্রানুসারে, শক্তির সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না বিশ্বের মোট শক্তি অপরিবর্তনীয়।	২. দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, ব্যবহার্য কাজের পরিমাত্রা ক্রমেই কমে চলছে অর্থাৎ এনট্রপি বেড়েই চলছে।
৩. প্রথম সূত্র তাপগতিবিদ্যায় নতুন অপেক্ষক u-এর (অভ্যন্তরীণ শক্তি) জন্ম দিয়েছে।	৩. দ্বিতীয় সূত্র নতুন অপেক্ষক S-এর (এনট্রপি) জন্ম দিয়েছে।
৪. প্রথম সূত্রানুসারে প্রথম শ্রেণির অবিরাম গতিযুক্ত যন্ত্র অসম্ভব অর্থাৎ শক্তি বা জ্বালানি ব্যতিরেকে যন্ত্র চালানো অসম্ভব।	৪. দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, দ্বিতীয় শ্রেণির অবিরাম গতিযুক্ত যন্ত্র অসম্ভব।
৫. প্রথম সূত্র তাপ সঞ্চালনের দিক নির্দেশ করতে পারে না।	৫. দ্বিতীয় সূত্র থেকে তাপ সঞ্চালনের দিক পাওয়া যায়।
৬. প্রথম সূত্রানুসারে তাপকে সম্পূর্ণরূপে কাজে রূপান্তরিত করা সম্ভব।	৬. তাপকে সম্পূর্ণরূপে কাজে রূপান্তরিত করা যায় কিনা এরূপ প্রশ্নের সমাধান দ্বিতীয় সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

৫.৬ কার্নো'র উপপাদ্য
Carnot's theorem

তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে বিজ্ঞানী কার্নো দু'টি গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্তে উপনীত হন। এই সিদ্ধান্তদ্বয় কার্নোর উপপাদ্য বলে পরিচিত। এদের বর্ণনা নিম্নরূপ :

১. একই তাপমাত্রা পরিসরে কার্যরত কোন ইঞ্জিনই কার্নোর ইঞ্জিন অপেক্ষা অধিক দক্ষ হতে পারে না এবং তা কার্যকরী পদার্থের উপর নির্ভরশীল নয়।

২. একই তাপমাত্রা পরিসরে কার্যরত সকল প্রত্যাবর্তী ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা সমান।

কার্নো'র উপপাদ্যের প্রমাণ : তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের সাহায্যে কার্নোর উপপাদ্যদ্বয় প্রমাণ করা যায়। দু'টি তাপ ইঞ্জিন A ও B বিবেচনা করা যাক [চিত্র-৫.৩]। এদের মধ্যে A হলো কার্নোর প্রত্যাবর্তী ইঞ্জিন এবং অপরটি অর্থাৎ B অপ্রত্যাবর্তী ইঞ্জিন। উভয় ইঞ্জিনই T_1K ও T_2K তাপমাত্রা পরিসরে

তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রানুসারে $dQ = du + PdV$ এবং সমোষ্ণ প্রক্রিয়ার দরুন $du = 0$। অতএব

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} PdV = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV$$

$$\therefore \quad \Delta s = R\ln\frac{V_2}{V_1}$$

এখানে R হলো সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক। আবার $V_2 > V_1$; অতএব $\ln\frac{V_2}{V_1}$ একটি ধনরাশি। অতএব ΔS ধনরাশি হবে; অর্থাৎ এনট্রপি বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং সিদ্ধান্ত হলো অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় এনট্রপি বৃদ্ধি পায়।

৫.১০ সাম্যাবস্থায় এনট্রপি

Entropy at equilibrium

কোন ব্যবস্থা বা সিস্টেমের অবস্থা পরিবর্তনের কোন প্রবণতা না থাকলে সিস্টেমটি সাম্যাবস্থায় আছে বিবেচনা করা হয়। প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ার সকল ধাপ সাম্যাবস্থায় থাকে। আবার প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় এনট্রপির পরিবর্তন শূন্য; অর্থাৎ $dS = 0$। অতএব $ds = 0$ এই শর্তকে সাম্যাবস্থার শর্ত হিসেবে ব্যবহার করা যায়। সুতরাং বলা যায়, কোন প্রক্রিয়ায় সিস্টেম ও পরিবেশের মোট এনট্রপির পরিবর্তন শূন্য হলে সিস্টেম সাম্যাবস্থায় থাকবে। সাম্যাবস্থায় সিস্টেমের এমন কোন আচরণ দৃষ্টিগোচর হয় না, যা এর এনট্রপি পরিবর্তনে সহায়তা করে।

প্রত্যেক সিস্টেমেরই সাম্যাবস্থা প্রাপ্তির প্রবণতা থাকে। যান্ত্রিক সিস্টেমসমূহ সাম্যাবস্থা প্রাপ্ত হলে এর বিভব শক্তি ন্যূনতম হয়। তবে তাপগতীয় সিস্টেমের সাম্যবস্থা এনট্রপি দ্বারা প্রকাশ করা যায়। তাপগতীয় সিস্টেম সাম্যাবস্থা প্রাপ্তির পূর্ব পর্যন্ত অপ্রত্যাবর্তী থাকে। যেহেতু অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় এনট্রপি বৃদ্ধি পায় এবং সাম্যাবস্থায় সর্বোচ্চ এনট্রপি প্রাপ্ত হয়। সাম্যাবস্থায় পৌছার পর সিস্টেমের সামান্য পরিবর্তনে এনট্রপি অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং তাপগতীয় সাম্যে কোন সিস্টেমের এনট্রপির পরিবর্তন $dS = 0$ কিন্তু মোট এনট্রপি সর্বোচ্চ হয়।

৫.১১ এনট্রপির বৈশিষ্ট্য

Characteristics of entropy

এনট্রপির বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ :

১. এনট্রপি একটি পরিমাণ নির্ভর ধর্ম (extensive property)। এটা পদার্থের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। কোন সিস্টেমের পদার্থের পরিমাণ যে হারে বৃদ্ধি পায় এর এনট্রপিও সেই হারে বৃদ্ধি পায়। কারণ পদার্থের পরিমাণ যত বেশি হয় একই পরিমাণ পরিবর্তন ঘটানোর জন্য তত বেশি তাপের প্রয়োজন হয়।

২. এনট্রপি একটি অবস্থা অপেক্ষক (**state function**)। কোন সিস্টেম আদি অবস্থা A হতে চূড়ান্ত অবস্থা B-তে বিভিন্ন পথে পৌছালেও এর এনট্রপির পরিবর্তন $(S_B - S_A)$ সকল পথের জন্য একই হবে। অর্থাৎ এনট্রপির পরিবর্তন পথের উপর নির্ভরশীল নয়; শুধুমাত্র সিস্টেমের আদি ও চূড়ান্ত অবস্থার উপর নির্ভরশীল। এটা প্রত্যাবর্তী ও অপ্রত্যাবর্তী যে কোন প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

৩. এনট্রপি একটি তাপগতীয় অপেক্ষক যা সিস্টেমের তাপগতীয় অবস্থা প্রকাশে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে।

৪. এনট্রপি একটি একক মানের অসংরক্ষণশীল অপেক্ষক।

৫.১২ এনট্রপি ও আণবিক বিশৃঙ্খলা
Entropy and molecular disorderness

দু'টি গ্যাসকে পাশাপাশি রেখে হঠাৎ মিশ্রিত করলে একটি গ্যাসের মধ্যে অপরটির স্বতঃস্ফূর্ত ব্যাপন ঘটে। এতে গ্যাস মিশ্রণের মধ্যে আণবিক বিশৃঙ্খলা বা নৈরাজ্যের সৃষ্টি হয় এবং গ্যাসের অণুসমূহ স্বেচ্ছাধীনভাবে মিশ্রিত হয়। আবার কোন দণ্ডে তাপ প্রয়োগ করলে দণ্ডের অণুগুলোর গতিশক্তি বণ্টনে গোলযোগ দেখা দেয়। যে কোন বিস্ফোরণ ঘটলে কিংবা বোমা ফাঁটলে এর উপাদানের অণুসমূহের মধ্যে বিশৃঙ্খলার সৃষ্টি হয়। উপরোক্ত প্রক্রিয়াসমূহ অপ্রত্যাবর্তী এবং স্বতঃস্ফূর্ত। এরূপ প্রক্রিয়ায় এনট্রপি বৃদ্ধি পায়। এ ধরনের বহু দৃষ্টান্ত উপস্থাপন করা যায় যা স্পষ্ট ইংগিত করে যে, আণবিক বিশৃঙ্খলার সাথে এনট্রপির যোগসূত্র রয়েছে। অপ্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় এনট্রপি বৃদ্ধি পায় বলে আণবিক বিশৃঙ্খলা বৃদ্ধি পেলে এনট্রপি বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং যে কোন অবস্থায় সিস্টেমের এনট্রপির মান এর অন্তর্নিহিত আণবিক বিশৃঙ্খলা বা নৈরাজ্য সৃষ্টির পরিমাপক।

এনট্রপির সাথে আণবিক বিশৃঙ্খলা সৃষ্টির এই সম্পর্ক অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। কোন প্রক্রিয়ায় আণবিক গঠনের কোন তারতম্য ঘটল কিনা তা এনট্রপির পরিবর্তন লক্ষ্য করে বুঝা যেতে পারে। যেমন– কোন কঠিন পদার্থ গলে তরলে রূপান্তরিত হলে এর মধ্যে আণবিক বিশৃঙ্খলার সৃষ্টি হয়, ফলে গলনের এনট্রপি পাওয়া যায়। সুতরাং যে পদার্থের গলনের এনট্রপির মান বেশি, গলনের দরুন ঐ পদার্থের আণবিক বিশৃঙ্খলা তত বেশি হবে। তরলের বাষ্পীকরণে আণবিক বিশৃঙ্খলা আরো বৃদ্ধি পায়। পরীক্ষালব্ধ ফলাফল হতে দেখা যায় বরফ গলনে এনট্রপি বৃদ্ধি $21{\cdot}9JK^{-1}mol^{-1}$ এবং পানির বাষ্পীকরণের এনট্রপি বৃদ্ধি $109JK^{-1}mol^{-1}$। এ থেকে স্পষ্ট বুঝা যায় যে, বাষ্পীভবনের ফলে অধিকতর আণবিক বিশৃঙ্খলার সৃষ্টি হয়।

৫.১৩ এনট্রপির মাধ্যমে তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র
Second law of thermodynamics in terms of entropy

বিজ্ঞানী ক্লসিয়াসের মতে তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের বিবৃতি হলো মহাবিশ্বের এনট্রপি ক্রমাগত বৃদ্ধি পাচ্ছে এবং চরমে পৌছাচ্ছে। একে এনট্রপি বৃদ্ধির সূত্রও বলা হয়। প্রকৃতির সকল ভৌত অথবা রাসায়নিক ক্রিয়াসমূহ এমনভাবে সম্পন্ন হয় যে, এরূপ ক্রিয়ার ফলে সার্বিকভাবে ব্যবস্থার এনট্রপি বৃদ্ধি পাচ্ছে। সীমায়িত ক্ষেত্রে কিছু পরিবর্তন প্রত্যাবর্তী প্রক্রিয়ায় সংঘটিত হওয়ায় এনট্রপি স্থির থাকে।

তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্রের গাণিতিক প্রকাশের জন্য কোন সিস্টেমের প্রাথমিক ও চূড়ান্ত অবস্থার এনট্রপির পরিবর্তন বিবেচনা করা যাক। যদি T তাপমাত্রায় সিস্টেম প্রাথমিক অবস্থা হতে চূড়ান্ত অবস্থা প্রাপ্তির জন্য dQ পরিমাণ তাপ গ্রহণ অথবা বর্জন করে এবং এর এনট্রপির পরিবর্তন $S_2 - S_1$ হয়, তবে

$$S_2 - S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int_{\text{প্রাথমিক}}^{\text{চূড়ান্ত}} \frac{dQ}{T}$$

Describe the stages of a carnot cycle.

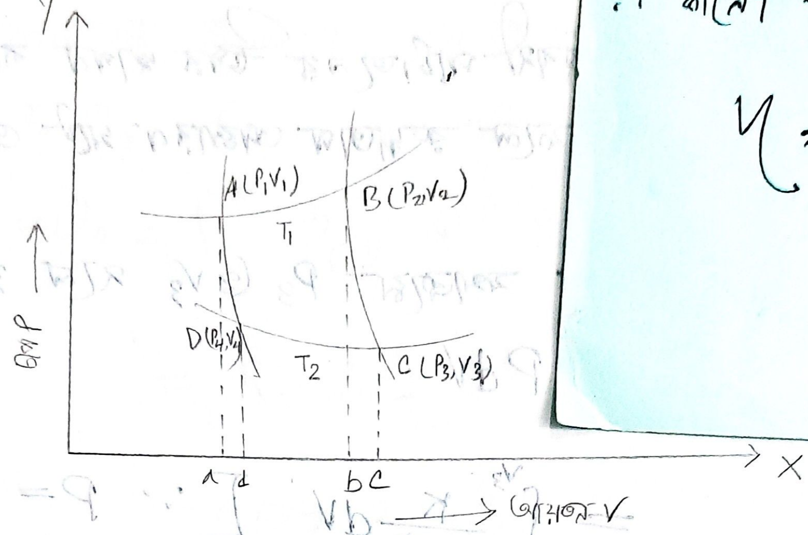
04.15

যদি দক্ষতা (efficiency) চায়

∴ কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \times 100\%$$

কার্নোর ইঞ্জিনের বিভিন্ন কার্য প্রক্রিয়াঃ



১ম পর্যায়

ধরি, A বিন্দুতে চোঙে আবদ্ধ গ্যাসের চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা যথাক্রমে P_1, V_1, T_1। এখন, গ্যাসের আয়তন প্রসারণ ঘটালে তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। কিন্তু কার্যকরী পদার্থ তাপ আধার হতে তাপ শোষণ করে তাপমাত্রা স্থির রাখবে অর্থাৎ গ্যাসের সমোষ্ণ প্রসারণ ঘটবে।

এই প্রসারণের চূড়ান্ত অবস্থা B নির্দেশ করলে B বিন্দুতে চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_2 ও V_2।

এখন, A অবস্থা হতে B অবস্থা প্রাপ্ত হতে Q_1 তাপ শোষণ করলে কৃতকাজ,

$$W_1 = Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_1}{V}\,dV \quad \left[\because P = \frac{RT_1}{V}\right]$$

$$= RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$= \text{ক্ষেত্র } ABba$$

Ch:5

দ্বিতীয় পর্যায়

এবার, চোঙটিকে তাপকুপরিবাহী পাটাতনের উপর স্থাপন করে পিস্টনকে বাইরের দিকে আরো সরানো হয়। ফলে রুদ্ধতাপ প্রসারণ ঘটে ও T_1° তাপমাত্রা থেকে T_2 হয়।

C অবস্থায় চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_3 ও V_3 হলে কৃতকাজ,

$$W_2 = \int_{V_2}^{V_3} P\,dV$$

$$= \int_{V_2}^{V_3} \frac{K}{V^\gamma}\,dV \quad \left[\because P = \frac{K}{V^\gamma}\right]$$

$$= \frac{K}{1-\gamma}\left[V_3^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma}\right]$$

$$= \frac{K V_3 V_3^{-\gamma} - K V_2 V_2^{-\gamma}}{1-\gamma}$$

$$= \frac{P_3 V_3^\gamma V_3 V_3^{-\gamma} - P_2 V_2^\gamma V_2 V_2^{-\gamma}}{1-\gamma} \quad [\because K = PV^\gamma]$$

$$= \frac{P_2 V_2 - P_3 V_3}{\gamma - 1}$$

$$= \frac{RT_1 - RT_2}{\gamma - 1} \quad [\because PV = RT]$$

$$= \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2)$$

$$= \text{ক্ষেত্র } BCcb$$

তৃতীয় পর্যায়

এই ধাপে সমোষ্ণ সংকোচন ঘটানো হয়। এই অবস্থাকে D দ্বারা সূচিত করা হয়। এখন, Q_2 পরিমাণ তাপ বর্জন করলে P_4 চাপে এবং V_4 আয়তনে

কৃতকাজ $W_3 = Q_2 = \int_{V_3}^{V_4} -PdV = -RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$

$$= RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$= \text{ক্ষেত্র } CcdD$$

চতুর্থ পর্যায়

এই ধাপে রুদ্ধতাপীয় সংকোচন ঘটে এবং তাপমাত্রা T_2 হতে বৃদ্ধি পেয়ে আদি তাপমাত্রা T_1 এ পৌঁছায়।

$\therefore$ কৃতকাজ, $W_4 = \int_{V_4}^{V_1} - PdV$

$$= -\int_{V_4}^{V_1} \frac{K}{V^\gamma} dV \quad \left[\because PV^\gamma = K\right]$$

$$= -\frac{K}{1-\gamma}\left[V_1^{1-\gamma} - V_4^{1-\gamma}\right]$$

$$= -\left(\frac{P_1V_1 - P_4V_4}{1-\gamma}\right) \quad \left[\because P_1V_1^\gamma = P_4V_4^\gamma = K\right]$$

$$= \frac{R}{\gamma-1}\left(T_1 - T_2\right) \quad \left[\because P_1V_1 = RT_1,\ P_4V_4 = RT_2\right]$$

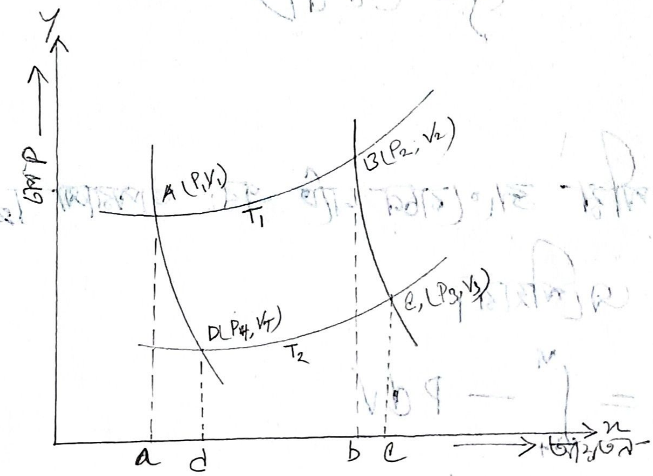
$$= \text{ক্ষেত্র } DdaA$$

Ch: 5

এখানে, $W_2 = W_4$ হলে,

$$W = Q_1 - Q_2$$
$$= W_1 + W_2 - W_3 - W_4$$
$$= W_1 - W_3$$
$$= \text{ক্ষেত্র } ABCD$$

কার্নো ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা ঃ



ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা বলতে ইঞ্জিন কর্তৃক কাজে রূপান্তরিত তাপ এবং উৎস হতে গৃহীত তাপের অনুপাতকে বুঝায়।

$\therefore$ কার্নো ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা, $\eta = \dfrac{\text{কাজে রূপান্তরিত তাপের পরিমাণ}}{\text{উৎস হতে গৃহীত তাপের পরিমাণ}}$

$$= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad \text{--- (i)}$$

আবার, $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{W_1}{W_3} = \dfrac{RT_1 \ln(V_2/V_1)}{RT_2 \ln(V_3/V_4)} = \dfrac{T_1}{T_2} \times \dfrac{\ln(V_2/V_1)}{\ln(V_3/V_4)}$

কার্নো চক্রে B ও C বিন্দু একই রুদ্ধতাপ লেখের উপর অবস্থান করে,

$\therefore T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$ ——— (iii)

অনুরূপভাবে DA রুদ্ধতাপ লেখ হতে পাই,

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1} \quad \text{——— (iv)}$$

(iii) ও (iv) নং তুলনা করলে হতে পাই,

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

এখন, (ii) নং হতে পাই,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{\ln(V_3/V_4)}{\ln(V_3/V_4)}$$

$$= \frac{T_1}{T_2}$$

$\therefore$ কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা, $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$\therefore$ কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে,

কোন ইঞ্জিনের দক্ষতাকে শতকরায় প্রকাশ করা হয়, সুতরাং, কার্নো

কার্নো ইঞ্জিনের দক্ষতা, $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \times 100\%$

Ch-5

এনট্রপি বৃদ্ধির সূত্র

কোন বিচ্ছিন্ন ব্যবস্থা প্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়া অনুসরণ করলে এর এনট্রপি স্থির থাকে এবং অপ্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়া অনুসরণ করলে এনট্রপি বৃদ্ধি পায়।

Show that entropy remains constant in reversible process but it increases in ~~the~~ irreversible process.

প্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়ায় এনট্রপি :

আমরা জানি, প্রত্যাবর্তী ~~ক~~ চক্রে দুটি রুদ্ধতাপ এবং দুটি সমোষ্ণ প্রক্রিয়া থাকে। রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় এনট্রপির কোন পরিবর্তন হয় না। আবার সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় তাপ শোষিত এবং বর্জিত হয়।

ধরি, T_1 তাপমাত্রায় Q_1 পরিমাণ তাপ শোষণ করে প্রসারিত হয় এবং T_2 তাপমাত্রায় Q_2 তাপ বর্জন করে সং-কোচিত হয়। তাহলে, ১ম ক্ষেত্রে এনট্রপি বৃদ্ধির পরিমাণ $\frac{Q_1}{T_1}$ এবং ২য় ক্ষেত্রে এনট্রপির হ্রাসের পরিমাণ $\frac{Q_2}{T_2}$।

অতএব, সম্পূর্ণ চক্রে এনট্রপির মোট পরিবর্তন হবে, $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$। কিন্তু,

প্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়ায় $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$

সুতরাং, এনট্রপির মোট পরিবর্তন শূন্য, অর্থাৎ ~~প্রত্যাবর্তী~~ প্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়ায় এনট্রপি স্থির।

অপ্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়ায় এনট্রপি :

ধরি, অপ্রত্যাবর্তক চক্রে T_1 তাপমাত্রায় কার্যকরী পদার্থ Q_1 পরিমাণ তাপ শোষণ করে এবং T_2 তাপমাত্রায় Q_2 পরিমাণ তাপ বর্জন করে।

$\therefore$ চক্রের কর্মদক্ষতা, $\eta' = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ আবার, $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

কার্নোর উপপাদ্য অনুসারে, $\eta > \eta'$

$$বা,\ \frac{T_1 - T_2}{T_1} > \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$বা,\ \frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$$

$$বা,\ \frac{Q_2}{T_2} > \frac{Q_1}{T_1}$$

$$বা,\ \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} > 0$$

এখানে, এনট্রপির নিট পরিবর্তন $\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1}$ এবং ০ তা ধনাত্মক,

অর্থাৎ ~~অপ্রত্যাবর্তী~~ অপ্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়ায় এনট্রপি বৃদ্ধি পায়।

Ch-5

আদর্শ গ্যাসের এনট্রপি ঃ

ধরি, এক গ্রাম অনুর আদর্শ গ্যাসের চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা যথাক্রমে P, V ও T। dQ পরিমাণ তাপ সরবরাহ করলে, তাপগতি বিদ্যার ১ম সূত্রানুসারে, $dQ = du + PdV$

$$\Rightarrow dQ = C_v dT + PdV \quad [\because du = C_v dT]$$

$$\Rightarrow dQ = C_v dT + RT\frac{dV}{V} \quad [\because P = \frac{RT}{V}]$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{T} = \frac{C_v dT}{T} + R\frac{dV}{V} \quad [\because T \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\Rightarrow dS = C_v\frac{dT}{T} + R\frac{dV}{V} \quad [\because \frac{dQ}{T} = dS]$$

$$\Rightarrow \int dS = \int_{T_1}^{T_2} C_v\frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} R\frac{dV}{V} \quad [\text{সমাকলন করে}]$$

$$\Rightarrow \Delta S = C_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}$$

এটিই তাপমাত্রা ও আয়তনের মাধ্যমে গ্যাসের এনট্রপি

আবার

$$\Rightarrow S_2 - S_1 = C_v \ln\frac{T_2}{T_1} + (C_p - C_v)\ln\frac{V_2}{V_1} \quad [\because C_p - C_v = R]$$

$$\Rightarrow S_2 - S_1 = C_v\left(\ln\frac{V_1 T_2}{V_2 T_1}\right) + C_p \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Rightarrow S_2 - S_1 = C_v \ln\frac{P_2}{P_1} + C_p \ln\frac{V_2}{V_1} \quad [\because \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}]$$

$$\cancel{\Rightarrow S_2 - S_1 = (C_p - R)\ln}$$

এটিই চাপ ও আয়তনের মাধ্যমে গ্যাসের এনট্রপি।

chis

আবার,

$$S_2 - S_1 = C_v \ln\frac{T_2}{T_1} + \cancel{C_p \ln}\, R \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Rightarrow \Delta S = (C_p - R)\ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} \quad [\because C_v = C_p - R]$$

$$\Rightarrow \Delta S = C_p \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2 T_1}{V_1 T_2}$$

$$\left[\because \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1}\right]$$

$$\Rightarrow \Delta S = C_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R\frac{P_2}{P_1}$$

এটিই তাপমাত্রা ও চাপের মাধ্যমে আদর্শ গ্যাসের এনট্রপি।

আবার,

$dU = \frac{m}{M} C_v dT$ এবং $P = \frac{m}{M}\frac{RT}{V}$ হলে,

$$\cancel{dQ} \quad dQ = TdS = dU + dW$$
$$= \frac{m}{M} C_v dT + PdV$$
$$= \frac{m}{M} C_v dT + \frac{m}{M} RT\frac{dV}{V}$$

$$\therefore S_2 - S_1 = \frac{m}{M}\left[C_v \int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} + R\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}\right]$$

$$\therefore \Delta S = \frac{m}{M}\left[C_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}\right]$$

K.N (০৭.০৭.২৪) অধ্যায়-৭

প্রমাণ কর: $C_p - C_v = T\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P$

এনট্রপি, $S = f(T, V)$ হলে,

$$dS = \left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_V dT + \left(\frac{\delta S}{\delta V}\right)_T dV$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{T} = \left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_V \frac{dT}{\delta T} + \left(\frac{\delta S}{\delta V}\right)_T \frac{dV}{\delta T} \quad [\delta T \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_P = \left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_V + \left(\frac{\delta S}{\delta V}\right)_T \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P$$

$$\Rightarrow T\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_P = T\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_V + T\left(\frac{\delta S}{\delta V}\right)_T \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P \quad [T \text{ দ্বারা গুণ}]$$

$$\Rightarrow T\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_P - T\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_V = T\left(\frac{\delta S}{\delta V}\right)_T \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P \quad \text{--- (1)}$$

ম্যাক্সওয়েলের ৩য় সমীকরণানুসারে,

$$\left(\frac{\delta S}{\delta V}\right)_T = \left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V$$

$dQ = TdS$

$C_p = \frac{dQ}{dT}$

আবার, $C_p = \left(\frac{TdS}{dT}\right)_P$

$$C_v = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \left(\frac{TdS}{dT}\right)_V$$

C_p ও C_v এর মান এবং ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ (1) নং এ বসিয়ে,

$$C_p - C_v = T\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_V \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P$$

(Proved)

ম্যাক্সওয়েলের সূত্রানুসারে প্রমাণ কর $C_p - C_v = R$

$C_p - C_v = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$; —— (i) প্রমাণ করার পর,

আমরা জানি,

$PV = RT$

$\Rightarrow P\left(\frac{dV}{dT}\right)_P = R$ [∵ T এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ]

$\Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P}$ —— (ii)

আবার,

$V\left(\frac{dP}{dT}\right)_V = R$ [∵ T এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ]

$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V}$ —— (iii)

(i) নং সমীকরণে (ii) ও (iii) নং বসিয়ে,

$C_p - C_v = T\left(\frac{R}{V}\right)\left(\frac{R}{P}\right)$

$\Rightarrow C_p - C_v = \frac{TR^2}{PV}$

$\Rightarrow C_p - C_v = R\,\frac{RT}{RT}$

$\therefore C_p - C_v = R$

(Proved)

In accordance with kinetic of gas show that, $PV = \frac{1}{3} mnc^2$

ধরি, সমান দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা l বিশিষ্ট সম্পূর্ণরূপে স্থিতিস্থাপক কোন ঘনকে n সংখ্যক আদর্শ গ্যাসের অণু রয়েছে। প্রতিটি অণুর ভর m এবং তাদের মূল গড় বর্গবেগ C

এখন, একটি অণুর গড় বেগ $\bar{c}_1$ হলে x, y, z অক্ষ বরাবর $\bar{c}_1$ এর উপাংশ যথাক্রমে u, v, w।

$$\therefore \bar{c}_1^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

এখানে, x- অক্ষ ~~বরা~~ বরাবর অণুটি u বেগে চলে এবং কোন এক সময় ঘনকের দেয়ালে ধাক্কা খাবে, স্থিতিস্থাপকতার দরুন অণুটি u বেগেই বিপরীত দিকে ফিরে আসবে। এবং $\frac{l}{u}$ সেকেন্ড পর ঘনকের বিপরীত দেয়ালে ধাক্কা দিয়ে পুনরায় u বেগে ফিরে আসবে। সুতরাং, প্রতি ধাক্কায় অণুটির ভরবেগের পরিবর্তন হবে, $mu - (-mu) = 2mu$

এবং, l/u সেকেন্ডে ভরবেগের এই পরিবর্তন ঘটবে।

অতএব, ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2mu}{l/u} = \frac{2mu^2}{l}$

অনুরূপ ভাবে, y- ও z- অক্ষ বরাবর অণুটির ভরবেগের পরিবর্তনের হার যথাক্রমে $\frac{2mv^2}{l}$ এবং $\frac{2mw^2}{l}$

সুতরাং, অণুটির মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2m}{l}(u^2+v^2+w^2)$

$$= \frac{2m}{l}\bar{c}_1^2$$

আবার, n সংখ্যক অণুসমূহের মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mn}{l}\bar{c}^2$$

এখন,
অনুসমূহের উপর ক্রিয়াশীল মোট বল F হলে নিউটনের গতির ২য় সূত্রানুসারে, F = ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mn\bar{c}^2}{l} \quad \text{---} (i)$$

গ্যাসের চাপ, $P = \frac{\text{মোট বল}}{\text{মোট ক্ষেত্রফল}}$

$$= \frac{F}{6l^2} \quad \text{---} (ii)$$ [∵ ঘনকের 6 টি তল]

সমীকরণ (i) ও (ii) সমন্বয় করে পাই,

$$P = \frac{2mn\bar{c}^2}{6l^3} = \frac{1}{3}\frac{mn\bar{c}^2}{l^3}$$

এখানে, $l^3 = V =$ ঘনকের আয়তন = গ্যাসের আয়তন

অতএব, $P = \frac{1}{3}\frac{mn\bar{c}^2}{V}$

বা, $PV = \frac{1}{3} mn\bar{c}^2$

Show that, T is the mean Kinetic energy per atom of an ideal gaseous $\frac{3}{2}KT$ at the absolute temperature.

আবার,

$PV = \frac{1}{3} mn\bar{c}^2 = \frac{1}{3} M\bar{c}^2$; যেখানে, $M = mn =$ গ্যাসের মোট ভর

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ অনুসারে, $PV = RT$

অতএব, $\frac{1}{3} M\bar{c}^2 = RT$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} M\bar{c}^2 = \frac{3}{2} RT$$ [∵ T = পরম স্কেলে গ্যাসের তাপমাত্রা]

প্রতি এক গ্রাম গ্যাসের অণুর সংখ্যা N_A হলে প্রতি অণুর গড় গতিশক্তি

$$= \frac{\frac{1}{2} M\bar{c}^2}{N_A} = \frac{3R}{2N_A} T$$

এখন, $\frac{R}{N_A} = K$ [∵ K = বোল্টজম্যান ধ্রুবক]

সুতরাং, একটি অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{3}{2} KT$