Electricity

* Mathematical preminaries :-

  * Scaler – $m, M \rightarrow$ Mass.
  * Vector – $|F| \rightarrow$ Force

    $|\vec{F}|$,

একক ভেক্টর —

আয়ত একক ভেক্টর —

অবস্থান ভেক্টর — প্রয়োজন কার্টিজিয়ানের

$P(x)$ $\quad\quad P(x,y) \quad\quad (x,y,z)$

$\overrightarrow{OP} = \vec{r}$

$\vec{r} = x\hat{i}$ $\quad ; \quad \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \quad\quad \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\therefore$

$r = x \quad\quad r = \sqrt{x^2+y^2} \quad\quad r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

* $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$
* $\vec{A} = A_1\hat{i} + A_2\hat{j} + A_3\hat{k}$ — honers Label.

$|\vec{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$

* আংশিক অন্তরীকরণ:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(xyz)$$

ফেলে

$$= yz \frac{\partial}{\partial x}(x)$$

$$\therefore \frac{\partial F}{\partial x} = yz \rightarrow \frac{\partial F}{\partial y} = xz \longrightarrow \frac{\partial F}{\partial z} = xy$$

** Scalar triple product :-

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$$

$$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(B_y C_z - B_z C_y) - \hat{j}(B_x C_z - B_z C_x) + \hat{k}(B_x C_y - B_y C_x)$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \{\hat{i}(B_y C_z - B_z C_y) - \hat{j}(B_x C_z - B_z C_x) + \hat{k}(B_x C_y - B_y C_x)\}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$ [short cut]

CamScanner

* $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = -\begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ A_x & A_y & A_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$

$$= +\begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})$$

$$\therefore \vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})$$

$$= -\begin{vmatrix} C_x & C_y & C_z \\ B_x & B_y & B_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$= +\begin{vmatrix} C_x & C_y & C_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\therefore \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A})$$

*** সামান্তরিক (Parallel ~~P~~iped)

* $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ যেমন সামান্তরিকের তিনটি সন্নিহিত বাহু হলে :

আয়তন $= [\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})]$

** $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = 0$ হলে, $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ একই সমতলে অবস্থান করে।

* Find the volume of Parallel piped whose edges

are represented by $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{C} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

$$\therefore \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= |2(4-1) + 3(2+3) + 4(-1-6)|$$

$$= |\cancel{2(4-1)}\ 6 + 15 - 28|$$

$$= |-7| = 7 \text{ (Ans)}$$

Ex: Find the Constant a so that the flooing vectores or Copelaner ~~so~~, $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $3i + a\hat{j} + 5\hat{k}$.

Seince they are Coplaners So,

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & a & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(10 + 3a) + 1(5 + 9) + 1(a - 6) = 0$$

$$\Rightarrow 20 + 6a + 14 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{5a + 28 = 0} \qquad \Rightarrow 7a = 28$$

$$\Rightarrow \cancel{a = 28/5} \text{ (Ans)} \qquad \therefore a = 4$$

* $\partial \rightarrow$ দেল বা নাবলা ।

Gradient, Divergence and Curl

* **Gradient :-** It is a Scalar.

$$\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

Here, $\phi(x, y, z)$.

$$\boxed{\text{Grad } \phi = \vec{\nabla}\phi = \hat{i}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial \phi}{\partial z}}$$

* **Divergence :-** It is a ~~Vector~~ Scalar.

$$\boxed{\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}$$

$$\boxed{\text{div } \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}}$$

* **Curl :-** It is a Vector.

$$\boxed{\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}$$

$$\text{Curl } \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

Ex: $\phi = 2xz^4 - x^2y$ Find $\vec{\nabla}\phi$ and $|\vec{\nabla}\phi|$ at the Point $(2, -2, -1)$.

Solⁿ. Here, $\vec{\nabla}\phi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(2xz^4 - x^2y\right)$

$$= \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}\left(2xz^4 - x^2y\right) + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y}\left(2xz^4 - x^2y\right) + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\left(2xz^4 - x^2y\right)$$

$$= i\left(2z^4 - 2xy\right) + \hat{j}\left(0 - x^2\right) + \hat{k}\left(8xz^3 - 0\right)$$

$$= i\left(2z^4 - 2xy\right) - \hat{j}\left(\cdot x^2\right) + \hat{k}\left(8xz^3\right)$$

at the point, $x = 2,\ y = -2,$ and $z = -1$

$|\vec{\nabla}\phi| =$

$$= \hat{i}\left\{2\cdot(-1)^4 - 2\cdot(-2)\cdot 2\right\} - \hat{j}\cdot(2)^2 + \hat{k}\left\{8\cdot 2\cdot(-1)^3\right\}$$

$$= \hat{i}\left(2+8\right) - 4\hat{j} + \hat{k}\left(16\cdot -1\right)$$

$$= 10\hat{i} - 4\hat{j} - 16\hat{k} \quad \text{(Ans)}$$

Ex: $\phi = x^2yz - 4xyz^2$ Find the directional derivative of ϕ at the point $(1,3,1)$ in the direction of $2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$.

Sol-2: The directional derevatives of ϕ in the direction of $\vec{A}$ is $\vec{\nabla}\phi\cdot\hat{a}$ where $\vec{a}$ is the unit vector along $\vec{A}$.

$$\vec{\nabla}\phi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(x^2yz - 4xyz^2\right)$$

CamScanner

$= \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}(x^2yz-4xyz^2)+\hat{j}\frac{\partial}{\partial y}(x^2yz-4xyz^2)+\hat{k}\frac{\partial}{\partial x}(x^2yz-4xyz^2)$

$= \hat{i}(2xyz-4yz^2)+\hat{j}(x^2z-4xz^2)+\hat{k}(x^2y-8xyz)$

At the poient:- $(1,3,1)$, $x=1, y=3, z=1$

$$|\vec{\nabla}\phi| = -6\hat{i}-3\hat{j}+21\hat{k}$$

Unite Vectore along $(2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k})$ is,

$$\hat{a} = \frac{2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}}{3}$$

$|2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}|$
$=\sqrt{4+1+4}$
$=\sqrt{9}$
$=3$

$\therefore \vec{\nabla}\phi\cdot\hat{a} = (-6\hat{i}-3\hat{j}-21\hat{k})\cdot(\frac{2}{3}\hat{i}-\frac{1}{3}\hat{j}-\frac{2}{3}\hat{k})$

$= -4+1+14$

$= 11$ (Ans)

*** Find $\vec{\nabla}\phi$ where (a) $\phi=\frac{1}{r}$ and (b) $\phi = \ln r$

<u>No(a) Sol:</u> Let, $\vec{r} = x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\phi = \frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$= (x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$$

$\phi = \frac{1}{|\vec{r}|}$
$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}|}\right)$
$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$

Now, $\vec{\nabla}\phi = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)(x^2+y^2+z^2)^{-1/2}$$

CS CamScanner

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\varphi = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}$$

$$= \hat{i}\left(-\tfrac{1}{2}\right)\cdot\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2-1}\cdot 2x + \hat{j}\cdot\left(-\tfrac{1}{2}\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2-1}\cdot 2y + \hat{k}\cdot\left(-\tfrac{1}{2}\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2-1}\cdot 2z$$

$$= -\hat{i}\frac{x}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}} - \hat{j}\frac{y}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}} - \hat{k}\frac{z}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$$

$$= -\frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\cdot\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$$

$$= -\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}\cdot\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\varphi = -\frac{\vec{r}}{r^3}} \longrightarrow \text{(Ans)}$$

No (b) sol:- Let $\vec{r} = x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\cancel{\frac{1}{r} = \left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^{-1/2}}$$

$$\varphi = \ln r = \ln\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}$$

$$= \tfrac{1}{2}\ln\left(x^2+y^2+z^2\right)$$

$$\vec{\nabla}\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\tfrac{1}{2}\ln\left(x^2+y^2+z^2\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\hat{i}\cdot\tfrac{1}{2}\ln\left(x^2+y^2+z^2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j}\cdot\tfrac{1}{2}\ln\left(x^2+y^2+z^2\right) + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\cdot\tfrac{1}{2}\ln\left(x^2+y^2+z^2\right)$$

$$= \hat{i} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \cdot 2x + \hat{j} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \cdot 2y + \hat{k} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \cdot 2z$$

$$= \hat{i} \cdot \frac{x}{x^2+y^2+z^2} + \hat{j} \frac{y}{x^2+y^2+z^2} + \hat{k} \cdot \frac{z}{x^2+y^2+z^2}$$

$$= \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \right)$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^2} \cdot \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \right)$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\phi = \frac{\vec{r}}{r^2}} \longrightarrow \text{(Ans)}$$

***** $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = 0$ Proved that ?

Sol:- We know, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

and

Now, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$\Rightarrow r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}$$

Now,

$$\text{L.H.S} = \nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\} + \frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{\partial}{\partial z}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\}$$

Now, $\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\}$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(-\tfrac{1}{2}\right)\cdot\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-3/2}\cdot 2x\right\}$$

$$\cancel{= \frac{\partial}{\partial x}\cdot\left(x^2\right.}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{x}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\right\}$$

$$= -\frac{\left\{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}\cdot\frac{\partial}{\partial x}(x) - x\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}\right\}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^3}$$

$$= -\frac{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2} - x\cdot\frac{3}{2}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}\cdot 2x}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^3}$$

$$= -\frac{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}\left(x^2+y^2+z^2-3x^2\right)}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^3}$$

$$= \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

Similarly, $$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(x^2+y^2+z^2)^{-1/2} = \frac{2y^2 - x^2 - z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(x^2+y^2+z^2)^{-1/2} = \frac{2z^2 - y^2 - x^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

$$\therefore \vec{\nabla}^2\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} + \frac{2y^2 - x^2 - z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} + \frac{2z^2 - y^2 - x^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

$$= \frac{2x^2 - y^2 - z^2 + 2y^2 - x^2 - z^2 + 2z^2 - y^2 - x^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

$$= \frac{0}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

$$= 0$$

$= R.H.S$

$$\therefore \vec{\nabla}^2\left(\frac{1}{r}\right) = 0$$ [Proved]

CamScanner

Ex: $\nabla^2 (r^n) = ?$

we know, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\Rightarrow r = (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$$

$$\therefore r^n = (x^2+y^2+z^2)^{n/2}$$

and

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Now, $\nabla^2 (r^n) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)(x^2+y^2+z^2)^{n/2}$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(x^2+y^2+z^2)^{n/2}$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} = \frac{n}{2}(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1} \cdot 2x$$

$$= nx\,(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$$

$$\therefore \frac{\partial^2}{\partial x^2}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} = \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2)^{n/2}\right\}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left\{nx\,(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}\right\}$$

$$= n\left\{\frac{\partial}{\partial x}\cdot x\,(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}\right\}$$

$$= n\left\{x\left(\frac{n}{2}-1\right)(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-2} \cdot 2x + 1 \cdot (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}\right\}$$

CamScanner

$$= n\left\{x^2(n-2)\,(x^2+y^2+z^2)^{n/2-2} + (x^2+y^2+z^2)^{n/2-1}\right\}$$

$$= n\left\{x^2(n-2)\,(r^2)^{n/2-2} + (r^2)^{n/2-1}\right\}$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\Rightarrow r^2 = x^2+y^2+z^2$$

$$= n\left\{(n-2)\,x^2 \cdot r^{n-4} + r^{n-2}\right\}$$

$$= n r^{n-2}\left\{(n-2)\,x^2 r^{-2} + 1\right\}$$

Similarly,

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} = n r^{n-2}\left\{(n-2)\,y^2 r^{-2} + 1\right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial z^2}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} = n r^{n-2}\left\{(n-2)\,z^2 r^{-2} + 1\right\}$$

$$\therefore \nabla^2(r^n) = n r^{n-2}\left\{(n-2)\,r^{-2}\,(x^2+y^2+z^2) + 3\right\}$$

$$= n r^{n-2}\left\{(n-2)\,r^{-2} \times r^2 + 3\right\}$$

$$= n r^{n-2}\left\{n-2+3\right\}$$

$$= n r^{n-2}\,(n+1) \quad (\text{Ans})$$

** $\nabla^2(\ln r) = \frac{1}{r^2}$ Proved that.

we know, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$r = (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \ln r = \ln (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$$

and $$= \frac{1}{2}\ln (x^2+y^2+z^2)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$L.H.S = \nabla^2(\ln r)$$

$$= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \frac{1}{2}\ln (x^2+y^2+z^2)$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{2}\ln (x^2+y^2+z^2) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\cdot\frac{1}{2}\ln (x^2+y^2+z^2) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{2}\cdot\ln (x^2+y^2+z^2)$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{1}{2}\ln (x^2+y^2+z^2) = \frac{1}{2}\frac{d}{dx}\ln (x^2+y^2+z^2)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)}\cdot 2x$$

$$= \frac{x}{x^2+y^2+z^2} = \frac{1}{r^2}\cdot x$$

~~Similarly~~,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{2}\ln (x^2+y^2+z^2)\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}\ln (x^2+y^2+z^2)\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{1}{r^2}\cdot x$$

$$= \frac{1}{r^2} \cancel{x}$$

CamScanner

Similarly, $\frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{1}{2}\ln(x^2+y^2+z^2) = \frac{1}{r^2}$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{2}\ln(x^2+y^2+z^2) = \frac{1}{r^2}$$

$$\therefore \nabla^2(\ln r) = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2}$$

$$= \frac{1+1+1}{r^2}$$

$$\boxed{\nabla^2(\ln r) = \frac{3}{r^2}} \quad \text{(ans)}$$

Ex: If, $V(x,y,z) = 2x^2 - 3y^2 + z^2$ represents the electrostatic potential at a point find the electric field intensity at a point $(3,2,-3)$ 1

Sol: $E = -\vec{\nabla} V$

$$\vec{\nabla} V = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left(2x^2 - 3y^2 + z^2\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\hat{i}\left(2x^2 - 3y^2 + z^2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j}\left(2x^2 - 3y^2 + z^2\right) + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\left(2x^2 - 3y^2 + z^2\right)$$

$$= 4x\hat{i} - 6y\hat{j} + 2z\hat{k}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\left(4x\hat{i} - 6y\hat{j} + 2z\hat{k}\right)$$

$$= -4x\hat{i} + 6y\hat{j} - 2z\hat{k}$$

CS CamScanner

for $(3,2,-3)$ that,

$$\vec{E} = (-4\times 3)\hat{i} + (6\times 2)\hat{j} + (2\times -3)\hat{k}$$

$$= -12\hat{i} + 12\hat{j} + 6\hat{k} \quad \text{(Ans)}$$

* Prove that the div of a vector field which obey's the inverse scaler low is zero = 0

$$\vec{F} \propto \frac{1}{r^2}\cdot\hat{r}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = k\cdot\frac{1}{r^2}\cdot\hat{r}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{k}{r^3}(\vec{r})$$

$$\therefore \boxed{\text{div}\,\vec{F} = \vec{\nabla}\cdot F}$$

29. Show that, $\vec{\nabla} r^n = n r^{n-2} \vec{r}$

We know, $\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$

and $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\Rightarrow r = (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$

$\Rightarrow r^n = (x^2+y^2+z^2)^{n/2}$

L.H.S $= \vec{\nabla} r^n$

$= \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(x^2+y^2+z^2)^{n/2}$

$= \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(x^2+y^2+z^2)^{n/2}$

Now, $\hat{i}\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2)^{n/2}$

$= \hat{i}\frac{n}{2}(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1} \cdot 2x$

$= \hat{i}\, nx (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$

Similarly, $\hat{j}\frac{\partial}{\partial y}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} = \hat{j}\, \cancel{2}\, ny (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$

and $\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}(x^2+y^2+z^2)^{n/2} = \hat{k}\, nz (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$

Here,

$\vec{\nabla} r^n = \hat{i}\, nx (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1} + \hat{j}\, ny (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1} + \hat{k}\, nz (x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$

$$= n\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{n}{2}-1}\cdot\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$$

$$= n\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}\cdot(n-2)}\cdot\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$$

$$= n r^{n-2}\cdot\vec{r} \quad = \text{R.H.S} \quad [\text{should}]$$

Sol:- We know, $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

and, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$\Rightarrow |\vec{r}| = \left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow |\vec{r}|^3 = \left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}$$

Accroding to the question,

$$\vec{\nabla}|\vec{r}|^3 = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\hat{i}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}$$

~~Similarly~~ Now, $\frac{\partial}{\partial x}\hat{i}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2} = \hat{i}\,\frac{3}{2}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1}\cdot 2x$

$$= \hat{i}\,3x\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1}$$

Similarly,

$$\frac{\partial}{\partial y}\hat{j}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2} = \hat{j}\,3y\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2} = \hat{k}\, 3z\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1}$$

Now,

$$\hat{i}\, 3x\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1} + \hat{j}\cdot 3y\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1} + \hat{k}\cdot 3z\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1}$$

$$= 3\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2-1}\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$$

$$= 3\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2(3-2)}\cdot\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$$

$$= 3\,(r)^1\cdot\vec{r}$$

$$= 3r\vec{r} \quad \text{(Ans)}$$

19. Sol: We know, $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

and, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$|\vec{r}| = \left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}$$

$$\vec{A} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}$$

According to the question,

$$(\nabla\cdot\vec{A}) = \left\{\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left(\frac{x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}\right)\right\}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$$

Now, $\frac{\partial}{\partial x}\left\{x\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\}$

$$= 1\cdot\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} + x\cdot -\frac{1}{2}\cdot\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}-1}\cdot 2x$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{x^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$$

Similarly,

$$\frac{\partial}{\partial y}\left\{y\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\} = \frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}} - \frac{y^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$$

and

$$\frac{\partial}{\partial z}\left\{z\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right\} = \frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}} - \frac{z^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$$

Therefore, $\nabla\cdot\vec{A} = \frac{3}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}} - \frac{x^2+y^2+z^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}$

$$= \frac{3}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}} - \frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}$$

Now, $\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left(\frac{2}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}\right)$

$$= -\frac{2x\hat{i}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{2y\hat{j}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{2z\hat{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{-2}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$

$$= -\frac{2\vec{r}}{r^3} \quad (\text{Ans})$$

22. The given vector $\vec{A}$ will be solenoidal if its gradient, $\nabla\cdot\vec{A} = 0$

we know, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

Give that, $\vec{A} = 6xy^2z\,\hat{i} - 2y^3z\,\hat{j} + x^3y^2\,\hat{k}$

Now. $\nabla\cdot\vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\cdot\left(6xy^2z\,\hat{i} - 2y^3z\,\hat{j} + x^3y^2\,\hat{k}\right)$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(6xy^2z) - \frac{\partial}{\partial y}(2y^3z) + \frac{\partial}{\partial z}(x^3y^2)$$

$$= 6y^2z - 6y^2z + 0$$

$= 0$ $\therefore$ Therefore, This vector $\vec{A}$ is solenoidal.

$$-\frac{3}{2}-1 = \frac{-3-2}{2} = -\frac{5}{2}$$

(ii) L.H.S $= \nabla \cdot \left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}\right)$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left(\frac{x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right\} + \frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right\}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left\{x(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{y(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\right\} + \frac{\partial}{\partial z}\left\{z(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\right\}$$

Now, $\frac{\partial}{\partial x}\left\{x(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\right\} = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{(-3x)\cdot x}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$

$$= \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{3x^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

Similarly,

$$\frac{\partial}{\partial y}\left\{y(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\right\} = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{3y^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left\{z(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\right\} = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{3z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

Therefore, $\frac{3}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{3(x^2+y^2+z^2)}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$

CamScanner

$$= \frac{3}{r^3} - \frac{3r^2}{r^5}$$

$$= \frac{3r^2 - 3r^2}{r^5}$$

$$= \frac{0}{r^5}$$

$= 0$ ~~As~~ [should]

CamScanner

* $\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times A) - \vec{A}(\vec{\nabla}\times\vec{B})$

* Let, $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

and $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

$$\therefore \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cancel{\frac{\partial}{\partial x}}A_x & \cancel{\frac{\partial}{\partial y}}A_y & \cancel{\frac{\partial}{\partial z}}A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) - \hat{j}\left(A_xB_z - A_zB_x\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$$

L.H.S $= \vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\cdot\left\{\hat{i}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) - \hat{j}\left(A_xB_z - A_zB_x\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)\right.$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(A_xB_z - A_zB_x\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(\frac{\partial}{\partial y} \cdot A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial}{\partial x} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_x\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x\right)$$

$$\vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \left(B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}\right)\left\{\hat{i}\left(\frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x\right)\right.$$

$$= B_x\left(\frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y\right) - B_y\left(\frac{\partial}{\partial x} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_x\right) + B_z\left(\frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x\right)$$

Similarly

$$\vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = A_x\left(\frac{\partial}{\partial y} B_z - \frac{\partial}{\partial z} B_y\right) - A_y\left(\frac{\partial}{\partial x} B_z - \frac{\partial}{\partial z} B_x\right) + A_z\left(\frac{\partial}{\partial x} B_y - \frac{\partial}{\partial y} B_x\right)$$

$$R.H.S = \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B}) = \Big(B_x \frac{\partial A_z}{\partial y} - B_x \frac{\partial A_y}{\partial z} + B_y \frac{\partial A_x}{\partial z}$$

$$- B_y \frac{\partial A_z}{\partial x} + B_z \frac{\partial A_y}{\partial x} - B_z \frac{\partial A_x}{\partial y}$$

$$- A_x \frac{\partial B_z}{\partial y} + A_x \frac{\partial B_y}{\partial z} - A_y \frac{\partial B_x}{\partial z} + A_y \frac{\partial B_z}{\partial x} - A_z \frac{\partial B_y}{\partial x} + A_z \frac{\partial B_x}{\partial y}\Big)$$

Here, $A_x = A_1$, $B_x = B_1$, $A_y = A_2$, $A_z = A_3$ and $B_y = B_2$ and $B_z = B_3$

$$= \left(A_2 \frac{\partial B_3}{\partial x} + B_3 \frac{\partial A_2}{\partial x}\right) - \left(B_2 \frac{\partial A_3}{\partial x} + A_3 \frac{\partial B_2}{\partial x}\right)$$

$$+ \left(B_1 \frac{\partial A_3}{\partial y} + A_3 \frac{\partial B_1}{\partial y}\right) - \left(B_3 \frac{\partial A_1}{\partial y} + A_1 \frac{\partial B_3}{\partial y}\right)$$

$$+ \left(B_2 \frac{\partial A_1}{\partial z} + A_1 \frac{\partial B_2}{\partial z}\right) - \left(B_1 \frac{\partial A_2}{\partial z} + A_2 \frac{\partial B_1}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(A_2 B_3 - A_3 B_2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(A_3 B_1 - A_1 B_3\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_1 B_2 - A_2 B_1\right)$$

L.H.S = R.H.S [Proved]

$\cancel{= \frac{\partial}{\partial x}\left(A_2 B \right.}$.

$$\boxed{\frac{d}{\partial x}\left(uv\right) = u\frac{\partial}{\partial x}v + v\frac{\partial}{\partial x}u}$$

~~AAA~~

~~AA~~ $\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - \vec{B}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$

A-W

Here,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(A_2B_3 - A_3B_2) + \hat{j}(A_3B_1 - A_1B_3) + \hat{k}(A_1B_2 - A_2B_1)$$

L.H. $\cancel{S. = \vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left\{\hat{i}(A_2B_3 - A_3B_2)\right.}$

$\cancel{\left. + \hat{j}(A_3B_1 - A_1B_3) + \hat{k}(A_1B_2 - A_2B_1)\right\}}$

$$L.H.S = \vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})$$

$$= \left(\frac{\delta}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}\right)\left\{\left(\frac{\delta A_3}{\delta y} - \frac{\delta A_2}{\delta z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\delta A_3}{\delta y} - \frac{\delta A_1}{\delta z}\right)\hat{j} + \left(\frac{\delta A_2}{\delta x} - \frac{\delta A_1}{\delta y}\right)\hat{k}\right\}$$

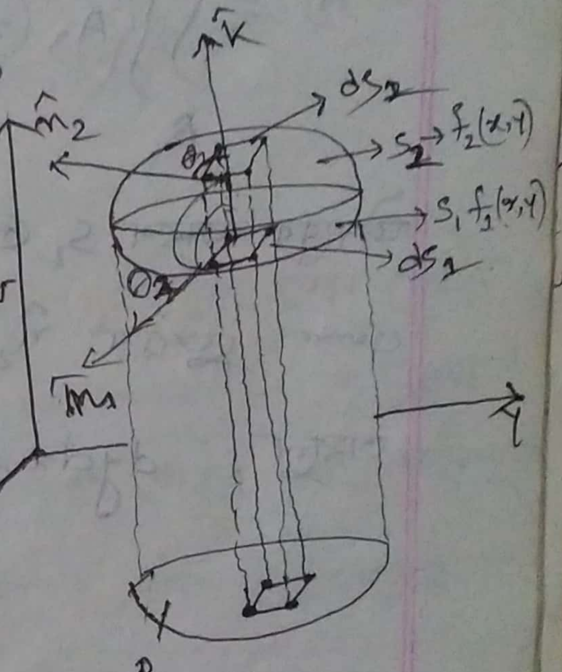
$$= \left\{\frac{\delta}{\delta x}\left(\frac{\delta A_3}{\delta y} - \frac{\delta A_2}{\delta z}\right) - \frac{\delta}{\delta y}\left(\frac{\delta A_3}{\delta y} - \frac{\delta A_1}{\delta z}\right) + \frac{\delta}{\delta z}\left(\frac{\delta A_2}{\delta x} - \frac{\delta A_1}{\delta y}\right)\right\}$$

$$= 0 - 0 + 0 = 0 = R.H.S$$

গাউস উপপাদ্য

** যদি V আয়তনের আবদ্ধ তল S হয় $\vec{A}$ ভেক্টর অবিচ্ছিন্ন অন্তরীকরণ (যোগ্য) অবস্থানের ভেক্টরের ফাংশন হয় তবে,

$$\iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{A}\,dv = \iint_S \vec{A}\cdot\hat{n}\,ds$$



যেখানে, $\hat{n}$ হলো S তলের অভিমুখে যোগাত্মকদিকে একক নরমাল।

* মনে করি, S কোন আবদ্ধ তল যে স্থানাঙ্ক অক্ষের সমান্তরাল যে কোন একটি সরলরেখা দুটি বিন্দুতে ছেদ করে, অর্থাৎ তলটি S_1 ও S_2 দুটি বিভক্ত হয়। যদি নিচের ও উপরের

* অতঃপর মনে করি $S_1 = f_1(x,y)$ ও $S_2 = f_2(x,y)$ যেখানে xy সমতলে অভিক্ষেপকে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

তাহলে R এর ক্ষেত্রফল হবে, $dx dy$

$$\iiint_V \frac{\partial A_3}{\partial z} dV = \iiint_V \frac{\partial A_3}{\partial z} dz \cdot dy \cdot dx = \iint_R \left[\int_{f_1(x,y)}^{f_2(x,y)} \frac{\partial A_3}{\partial z} dz \right] dx dy$$

$$= \iint_R \left[A_3(x,y,f_2) - A_3(x,y,f_1) \right] dy\, dx \quad \text{——— (i)}$$

উপরের অংশ S_2 এর কোন ক্ষুদ্র অংশ dS_2 এর উপর কোন লম্ব একক ভেক্টর $\hat{n}_2$ উলম্ব k এর সাথে সূক্ষ্মকোণ θ_2 উৎপন্ন করে।

তাহলে, $dy dx = dS_2 \cos\theta_2$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \cos\theta_2 \cdot dS_2$$

$$= |\hat{k}| \cdot |\hat{n}| \cos\theta_2 \, dS_2$$

$$= \hat{k} \cdot \hat{n}_2 \, dS_2$$

আবার, dS_1 এর, $dy\, dx = -\hat{k} \cdot \hat{n} \cdot dS_1$

$$= \iint_R A_3(x,y,f_2)\, dy\, dx - \iint_R A_3(x,y,f_1)\, dy\, dx$$

$$= \iint_{S_2} A_3 \hat{k}\cdot\hat{n}_2\, dS_2 + \iint_{S_1} A_3 \hat{k}\cdot\hat{n}_1\cdot dS_1 = \iint_{S} A_3 \hat{k}\cdot\hat{n}\, dS$$

$$\iiint_V \frac{\partial A_1}{\partial x}\, dV = \iint_S A_1 \hat{i}\cdot\hat{n}\, dS,$$

$$\iiint_V \frac{\partial A_2}{\partial y}\, dV = \iint_S A_2 \hat{j}\cdot\hat{n}\, dS$$

ইহাই নির্ণেয় গাউস (এর উপপাদ্য)।

স্টোকসের উপপাদ্য:-

** কোন আবদ্ধ বক্ররেখা দ্বারা ~~আবদ্ধ~~ চারিদিকে কোন ভেক্টর আপেক্ষকের স্পর্শীয় সরলরৈখিক সমাকলন। ঐ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ বক্রতলের বক্রতলের উপর ভেক্টর আপেক্ষকের কার্লের উলম্ব তলীয় সমাকলনের সমান। এটাই স্টোকসের উপপাদ্য। অর্থাৎ

$$\oint_c \vec{A}\cdot d\vec{r} = \iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot\hat{n}\, dS = \iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot d\vec{S}$$

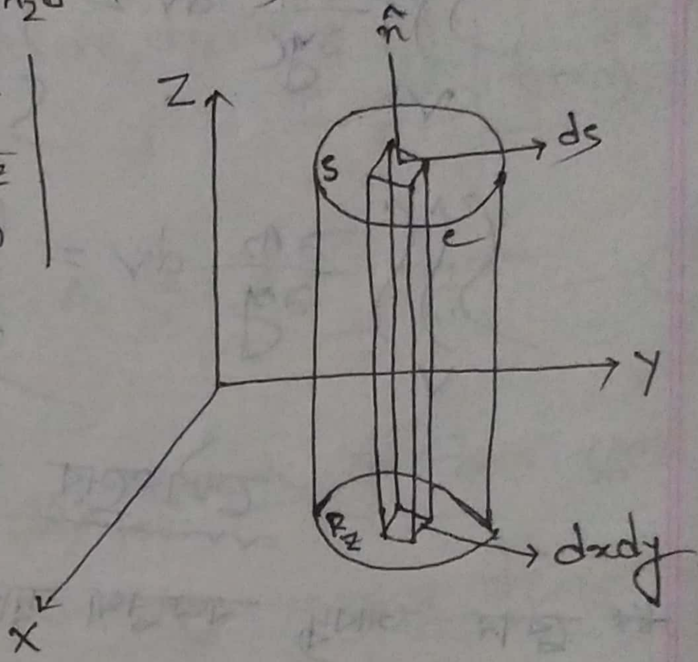
CamScanner

ধরি, S তলটিকে $z = f(x, y)$ অথবা, $x = g(y, z)$ অথবা $y = h(x, z)$

সমীকরণ আকারে প্রকাশ করা যায়।

এখানে, $\vec{A} = A_1\hat{i} + A_2\hat{j} + A_3\hat{k}$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \vec{\nabla}\times A_1\hat{i} + \vec{\nabla}\times A_2\hat{j} + \vec{\nabla}\times \vec{A_3}\hat{k}$$



$\therefore$ এখানে, $\vec{\nabla}\times A_1\hat{i} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

$$= A_1\left(\frac{\partial}{\partial z}\hat{j} - \frac{\partial}{\partial y}\hat{k}\right)$$

$$= \frac{\partial A_1}{\partial z}\hat{j} - \frac{\partial A_1}{\partial y}\hat{k}$$

এখন, $= \iint_S (\vec{\nabla}\times A_1\hat{i}).\hat{n}\, ds$

$$= \iint_S \left(\hat{j}\frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_1}{\partial y}\hat{k}\right).\hat{n}\, ds$$

$$= \iint_S \frac{\partial A_1}{\partial z}\hat{j}.\hat{n}\, ds - \iint_S \frac{\partial A_1}{\partial y}\hat{k}.\hat{n}\, ds \text{ ——— (i)}$$

ধরি, S এর সমীকরণ $z = f(x, y)$ হলে S এর যেকোন বিন্দুর অবস্থান

ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$$\Rightarrow \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + f(x, y)\hat{k}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \vec{r}}{\partial y} = \hat{j} + \frac{\partial z}{\partial y}\hat{k}$$

$$\Rightarrow \hat{n}\cdot\frac{\partial \vec{r}}{\partial y} = \hat{n}\cdot\hat{j} + \frac{\partial z}{\partial y}\,\hat{n}\cdot\hat{k}$$

$$\Rightarrow \hat{n}\cdot\hat{j} + \frac{\partial z}{\partial y}\,\hat{n}\cdot k = 0 \quad \left[\because \hat{n}\cdot\frac{\partial \vec{r}}{\partial y} = 0\right]$$

$$\Rightarrow \hat{n}\cdot\hat{j} = -\frac{\partial z}{\partial y}\,\hat{n}\cdot\hat{k}$$

এখন (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\Rightarrow \iint_S (\nabla\times A_1\hat{i})\cdot\hat{n}\,ds = \iint_S \frac{\partial A_1}{\partial z}\cdot\left(-\frac{\partial z}{\partial y}\,\hat{n}\cdot\hat{k}\right)ds - \iint_S \frac{\partial A_1}{\partial y}\,\hat{k}\cdot\hat{n}\,ds$$

$$= -\iint_S \left(\frac{\partial A_1}{\partial y}\cancel{\hat{n}\cdot\hat{k}\,d} + \frac{\partial A_1}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}\right)\hat{n}\cdot\hat{k}\,ds$$

ধরি, $\frac{\partial A_1}{\partial y} + \frac{\partial A_1}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial y}$

সুতরাং, $= -\iint_S \frac{\partial F}{\partial y}\,\hat{n}\cdot\hat{k}\,\cancel{ds}\,dx\,dy$ $[ds = dx\,dy]$

$$\Rightarrow \iint_S (\nabla\times A_1\hat{i})\cdot\hat{n}\,ds = \oint_C F\,dx = \oint_C A_1\,dx \text{ ---- (ii)}$$

একইভাবে, yz ও xz সমতলে লম্ব অভিক্ষেপ হতে আমরা লিখতে পারি

$$\Rightarrow \iint_S (\nabla\times A_2\hat{j})\cdot\hat{n}\,ds = \oint_C A_2\,dy \text{ ---- (iii)}$$

$$\Rightarrow \iint_S (\nabla\times A_3\hat{k})\cdot\hat{n}\,ds = \oint_C A_3\,dz \text{ ---- (iv)}$$

(ii), (iii) ও (iv) নং যোগ করে পাই,

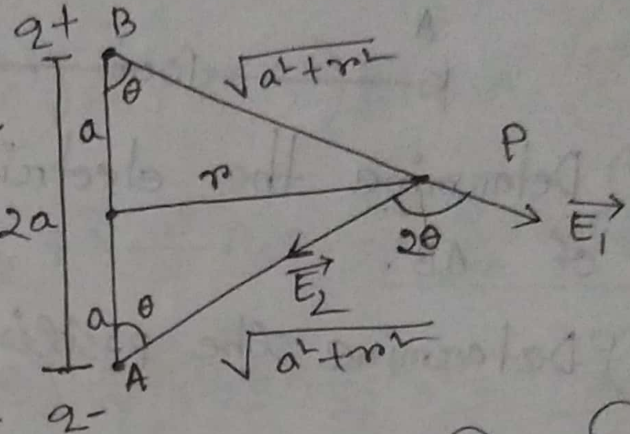
$$\Rightarrow \iint_S [\nabla\times(A_1\hat{i}+A_2\hat{j}+A_3\hat{k})]\cdot\hat{n}\,ds = \oint_C \vec{A}\cdot d\vec{r} \quad [d\vec{r} =$$

$$\Rightarrow \iint_S (\nabla\times\vec{A})\cdot\hat{n}\cdot ds \Rightarrow \oint \vec{A}\cdot\hat{n}\,ds \quad \boxed{\text{প্রমাণিত}}$$

Electricity Dipol:—

*কোন একটি তড়িৎ দ্বিমেরু এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের উপর কোন বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের মান নির্ণয়:-

Electric feild intensity:-



(+q) চার্জ এর জন্য P বিন্দুর প্রাবল্যের মান হবে:-

$$\vec{E_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{a^2+r^2}$$

(−q) চার্জ এর জন্য P বিন্দুর প্রাবল্য

$$\vec{E_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{a^2+r^2}$$

(+) চার্জ এর জন্য বাহিরের দিকে,
(−) " " " ভিতরের দিকে।

তাহলে, মোট প্রাবল্য

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$$

আবার,

$$E_1 = E_2$$

এখন,

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{E_1^2 + E_1^2 + 2E_1 \cdot E_1 \cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{2E_1^2 + 2E_1^2 \cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{2E_1^2 (1+\cos 2\theta)}$$

$$= \sqrt{4E_1^2 \cos^2\theta}$$

$$\boxed{1+\cos 2\theta = 2\cos^2\theta}$$

বা, $E = 2E_1 \cos\theta$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{a^2+r^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

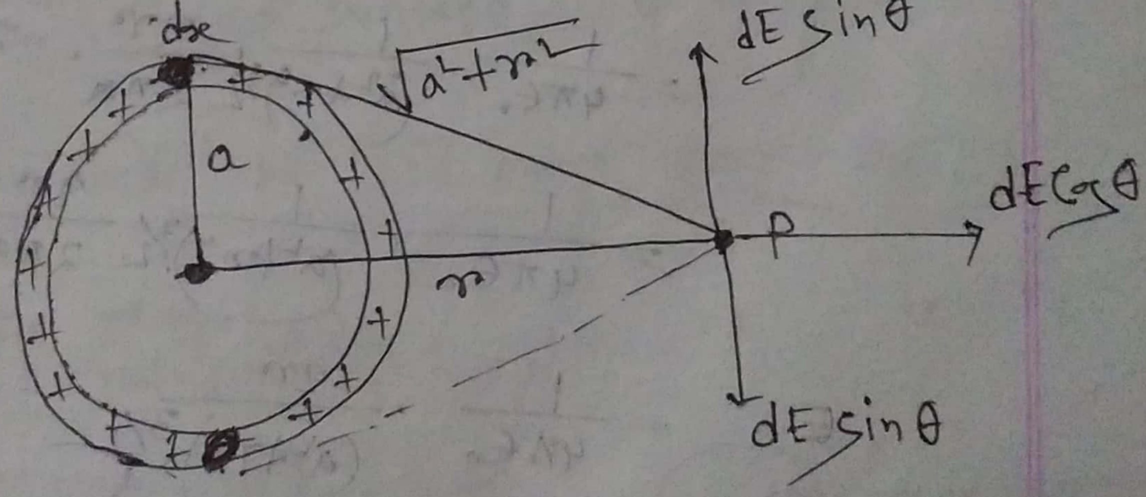
$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2aq}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

যেখানে $2aq = P \rightarrow$ Electric Dipol moment
তড়িৎ দ্বিমেরু ভ্রামক

এবং, $r >> a$ হয় তবে,

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}} \rightarrow \text{(Ans)}$$

NO-2 কোন বৃত্তাকার সাথে এর অক্ষে তড়িৎ প্রাবল্যের মান নির্ণয়:-



$2\pi a$ দৈর্ঘ্যের জন্য চার্জ q

$\therefore 1$ " " " $\frac{q}{2\pi a}$

$\therefore dx$ এর জন্য চার্জ হবে $dq = \frac{q\,dx}{2\pi a}$

$$\therefore dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{a^2+r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a^2+r^2} \cdot \frac{q}{2\pi a} \cdot dx$$

এখন, মোট তড়িৎ প্রাবল্য হবে :-

$$E = \int dE \cos\theta$$

$$= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a^2+r^2}\, dx \cdot \frac{q}{2\pi a} \times \frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(a^2+r^2)^{3/2}} \frac{qr}{2\pi a} \int dx$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(a^2+r^2)^{3/2}} \frac{qr}{2\pi a} \cdot x$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(a^2+r^2)^{3/2}} \frac{qr}{2\pi a} \cdot 2\pi a$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qr}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

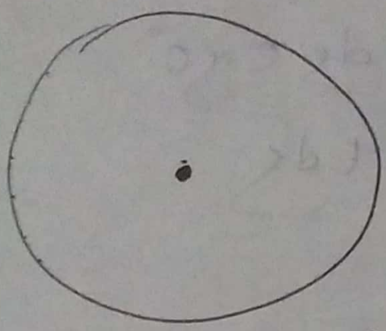
এখন যদি, $a << r$ হয়

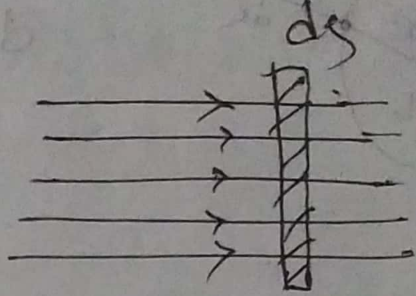
$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}} \longrightarrow \text{(Ans)}$$

2 W

** Gauses low **

** Electric flux:-





$$d\vec{\phi} = \vec{E} ds$$
$$= E ds \cos 0^\circ$$
$$\therefore \boxed{d\vec{\phi} = \vec{E} \cdot d\vec{s}} \rightarrow \text{Some part.}$$

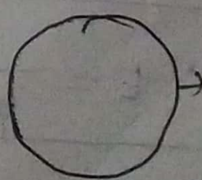
* Total part:- $\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$

* " " closed surface:- $\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$

* কুলম্ব সূত্র বিন্দু চার্জ এর ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়।

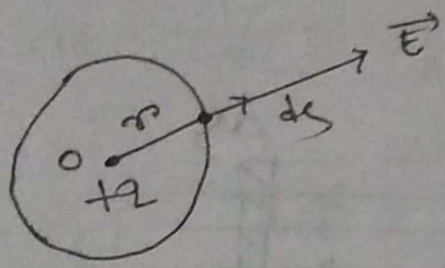
~~*~~ *গাউস ~~সূত্র~~ ~~সুষম~~ সূ॥ [illegible] " " " " ।

Stetment:- $\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$



$$\boxed{\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

Gauss law to Coulomb's law



Here,

$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{s}$

$= \vec{E}\, ds \cos 0^\circ$

$\therefore d\phi = E\,ds$

we know,

$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$

$= \oint E\,ds \cos 0^\circ$

$\phi = \oint E\,ds$

$= E \oint ds$

$s = 4\pi r^2$

$\phi = E \times 4\pi r^2$ and $\phi = \dfrac{q}{\epsilon_0}$

Then, $E \times 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\epsilon_0}$

$\Rightarrow E = \dfrac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$

$$\boxed{\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}}$$

$+1 \longrightarrow E$

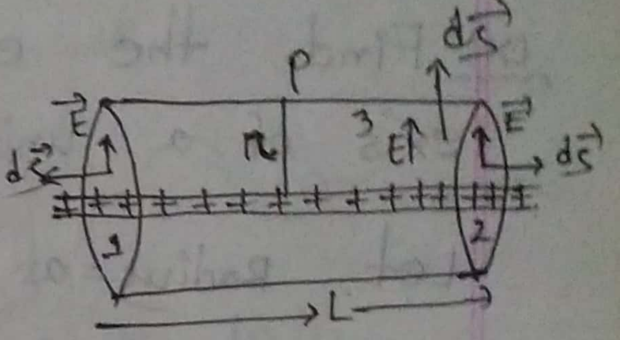
$\therefore +q_0 \longrightarrow q_0 E$

$F = q_0 E$

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2}}$$

*** Gauss's law's application:-** Find an expression for electric field intensity at a point for an infinite rod of charge:-

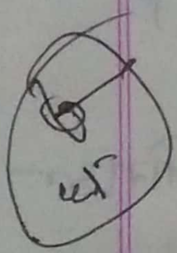
Charge per unit length: λ



$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_3 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= \int_1 E\,ds \cos 90^\circ + \int_2 E\,ds \cos 90^\circ + \int_3 E\,ds \cos 0^\circ$$



$$= 0 + 0 + E \int_3 ds$$

$$\therefore \phi = E \times 2\pi r L$$

Then, $q = \lambda L$

we know

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \times 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

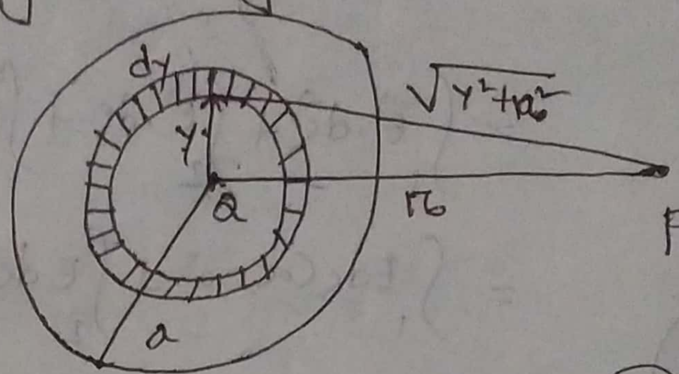
$$\boxed{\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}}$$ (Ans)

** Electric potential:- তড়িৎ বিভব:- বিন্দু চার্জের জন্য :-

$$Q \xrightarrow[r]{} \qquad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Ex:- Find the electric potential points on the axis of a uniformly charged circular disc.

Let, Radius $= a$
charge $= q$



Here, $\sigma = \frac{q}{\pi a^2}$

উপরের ক্ষেত্রফলে যে পরিমাণ চার্জ আছে তার পরিমাণকে σ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

* উপরের ক্ষেত্রফলে চার্জ $dq = \sigma \times 2\pi y\,dy$

we know, $dv = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma \times 2\pi y\,dy}{\sqrt{y^2+r^2}}$$

from, $y=0$ and $y=a$ for integration,

$$V = \int_0^a \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma \times 2\pi y\,dy}{\sqrt{y^2+r^2}}$$

$$= \frac{\sigma 2\pi}{4\pi\epsilon_0} \int_0^a \frac{y\,dy}{\sqrt{y^2+r^2}}$$

Let, $y^2+r^2 = z$
$\Rightarrow 2y\,dy = dz$
$\Rightarrow y\,dy = \frac{1}{2}dz$

y	a	0
z	y^2+r^2	r^2

limit

$$\Rightarrow V = \frac{\sigma 2\pi}{4\pi\epsilon_0}\int_{r^2}^{a^2+r^2} \frac{1}{2}\cdot\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{z}\right]_{r^2}^{a^2+r^2}$$

$$\boxed{\therefore V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{a^2+r^2} - r\right)}$$ যদি, $r \cong a$ হয়

Here, $\sqrt{a^2+r^2} = (a^2+r^2)^{1/2} = \left\{r^2\left(\frac{a^2}{r^2}+1\right)\right\}^{1/2}$

$$= r\left(a^2/r^2 + 1\right)^{1/2} = r\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{r^2} \cdots\cdots\right)$$

$r >> a$ অর্থাৎ r যদি a থেকে অনেক বড় হয় তাহলে,

$$\sqrt{a^2+r^2} = r\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$= r + \frac{a^2}{2r}$$

Then,

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(r + \frac{a^2}{2r} - r\right)$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\cdot\frac{a^2}{2r}$$ $\sigma = \frac{q}{\pi a^2}$ বসিয়ে

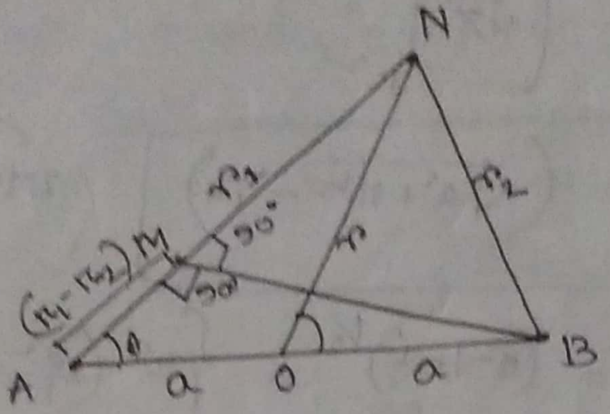
$$= \frac{1}{2\epsilon_0}\frac{q}{\pi a^2}\times\frac{a^2}{2r}$$

$$\boxed{\therefore V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r}}$$ ইহাই নির্ণেয় বিভব।

★ Electric potential due to diepole :-

$$+q \overset{2a}{\text{———}} -q$$

diepole



(r এবং θ এর উপর নির্ভর করছে বিভব এর মান)

$-q$ চার্জ এর জন্য $V_1 = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \dfrac{-q}{r_1}$ (ঋণাত্মক)

$+q$ চার্জ এর জন্য $V_2 = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \dfrac{+q}{r_2}$

তাহলে, $V = V_1 + V_2$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right)$$

চিত্র হতে, $\cos\theta = \dfrac{r_1 - r_2}{2a}$

$$\Rightarrow r_1 - r_2 = 2a\cos\theta$$

$r_1 \approx r_2 \approx r$ তাহলে $r_1 r_2 \approx r^2$

Then, $V = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \dfrac{2a\cos\theta}{r^2}$

$$\therefore V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2aq\cos\theta}{r^2}$$

তড়িৎ দ্বিমেরুর ভ্রামক $P = 2aq$

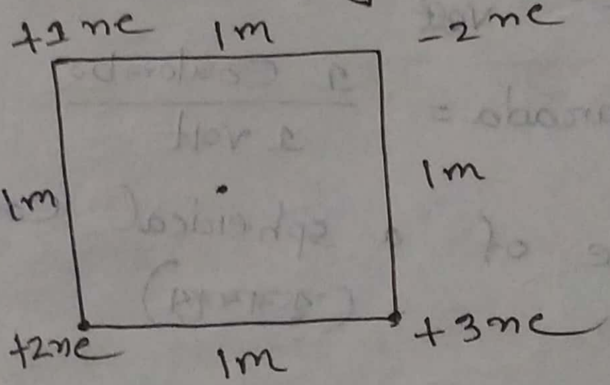
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\cancel{2a}\, P\cos\theta}{r^2}}$$

$\theta = 90^\circ$; $V = 0$

$\theta = 0^\circ$, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P}{r^2}$

$\theta = 180^\circ$, $V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P}{r^2}$

☆☆☆ What is the potential at the centers of the spheare of of the figure:-



☆ Electric Fild / Potential

☆ Gauges law

☆ capacitance

☆ I

CamScanner

* Capacitance of a a Conductor

* ধারকত্ব:- কোন পরিবাহির বিভব 1 একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমান চার্জ প্রদান করা হয় তাকে ধারকত্ব বলে।

* ধারকত্বকে C দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

আমরা জানি, $Q \propto V$

বা, $Q = CV$

$$\boxed{\text{বা, } C = \frac{Q}{V}}$$

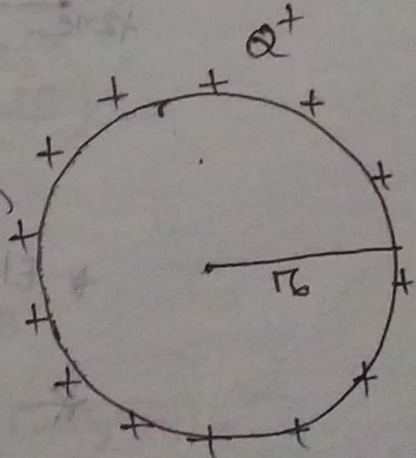
একক, $C = \frac{\text{culombo}}{\text{volt}}$ বা Farada

$$1 \text{ Farada} = \frac{1 \text{ Coulombo}}{1 \text{ volt}}$$

** Capacitance of a spherical Conductors:- (বৃত্তাকার)

we know,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$



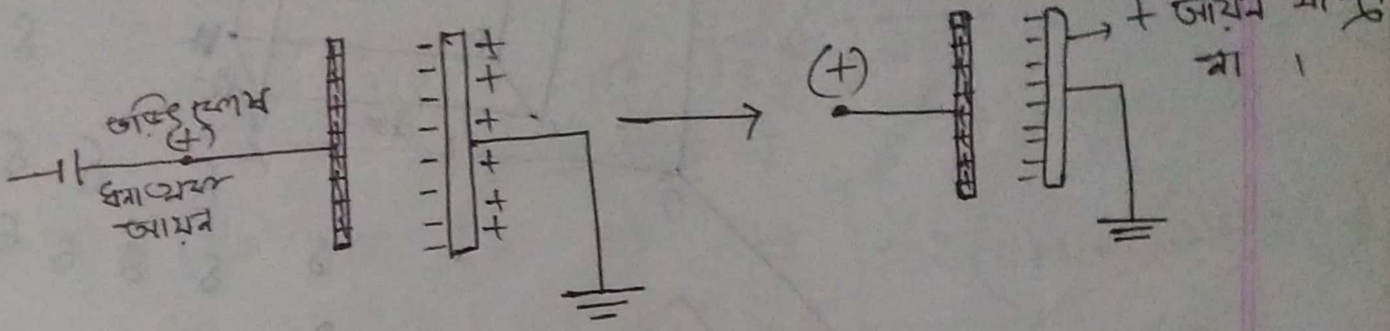
Note:- কোন পরিবাহির পৃষ্ঠে ও ভিতরে একই বিভব থাকবে।

আবার, ধারকত্ব $C = \frac{Q}{V}$

$$= \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}} \Rightarrow \boxed{C = 4\pi\epsilon_0 r}$$

CamScanner

** Capacitor **



** Capacitor of a Capacitor :-

$$C = \frac{Q}{V}$$

** কোন ধারকের বিভব পার্থক্য 1 ভোল্ট রাখতে অন্তরিত পাতে যে পরিমান চার্জ প্রদান করা হয় তাকে ধারকত্ব বলে ।

* 20 μF বলতে কি বোঝ ?

= কোন ধারকের বিভব পার্থক্য 1 ভোল্ট রাখতে অন্তরিত পাতে 20 μF চার্জ প্রদান করা হয়ে থাকে ।

৩. উদাহরণসহ পরিবাহক ও অন্তরক পদার্থের বিবরণ দাও। এদের মধ্যে পার্থক্য কর। [উত্তর সংকেত : ২.২]
(Describe with examples the conductors and the insulators. Distinguish between them.)

৪. স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে কুলম্বের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [এন.এম-২০০৩] [উত্তর সংকেত : ২.৩]
(State and explain Coulomb's law in electrostatics.)

৫. দুটি চার্জের মধ্যকার বল সম্পর্কিত কুলম্বের সূত্র লিখ এবং এর ভেক্টর রূপ বের কর।
(Write down Coulomb's law for the force acting between two charges and give its vector form.) [জা.বি. (স)-২০০৪] [উত্তর সংকেত : ২.৩]

৬. পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। এর তাৎপর্য আলোচনা কর। [উত্তর সংকেত : ২.৩]
(Define dielectric constant. Discuss its physical significance.]

৭. দেখাও যে, কুলম্বের সূত্র থেকে বলের উপরিপাতন নীতি পাওয়া যায়। [উত্তর সংকেত : ২.৩]
(Show that, the principle of superposition of force can be obtained from Coulomb's law.)

৮. দুটি আধানের উপর ক্রিয়াশীল বল ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া জোড় সৃষ্টি করে-ব্যাখ্যা কর। [উত্তর সংকেত : ২.৩]
(The force acting an two charges from action reaction pair-explain.)

৯. তড়িৎ ক্ষেত্র বলতে কী বুঝ? বিন্দু চার্জের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্রের গাণিতিক প্রকাশ দাও। [উত্তর সংকেত : ২.৪]
(What is meant by electric field? Give the mathematical expression for electric field due to a point charge.)

১০. সুষমভাবে চার্জিত লম্বা পরিবাহী তারের দরুন তড়িৎ ক্ষেত্রের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
(Deduce an expression of the electric field due to a long uniformly charged wire.)
[উত্তর সংকেত : ২.৮(২)]

১১. একটি চার্জিত রিংয়ের অক্ষের উপর অবস্থিত যে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য নির্ণয় কর।
(Find the expression for electric field at a point on the axis of a charged ring.)
[জা.বি. (স)-২০১০] [উত্তর সংকেত : ২.৮(৩)]

১২. সুষমভাবে চার্জিত অর্ধবৃত্তাকার পরিবাহীর কেন্দ্রে তড়িৎ ক্ষেত্রের গাণিতিক রাশি প্রতিপাদন কর।
(Deduce the mathmatical expression for electric field at the center of a charged hemispherical conductor.) [উত্তর সংকেত : ২.৮(৪)]

১৩. সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র কাকে বলে? তড়িৎ বলরেখার বৈশিষ্ট্যগুলো লিখ। [উত্তর সংকেত : ২.৯ + ২.৭]
(What is the uniform electric field? Write the characteristics of electric lines of force?)

১৪. তড়িৎ চতুর্পোল কাকে বলে? একটি চতুর্পোলের কেন্দ্র থেকে অক্ষের উপর r দূরত্বে তড়িৎ ক্ষেত্রের মান নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০০৯]
(What is electric quadrople? Determine the magnitude of electric field at a distance r on the axis of the quadrople from is it.)
অথবা, তড়িৎ দ্বিমেরুর অক্ষের মধ্যবিন্দু থেকে r দূরত্বে যে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ বিভব ও তড়িৎ প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১১, ২০১৩]
(Deduce an expression for the electric potential and electric intensity due to an electric dipole at a distance r from the mid point of the axis of the dipole.)
অথবা, একটি বৈদ্যুতিক কোয়াড্রোপোলের কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে কোনো বিন্দুতে অক্ষ বরাবর E এর রাশিমালা বের কর। [জা.বি. (স)-২০১৫] [উত্তর সংকেত : ২.১০]
(Derive an expression of E on the axis of the quadrupole for points distance r from its centre.)

CamScanner

১৫. তড়িৎ দ্বিমেরুর অক্ষের লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের উপর কোনো বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় কর।
(Find the electric field intensity at any point of perpendicular bisector of an electric dipole.)
[জা.বি. (স)-২০১৫] [উত্তর সংকেত : ২.১০]

১৬. তড়িৎ দ্বিমেরু ভ্রামকের ব্যাখ্যা দাও। [জা.বি. (স)-২০১২] [উত্তর সংকেত : ২.১০]
(Give explanation of electric dipole momentum.)

১৭. তড়িৎ দ্বিমেরু কাকে বলে? চার্জিত একটি রিং এর অক্ষের উপর অবস্থিত যে কোন বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ২.১০ + ২.৮(৩)]
(What is electric dipole? Deduce the expression for electric field intensity at a point on the axis of a charged circular ring of wire.)

১৮. তড়িৎ দ্বিপোলের ক্ষেত্রে দেখাও যে, বিভব শক্তি $U = -\vec{P}.\vec{E}$;এখানে চিহ্নগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।
অথবা, দেখাও যে, $U = -\vec{P}.\vec{E}$;যখানে চিহ্নগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [জা.বি. (স)-২০১২]
(Show that in an electric dipole, potential energy $U = -\vec{P}.\vec{E}$, where the symbols have their usual meaning.) [জা.বি. (স)-২০১৫] [উত্তর সংকেত : ২.১১]

১৯. সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু স্থাপন করলে কী ঘটে তা ব্যাখ্যা কর। [উত্তর সংকেত : ২.১১]
(Explain what happens when an electric dipole be placed in a uniform electric field.

২০. দেখাও যে, $\vec{E}$ সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু স্থাপন করলে টর্ক $\vec{\Gamma} = \vec{P}\times\vec{E}$ হয়, এখানে চিহ্নসমূহ প্রচলিত অর্থ বহন করে। [জা.বি. (স)-২০১১] [উত্তর সংকেত : ২.১১]
(Show that, the torque on an electric dipole in uniform electric field $\vec{E}$ is $\vec{\Gamma} = \vec{P}\times\vec{E}$, where $\vec{P}$ is the dipole moment.)
অথবা, সুষম তড়িৎ ক্ষেত্রের একটি তড়িৎ দ্বিমেরু স্থাপন করলে দেখাও যে, ক্রিয়াশীল টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{P}\times\vec{E}$ যেখানে তড়িৎসমূহ প্রচলিত অর্থ বহন করে। [জা.বি. (স)-২০১৪, ২০১৬]
(An electric dipole is placed in an uniform electric field, show that the acting Torque $\vec{\tau} = \vec{P}\times\vec{E}$, where the symbols have their usual meaning.)

২১. গসের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [উত্তর সংকেত : ২.১২]
(State Gauss's law and explain it.)

২২. গসের সূত্রের ব্যবকলন রূপ প্রতিপাদন কর। [জা.বি. (স)-২০০৯] [উত্তর সংকেত : ২.১২]
(Establish the differential form of Gauss's law in the case of static electric field.)
অথবা, স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে গসের সূত্রের ব্যবকলনীয় সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। [জা.বি. (স)-২০১২, ২০১৬]
(Establish the differfntial form of Gauss's law in the case of static electric field.)
অথবা, স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রে গসের সূত্র বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [জা.বি. (স)-২০১৫, ২০১৭]
(State and prove Gauss' law in a static electric field.)

২৩. গসের সূত্র থেকে পঁয়সনের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। [জা.বি. (স)-২০০৯] [উত্তর সংকেত : ২.১২]
(Establish Poisson's equation from Gauss's law.)

CS CamScanner

২৪. দেখাও যে, গসের সূত্র থেকে কুলম্বের সূত্র প্রতিপাদন করা যায়।

(Obtain Coulomb's law from Gauss's law.) [জা.বি. (স)-২০১১, ২০১৩] [উত্তর সংকেত : ২.১৩(১)]

অথবা, গসের সূত্র থেকে কুলম্বের সূত্রে প্রতিপাদন কর। [জা.বি. (স)- ২০১৬]

(Obtain Coulomb's law from Gauss's law.)

২৫. কুলম্বের উপপাদ্য কাকে বলে? গসের সূত্র থেকে কুলম্ব উপপাদ্য প্রতিপাদন কর। [উত্তর সংকেত : ২.১৩(২)]

(What is Coulomb's theorem? Deduce Coulomb's theorem from Gauss's theorem.)

২৬. গসের সূত্র প্রয়োগ করে সুষমভাবে চার্জিত একটি লম্বা চোঙের সন্নিকটে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় কর।

(Applying Gauss's law to find the electric field near a long charged cylinders.)

[উত্তর সংকেত : ২.১৩(৪)]

২৭. গসের সূত্র প্রয়োগ করে λ চার্জ ঘনত্বের এবং অসীম দৈর্ঘ্যের চার্জ রেখা থেকে r দূরত্বের তড়িৎ ক্ষেত্রের মান E নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১০, ২০১৭] [উত্তর সংকেত : ২.১৩(৫)]

(Applying Gauss's law find the electric field near a charged plane conductor.)

২৮. একটি অসীম দৈর্ঘ্যের রৈখিক চার্জ ঘনত্ব λ coulm^{-1}, দণ্ডের সব বিন্দুর জন্য এই মান ধ্রুবক হলে দণ্ড থেকে r দূরত্বে তড়িৎ প্রাবল্য বের কর। [জা.বি. (স)-২০১০, ২০১৩, ২০১৭] [উত্তর সংকেত : ২.১৩ (৫)]

(Calculate the electric field at a distance r from an indinite long rod of charge density λ coulm^{-1}.)

২৯. গসের সূত্র বিবৃত কর। এটি প্রয়োগ করে চার্জিত সমতল পরিবাহীর সন্নিকটে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় কর।

(State Gauss's law apply it to find the electric field near a charged plane conductor.)

[উত্তর সংকেত : ২.১৩ (৬)]

৩০. গসের সূত্র প্রয়োগ করে দুটি সমান্তরাল চার্জিত পরিবাহীর জন্য তড়িৎ প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় কর।

(Apply Gauss's law to find the expression for the intensity of electric field due to two parallel charged conductor.) [উত্তর সংকেত : ২.১৩ (৭)]

৩১. কোনো গোলীয় এলাকার চার্জের আয়তনিক বিন্যাসের দরুন তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় কর। [জা.বি.(স)-২০১৭]

(Find the electric field due to the volume distribution of charge in a spherical region.)

[উত্তর সংকেত : ২.১৩ (৮)]

৩২. চার্জিত পরিবাহীর পৃষ্ঠের উপর ক্রিয়াশীল যান্ত্রিক বলের রাশি নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ২.১৩ (৯)]

(Find the expression for the mechanical force on the surface of a charged conductor.)

৩৩. তড়িৎ ক্ষেত্রের সাথে তড়িৎ বিভরের সম্পর্ক প্রতিপাদন কর। [উত্তর সংকেত : ২.১৬]

(Establish a relation of electric potential with electric field.)

৩৪. তড়িৎ ক্ষেত্র প্রাবল্য ও তড়িৎ বিভবের মধ্যে সম্পর্ক $\vec{E} = -\Delta V$ আকারে প্রকাশ কর।

(Establish the relation $\vec{E} = -\Delta V$ between electric field intensity and electric potential.)

[জা.বি. (স)-২০১০, ২০১২] [উত্তর সংকেত : ২.১৬]

৩৫. q চার্জ থেকে r দূরত্বে কোনো বিন্দুতে বৈদ্যুতিক বিভব নির্ণয় কর।

(Calculate electric potential at a distance r from a point charge q.)

[জা.বি. (স)-২০১৪] [উত্তর সংকেত : ২.১৮(১)]

CamScanner

৩৬. সুষমভাবে চার্জিত একটি গোলাকার পরিবাহীর জন্য বৈদ্যুতিক বিভবের রাশিমালা বের কর।

(Find the expression of eletric potential due to a uniformly charged spherical conductor.)

[জা.বি. (স)-২০০৯] [উত্তর সংকেত : ২.১৮ (২)]

৩৭. সুষমভাবে চার্জিত একটি (চাকতির পৃষ্ঠ চার্জ ঘনত্ব σ) বহিস্থ কোন বৃত্তাকার চাকতির অক্ষের উপর বিভিন্ন বিন্দুতে তড়িৎ বিভব নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১২] [উত্তর সংকেত : ২.১৮ (৩)]

(Determine the electric potential at a point on the axis of a uniformly charge thin circular disc.)

৩৮. দেখাও যে, গোলাকার পরিবাহীর ধারকত্ব এর ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক। [উত্তর সংকেত : ২.২০]

(Show tha,t the capacitance of a spherical conductor is proportional to its radius.)

৩৯. কোন ধারকের পাতদ্বয়ের মধ্যে একখণ্ড পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ প্রবেশ করলে কী ঘটে?

(If the space between the plates of a capacitor are filled by a non-conducting material, what will be the result?) [জা.বি. (স)-২০১১] [উত্তর সংকেত : ২.২১]

৪০. পরাবিদ্যুতের উপস্থিতিতে সমান্তরাল পাত ধারকের ধারকত্বের রাশিমালা বের কর।

(Deduce an expression for the capacity of a parallel plate conductor.)

[জা.বি. (স)-২০১২, ২০১৪, ২০১৬] [উত্তর সংকেত : ২.২২(১)]

অথবা, একটি সমান্তরাল পাত ধারকের ধাকরত্বের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

(Deduce an expression for the capacity of a parallel plate capacitor.)

৪১. গোলাকৃতি ধারকের ধারকত্বের রাশিমালা নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ২.২২(২)]

(Find the expression for the capacity of a spherical conductor.)

৪২. বেলনাকার ধারকের রাশিমালা নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১৫] [উত্তর সংকেত : ২.২২(৩)]

(Derive the expression of capacitance of a cylindrical capacitor.)

৪৩. স্থির তড়িৎক্ষেত্রে চার্জিত ধারকের সঞ্চিত শক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

(Derive an expression for the stored energy of a charged capacitor in a static electric field.)

[জা.বি. (স)-২০১৪, ২০১৫, ২০১৭] [উত্তর সংকেত : ২.২৩]

অথবা, স্থির বিদ্যুৎ ক্ষেত্রে চার্জিত কোন ধারকের সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১১]

(Derive an expression for the stored of a charged capacitor in electrostatic.)

৪৪. ধারকের শ্রেণি ও সমান্তরাল সমবায়ের সমতুল্য ধারকত্ব নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ২.২৪(১) + (২)]

(Find the equivalent capacitance for the combination of capacitors in series and in parallel.)

৪৫. পারমাণবিক দৃষ্টিকোণ থেকে পরাবিদ্যুৎ এর ব্যাখ্যা দাও। [জা.বি. (স)-২০১৩] [উত্তর সংকেত : ২.২৫]

(Explain dielectric in an atomic view.)

৪৬. তড়িৎক্ষেত্রে স্থাপিত একটি পরাবিদ্যুৎ ঐ ক্ষেত্রে প্রাবল্য হ্রাস করতে প্রয়াসী হয়"-ব্যাখ্যা কর।

(A dielectric on the electric field tends to weaken the original field-explain.)

[জা.বি. (স)-২০১৩] [উত্তর সংকেত : ২.২৫]

৪৭. একটি পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে তড়িৎ বিভব ও তড়িৎক্ষেত্র সূচক রাশি প্রতিপাদন কর। [উত্তর সংকেত : ২.২৭]

(Derive the expression indicating electric potential and electric field in a dielectric medium.)

CamScanner

৪৮. ডাইইলেকট্রিকের উপস্থিতিতে গসের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিষ্ঠা কর।

(Establish the mathematical expression for Gauss's law in presence of a dielectric.)

[জা.বি. (স)-২০১০, ২০১২] [উত্তর সংকেত : ২.২৮]

৪৯. তড়িৎ ভেক্টর $\vec{E}, \vec{D}$ এবং $\vec{P}$ এর সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে গসের সূত্র $\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho$ ।

(Define electric vectors $\vec{E}, \vec{D}$ and $\vec{P}$. Show that, in dielectric medium Gauss's law is $\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho$.)

[উত্তর সংকেত : ২.২৮]

গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক সমস্যাবলি

১. একটি হিলিয়াম নিউক্লিয়াসের চার্জ 2e এবং একটি নিয়ন নিউক্লিয়াসের চার্জ 10e। নিউক্লিয়াসদ্বয় বায়ুতে 3nm দূরে অবস্থিত। এদের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান ও প্রকৃতি নির্ণয় কর।
($1nm = 10^{-9}m$) (The charge of helium nucleus is $2e$ and that of neon nucleus is 10e. The nucleiare situated at 3nm in air. Find the magnitude and nature of the force acting between them.)

[উত্তর সংকেত : 5.12×10^{-16} N; বিকর্ষণধর্মী]

২. কোনো মাধ্যমে 1 মিটার দূরত্বে অবস্থিত দুটি 1 কুলম্ব চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কর। মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক 1.5।

[উত্তর সংকেত : 6×10^{9} N]

(Find the force acting between 1 coulomb charges placed 1m apart in a medium. Dielectric constant of the medium is 1.5.)

৩. হাইড্রোজেন পরমাণুতে ইলেকট্রন ও প্রোটনের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.53Å ধরে এদের মধ্যকার স্থির তড়িৎ আকর্ষণ বল নির্ণয় কর।

[উত্তর সংকেত : 8.2×10^{-8} N]

(Assume the distance between the electron and the proton in hydrogen atom to find the electrostatic force between them.)

৪. 7×10^{6} কুলম্বের দুটি সমান ও বিপরীতধর্মী চার্জ বায়ু মাধ্যমে পরস্পর থেকে কত দূরে অবস্থান করে একে অপরকে 500 গ্রাম-ওজনের বলে আকর্ষণ করে?

[উত্তর সংকেত : 3×10^{4} m]

(At what distance the two equal and opposite charges of 7×10^{6} coulomb be placed so that they attract by the force of $500gm-wt$?)

৫. r দূরে অবস্থিত 5×10^{5} কুলম্বের দুটি সমান ও বিপরীতধর্মী চার্জের মাঝে আকর্ষণ বলের মান 4.5 নিউটন। r-এর মান কত?

[উত্তর সংকেত : 2.24×10^{11} m]

(The force of attraction between two equal and opposite charges of magnitude 5×10^{5} coulomb is 4.5 Newton when the distance between them is r. What is the magnitude of r?)

৬. একই বিন্দু হতে প্রত্যেকটি m ভরের দুটি সর্বসম তড়িতাহিত বল দুটি সিল্কের সুতা দ্বারা ঝুলানো আছে। সুতাদ্বয়ের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য l এবং বলদ্বয়ের প্রত্যেকের চার্জ q। ক্ষুদ্র কৌণিক দূরত্বের জন্য বল দুটির পারস্পরিক দূরত্ব নির্ণয় কর।

[উত্তর সংকেত : $\left(\frac{q^2 l}{2\pi\sum\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}$]

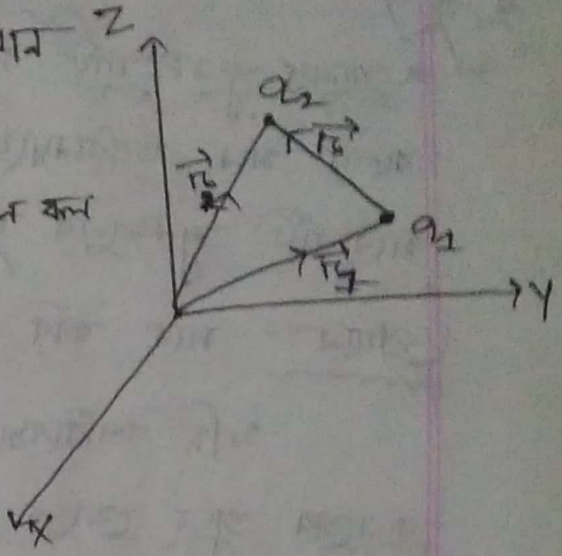
(Two balls of mass m and equally charged be hung by thread of silk from a point. Each thread has length l and each ball has charge q. For small angular distance find the distance between the balls.)

CamScanner

** কুলম্বের সূত্রের ভেক্টর মাধ্যমে ব্যাখ্যা: **

চার্জ ও বল

মূল বইয়ের → (৫ নং)



ধরা যাক কোন মাধ্যমে q_1 ও q_2 চার্জের অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_1}$ ও $\vec{r_2}$

q_1 চার্জের জন্য q_2 চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বল

$$\vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}\times\frac{\vec{r}}{r}$$

$$\therefore \vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^3}\times\vec{r} \quad \text{(i)}$$

q_2 চার্জের জন্য q_1 চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$\vec{F_1} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^3}\cdot\vec{r} \quad \text{(ii)}$$

(i) ও (ii) নং হতে লিখা যায়,

$\vec{F_2} = -\vec{F_1}$ অর্থাৎ, ক্রিয়া = প্রতিক্রিয়া।

চিত্র হতে পাই, $\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$

$\Rightarrow |\vec{r}| = |\vec{r_2} - \vec{r_1}|$

q_1 চার্জের জন্য q_2 উপর ক্রিয়াশীল বল, $\vec{F_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|^3}(\vec{r_2} - \vec{r_1})$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{(\vec{r_2} - \vec{r_1})}{|\vec{r_2} - \vec{r_1}|^3}$$

আবার,

q_2 চার্জের জন্য q_1 এর উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$\vec{F_1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{(r_1 - r_2)}{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|^3}$$

ইহাই কুলম্বের সূত্র।

গুন বইয়ের ৭ নং:-

কুলম্বের সূত্র :- প্রতিপাদন

কুলম্ব সূত্র:- দুটি স্থির আধানের মধ্যে কার্যকর আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান আধানদ্বয়ের গুণফলের সমানুপাতিক এবং আধানদ্বয়ের মধ্যবর্তী গুনফলের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

প্রমাণ:- মনে করি, q_1, q_2 দুটি বিন্দু আধান যা r দূরত্বে অবস্থিত। যদি আধানদ্বয়ের আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান F হয়। তবে কুলম্বের সূত্র থেকে পাই,

q_1 •———— r ————• q_2

যখন, r স্থির থাকবে,

$$F \propto q_1 q_2$$

যখন, q_1 ও q_2 স্থির থাকবে তখন

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

যখন, q_1, q_2 ও r পরিবর্তনশীল হবে তখন,

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$ [যেখানে k একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক]

$\Rightarrow$ k হলো যেকোন মাধ্যমে ভেদনযোগ্যতা।

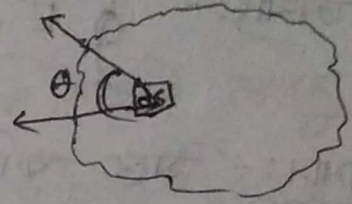
যেখানে, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$\boxed{\therefore F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}}$$ → ইহাই নির্ণেয় কুলম্বের সূত্র যা দুটি আধানের আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান নির্দেশ করে।

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

গাউসের উপপাদ্য থেকে কুলম্ব উপপাদ্য প্রতিপাদন:— (3)

* গাউসের উপপাদ্য:- কোন পরিবাহির বদ্ধতল থেকে নির্গত মোট তড়িৎ ফ্লাক্সের ঐ পরিবাহির আধানের $\frac{1}{\epsilon}$ গুন।



এক্ষেত্রে তড়িৎ ক্ষেত্র যদি $\vec{E}$ হয় হয় Q আধানের জন্য. তবে

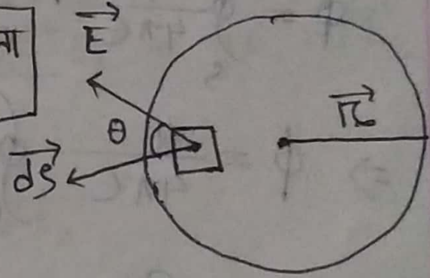
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon}$$

যদি $\vec{E}$ সুষম হয়

$$\vec{E}\oint d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon}$$

তাহলে r ব্যাসার্ধের গোলকের ক্ষেত্রে:

$$|\vec{E}|\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon}$$ [শুধুমাত্র মান বিবেচনা করে পাই]



$$\Rightarrow E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$\boxed{\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon}\cdot\frac{Q}{r^2}}$$

$$\boxed{\oint d\vec{s} = 4\pi r^2}$$

$$\Rightarrow Eq = \frac{1}{4\pi\epsilon}\cdot\frac{Qq}{r^2}$$

$$\therefore \boxed{F = \frac{1}{4\pi\epsilon}\cdot\frac{Qq}{r^2}}$$

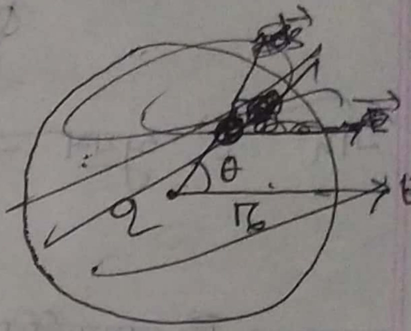
ইহাই হলো Q এবং q আধানের মধ্যে ক্রিয়াশিল কুলম্ব বল।

** গাউসের উপপাদ্যের বিবৃতি ও প্রমান:— (৬)

বিবৃতি:- কোন বদ্ধতলের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত মোট তড়িৎ ফ্লাক্স ঐ তলের মধ্যে অবস্থিত আধানের $\frac{1}{\epsilon}$ গুন।

অর্থাৎ:- $\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon}$

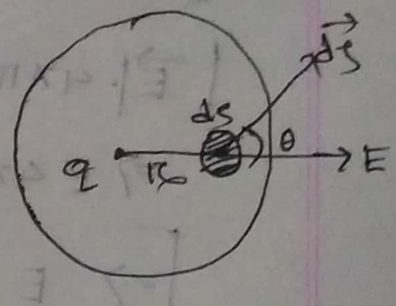
প্রমান:- মনে করি s কোন বদ্ধ তলের মধ্যে q চার্জ বিদ্যমান তাহলে, তড়িৎ ফ্লাক্সের সংজ্ঞানুসারে:-



$$\phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint_s E\, ds \cos\theta$$

আমরা জানি, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$

$$\phi = \oint_s \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\, ds\cos\theta$$



$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon}\oint_s \frac{ds\cos\theta}{r^2}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon}\times\frac{4\pi r^2}{r^2} \quad \left[\oint ds\cos\theta = 4\pi r^2\right]$$

বা, $\phi = \frac{q}{\epsilon}$ যেখানে, $\left[\phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{s}\right]$

$$\left[\Rightarrow \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon}\right]$$ — প্রমানিত,

মূল বইয়ের

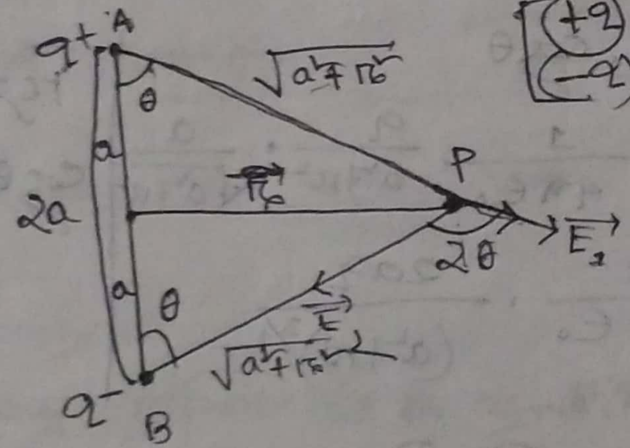
~~অক্ষের উপর যেকোন বিন্দুতে প্রাবল্যের প্রতিপাদন:~~~

১৪ নং

৩ নং

প্রশ্ন: কোন একটি তড়িৎ দ্বিমেরুর এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের উপর যেকোন বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্যের মান নির্ণয়:—

সমাধান:— মনে করি, A ও B প্রান্তের একটি তড়িৎ দ্বিমেরু যার A ও B প্রান্তে +q ও −q চার্জ। তড়িৎ দ্বিমেরুর দৈর্ঘ্য 2a। এবং এই তড়িৎ দ্বিমেরুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের উপর যেকোন একটি বিন্দু P যার তড়িৎ প্রাবল্যের মান নির্ণয় করতে হবে।



(+q) চার্জ এর জন্য $\vec{E_1}$ বাহিরে
(−q) " " " $\vec{E_2}$ ভিতরে

(+q) চার্জের জন্য P বিন্দু মান হবে প্রাবল্যের:-

$$\vec{E_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2+r^2}$$

এবং
(−q) চার্জের জন্য P বিন্দুর প্রাবল্যের মান হবে:-

$$\vec{E_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2+r^2}$$

তাহলে মোট প্রাবল্য $\vec{E} = E_1 + E_2$

আবার, $E_1 = E_2$ হলে,

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_1\cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{2E_1^2 + 2E_1^2\cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{2E_1^2(1+\cos 2\theta)}$$

$$= \sqrt{4E_1^2\cos^2\theta} \quad [1+\cos 2\theta = 2\cos^2\theta]$$

$$E = 2E_1\cos\theta$$

$$= 2\cdot\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2+r^2}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2aq}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

চিত্র হতে,

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

আমরা জানি, তড়িৎ দ্বিমেরু ভ্রামক $p = 2aq$

~~আর~~ এবং $r >> a$ হয় তাহলে

$$\left[E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{p}{r^3}\right]$$

ইহাই নির্ণেয় তড়িৎ প্রাবল্য তড়িৎ দ্বিমেরুর লম্ব সমদ্বিখন্ডকের উপর।

* $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$

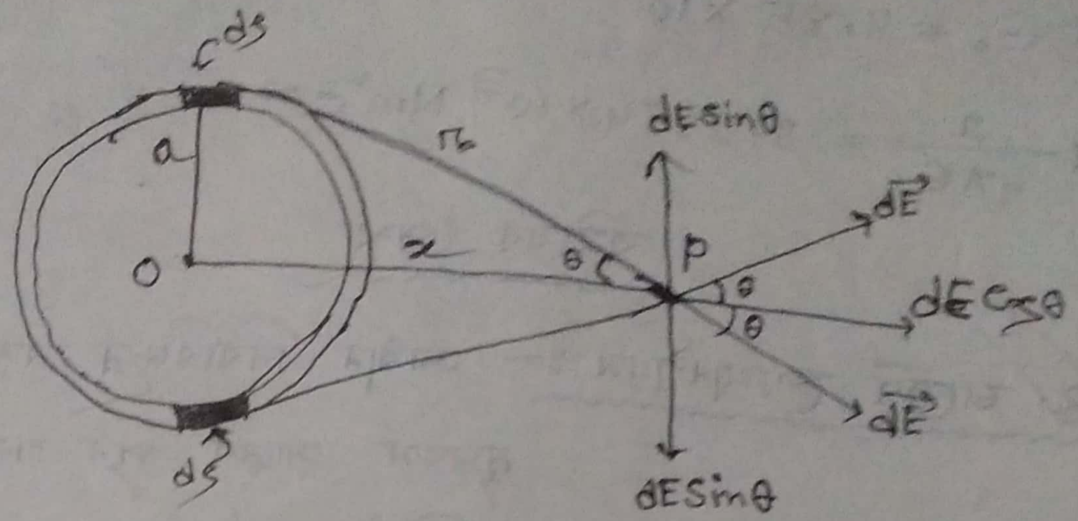
* $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9874 \times 10^9\ Nm^2C^{-2}$

বইয়ের প্রশ্ন

** ২. চার্জের কোয়ান্টায়ন :– আধান নিরবিচ্ছিন্ন নয় বরং একটি ন্যূনতম মানের পূর্ণ সংখ্যার গুণিতক। এ ন্যূনতম চার্জ হচ্ছে একটি ইলেকট্রন বা একটি প্রোটনের চার্জ এবং এর মান হবে 1.602×10^{-19} কুলম্ব। এটিই হলো আধানের কোয়ান্টায়ন।

২২/ ** একটি চার্জিত রিং এর অক্ষের উপর কোন বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয়–

সমাধান:– O, কেন্দ্র বিশিষ্ট ও a ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি চার্জিত রিং কল্পনা করি যার অক্ষের উপর P বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় করতে হবে। রিংটির মোট চার্জ q হলে একটি ক্ষুদ্র অংশ ds -এর জন্য চার্জ হবে $\left(\frac{q\,ds}{2\pi a}\right)$ এখন ds এ চার্জের জন্য উক্ত হতে r দূরে প্রাবল্য dE হলে উহাকে উলম্ব উপাংশ $dE \sin\theta$ এবং আনুভূমিক উপাংশ $dE \cos\theta$ বিশ্লেষণ করা হয় যেহেতু উলম্ব উপাংশ দুটি পরস্পরকে নাকচ করে দেয়। সুতরাং



∴ P বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য হবে $E=\int dE\cos\theta$ —— (i)

এখানে, $dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q\,ds}{2\pi a}\right)\cdot\frac{1}{r_0^2}$

আবার চিত্রানুসারে, $\cos\theta = \frac{x}{r_0}$

$$= \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} \quad \left[\because r_0^2 = x^2+a^2\right]$$

এখন,
(i) নং হতে পাই,

$$E = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\left(\frac{q\,ds}{2\pi a}\right)\cdot\frac{1}{(x^2+a^2)}\,\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{qx}{2\pi a\times(x^2+a^2)^{3/2}}\int ds$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{qx}{2\pi a\times(x^2+a^2)^{3/2}}\cdot 2\pi a \quad \left[\because \int ds = 2\pi a\right]$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

যদি $x >>> a$ হয় তাহলে

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qx}{(x^2)^{3/2}}$$

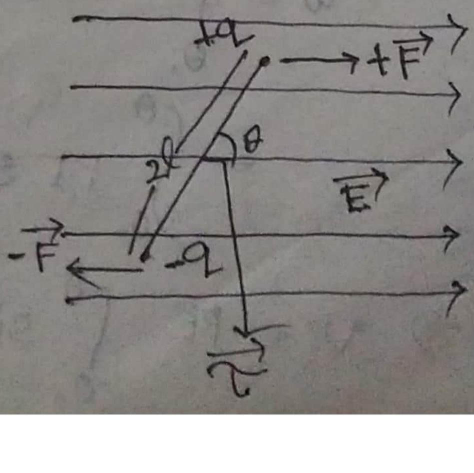
$$\boxed{\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{x^2}}$$

ইহাই নির্ণেয় তড়িৎ প্রাবল্য।

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর :— 20 নং

মনে করি, $+q$ ও $-q$ চার্জ দুটি পরস্পর হতে $2l$ দূরত্ব করে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু তৈরি করে। উক্ত তড়িৎ দ্বিমেরুর দ্বিমেরু ভ্রামকের হলো $P = 2lq$

ধরা যাক দ্বি-মেরুটিকে একটি বিদ্যুতিক ক্ষেত্র $\vec{E}$ এর মধ্যে স্থাপন করা হলো। দ্বি-মেরু ভ্রামক $\vec{P}$, বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র $\vec{E}$ এর সাথে একটি কোণ θ উৎপন্ন করে। ফলে দুটি সমান ও বিপরীত বল $+F$ ও $-F$ ক্রিয়াশীল থাকবে।



সুতরাং, ক্রিয়াশীল টর্ক $\tau = F.(2l\sin\theta)$

$$\Rightarrow \tau = 2lF\sin\theta$$

$$\Rightarrow \tau = 2lqE\sin\theta \quad [\because F = qE]$$

$$\Rightarrow \tau = \vec{P}E\sin\theta \quad [\because P = 2lq]$$

∴ ভেক্টর রূপে প্রকাশ করে পাই,

$$\boxed{\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{P}\times\vec{E}}$$

২০নং প্রশ্নের উত্তর এই পর্যন্ত।

সঞ্চিত শক্তিঃ- বহিঃস্থ একটি বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রে একটি তড়িৎ দ্বিমেরু স্থাপন করলে সেটি একটি টর্ক অনুভব করে। ফলে দ্বিমেরুটি ক্ষেত্র বরাবর চলে আসবে। এই দিক পরিবর্তন করাতে হলে বাহ্যিক সিস্টেম কর্তৃক কাজ করতে হবে যার কিছু বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকবে। যদি তড়িৎ দ্বি-মেরুকে θ_0 থেকে θ কোণে ঘুরিয়ে স্থাপন করতে হয় তাহলেঃ-

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau\, d\theta = U$$

$$= \int_{\theta_0}^{\theta} PE\sin\theta . d\theta \quad [\tau = PE\sin\theta$$

$$\Rightarrow U = PE\int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta\, d\theta$$

$$\Rightarrow U = PE\left[-\cos\theta\right]_{\theta_0}^{\theta}$$

$$= PE\left(\cos\theta_0 - \cos\theta\right)$$

$$\therefore U = PE\cos\theta_0 - PE\cos\theta \quad \text{——(i)}$$

এটাই স্থিতি শক্তির পরিমাণ।

যদি আদি অবস্থায় $\theta_0 = 90^\circ$ হলে

(i) নং হতে পাই

$U = -PE\cos\theta$ ভেক্টর সূত্রানুসারে

$\boxed{\Rightarrow U = -\vec{P}\cdot\vec{E}}$ $\boxed{\vec{P}\cdot\vec{E} = PE\cos\theta}$

[প্রমাণিত]

22

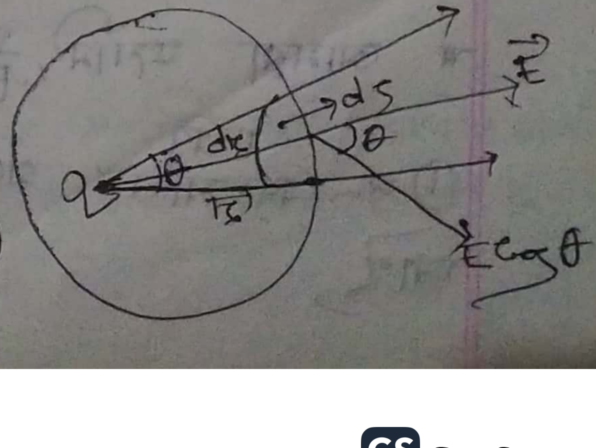
২২ নং প্রশ্নের উত্তর

* স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে গাউসের সূত্রের ব্যবকলনী সমীকরণ:-

সমাধান: ধরি, q পরিমাণ চার্জ v আয়তনে s তলক্ষেত্র দ্বারা আবদ্ধ হলে, v আয়তনে চার্জ ঘনত্ব ρ হলে,

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int \rho\, dv \quad \text{——(iv)}$$



(4) নং সমীকরণের বামপাশে গসের ডাইভারজেন্স সূত্র প্রয়োগ করে পাই:-

$$\epsilon_0 \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E}\, dv = \int_V \rho\, dv$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E}\, dv - \int_V \rho\, dv = 0$$

$$\Rightarrow \left(\epsilon_0 \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{E} - \rho\right) \cdot \int_V dv = 0$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}} \quad \text{——— (v)}$$

ইহাই গসের সূত্রের ব্যবকলনীয় সমীকরণ।

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

সমাধান:- এর আগে গসের ব্যবকলনীয় সূত্র প্রতিষ্ঠা করে তারপর পরবর্তি অংশ করতে হবে। অর্থাৎ (22) নং করে তারপর পয়সনের -লাপ্লাস সূত্র করতে হবে:-

* আমরা জানি, $\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot V$ ——— (i)

(i) নং এর E এর মান গসের ব্যবকলনীয় সূত্রে প্রয়োগ করে পাই,

$$\vec{\nabla}.-\vec{\nabla}.V=\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}^2 V=-\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

ইহাই নির্ণেয় পয়সনের সমীকরণ।

~~***~~ ল্যাপ্লাসের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা :—

এই সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করার আগে পয়সনের ~~সূত্র~~ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করতে হবে :-

সমাধান :- যদি কোন আবদ্ধ ক্ষেত্রে চার্জ না থাকে তাহলে $\rho=0$ হয়, তাহলে আমরা পাই,

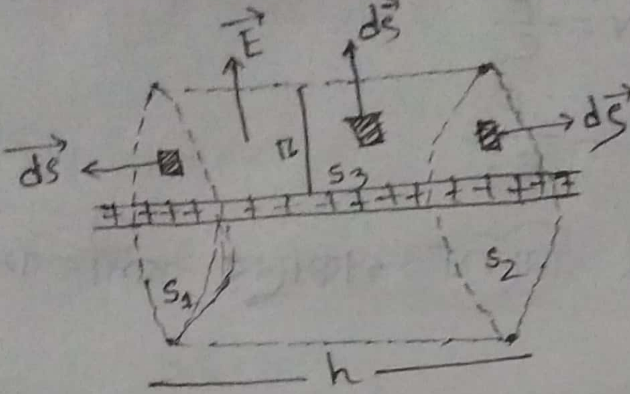
$$\Rightarrow \nabla^2 V=-\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{\nabla}^2 V=0}$$ ইহাই ল্যাপ্লাসের সমীকরণ।

২৭/** গাউসের সূত্র প্রয়োগ করে λ চার্জ ঘনত্ব এবং অসীম দৈর্ঘ্যের চার্জ রেখা থেকে r দূরত্বের তড়িৎ ক্ষেত্রের মান নির্ণয় ?

~~*~~ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

সমাধান :- λ রৈখিক চার্জ ঘনত্ব বিশিষ্ট একটি লম্বা রৈখিক চার্জ বন্টন বিবেচনা করি। এবার এই চার্জ বন্টন থেকে r দূরত্বে তড়িৎ প্রাবল্য বের করি।



রৈখিক চার্জ বন্টনকে অক্ষ বিবেচনা করি এবং আহিত বেলনাকৃতি অংশের গসিয়ান তল বিবেচনা করি। ধরি তলের দৈর্ঘ্য h সুতরাং গসিয়ান তল দ্বারা আবদ্ধ চার্জের পরিমাণ হবে -

$$q = \lambda h$$

গাউসের সূত্র হতে পাই,

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \text{ ---- (i)}$$

(i) নং কে গসিয়ান তলে প্রয়োগ করে লিখা যায়। তিনটি তল S_1, S_2 ও S_3

$$\Rightarrow \epsilon_0 \left[\int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{s} \right] = q \text{ ---- (ii)}$$

$$\Rightarrow \cancel{\epsilon_0} \left[\int_S \right.$$

এখানে, S_1 তলের জন্য $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E\,ds \cos 90^\circ = 0$

S_2 " " $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E\,ds \cos 90^\circ = 0$

S_3 " " $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E\,ds \cos 0^\circ = E\,ds$

তাহলে (ii) নং হতে পাই,

$$\Rightarrow \epsilon_0 \int_{S_3} E\,ds = q$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E \int_{S_3} ds = q$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 E \, 2\pi r h = q \qquad \left[\because \int_{S_3} ds = 2\pi r h\right]$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r \epsilon_0 h}$$

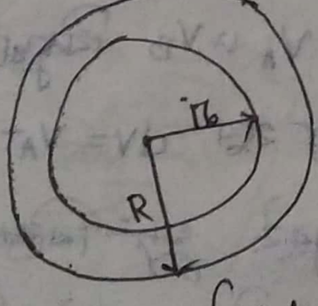
$$\Rightarrow E = \frac{\lambda h}{2\pi r \epsilon_0 h}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}}$$

ইহাই নির্ণেয় তড়িৎ প্রাবল্য।

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

** ধরি, R ব্যাসার্ধের একটি গোলকীয় আয়তন যেটা সুষমভাবে চার্জিত এবং এর প্রতি ঘন আয়তনের চার্জ ρ। $r<R$ হয় তাহলে r ব্যাসার্ধের একটি গোলকীয় গাউসীয় তল বিবেচনা করা যাক। সুতরাং গসের সূত্রানুসারে পাই,



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = E \int dr$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_V \rho \, dV = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\cdot r \quad \text{------ (i)}$$

যখন $r<R$ । বিবেচ্য গোলকের মোট চার্জ q হলে,

$$q = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{3q}{4\pi R^3}$$

তাহলে (i) নং হতে পাই,

$$E = \frac{\frac{3q}{4\pi R^3}\cdot r}{3\epsilon_0}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{r}{R^3}$$

ভেক্টর আকারে লিখলে পাই,

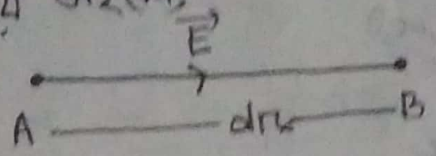
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\vec{r}}{R^3}$$

ইহাই নির্ণেয় তড়িৎ প্রাবল্য ।

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

** ধরি, কোন তড়িৎ ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে পাশাপাশি দুটি বিন্দু A ও B যা বিভব V_A ও V_B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব dr হলে A ও B এর বিভব পার্থক্য হবে $dV = V_A - V_B$ । dr খুবই ক্ষুদ্র হওয়ায় তড়িৎ প্রাবল্যের মান খুবই ~~ক্ষুদ্র বিবেচনা করা যায়~~ ধ্রুব বিবেচনা করা যায় এবং তার দিক উচ্চবিভব হতে নিম্নবিভবের দিকে:

যদি $V_A > V_B$ হয় তাহলে,



dV = B বিন্দু হতে A বিন্দুতে একক ধনাত্মক চার্জ স্থানান্তরিত করতে লাগে

= ক্রিয়াশীল বল × সরণ

$\Rightarrow dV$ = প্রাবল্য × সরণ

$\Rightarrow dV = -E \times dr$ [সরণ ও প্রাবল্য বিপরীত হওয়ায় (−) চিহ্ন নেওয়া হয়েছে।]

$$\Rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

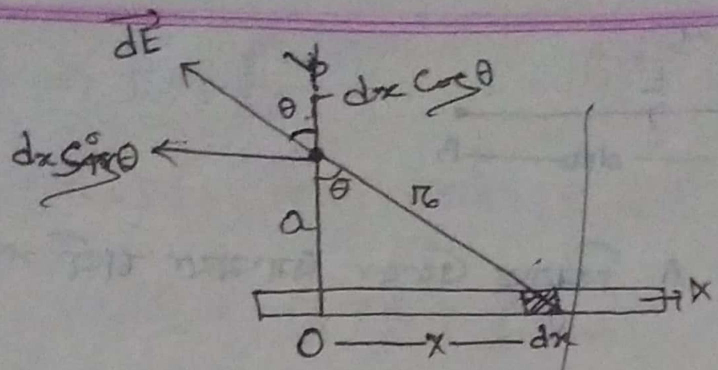
$\frac{d}{dr}$ কে নাভিমাত্রা ∇ বলা হয়। তাহলে ভেক্টর চিহ্ন দিয়ে পাই,

$$\vec{E} = -\nabla V$$

এটাই বিভব ও প্রাবল্যের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশক।

২৭ নং :-

** ধরি, একটি সুষমভাবে চার্জিত পরিবাহী তার বা দণ্ড। তারটি O হতে x দূরে dx দূরত্বের চার্জের পরিমাণ নির্ণয় করতে হবে। দণ্ডটির চার্জের পরিমাণ λ কুলম্ব। dx দৈর্ঘ্য এর চার্জ ঘনত্ব হবে λdx। দণ্ডটির O বিন্দু হতে a দূরে P বিন্দুতে তড়িৎ প্রাবল্য নির্ণয় করতে হবে।



আমরা জানি,

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{r^2} \quad \text{--- (i)}$$

$$dE\cos\theta = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \cos\theta$$

$$\Rightarrow dE\cos\theta = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{a}{r} \qquad \left[\because \cos\theta = \frac{a}{r}\right]$$

$$\Rightarrow dE\cos\theta = \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{r^3}$$

মোট প্রাবল্য, $E_P = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{r^3}$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{\left(\sqrt{a^2+x^2}\right)^3} \qquad \left[\because r = \sqrt{a^2+x^2}\right]$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} \quad \text{--- (ii)}$$

ধরি, $\tan\theta = \frac{x}{a}$

$\Rightarrow x = a\tan\theta$

এবং, $\frac{dx}{d\theta} = a\sec^2\theta$

$\Rightarrow dx = a\sec^2\theta \, d\theta$

সমীকরণ (ii) নং হতে পাই,

যখন, $x = +\infty$
তখন, $\tan\theta = +\pi/2$
যখন, $x = -\infty$
$\tan\theta = -\pi/2$

$$E_p = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{a\sec^2\theta \cdot d\theta}{a^3(1+\tan^2\theta)^{3/2}}$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sec^2\theta \cdot d\theta}{a^2 \cdot (\sec^2\theta)^{3/2}}$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d\theta}{a\sec\theta}$$

$$= \frac{\lambda}{4a\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\sec\theta} \cdot d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4a\pi\epsilon_0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \, d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4a\pi\epsilon_0} \left(\sin\pi/2 + \sin\pi/2\right)$$

$$= \frac{\lambda}{4a\pi\epsilon_0} (1+1)$$

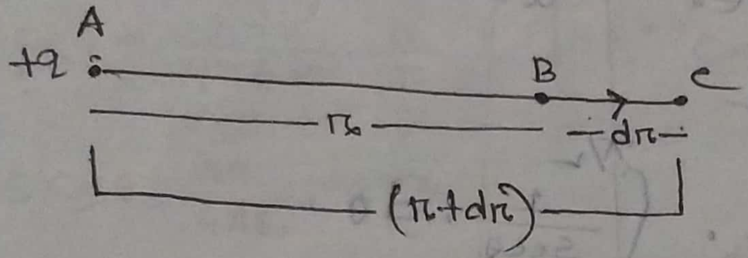
$$\boxed{E_p = \frac{\lambda}{2a\pi\epsilon_0}}$$ → (তড়িৎ প্রাবল্যের মান)

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ধরা যাক k পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বিশিষ্ট কোন মাধ্যমে কোন বিন্দু A তে $+q$ পরিমাণ চার্জ রয়েছে। A হতে r দূরে কোন বিন্দু B এর তড়িৎ বিভব নির্ণয় করতে হবে। তাহলে B বিন্দুর তড়িৎ প্রাবল্য হবে

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k r^2}$$

এই প্রাবল্য বাইরের দিকে AB বরাবর ক্রিয়া করবে।



এখন, B বিন্দু হতে C দূরে dr ক্ষুদ্র দূরত্ব বিবেচনা করি।

এখন, C থেকে B তে একক ধনাত্মক চার্জ আনয়নে কৃতকাজ

$$dw = -E\,dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 k r^2} \cdot dr \quad \text{——— (i)}$$

(i) নং কে $r=\infty$ ও $r=r$ এর মধ্যে সমাকলন করি এখন, $\int dw = V$ হয়

তাহলে, $$V = \int dw = \int_{\infty}^{r} -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 k r^2} \cdot dr$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 k} \int_{\infty}^{r} r^{-2} \cdot dr$$

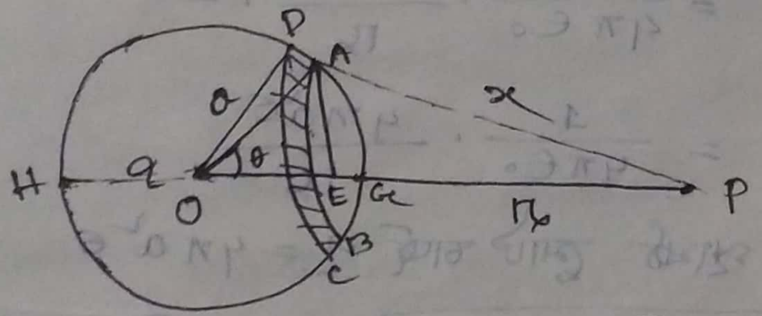
$$v = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{\infty}\right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k r_0}$$ এটিই নির্ণেয় বিভবের রাশিমালা, যদি q চার্জ শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে অবস্থান করে তবে $k = 1$ হবে।

সেক্ষেত্রে,
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_0}} \text{ — (Ans)}$$

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

* প্রথমে চিত্রের ঘটনাগুলো লিখতে হবে:—,



উক্ত চিত্রে চার্জের দরুন P বিন্দুর বিভব হবে:—

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\text{চার্জ}}{\text{দূরত্ব}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi a^2 \sigma \sin\theta \, d\theta}{x} \text{ ---- (1)}$$

আবার, $\triangle OPA$ হতে পাই,

$$x^2 = a^2 + r_0^2 - 2ar_0 \cos\theta$$

ব্যবকলন করে পাই, $2x\,dx = 2ar_0 \sin\theta \, d\theta$

$$\Rightarrow \sin\theta \, d\theta = \frac{x\,dx}{a r_0}$$

(i) এর হতে পাই,

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi a^2 \sigma \, x\,dx}{x \cdot a r_0}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi a \sigma}{r_0}\, dx \quad \text{------ (ii)}$$

(ii) নং থেকে $x = r_0 - a$ থেকে $x = r_0 + a$ এর মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi a \sigma}{r_0} \int_{r_0-a}^{r_0+a} dx$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi a \sigma}{r_0} \cdot 2a$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi a^2 \sigma}{r_0}$$

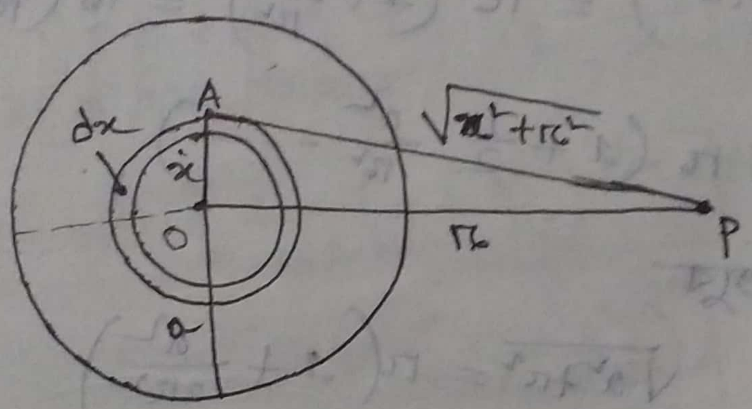
এখন গোলকের পৃষ্ঠে মোট চার্জ $q = 4\pi a^2 \sigma$

$$\boxed{\therefore V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_0}}$$ → এটিই নির্ণেয় তড়িৎ বিভব।

গোলকটি K পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বিশিষ্ট মাধ্যমে অবস্থান করলে বিভব, $\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{r_0}}$ হবে।

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

শূন্য মাধ্যমে সুষমভাবে চার্জিত a ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার চাকতি বিবেচনা করা যাক। যার কেন্দ্র O এবং তল মাত্রিক ঘনত্ব σ। চাকতির মোট চার্জ $q = \pi a^2 \sigma$। কেন্দ্র হতে r দূরত্বে কোন বিন্দু P বিবেচনা করা যাক। P বিন্দুর তড়িৎ বিভব নির্ণয় করতে হবে।



চাকতিটিকে অসংখ্য এককেন্দ্রিক ক্ষুদ্র বলয়ে বিভক্ত করা যাক। যার ব্যাসার্ধ x ও প্রস্থ dx। তাহলে বলয়ের পরিধির ক্ষেত্রফল হবে $2\pi x dx$। সুতরাং বলয়ের চার্জ হবে $2\pi x dx . \sigma$। অতএব P বিন্দুর বিভব হবে:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi\sigma x dx}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

এই সমীকরণকে $x=0$ থেকে $x=a$ সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^a \frac{2\pi\sigma x dx}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^a \frac{x\,dx}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{r^2+x^2}\right]_0^a$$

$$\therefore V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\sqrt{r^2+a^2} - r\right]$$

~~যদি r>>a হয় তবে~~

$$\left(r^2+a^2\right)^{1/2} = r\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)^{1/2} = r\left(\frac{a^2}{r^2}+1\right)^{1/2}$$

$$\simeq r\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2}{r^2} - \cdots\right)$$

যদি
$r > a$ হয় তবে

$$\sqrt{a^2+r^2} = r\left(1+\frac{a^2}{2r^2}\right)$$

$$= \left(r+\frac{a^2}{2r}\right)$$

তাহলে

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(r+\frac{a^2}{2r}-r\right)$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\cdot\frac{a^2}{2r} = \frac{\sigma a^2}{4\epsilon_0 r} = \frac{\pi\sigma a^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad [q = \pi\sigma a^2]$$

$$\boxed{\therefore V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r}}$$ (Ans)

তড়িৎ ক্ষেত্র প্রাবল্য :- চাকতির P বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র প্রাবল্য

$$E = -\frac{dv}{dr_0} = -\frac{d}{dr_0}\left[\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{r_0^2+a^2} - r_0\right)\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2+a^2}}\right)$$

k পরাবিদ্যুতি ধ্রুবকবিশিষ্ট মাধ্যম হলে,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 k}\left[1 - \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2+a^2}}\right]$$

যদি $r_0 >> a$ হয় তাহলে,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \left(1 + \frac{a^2}{r_0^2}\right)^{-1/2}\right]$$

$$\simeq \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \left(1 - \frac{a^2}{2r_0^2}\right)\right]$$

$$= \frac{\sigma a^2}{4\epsilon_0 r_0^2} = \frac{\pi a^2 \sigma}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} \qquad \left[\because q = \pi a^2 \sigma\right]$$

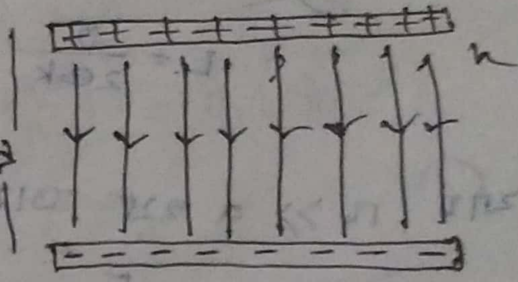
$$\therefore \boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r_0^2}}$$

ইহাই নির্ণেয় তড়িৎ প্রাবল্য ।

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

মনে করি d দূরত্বে অবস্থিত A ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি সমান্তরাল প্লেট দিয়ে সমান্তরাল ধারক গঠন করা হলো। ধারকটির প্লেট দুটির সমান আকারে A ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তল দ্বারা আবৃত h উচ্চতায় একটি গাউসিয় পৃষ্ঠ কল্পনা করি। তাহলে গসের সূত্রানুসারে পাই,

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



বা, $\oint E\,dS\cos 0^\circ = \frac{q}{\epsilon_0}$

বা, $\oint E\,dS = \frac{q}{\epsilon_0}$

বা, $EA = \frac{q}{\epsilon_0}$ $\quad [\because \oint dS = A]$

$\therefore E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$ ——— (i)

আবার, $V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}$

$= -\int E\,dl\cos 180^\circ$

$= \int E\,dl$ $\quad [\int dl = l = d$

$\therefore V = Ed$

$= \frac{qd}{\epsilon_0 A}$ ——— (ii)

আবার, ধারকত্ব $C = \frac{q}{V}$

$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 A q}{q d}$

$$\boxed{\therefore C = \frac{\epsilon_0 A}{d}}$$

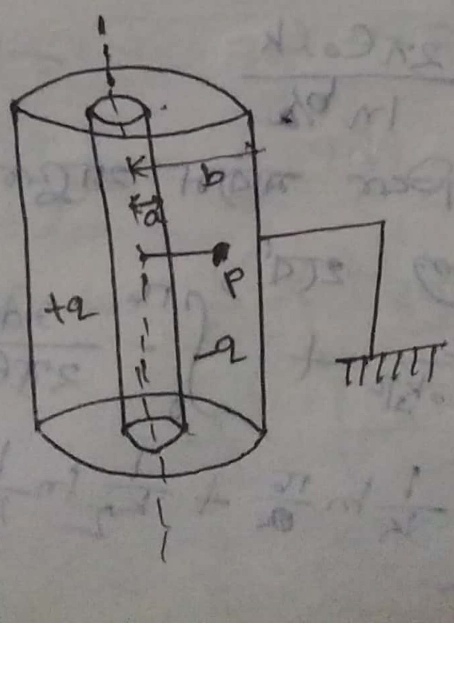
যদি ধারকের মধ্যের পরাবিদ্যুৎ ধ্রুবক k হয় তাহলে,

ধারকত্ব $\boxed{C = \frac{\epsilon_0 kA}{d}}$ → (প্রমাণিত)

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

দুটি সমাক্ষীয় চোঙ দিয়ে চোঙাকৃতি ধারক তৈরি করা হয়। ধরা যাক কোন চোঙাকৃতি ধারকের ভিতরের ও বাহিরের গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে a ও b। ভিতরের গোলকটি নিরেট এবং আহিত। এর একক দৈর্ঘ্যে চার্জ λ। বাইরের চোঙটি ফাঁপা এবং ভূ-সংযুক্ত। এখন চোঙ হতে r দূরে কোন বিন্দু P বিবেচনা করা যাক। P বিন্দুতে নিরেট চোঙের দরুন তড়িৎ ক্ষেত্রের মান,

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



অতএব চোঙদ্বয়ের মধ্যবর্তী বিভব পার্থক্য

$$V = -\int_b^a E\,dr = -\int_b^a \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\cdot dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\cdot\ln\frac{b}{a}$$

চোঙাকৃতি ধারকের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ধারকত্ব C হলে

$$C = \frac{\lambda}{V} = \frac{\lambda}{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\cdot\ln\frac{b}{a}}$$

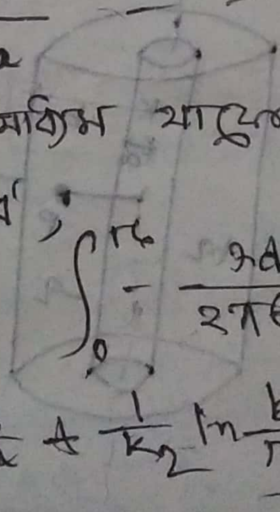
$$\therefore C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}$$

ধারকের দৈর্ঘ্য l হলে মোট ধারকত্ব হবে

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln b/a}$$

চোঙদ্বয়ের মাঝে পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম k হলে। ধারকত্ব হ…

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l k}{\ln b/a} \quad \text{(i)}$$



যদি দুটি পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম থাকে তাহলে ব্যাসার্ধ r হলে বিভব পার্থক্য হবে,

$$V = \int_r^a -\frac{\lambda\,dr}{2\pi\epsilon_0 k_1 r} + \int_b^r -\frac{\lambda\,dr}{2\pi\epsilon_0 k_2 r}$$

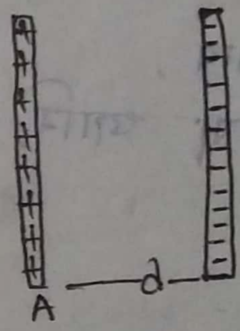
$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{k}\ln\frac{r}{a} + \frac{1}{k_2}\ln\frac{b}{r}\right]$$

অতএব এরূপ l দৈর্ঘ্যের চোঙাকৃতি ধারকের ধারকত্ব হবে :

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\frac{1}{k_1} \ln\frac{r_0}{a} + \frac{1}{k_2} \ln\frac{b}{r_0}}$$ Ans

৪ (গ) নং প্রশ্নের উত্তর

কোন একটি সমান্তরাল প্লেট ধারক বিবেচনা করি। যার প্রত্যেকটি প্লেটের ক্ষেত্রফল A এবং দুইটি প্লেটের মধ্যেকার দূরত্ব d তাহলে দুটি প্লেটের মধ্যবর্তী স্থানের আয়তন হবে Ad



আমরা জানি, $V = \frac{dW}{dq}$

$\Rightarrow dW = V dq$

আবার, $C = \frac{q}{V}$

তাহলে, $\Rightarrow V = \frac{q}{C}$

$\therefore dW = \frac{q dq}{C}$ ...... (i)

(i) নং সমীকরণকে $q=0$ হতে $q=q$ সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int dW = \int_0^q \frac{q dq}{C}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{C} \int_0^q q dq$$

$$= \frac{1}{C} \cdot \left[\frac{q^2}{2}\right]_0^q$$

$$= \frac{1}{C} \cdot \frac{q^2}{2}$$

$$= \frac{1}{C} \times \frac{(CV)^2}{2} \quad \left[\because C = \frac{q}{V}\right]$$

$$W = \frac{1}{2} CV^2$$

$\Rightarrow U = \frac{1}{2} CV^2$ সঞ্চিত শক্তির রাশিমালা।

$\therefore$ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি

$$u = \frac{U}{Ad}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} CV^2}{Ad} \text{ ——— (ii)}$$

আবার,

আমরা জানি, সমান্তরাল প্লেট ধারকের ধারকত্ব

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$$

(ii) নং হতে পাই,

$$u = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{k\epsilon_0 A}{d} \cdot V^2}{Ad}$$

$$= \frac{1}{2} k\epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2 \quad \left[\because E = \frac{V}{d}\right]$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2} k\epsilon_0 E^2}$$

[প্রমাণিত]

খ ও গ বিভাগ : সংক্ষিপ্ত ও রচনামূলক প্রশ্নাবলি

১. তড়িৎ প্রবাহ কাকে বলে? এর দিক কীভাবে নির্ধারণ করা হয়? [উত্তর সংকেত : ৩.১]
(What is electric current? How its direction is decided.)

২. একটি পরিবাহকের মধ্য দিয়ে চার্জ প্রবাহের ক্ষেত্রে নিরবচ্ছিন্নতার সমীকরণ নিরূপণ কর।
(Deduce the equation of continuity for a current carrying conductor.)
[জা.বি. (স)-২০১০] [উত্তর সংকেত : ৩.২]
[জা.বি. (স)-১০, ১২, ২০১৪]

৩. ইলেকট্রনের তাড়ন বেগ কাকে বলে? তাড়ন বেগের রাশিমালা বের কর। [উত্তর সংকেত : ৩.৩]
(Define drift velocity of electron. Derive an expression for drift velocity.) [জা.বি. (স)-২০১৬]
অথবা, তাড়ন বেগ ও তড়িৎ প্রবাহ ঘনত্বের সম্পর্কসূচক সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর।
(Deduce the equation related between drift velocity and current density.)
[জা.বি. (স)-২০০৯] [উত্তর সংকেত : ৩.৪]

৪. ওহমের সূত্র ব্যাখ্যা কর।
(Explain Ohm's law.)
[জা.বি. (স)-২০১১, ১৩, ১৬]

৫. মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব থেকে ওহমের সূত্রটি তাত্ত্বিকভাবে প্রতিষ্ঠিত কর। [উত্তর সংকেত : ৩.৫]
(Establishe Ohm's law theoretically from the free electron theory.) [জা.বি. (স)-২০০৯]
অথবা, ধাতুর মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্বের সাহায্যে ওহমের সূত্র প্রতিপাদন কর।
(Derive Ohm's Law from the free electron theroy of metals.)

৬. তড়িৎ বর্তনীর জন্য কার্শফের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [জা.বি. (স)-২০১৩, ২০১৬] [উত্তর সংকেত : ৩.৭]
(State and explain Kirchoff's law for electric circuit.)
অথবা, বৈদ্যুতিক বর্তনীর ক্ষেত্রে কার্শফের সূত্রগুলো বর্ণনা কর ও ব্যাখ্যা কর। [জা.বি. (স)-২০০৯]
(State and explain the Kerchief's Law for electrtic circuit.)

৭. কার্শফের সূত্রগুলো বিবৃত কর। বর্তনী সমস্যা সমাধানে কার্শফের সূত্রের প্রয়োগ উল্লেখ কর।
(State Kirchoff's law. Mention the application of Kirchoff's law with the solution of circuital problems.) [উত্তর সংকেত : ৩.৭]

৮. যদি E তড়িচ্চালক বল ও r অন্তঃরোধ বিশিষ্ট n সংখ্যক তড়িৎ কোষ শ্রেণিতে সংযুক্ত করা হয় তবে দেখাও যে, বহিস্থরোধ R এর মধ্য দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎ প্রবাহের পরিমাণ $I = \frac{nE}{R+nr}$। [উত্তর সংকেত : ৩.১০ (১)]
(If n number of electric cells each of electromotive force E and internal resistance r are connected in series. Them show that the quantity of current flowing through on external resistance is $I = \frac{nE}{R+nr}$.)

৯. যদি E তড়িচ্চালক বল ও r অন্তঃরোধ বিশিষ্ট n সংখ্যক তড়িৎ কোষ সমান্তরালে সংযুক্ত করা হয় তবে দেখাও যে, বহিস্থরোধ R এর মধ্য দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎ প্রবাহের পরিমাণ $I = \frac{nE}{R+nr}$।
(If n number of electric cells each of electromotive force E and internal resistance r are connected in parallel. Them show that the quantity of current flowing through on external resistance is $I = \frac{nE}{R+nr}$.) [উত্তর সংকেত : ৩.১০ (১)]

১০. কার্শফের সূত্র প্রয়োগ করে রোধের সমান্তরাল সমবায়ের তুল্যরোধের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
(Derive the expression of equivalent resistance of a parallel combination of resistances applying the Kirchoff's law.) [জা.বি. (স)-২০১৪] [উত্তর সংকেত : ৩.১০(২)]

১১. ভারসাম্যহীন অবস্থায় একটি হুইটস্টোন ব্রিজের গ্যালভানোমিটারের প্রবাহমাত্রার (I_g) সমীকরণ বের কর।
(Determine the expression for Galvanometer current (1g) of a wheatstone bridge under imbalanced condition.) [জা.বি. (স)-২০১৬] [উত্তর সংকেত : ৩.১০(৩)]

১২. হুইটস্টোন ব্রিজের সাম্যাবস্থার শর্ত প্রতিষ্ঠা কর। [জা.বি. (স)-২০১৪] [উত্তর সংকেত : ৩.১০(৩)]
(Establish the Wheatstone bridge principle in equilibrium.]
অথবা, কার্শফের সূত্রের আলোকে হুইটস্টোন ব্রিজ নীতি প্রতিষ্ঠা কর। [জা.বি. (স)-২০১২, ২০১৫]
(Deduce the Wheatstone bridge principles by Kirchhoff's law.)

১৩. অ্যামিটার কী? এর গঠন ও কার্যপ্রণালি বর্ণনা কর। কীভাবে অ্যামিটারের পাল্লা বৃদ্ধি করা যায়?
(What is ammeter? Discuss its construction and working principle. How the range of ammeter can be increased?) [উত্তর সংকেত : ৩.১১]

১৪. ভোল্টমিটার কী? এর গঠন ও কার্যপ্রণালি বর্ণনা কর। কীভাবে ভোল্টমিটারের পাল্লা বৃদ্ধি করা যায়।
(What is voltmeter? Discuss its construction and working principle. How the range of voltmeter can be increased?) [উত্তর সংকেত : ৩.১২]

১৫. একটি RC বর্তনীর ব্যবকলনী সমীকরণ নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান করে ধারকের চার্জিতকরণে প্রকৃতি আলোচনা কর। [জা.বি. (স)-২০০৯] [উত্তর সংকেত : ৩.১৩]
(Find the differential equation of a RC circuit applying conservation principle of energy and find from it the expression of change of the capacitor and current of the circuit at anytime.) [জা.বি. (স)-২০১২]
অথবা, একটি RC বর্তনীতে চার্জের বৃদ্ধি ও ক্ষয়ের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

CS CamScanner

১৬. শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি প্রয়োগ করে RC সমীকরণ প্রতিপাদন কর এবং তা থেকে কোন সময়ে ধারকের চার্জ ও বর্তনীর প্রবাহমাত্রার রাশি নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ৩.১৩]
(Deduce the equation of RC circuit applying conservation principle of energy and find from it the expression of change of the capacitor and current of the circuit at anytime.)
অথবা, একটি RC বর্তনীর ব্যবকলনী সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তা থেকে কোনো সময়ের ধারকের চার্জ ও বর্তনীর প্রবাহমাত্রার রাশি নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১৭]
(Find the differential equation of a RC circuit and find fromit the expression of charge of the capacitor and current of the circuit at any time.) [উত্তর সংকেত : ৩.১৩]

১৭. দেখাও যে, বর্তনীর অর্ধায়ু সময় ধ্রুবকের $\ln^2$ গুণ 0.693 গুণ।
(Show that, half life of circuit in $\ln^2$ times or 0.693 times of the time constant.) [জা.বি. (স)-২০১৩] [উত্তর সংকেত : ৩.১৩]

১৮. দেখাও যে, RC এর একক সময়েরই একক।
(Show that, the unit of RC is the unit of time.)

১৯. E তড়িচ্চালক বলের উৎসের সাথে শ্রেণিতে সংযুক্ত একটি RC বর্তনী চার্জ বৃদ্ধির রাশিমালা নির্ণয় কর।
(Establish the expression of increasing charge for RC circuit which is connected in series with E electromotive force source.) [উত্তর সংকেত : ৩.১৩]

২০. চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপিত তড়িৎবাহী তারের উপর ক্রিয়াশীল চৌম্বক বলের রাশি নির্ণয় কর।
(Find the expression for the magnetic force on a current carrying conductor in the magnetic field.) [উত্তর সংকেত : ৩.১৪]

২১. গতিশীল চার্জের উপর চৌম্বক বলের আচরণ ব্যাখ্যা করে দেখাও যে, চৌম্বক ক্ষেত্র সুষম হলে চার্জের গতিপথ বৃত্তাকার হয়। [উত্তর সংকেত : ৩.১৫]
(Discribing the behavior of the magnetic force on a moving charge show that if the magnetic field is uniform the charge follow circular path.)

২২. হল ভোল্টেজ কাকে বলে? এর রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [জা.বি. (স)-২০১৫] [উত্তর সংকেত : ৩.১৬]
(What is Hall voltage? Deduce the expression for Hall voltag?)
অথবা, হল বিভবের রাশিমালা প্রতিপাদন কর। [জা.বি. (স)-২০১৪]
(Deduce the expression for Hall voltage.)

২৩. বায়োট-স্যাভার্টের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [জা.বি. (স)-২০১১, ২০১৩] [উত্তর সংকেত : ৩.১৭]
(State and explain Biot-Severt's law.)

২৪. ভেক্টর আকারে বায়োট-স্যাভার্টের সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। [উত্তর সংকেত : ৩.১৭]
(State and explain Biot-Severt's law in vector form.)

২৫. বায়োট-স্যাভার্টের সূত্র প্রয়োগ করে পাশাপাশি অবস্থিত দু'টি তড়িৎ বর্তনীর উপর ক্রিয়াশীল বলের রাশি নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ৩.১৭]
(Apply Biot-Severt's law to find the expression for the force acting between to adjacent electric circuit.)

২৬. $\nabla.\vec{B} = 0$ স্বতঃসিদ্ধটি প্রমাণ কর। [উত্তর সংকেত : ৩.১৭]
(Prove that, $\nabla.\vec{B} = 0$)

২৭. বায়োট-স্যাভার্টের সূত্র বিবৃত কর। একটি লম্বা সরলরৈখিক তারের ভিতর দিয়ে অবিচল তড়িৎ প্রবাহের ক্ষেত্রে কোন বিন্দুতে চৌম্বক আবেশের রাশি নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১০]
(Current is flowing through a long straight wire to calculate B at any point by using Biot-Severt's law.)

CS CamScanner

অথবা, বায়োট-স্যাভার্ট এর সূত্র প্রয়োগ করে একটি দীর্ঘ সোজা তারে তড়িৎ প্রবাহের জন্য কোন একটি বিন্দুতে B নির্ণয় কর।
[জা.বি. (স)-২০১৪] [উত্তর সংকেত : ৩.১৮ (১)]

(Current is flowing through a long straight wire, to calculate B at any point by using Biot-Savart's law.)

অথবা, বায়োট-স্যাভার্ট সূত্র প্রয়োগ করে স্থির তড়িৎবাহী দীর্ঘ সোজা পরিবাহী তারের নিকটবর্তী বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্রের রাশিমালা নির্ণয় কর।
[জা.বি. (স)-২০১৬]

(Derive an expression for the magnetic induction at a point near a long straight wire carrying steady current applying Biot-Savart law.)

২৮. বায়োট-স্যাভার্ট সূত্র বিবৃত কর। তড়িৎ প্রবাহ i বহনকারী একটি লম্বা ঋজু তারের জন্য অ্যাম্পিয়ারের সূত্র সহযোগী বায়োট-স্যাভার্ট এর সূত্র ব্যবহার করে $\vec{B}$ এর মান বের।

(State Biot-Severt's law. A current i in a long stright wire. Find $\vec{B}$ by using Biot-Severt's law in connection with ampere's law.)
[জা.বি. (স)-২০১৩] [উত্তর সংকেত : ৩.১৮ (১)]

২৯. একটি বৃত্তাকার তড়িৎ লুপের অক্ষের উপর চৌম্বক ক্ষেত্রের রাশি নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ৩.১৮ (২)]

(Find the expression for the magnetic field on the axis of a circular current loop.)

৩০. দেখাও যে, তড়িৎবাহী লুপ একটি চৌম্বক দ্বিমেরুর ন্যায় আচরণ করে। [উত্তর সংকেত : ৩.১৮ (২)]

(Show that, a current carrying loop behave like a magnetic dipole.)

৩১. বায়োট-স্যাভার্টে সূত্র প্রয়োগে বিদ্যুৎবাহী বৃত্তাকার কুণ্ডলীর অক্ষের কোনো বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র এবং তা থেকে N পাকের কুণ্ডলীর কেন্দ্রে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয়ের রাশিমালা বের কর। [উত্তর সংকেত : ৩.১৮ (৩)]

(Applying Biot-Severt's law derive the expression for the magnetic field at a point on the axis of current carrying circular coil.)

৩২. বায়োট-স্যাভার্টের সূত্র প্রয়োগ করে সলিনয়েডের চৌম্বক ক্ষেত্রের রাশি নির্ণয় কর।

(Apply Biot-Severt's law to find the expression for the magnetic field of a solenoid.)
[উত্তর সংকেত : ৩.১৮ (৪)]

৩৩. একটি সীমাবদ্ধ তড়িৎবাহী ঋজু তারের নিকটে কোনো বিন্দুতে চৌম্বক আবেশ নির্ণয় কর।

(Calculate the magnetic inductisn near a staight wire of finite length carrying current.)
[উত্তর সংকেত : ৩.১৮(৫)]

৩৪. অ্যাম্পিয়ারের সূত্রটি আলোচনা কর। [জা.বি. (স)-২০১১] [উত্তর সংকেত : ৩.১৯]

(Discuss ampere's law.)

অথবা, অ্যাম্পিয়ার সূত্র বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। [জা.বি. (স)-২০১৫, ২০১৭]

(State and explain Ampere's law.)

৩৫. দেখাও যে, $\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}$; যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। [উত্তর সংকেত : ৩.১৯]

(Show that, $\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}$; where the symbols have their meaning.)

৩৬. চৌম্বক আবেশ রেখা বলতে কী বুঝ? অ্যাম্পিয়ারের সূত্রের আলোকে চৌম্বক আবেশ রেখা ব্যাখ্যা কর।

(What is meant by magnetic induction lines? Explain the magnetic induction lines in the light of ampere's law.)
[উত্তর সংকেত : ৩.২০]

৩৭. অ্যাম্পিয়ারের সূত্র বিবৃত কর এবং এ সূত্র প্রয়োগ করে একটি তড়িৎবাহী লম্বা তারের সন্নিকটে চৌম্বক ক্ষেত্রের রাশি নির্ণয় কর। [উত্তর সংকেত : ৩.২০ (১)]

(State ampere's law and apply it to find the value of the magnetic field near a long current carrying wire.)

CamScanner

৩৮. R ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার লুপে তড়িৎ প্রবাহ প্রবাহিত হলে লুপের অক্ষের উপর অবস্থিত কোনো বিন্দুতে চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১২, ২০১৬] [উত্তর সংকেত : ৩.২০ (২)]

(Calculate the magnetic induction $\vec{B}$ at a point on the axis of a circular loop of radius R carrying a current.)

৩৯. সলিনয়েড কাকে বলে? একটি সলিয়েডের জন্য চৌম্বক ক্ষেত্র B নির্ণয় কর। [জা.বি. (স)-২০১৪]

[উত্তর সংকেত : ৩.২১]

(What is solenoid? Determine magnetic field B for a solenoid.)

অথবা, একটি সলিনয়েডের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহের ফলে তার মধ্যবিন্দুতে উৎপাদিত চৌম্বকক্ষেত্রের প্রাবল্যের মান বের কর। [জা.বি. (স)-২০১১] [জা.বি. (স)-২০১৭]

অথবা, একটি সলিনয়েডের অক্ষের উপর চৌম্বকক্ষেত্রের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

(Deduce the expression for the magnetic field at a point on the axis of solenoid.)

[উত্তর সংকেত : ৩.২২]

৪০. টরোইড কী? এর চৌম্বক ক্ষেত্রের রশি নির্ণয় কর।

(What is toroid. Find the expression for the magnetic field due to toroid.)

৪১. একটি আয়তাকার কুণ্ডলীতে তড়িৎ প্রবাহের দরুন এর কেন্দ্র বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্রের মান নির্ণয় কর।

(Find the value of the magnetic field at the some center of a rectangular current carrying conductor.) [উত্তর সংকেত : ৩.২২]

৪২. ডায়া, প্যারা ও ফেরোচৌম্বক পদার্থের পার্থক্য লিখ। [জা.বি. (স)-২০১২, ২০১৫] [উত্তর সংকেত : ৩.২৪]

(Write the difference among dia, para and feromagnetic material.)

৪৩. চৌম্বক মাধ্যমের জন্য অ্যাম্পিয়ার সূত্রের পরিমার্জিত রূপে প্রতিষ্ঠিত কর। [উত্তর সংকেত : ৩.২৫]

(Establish the mode form of ampere's law in magnetic medium.)

৪৪. চৌম্বক ভেক্টর $\vec{B}$, $\vec{H}$ ও $\vec{M}$ এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। [উত্তর সংকেত : ৩.২৫]

(Establish the relation among $\vec{B}$, $\vec{H}$ and $\vec{M}$.)

৪৫. $\chi_m = K_m - 1$ সম্পর্কটি প্রতিপাদন কর। [উত্তর সংকেত : ৩.২৫]

(Deduce the relation $\chi_m = K_m - 1$.)

৪৬. হিস্টেরেসিস কী? M-H চক্র অঙ্কন করে পদার্থের ফেরোচুম্বকত্ব আচরণ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর সংকেত : ৩.২৭]

(What is hysteresis? Drawing M-H cycle explain the feromagnetism of matter.)

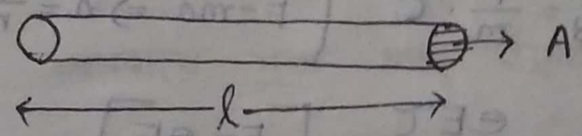
CamScanner

প্রশ্ন:- ৩

তাড়ন বেগের রাশিমালা:- কোনো পরিবাহির দৈর্ঘ্য l ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হলে আয়তন হবে $= Al$, একক আয়তনে মুক্ত ইলেকট্রন সংখ্যা n হলে পরিবাহিতে মোট ইলেকট্রন সংখ্যা হবে, $N = Anl$ ---- (i)

পরিবাহিতে মোট চার্জের পরিমাণ $q = (NAl)e$

যদি এই চার্জ t সময়ে l দূরত্ব অতিক্রম করে তবে:-



তাড়ন বেগ $v_d = \frac{l}{t}$

$$\Rightarrow t = \frac{l}{v_d} \quad \text{---- (ii)}$$

আমরা জানি,

প্রবাহমাত্রা $i = \frac{q}{t}$

$$\Rightarrow i = \frac{q v_d}{l}$$

$$= \frac{NAle\,v_d}{l}$$

$$\Rightarrow i = NAle\,v_d$$

$$\Rightarrow v_d = \frac{i}{NAe} \qquad \left[j = \frac{i}{A}\right]$$

$\boxed{\therefore v_d = \frac{j}{Ne}}$ ইহাই তাড়ন বেগ।

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব থেকে:-

কোন পরিবাহির মধ্যে দিয়ে বিদ্যুৎ প্রবাহিত হলে পরিবাহির মুক্ত ইলেকট্রন গুলো আকরিক মাধ্যমে বিক্ষিপ্তভাবে ছোটাছুটি করতে থাকে ফলে সংঘর্ষ ঘটে। মুক্ত ইলেকট্রনের পর পর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তি গড় দূরত্বকে গড় মুক্তপথ (λ) বলে তাড়ন বেগ V_d হলে:- আমরা পাই,

$$V_d = v_0 + a\tau$$

$$\Rightarrow V_d = a\tau \quad [\because v_0 = 0]$$

$$\Rightarrow V_d = \frac{F}{m}\cdot\tau \quad \left[F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}\right]$$

$$\Rightarrow V_d = \frac{eE\tau}{m} \quad [F = eE] \text{ ------- (i)}$$

আবার, $V_d = \frac{J}{ne}$ ------ (ii)

তাহলে (i) ও (ii) নং হতে পাই,

$$\frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m}$$

$$\Rightarrow J = \frac{Ee^2n\tau}{m} \text{ ------ (iii)}$$

আবার,
তড়িৎ প্রবাহ i, বিভব পার্থক্য V, তারের রোধ R, তারের দৈর্ঘ্য l ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A, তড়িৎক্ষেত্র E এর জন্য আমরা পাই,

$$J = \frac{i}{A}, \quad E = \frac{V}{L}, \quad i = \frac{V}{R} \text{ এবং } R = \frac{\rho L}{A}$$

আবার আপেক্ষিক রোধ ρ এবং পরিবাহিতা σ হলে $\sigma = \frac{1}{\rho}$

$$\Rightarrow J = \frac{i}{A} = \frac{\frac{V}{R}}{A} = \frac{\frac{EL}{R}}{A} = \frac{\frac{ELA}{\rho L}}{A} = \frac{\sigma ELA}{L} \times \frac{1}{A} = \frac{\sigma EL}{L}$$

$$\therefore J = \sigma E \text{-----} (iv)$$

এখন 3 ও 4 নং হতে পাই,

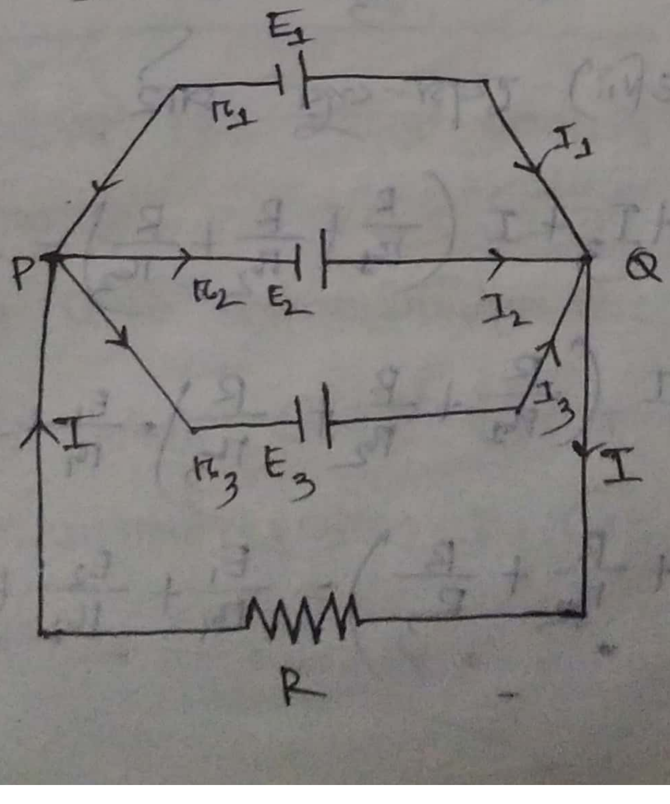
$$\sigma E = \frac{Ee^2 n\tau}{m}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$$

এটিই নির্ণেয় সমীকরণ ।

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

** মনে করি, E_1, E_2 ও E_3 তড়িচ্চালক শক্তির তিনটি কোষদ্বয়ে R রোধের সাথে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করা হলো । কোষগুলোর অভ্যন্তরীণ রোধ যথাক্রমে r_1, r_2 ও r_3 এবং কোষ থেকে নির্গত প্রবাহ মাত্রা I_1, I_2 ও I_3 ।



এখন বর্তনির P অথবা Q বিন্দুতে কার্শফের প্রথম সূত্র প্রয়োগ করে পাই, $I = I_1 + I_2 + I_3$ —— (i)

দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

PE_1QRP বদ্ধ বর্তনি হতে, $I_1 r_1 + IR = E_1$ —— (ii)

PE_2QRP " " ", $I_2 r_2 + IR = E_2$ —— (iii)

PE_3QRP " " " $I_3 r_3 + IR = E_3$ —— (iv)

(ii) নং কে r_1, (iii) নং কে r_2 ও (iv) নং কে r_3 দিয়ে ভাগ করে পাই

$$I_1 + I \cdot \frac{R}{r_1} = \frac{E_1}{r_1} \text{ —— (v)}$$

$$I_2 + I \cdot \frac{R}{r_2} = \frac{E_2}{r_2} \text{ —— (vi)}$$

$$I_3 + I \cdot \frac{R}{r_3} = \frac{E_3}{r_3} \text{ —— (vii)}$$

এখন, (v), (vi) ও (vii) যোগ করে পাই,

$$I_1 + I_2 + I_3 + I\left(\frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} + \frac{R}{r_3}\right) = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}$$

বা, $$I + I\left(\frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} + \frac{R}{r_3}\right) = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} \quad [I_1 + I_2 + I_3 = I]$$

$$\Rightarrow I\left(1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} + \frac{R}{R_3}\right) = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}$$

$\Rightarrow$

$$\therefore I = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}}{1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2} + \frac{R}{r_3}}$$

যদি n সংখ্যক কোষ সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত থাকে তাহলে,

$$I = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \cdots \frac{E_n}{r_n}}{1 + R\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots \frac{1}{r_n}\right)}$$

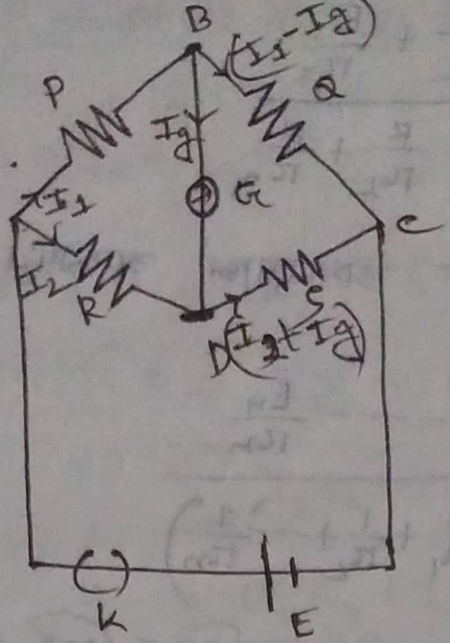
প্রতিটি কোষের তড়িচ্চালক শক্তি E এবং অভ্যন্তরীণ ~~শক্তি~~ রোধ r হলে

$$I = \frac{\frac{nE}{r}}{1 + \frac{nR}{r}}$$

$$\therefore \boxed{I = \frac{nE}{r + nR}} \rightarrow \text{প্রমাণিত}$$

১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর

** একটি হুইটস্টোন ব্রিজ বর্তনীর প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, ও চতুর্থ বাহুর রোধ যথাক্রমে P, Q, R ও S ব্রীজের বৈদ্যুতিক বিন্দু B ও D মাঝে G রোধের একটি গ্যালভানোমিটার এবং বৈদ্যুতিক বিন্দু A ও C এর মধ্যে চাবির মাধ্যমে একটি তড়িৎ কোষ সংযুক্ত রয়েছে। ধরা যাক গ্যালভানোমিটার প্রবাহ I_g এবং ব্রিজের অন্যান্য প্রবাহ- সমূহ চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে।



এখানে, ABDA ও BCDB বদ্ধ বর্তনীতে কার্শফের ২য় সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$I_1P + I_g \times G - I_2R = 0 \text{ ---- (i)}$$

$$\text{এবং } (I_1-I_g)Q - S\times(I_2+I_g) - I_gG = 0 \text{ --- (ii)}$$

বর্তনীর A বিন্দুতে কার্শফের প্রথম সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$I_2 = I - I_1 \text{ --- (iii)}$$

(i) ও (ii) নং এ (iii) নং ব্যবহার করে পাই,

$$\Rightarrow I_1P + I_gG - (I-I_1)R = 0$$

$$\Rightarrow I_1P + I_gG - IR + I_1R = 0 \text{ --- (iv)}$$

আবার, $I_1Q - I_gQ - SI + SI_1 - SI_g - I_gG = 0$

$$\Rightarrow I_1(S+Q) - I_g(S+G+Q) - SI = 0 \text{ --- (v)}$$

(iv) নং কে $(S+Q)$ দ্বারা গুণ করে পাই, ও (v) কে $(P+R)$ দ্বারা

$$I_1(P+R)(S+Q)+I_g G(S+Q)-IR(S+Q)=0 \quad \text{---(vi)}$$

এবং, $$I_1(P+R)(S+Q)+I_g(G+Q+R)(P+R)-IS(P+R)=0 \quad \text{---(vii)}$$

(vi) নং ও (vii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$\Rightarrow I_g\left[G(P+Q+R+S)+(Q+S)(P+R)\right]-I(QR-PS)=0$$

$$\therefore I_g=\frac{I(QR-PS)}{G(P+Q+R+S)+(Q+S)(P+R)} \quad \text{---(viii)}$$

আবার, ব্রিজের সাম্যাবস্থায় $I_g=0$ হলে

$$I(QR-PS)=0$$

কিন্তু $I\neq 0$

অতএব $QR-PS=0$

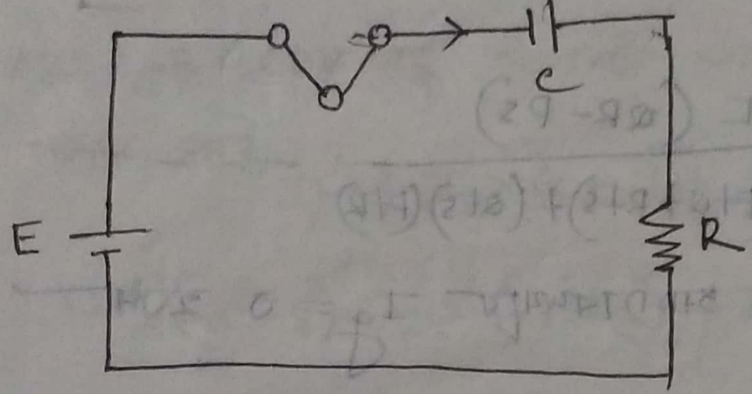
$$\Rightarrow QR=PS$$

$$\Rightarrow \frac{P}{Q}=\frac{R}{S}$$

এটিই হুইটস্টোন ব্রিজ নামে পরিচিত।

১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তরঃ-

সমাধানঃ- ধরা যাক একটি ধারক C, রোধ R এবং একটি বিদ্যুৎ কোষ E একটি সুইচ S- এর মাধ্যমে শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত। কোন একটি সময় ধারকের চার্জ Q হলে এটির দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্য $V=\frac{Q}{C}$ হবে এবং এটি কোষের তড়িৎচালক বল E- এর বিপরীতমুখী ক্রিয়া করবে। অতএব বর্তনীতে নিট তড়িৎচালক বল $E-\frac{Q}{C}$। ঐ সময়ে প্রবাহমাত্রা i হবে ওহমের সূত্রানুসারে:



$$E-\frac{Q}{C}=iR$$

$$\Rightarrow E-\frac{Q}{C}=R\frac{dQ}{dt} \quad \left[\because i=\frac{dq}{dt}\right]$$

$$\Rightarrow E=R\frac{dQ}{dt}+\frac{Q}{C} \quad \text{---} (i)$$

এই সমীকরণ হবে RC বর্তনীর ব্যবকলনীয় সমাধান :—

(i) নং সমীকরণ হতে পাই:-

$$E=R\frac{dQ}{dt}+\frac{Q}{C}$$

$$\Rightarrow E-\frac{Q}{C}=R\frac{dQ}{dt}$$

$$\Rightarrow EC - Q = CR\frac{dQ}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{EC-Q} = \frac{1}{CR}dt$$

উভয়পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\log_e^{EC-Q} = -\frac{1}{CR}t + k \text{ ---- (ii)}$$

এখানে k = সমাকলন ধ্রুবক। আদি অবস্থায় $t=0$ হলে $Q=0$,

তাহলে, $\log_e^{EC} = 0+k$

$$\Rightarrow k = \log_e^{EC}$$

k এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\log_e^{(EC-Q)} = \frac{1}{CR}t + \log_e^{EC}$$

বা, $\log_e^{(EC-Q)} = -\frac{1}{CR}t + \log_e^{EC}$

বা, $\log_e\left(\frac{EC-Q}{EC}\right) = -\frac{1}{CR}t = \log_e^{-t/CR}$

বা, $\frac{EC-Q}{EC} = e^{-t/CR}$

বা, $Q = EC\left(1-e^{-t/CR}\right)$

$$\therefore Q = Q_0\left(1-e^{-t/CR}\right) \text{ ---- (3)}$$

এখানে, $Q_0 = EC$ = ধারকের সর্বোচ্চ চার্জ।

(৩) নং সমীকরণ হতে যে কোন মুহূর্তে ধারকে সঞ্চিত চার্জের পরিমাণ এবং চার্জ সঞ্চয়ের প্রকৃতি জানা যায়। এই সমীকরণ হতে দেখা যায় যে ধারকের চার্জ সূচকীয় ভাবে বৃদ্ধি পেয়ে অসীম সময় পরে সর্বোচ্চ মান প্রাপ্ত হয়। লেখচিত্রে এ বিষয়টিকে প্রকাশ করলে তা পার্শ্ববর্তী লেখচিত্রের অনুরূপ হবে।

বর্তনীর প্রবাহমাত্রার রাশিমালা নির্ণয়:- উল্লেখিত RC বর্তনীতে চার্জসঞ্চয়ের রাশিমালা,

$$Q = Q_0\left(1 - e^{-t/CR}\right)$$

একে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই-

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left[Q_0\left(1 - e^{-t/CR}\right)\right]$$

$$\Rightarrow i = \frac{Q_0}{CR} \cdot e^{-t/CR}$$

$$\Rightarrow i = i_0 e^{-t/CR} \quad \text{------ (4)}$$

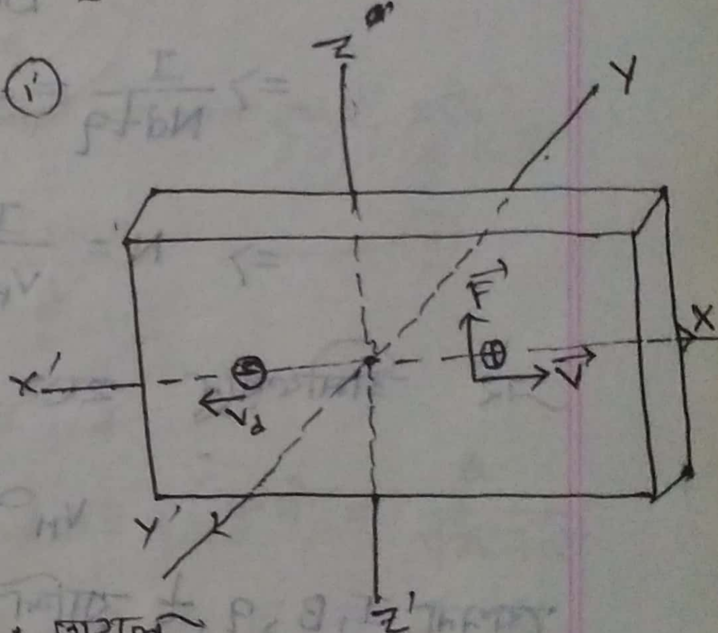
এখানে, $i_0 = \frac{Q_0}{CR} = \frac{EC}{CR} = \frac{E}{R}$ = সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা।

4 নং সমীকরণ হতে যে কোন মুহূর্তে বর্তনীর প্রবাহমাত্রা পরিমাণ এবং পরিবর্তনের প্রকৃতি জানা যায়। এই সমীকরণ হতে দেখা যায় যে বর্তনীর প্রবাহমাত্রা সূচকীয়ভাবে হ্রাস পেয়ে অসীম সময় পর শূন্য হয়। লেখচিত্রে এটি বিষয়টিকে প্রকাশ করলে তা পার্শ্ববর্তী লেখচিত্রের অনুরূপ হবে।

★ ২২ নং প্রশ্নের উত্তর

★★ ধরা যাক একটি ধাতব পাত আয়তক্ষেত্রাকার যার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A, প্রস্থ d এবং পুরুত্ব t। পাতের দৈর্ঘ্য বরাবর ধনাত্মক অক্ষ x অক্ষ বরাবর I তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে। তড়িৎ প্রবাহের আড়াআড়িভাবে Y অক্ষ বরাবর B চৌম্বক ক্ষেত্র প্রয়োগ করায় প্রস্থ বরাবর উৎপন্ন হয় ক্ষেত্রের মান E_H। যদি যদি হল ভোল্টেজ V_H হয় তাহলে আমরা পাই,

$$E_H = \frac{V_H}{d} \quad \text{--- (i)}$$



যদি ইলেকট্রনের তাড়ন বেগ V_d হয় তাহলে q চার্জের উপর ক্রিয়ারত চৌম্বক বল, $F_B = qV_dB$

এবং তড়িৎ বল $F_E = qE_H$

আমরা জানি, সাম্যবস্থায় $F_E = F_B$। তাহলে

$$qE_H = qV_dB \Rightarrow E_H = V_dB$$

E_H এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\frac{V_H}{d} = V_dB$$

$$\Rightarrow V_H = BV_dd$$

যেখানে, V_H = হল ভোল্টেজ।
V_d = ইলেকট্রনের তাড়ন বেগ,
d = প্রস্থ।

* একক আয়তনে চার্জ বাহকের সংখ্যা :— পরিবাহির একক আয়তনে চার্জ বাহকের সংখ্যা N হলে, আমরা জানি,

$$I = NAv_d q$$

$$\Rightarrow I = Ndt v_d q \quad [A = dt]$$

$$\Rightarrow v_d = \frac{I}{Ndtq}$$

তাহলে $v_d = \frac{V_H}{Bd}$

$$\Rightarrow \frac{I}{Ndtq} = \frac{V_H}{Bd}$$

$$\Rightarrow N = \frac{IB}{V_H t q}$$

এই সমীকরণ হতে দেখানো যায় যে

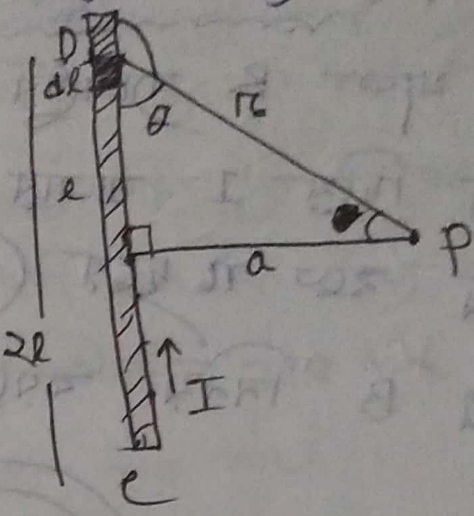
$$V_H \propto \frac{1}{N}$$

কেননা I, B, q, t রাশিগুলো ধ্রুব থাকে। সুতরাং বলা যায় হল ভোল্টেজ পরিবাহির একক আয়তনে চার্জ বাহকের সংখ্যার ব্যস্তানুপাতিক।

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ধরি, একটি লোহা দীর্ঘ সোজা ~~তারে তড়িৎ প্রবাহের তার~~ CD এর মধ্য দিয়ে I পরিমাণ তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে এবং তার থেকে a লম্ব দূরে অবস্থিত P একটি বিন্দু। সম্মুখ (দেখি)

dl-এর জন্য P বিন্দুতে চৌম্বক আবেশ বা ক্ষেত্র ঘনত্ব হবে



~~$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$~~ —— (i)

~~$r = \frac{a}{\sin\theta}$~~

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \sin\theta \text{ —— (i)}$$

তাহলে সম্পূর্ণ উপাদানের জন্য মোট চৌম্বক ক্ষেত্র, হবে

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dl \sin\theta}{r^2} \text{ —— (ii)}$$

l, θ ও r কোনটিই স্বাধীন নয়।

এখন, $r = \sqrt{l^2 + a^2}$ এবং $\sin\theta = (\pi - \theta) = \frac{a}{\sqrt{l^2 + a^2}}$

তাহলে (ii) নং হতে পাই,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a\,dl}{(l^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[\frac{l}{(l^2+a^2)^{1/2}} \right]_{-\infty}^{\infty}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[\frac{1}{1 + \frac{a^2}{l^2}} \right]_{-\infty}^{\infty}$$

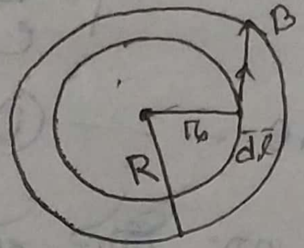
$$\therefore \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

- ইহাই নির্ণেয় বায়োট-স্যাভার্টের রাশিমালা।

৫৮

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ধরা যাক R ব্যাসার্ধের দীর্ঘ একটি বেলনাকার তারের মধ্যে দিয়ে I মাত্রার তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে। তারের কেন্দ্র হতে r_0 দূরে ($r_0 < R$) তারের অভ্যন্তরে চৌম্বক ক্ষেত্র B নির্ণয় করতে হবে:—



অ্যাম্পিয়ারের সূত্রানুসারে, আমরা পাই,

$$\oint \vec{B} \cdot dl = \mu_0 I_0 \quad (i)$$

$$বা,\ B(2\pi r_0) = \mu_0 I_0 \quad \left[\oint dl = 2\pi r_0\right]$$

যেখানে, I_0 হলো অ্যাম্পিয়ার পথের মধ্যে দিয়ে প্রবাহিত প্রবাহ মাত্রা। তাহলে,

$$বা,\ I_0 = \frac{\pi r_0^2}{\pi R^2} I$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{r_0^2 I}{R^2}$$

(i) নং হতে পাই,

$$B = \mu_0 \times \frac{r_0^2 I}{R^2} \times \frac{1}{2\pi r_0}$$

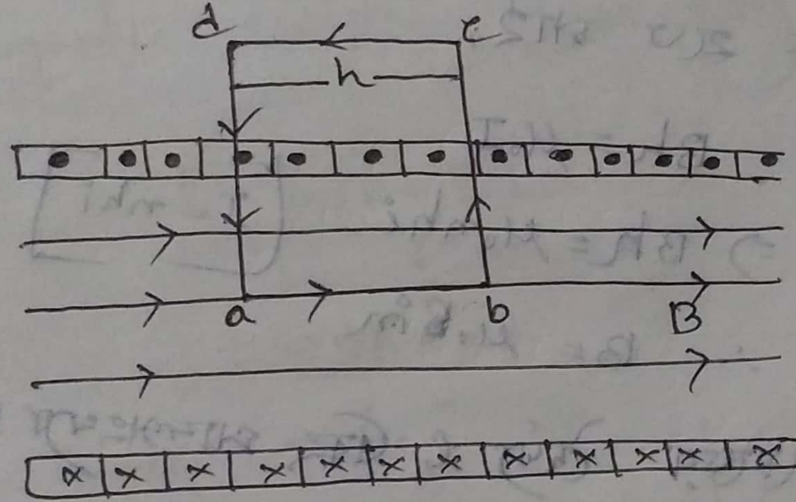
$$\therefore \boxed{B = \frac{\mu_0 I r_0}{2\pi R^2}} \quad (Ans)$$

CamScanner

৩৯ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

* একটি অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েড নিই। মনে করি সলিনয়েডের একক দৈর্ঘ্যের প্যাঁচসংখ্যা n। এখন একটি আবদ্ধ আয়তাকার পথ abcd নেওয়া হলো। যদি ab এর দৈর্ঘ্য h হয় তবে আয়তাকার abcd পথে প্যাঁচসংখ্যা হবে nh। তাহলে বদ্ধপথ abcd তে জড়িত প্রবাহ হবে nhi।

এখন অ্যাম্পিয়ারের সূত্রানুসারে পাই,



$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I \quad \text{--- (i)}$$

এখন, $$\oint_{abcd} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_b^c \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_c^d \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l} \quad \text{--- (ii)}$$

এখানে, a থেকে b এর সাথে $\vec{B}$ ও $\vec{dl}$ এর কোণ $0°$ এবং bc এর জন্য $90°$ এবং d থেকে a এর জন্য $90°$ এবং

অলিনয়েডের বাইরে চৌম্বক ক্ষেত্রের মান শূন্য। তাহলে cos 90° এর মান হবে 0 ও cos 0° এর মান হবে 1 তাহলে (ii) নং সমীকরণকে লিখা যায়:—

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \int_a^b \vec{B}.dl = \int_a^b B\,dl \cos 0° = B\int_a^b dl$$

$$\therefore \oint \vec{B}.dl = Bh \qquad \left[\because \int_a^b dl = h\right]$$

তাহলে (i) নং হতে পাই,

$$Bh = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow Bh = \mu_0 nhi \qquad \boxed{I = nhi}$$

$$\therefore B = \mu_0 in$$

যদি অলিনয়েডের দৈর্ঘ্য l এবং পাকসংখ্যা N হয় তবে

$n = \frac{N}{l}$ তাহলে

$$B = \mu_0 . \frac{N}{l} . i$$

$$\boxed{\therefore B = \frac{\mu_0 N i}{l}}$$ — ইহাই নির্ণেয় রাশিমালা।