Introduction to Astrophysics → 308

[Parvez]

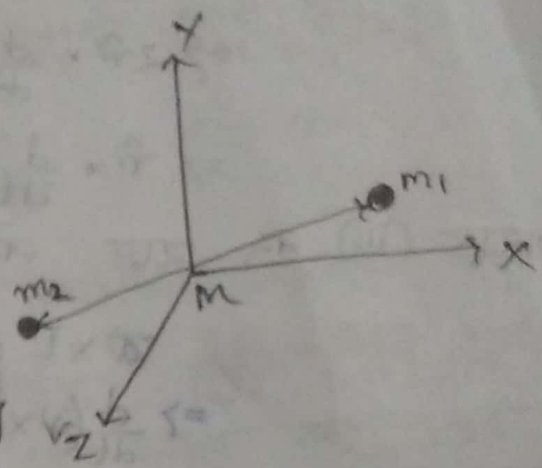
TH

Chapter-1

qn:1: কেপলারের ১ম সূত্রের প্রতিপাদন:-

আমরা জানি, বাইনারি ব্যবস্থায় একটি দ্বিবস্তু সমস্যা। বাইনারি কক্ষের জন্য ভরকেন্দ্র স্থানাঙ্কন ব্যবস্থার মূলবিন্দুতে থাকে: চিত্রে

ভরকেন্দ্র ব্যবস্থাপনায় মোট কৌণিক ভরবেগ:-



চিত্র:- ভরকেন্দ্র স্থানাঙ্কন ব্যবস্থা

$$L = \mu\vec{r} \times \vec{v} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$= \mu r\hat{r} \times \frac{d}{dt}(r\hat{r})$$

$$= \mu r\hat{r} \times \left(\frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d}{dt}\hat{r}\right) \quad \{\mu v \text{ ধ্রুব}\}$$

$$= \mu r\frac{dr}{dt}\hat{r} \times \hat{r} + \mu r^2 \hat{r} \times \frac{d}{dt}\hat{r}$$

$$= 0 + \mu r^2 \hat{r} \times \frac{d}{dt}\hat{r}$$

$$= \mu r^2 \hat{r} \times \frac{d}{dt}\hat{r} \quad \text{——— (i)}$$

যেখানে,

$\hat{r}$ = একক ভেক্টর

$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ = সংকুচিত ভর

$\vec{P} = \mu\vec{v}$ = সংকুচিত ভরবেগ

M ভরের বস্তুর মহাকর্ষ বল দ্বারা সংকুচিত ভরের ত্বরণ:-

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}}{\mu} = -\frac{\frac{GM\mu}{r^2}\cdot\hat{r}}{\mu} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r}$$

$$\therefore \vec{a} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} \quad \text{——— (ii)}$$

এখন ত্বরণ ও কৌণিক ভরবেগের ক্রস গুণন করে পাই,

$$\vec{a} \times \vec{L} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} \times \left(\mu r^2 \hat{r} \times \frac{d}{dt}\hat{r}\right)$$

$$= -GM\mu\left[\hat{r} \times \left(\hat{r} \times \frac{d}{dt}\hat{r}\right)\right]$$

$$\therefore \vec{a} \times \vec{L} = -GM\mu\left[\left(\hat{r}\cdot\frac{d}{dt}\hat{r}\right)\hat{r} - (\hat{r}\cdot\hat{r})\frac{d}{dt}\hat{r}\right] \quad \text{——— (iii)}$$

$$\left[A \times (B \times C) = (A\cdot C)B - (A\cdot B)C\right]$$

সূত্রানুসারে

যেহেতু $\hat{r}$ একটি একক ভেক্টর তাই,

$(\hat{r}\cdot\hat{r}) = 1$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\hat{r}\cdot\hat{r}) = \frac{d}{dt}\cdot 1$$

$$\Rightarrow 2\hat{r}\cdot\frac{d}{dt}\hat{r} = 0$$

$$\Rightarrow \hat{r}\cdot\frac{d}{dt}\hat{r} = 0$$

তাহলে (iii) নং হতে পাই,

$$\vec{a}\times\vec{L} = 0 + GMu\frac{d}{dt}\hat{r}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{v}\times\vec{L}) = GMu\frac{d}{dt}\hat{r}$$

$$\Rightarrow \int\frac{d}{dt}(\vec{v}\times\vec{L})\,dt = \int GMu\frac{d}{dt}\hat{r}$$ [সমাকলন করে]

$$\Rightarrow \vec{v}\times\vec{L} = GMu\hat{r} + \vec{D} \qquad \text{(iv)}$$

এখানে $\vec{v}\times\vec{L}$ এবং $\hat{r}$ একই তলে অবস্থান করায় D এদের সাথে একই তলে অবস্থান করে। এখন

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot(\vec{v}\times\vec{L}) = GMu(\vec{r}\cdot\hat{r}) + \vec{r}\cdot\vec{D}$$

$$= GMur\hat{r}\cdot\hat{r} + \vec{r}\cdot\vec{D}$$

$$\Rightarrow (\vec{r}\times\vec{v})\cdot\vec{L} = GMur + rD\cos\theta$$ $\left[\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\times\vec{B})\cdot\vec{C}\right]$

কৌণিক ভরবেগের সংজ্ঞানুযায়ী :-

$$\vec{L}/\mu\cdot\vec{L} = GMur\left(1 + \frac{D\cos\theta}{GMur}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{L^2}{\mu} = GMur\left(1 + \frac{D\cos\theta}{GMur}\right) \qquad \text{(v)}$$

যদি $e = \frac{D}{GM\mu}$ হয় তাহলে, [θ হলো সংশ্লিষ্ট জোড়ের কোণ]

$$\therefore \frac{L^2}{\mu} = GMur(1 + e\cos\theta)$$

$$\text{বা, } \frac{L^2}{\mu^2} = GMr(1 + e\cos\theta)$$

$$\therefore r = \frac{L^2/\mu^2}{GM(1+e\cos\theta)}$$ যা কনিক সেকশনের পোলার

সমীকরণ নির্দেশ করে। যা উপবৃত্তের প্রকাশ করে, সুতরাং

গ্রহের গতি উপবৃত্তাকার হবে।

[যা কেপলারের প্রথম সূত্র]

Qu-2: কেপলারের ২য় সূত্র প্রতিপাদন কর?

সমাধান: মহাকর্ষ বল সর্বদাই দুটি বস্তুর সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে। G সংযোজক সরলরেখার কোন বিন্দুতে ভরকেন্দ্র অবস্থান করে। সুতরাং এ বলদ্বয় ভরকেন্দ্রের সাপেক্ষে কোন টর্ক সৃষ্টি করে না এবং কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব থাকে।

মনে করি, উপবৃত্তাকার কক্ষপথে m ভরের কোন বস্তু, ফোকাস হতে বস্তুটি ব্যাসার্ধ ভেক্টরের মান r এবং কণাটির তাৎক্ষণিক বেগের মান v হয়। তাহলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ:

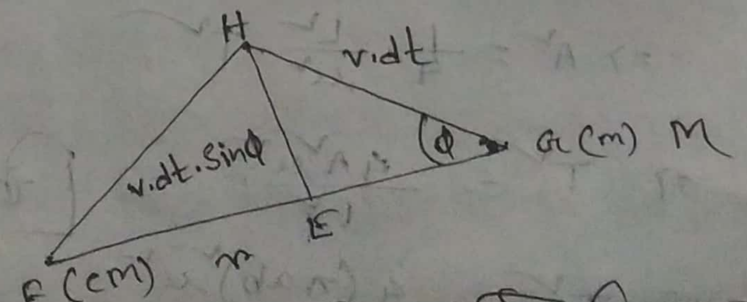
$$L = mvr\sin\phi \quad \text{——— (i)}$$

$$\Rightarrow L = rp\sin\phi \quad [\vec{p} = m\vec{v} \text{ বস্তুর ভরবেগ}]$$

$$\Rightarrow \vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$$

সংকুচিত ভরের জন্য ভরবেগ হবে $\vec{p} = \mu\vec{v}$ যেখানে, $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$

এখানে ϕ হলো $\vec{v}$ এবং ভরকেন্দ্র ও বস্তুকে সংযোগকারী রেখার মধ্যবর্তী কোণ।



চিত্র: দুটির বিন্দুর অবস্থান

চিত্র হতে, বৃহৎ বাহুর দৈর্ঘ্য r, ক্ষুদ্র বাহুর দৈর্ঘ্য $v.dt$ এবং উচ্চতা $v.dt.\sin\phi$ হলে,

dt সময়ে ΔFGH এর ক্ষেত্রফল:

$$dA = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

বা $dA = \frac{1}{2} \times r \times (v.dt.\sin\phi)$

বা, $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} (r) v \sin\phi$

$= \frac{1}{2} (L/m)$ $\quad \left[(r) v \sin\theta = L/m \right]$

বা, $\frac{dA}{dt} = \left(\frac{1}{2}\right) (L/\mu)$ [সংকুচিত ভর μ নিয়ে] ——— (ii)

যেহেতু কৌণিক ভরবেগ ও ভর ধ্রুব থাকে, সুতরাং ক্ষেত্র অতিক্রমের হার ধ্রুব থাকে, যা কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র নামে পরিচিত।

Qn-3: কেপলারের তৃতীয় সূত্র প্রতিপাদন।

সমাধান: কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রমতে ক্ষেত্র অতিক্রমের হার,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \frac{L}{\mu}$$

একটি পূর্ণ কাক্ষিক পর্যায়কাল T এর জন্য এ সমীকরণ সমাকলন করি,

$$\int_0^A dA = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{\mu} \int_0^T dt$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{\mu} \cdot T$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{L^2}{\mu^2} \cdot T^2$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4A^2\mu^2}{L^2} \quad [\text{উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi ab]$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4(\pi ab)^2\mu^2}{L^2}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2 \mu^2}{L^2} \quad \text{—— (i)}$$

আবার আমরা জানি, $b^2 = a^2 - (ae)^2$

এবং $L = \mu\sqrt{Gma(1-e^2)}$

এই মানগুলো (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$T^2 = \frac{4\pi a^2\{a^2-(ae)^2\}\mu^2}{\mu^2 Gma(1-e^2)}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 a^4(1-e^2)\mu^2}{\mu^2 Gma(1-e^2)}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{Gm}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1+m_2)} \quad [m = m_1+m_2]$$

$$\boxed{\therefore T^2 \propto a^2}$$ [যেখানে $\frac{4\pi^2}{G(m_1+m_2)}$ ধ্রুবক]

যা কেপলারের ৩য় সূত্র। [প্রমাণিত]

প্রশ্ন-৫ঃ- রিট্রোগ্রেড বা প্রত্যাবর্তন গতি কী? এই গতি ব্যাখ্যায় ক্ষেত্রে হিপার্কাসের উদ্যোগ বিবৃত কর।

সমাধান

রিট্রোগ্রেড গতিঃ পৃথিবী থেকে দেখলে সূর্যের মতো অন্যান্য গ্রহগুলোকে পূর্বদিকে হতে উদিত এবং পশ্চিমে অস্ত যায় বলে মনে হয়। যদি গ্রহসমূহকে তারপর আস্তে পশ্চিমে গতিশীল মনে হয় তখন তাদের প্রত্যাবর্তি বা পশ্চাদগতি বলে বা অনুক্রমের পর্যবেক্ষকের দৃষ্টিকোণ থেকে বহিঃগ্রহের কোন গ্রহের গতিকে সৌরজগতের অন্যান্য গ্রহের গতির বিপরীতে

গতিশীল মনে হওয়াকে প্রত্যাবর্তি গতি বলা হয়।

হিপ্পার্কাসের ভূমিকা রিট্রোগ্রেড গতি ব্যাখ্যায়:-

প্রাচীন গ্রীক জ্যোতির্বিজ্ঞানী হিপ্পার্কাস রিট্রোগ্রেড গতি সম্পর্কে গবেষণার একটি গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায় শুরু করেন। যদিও তিনি সরাসরি এর সম্পূর্ণ ব্যাখ্যা দেননি, তবে তিনি এর ভিত্তি স্থাপন করেন যা পরবর্তীতে টলেমি এবং কোপারনিকাসের কাজের মাধ্যমে বিশদ ব্যাখ্যা পায়। হিপ্পার্কাসের উদ্যোগের দিকগুলো:-

1. এপিসাইকেল তত্ত্ব প্রবর্তন:- হিপ্পার্কাস গ্রহগুলোর রিট্রোগ্রেড গতি ব্যাখ্যা করতে এপিসাইকেল ধারনা প্রস্তাব করেন। এই তত্ত্ব অনুযায়ী গ্রহগুলো প্রধান কক্ষপথের পাশাপাশি একটি ছোট বৃত্তের পথেও ঘোরে। এই ছোট ঘূর্ণনের কারণে গ্রহগুলো আপাতে বিপরীত দিকে চলমান মনে হয়।

2. গ্রহের অবস্থান নির্ধারণে কাজ:- হিপ্পার্কাস সূক্ষ্ম পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে গ্রহগুলোর কক্ষপথের গতি এবং ~~গ্রহের~~ গতির পুনরাবৃত্তি চিহ্নিত করেন। এটি পরে টলেমির ভূকেন্দ্রিক মডেলে রিট্রোগ্রেড গতির ব্যাখ্যার ভিত্তি তৈরি করে।

3. ম্যাথমেটিক্যাল টেবিলের প্রয়োগ: তিনি গ্রহগুলোর অবস্থান এবং গতির পূর্বাভাস দেওয়ার জন্য গণনাকৃত টেবিল ব্যবহার শুরু করেন। এ কাজে রিট্রোগ্রেড গতির সুনির্দিষ্ট পর্যবেক্ষণে সহায়ক হয়।

পরিশেষে বলা যায় হিপ্পার্কাসের উদ্যোগ ছিল রিট্রোগ্রেড গতির প্রথম বৈজ্ঞানিক পর্যবেক্ষণ ও তত্ত্বায়নের ভিত্তি। যদিও তার কাজ পুরোপুরি সঠিক ছিল না, এটি পরবর্তিতে জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের জন্য গুরুত্বপূর্ণ

CamScanner

আশ্রয় হয়ে উঠেছিল। টলেমির জিওসেন্ট্রিক মডেল এবং পরে কোপারনিকাসের সূর্যকেন্দ্রিক মডেল এই ধারণাকে আরও উন্নত করে।

Qn-5: Virial তত্ত্ব বা উপপাদ্য কি? প্রমাণ কর?

সমাধান

ভিরিয়েল উপপাদ্য: Virial তত্ত্ব বা উপপাদ্য হলো সাম্যাবস্থায় মহাকর্ষীয় কোন বদ্ধ সিস্টেমের জন্য দেখানো যেতে পারে যে মোট শক্তি হলো সময় গড় বিভব শক্তির অর্ধেক।

Virial উপপাদ্য প্রমাণ করার জন্য আমরা একটি রাশি বিবেচনা করি:

$$Q = \sum_i \vec{p_i} \cdot \vec{r_i}$$

এখানে p_i এবং r_i হলো কোন একটি বস্তু কাঠামোতে i-তম কণার জন্য রৈখিক ভরবেগ এবং অবস্থান ভেক্টর এবং সমষ্টিকরণটি সমস্ত কণার উপর নেওয়া হয়। এই Q কে সময়ের সাথে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dQ}{dt} = \sum_i \left(\frac{d\vec{p_i}}{dt} \cdot \vec{r_i} + \vec{p_i} \cdot \frac{d\vec{r_i}}{dt} \right) \quad \text{(i)}$$

$$\text{বা, } \frac{dQ}{dt} = \sum_i \left(\frac{d}{dt}(m_i\vec{v_i}) \cdot \vec{r_i} + m_i\vec{v_i} \cdot \frac{d\vec{r_i}}{dt} \right) \rightarrow \left[\vec{p_i} = m_i\vec{v_i} \right]$$

$$= \sum_i \left[m_i \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r_i}}{dt}\right)\vec{r_i} + m_i \frac{d\vec{r_i}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r_i}}{dt} \right] \rightarrow \left[\vec{v_i} = \frac{d\vec{r_i}}{dt} \right]$$

$$= \sum_i \left[\frac{d}{dt} \left\{ m_i \frac{d\vec{r_i}}{dt} \cdot \vec{r_i} \right\} \right]$$

$$= \frac{d}{dt} \sum_i m_i \frac{d\vec{r_i}}{dt} \cdot \vec{r_i}$$

$$= \frac{d}{dt} \sum_i \left(m_i \frac{dr_i}{dt} \cdot r_i \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \sum_i \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(m_i r_i^2 \right)$$

$$\therefore \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d^2I}{dt^2} \quad (\text{যেখানে } I = m_i r_i^2)$$

এখানে, $I = \sum_i (m_i r_i^2)$ ইহা হলো কনা সমষ্টির জড়তার ভ্রামক।
ইহাকে পুনরায় (1) এ ব্যবহার করে পাই ∴

$$\frac{1}{2}\frac{d^2I}{dt^2} - \sum_i \vec{p_i}\cdot\frac{d\vec{r_i}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{p_i}}{dt}\cdot\vec{r_i} \quad \text{——— (2)}$$

বামপাশের দ্বিতীয় টার্মটি নিয়ে পাই,

$$-\sum_i \vec{p_i}\cdot\frac{d\vec{r_i}}{dt} = -\sum_i m_i \vec{v_i}\cdot\vec{v_i}$$

$$= -2\sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$= -2k \quad [k \text{ হলো গতিশক্তি}]$$

আবার আমরা জানি, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে

$$\vec{F_i} = \frac{d\vec{p_i}}{dt}$$

ইহাদেরকে সমীকরণ (2) এ ব্যবহার করে পাই,

$$\frac{1}{2}\frac{d^2I}{dt^2} - 2k = \sum_i \vec{F_i}\cdot\vec{r_i} \quad \text{——— (3)}$$

ডানপাশের রাশিটিকে বলা হয় ক্লসিয়াসের Virial বা ভিরিয়েল।
যদি $\vec{F_{ij}}$ সিস্টেম দুটি কনা i এবং j এর মধ্যকার মিথস্ক্রিয়া বল বুঝায় তবে i- এর উপর ক্রিয়াশীল সকল সম্ভাব্য বল বিবেচনা করে লিখতে পারি:

$$\sum_i \vec{F_i}\cdot\vec{r_i} = \sum_i \Big(\sum_{j \neq 0} \vec{F_{ij}}\Big)\cdot\vec{r_i}$$

i তম কনার জন্য অবস্থান ভেক্টরকে লিখতে পারি,

$$\vec{r_i} = \frac{1}{2}(\vec{r_i} + \vec{r_j}) + \frac{1}{2}(\vec{r_i} - \vec{r_j})$$

আমরা পাই,

$$\sum_i \vec{F_i}\cdot\vec{r_i} = \frac{1}{2}\sum_i\left(\sum_{\substack{j\\ j\neq 0}}\vec{F_{ij}}\right)\cdot(\vec{r_i}+\vec{r_j}) + \frac{1}{2}\sum_i\left(\sum_{\substack{j\\ j\neq i}}\vec{F_{ij}}\right)\cdot(\vec{r_i}-\vec{r_j})$$

নিউটনের তৃতীয় সূত্র থেকে জানি, $\vec{F_{ij}} = -\vec{F_{ji}}$ এবং ডানপাশের প্রথম পদটি হলো শূন্য।

ফলে ক্লসিয়াস এর virial থিউরেম লিখতে পারি,

$$\sum_i \vec{F_i}\cdot\vec{r_i} = \frac{1}{2}\sum_i\sum_{\substack{j\\ j\neq i}} \vec{F_{ij}}\cdot(\vec{r_i}-\vec{r_j}) \quad \text{——— (4)}$$

যদি আমরা বিবেচনা করি যে বলের একমাত্র অবদানটি হলো সিস্টেমের জন্য দুটি অতি বৃহৎ কনার মধ্যকার মহাকর্ষীয় বল $\vec{F_{ij}}$ হবে,

$$\vec{F_{ij}} = G\cdot\frac{m_i m_j}{r_{ij}^2}\cdot\hat{r}_{ij}$$

এখানে, $r_{ij} = |\vec{r_j} - \vec{r_i}|$ হলো i তম এবং j তম কনার মধ্যকার ব্যবধান এবং $\hat{r}_{ij}$ হলো i- থেকে j এর দিকে একক ভেক্টর

$$\hat{r}_{ij} = \frac{\vec{r_j}-\vec{r_i}}{|\vec{r_j}-\vec{r_i}|} = \frac{\vec{r_j}-\vec{r_i}}{r_{ij}}$$

অতএব (4) নং হতে পাই,

$$\sum_i \vec{F_i}\cdot\vec{r_i} = -\frac{1}{2}\sum_i\sum_{\substack{j\\ j\neq i}} G\frac{m_i\cdot m_j}{r_{ij}^3}\cdot(\vec{r_j}-\vec{r_i})^2 \qquad [(\vec{r_j}-\vec{r_i})^2 = (r_{ij})^2]$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\sum_i\sum_{\substack{j\\ j\neq i}} G\frac{m_i\cdot m_j}{r_{ij}} \quad \text{——— (5)}$$

এখানে, $-G\frac{m_i m_j}{r_{ij}}$ হলো i তম এবং j তম কনার মধ্যকার পটেনশিয়াল শক্তি

V_{ij} লক্ষনীয় $-G\frac{m_i m_j}{r_{ji}}$

CamScanner

ও দিকে বিভিন্ন শক্তি টার্ম এবং (5) এর ও অবশ্য সমষ্টিকরণের ইহাও অন্তর্ভুক্ত। অতএব (5) এর ডানপাশটি প্রত্যেক জোড়া কনার মধ্যে দুইবার বিভিন্ন শক্তি বিদ্যমান। ফলে $\frac{1}{2}$ এর ফ্যাক্টরটি বিবেচনা করে (5) হতে

$$\sum_i \vec{F_i}\cdot\vec{r_i} = -\frac{1}{2}\sum_i\sum_{\substack{j\\ j\neq i}} G\frac{m_i \cdot m_j}{r_{ij}}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_i\sum_{\substack{j\\ j\neq i}} u_{ij} = U \quad \text{———— (6)}$$

ইহা সিস্টেমের মোট বিভিন্ন শক্তি নির্দেশ করে। অবশেষে ইহাকে (3) এ বসিয়ে এবং সময়ের সাপেক্ষে গড় নিয়ে পাই,

$$\frac{1}{2}\left\langle\frac{d^2I}{dt^2}\right\rangle - 2\langle k\rangle = \langle U\rangle \quad \text{———— (7)}$$

যেকোন একটি সময় বিরতি τ এর $\frac{d^2I}{dt^2}$ এর গড় নিয়ে পাই,

$$\left\langle\frac{d^2I}{dt^2}\right\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \frac{d^2I}{dt^2}\cdot dt$$

$$= \frac{1}{\tau}\left[\frac{dI}{dt}\right]_0^\tau$$

$$= \frac{1}{\tau}\left[\left.\frac{dI}{dt}\right|_\tau - \left.\frac{dI}{dt}\right|_0\right]$$

যদি সিস্টেমটি অবিরাম গতির মত পর্যায়বৃত্ত হয় তবে $\left.\frac{dI}{dt}\right|_\tau = \left.\frac{dI}{dt}\right|_0$

অতএব, $\left\langle\frac{d^2I}{dt^2}\right\rangle = 0$ এবং আমরা পাই,

$-2\langle k\rangle = \langle U\rangle$ ইহা হলো Virial তত্ত্বের একটি আকৃতি,

এবার মোট শক্তির গড়মান $\langle E\rangle = \langle k\rangle + \langle U\rangle$

অতএব, $\langle E\rangle = \frac{1}{2}\langle U\rangle$

ইহাই হলো Virial তত্ত্ব বা উপপাদ্য। ইহাকে আদর্শ গ্যাস সিস্টেম থেকে গ্যালাক্সির স্থাপত্যের উপর প্রয়োগ করা যায়।

প্রশ্ন-6: M ভরের গোলীয় প্রতিসম কোন বস্তুর দ্বারা m ভরের কোন বিন্দু বস্তুর উপর কৃত বল, বিন্দু বস্তু হতে বড় বস্তুর কেন্দ্র পর্যন্ত রিং ভরের সমাকলন করে নির্ণয় করা যায়। উক্ত পদ্ধতি ব্যবহার করে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র প্রতিপাদন কর?

সমাধান

M ভরের গোলীয় প্রতিসম কোন বস্তুর দ্বারা m ভরের কোন বিন্দু বস্তুর উপর কৃত বল, বিন্দু বস্তু হতে বড় বস্তুর কেন্দ্র পর্যন্ত রিং ভরের সমাকলন করে নির্ণয় করা যায়। যা কেপলারের গ্রহ সমূহের সূত্রের অনুরূপ। মনে করি, m ভরের কোনটি গ্রহ সূর্যের চারদিকে r_1 ব্যাসার্ধের কক্ষপথে ঘুরছে। যদি গ্রহের কৌণিক দ্রুতি ω হয়। তাহলে অভিকেন্দ্র বল

$$F_1 = m\omega^2 r_1$$
$$= m\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 \cdot r_1$$
$$= \frac{4\pi^2 m r_1}{T_1^2} \text{ ——— (i)}$$

এখানে, T_1 হলো গ্রহের আবর্তনকাল।

অনুরূপভাবে, $F_2 = \frac{4\pi^2 M r_2}{T_2^2}$ ——— (ii)

(i) ÷ (ii) নং হতে পাই,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m r_1 T_2^2}{M r_2 T_1^2} \text{ ——— (iii)}$$

কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে, $T^2 \propto r^3$

অতএব, $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$

নং হতে পাই, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m r_1}{M r_2} \times \frac{r_2^3}{r_1^3}$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m \cdot r_2^2}{M \cdot r_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{\frac{m}{r_1^2}} = \frac{F_2}{M/r_2^2}$$

যেকোন গ্রহের ক্ষেত্রে, $F = k \cdot \frac{m}{r^2}$ —— (iv)

এখানে k সমানুপাতিক ধ্রুবক। এখন কেপলারের সূত্রানুসারে বলা যায় যে, সকল গ্রহের জন্য k এর মান একই (iv) নং হতে দেখা যায় যে, গ্রহের প্রতি সূর্যের আকর্ষণ বলের সাথে গ্রহের ভরের সমবর্গ রয়েছে। যেখানে, M সূর্যের ভর ও G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক। গ্রহ ও সূর্যের পারস্পারিক আকর্ষণ বল F হলে,

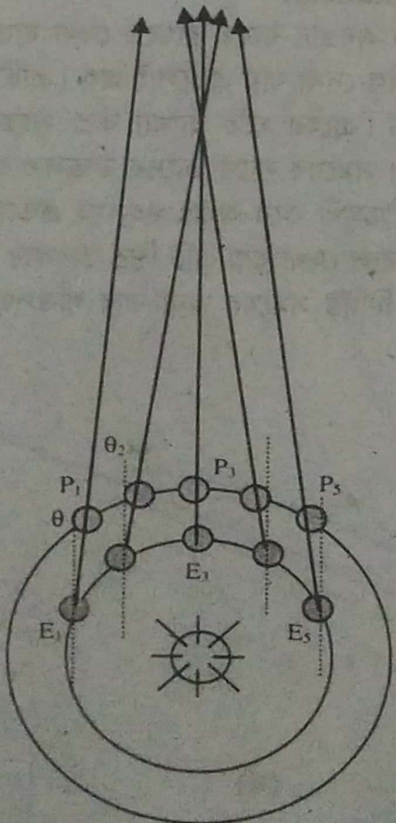
$$\therefore F = \frac{GMm}{r^2}$$

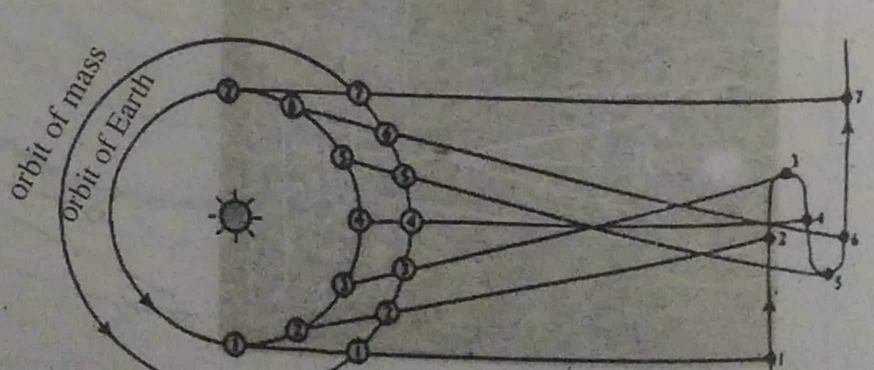
ইহাই নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র।

মঙ্গলের প্রত্যাবর্তন লুপ প্রদর্শন করে।

qm-7 কোপারনিকাসের তত্ত্বমতে গ্রহের প্রত্যাবর্তন গতি ব্যাখ্যা করা যায়–

কোপারনিকাসের মডেল অনুসারে সূর্য সৌরজগতের কেন্দ্রে অবস্থান করে এবং গ্রহসমূহ বিভিন্ন দূরত্বে ভিন্ন কক্ষপথে বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে। ১.৬ নং চিত্রে সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত পৃথিবীর ৫টি অবস্থান দ্বারা একই সময়ে মঙ্গলের আনুষাঙ্গিক ৫টি অবস্থান দেখানো হলো। ধরি, সূর্য হতে, পৃথিবী (অবস্থান E_3) ও মঙ্গল (অবস্থান P_3) গ্রহের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত দৃষ্টিরেখাটি হলো প্রসঙ্গ দিক (reference direction)। ১.৬ নং চিত্রে ভাঙা রেখাসমূহ প্রসঙ্গ দিকের সমান্তরালে অবস্থান করে। ধরি, $\theta_1, \ldots, \theta_5$ যথাক্রমে পৃথিবীর বিভিন্ন অবস্থান ($E_1, \ldots, E_5$) ও মঙ্গল গ্রহের আনুষাঙ্গিক অবস্থানের ($P_1, \ldots, P_5$) জন্য দৃষ্টিরেখা এবং প্রসঙ্গ দিকের মধ্যবর্তী কোণ। কোপারনিকাসের মতে, যে গ্রহ সূর্য হতে বেশি দূরে অবস্থান করবে, সেটি কক্ষপথে তুলনামূলকভাবে ধীরে আবর্তন করবে। কাজেই পৃথিবীর আবর্তন দ্রুতি মঙ্গল গ্রহের তুলনায় বেশি হওয়ায় পৃথিবী মঙ্গল গ্রহকে ওভারটেক করবে এর ফলে অপেক্ষাকৃত স্থির তারকার প্রেক্ষাপটে মঙ্গলের আপাত অবস্থান পরিবর্তন হবে। প্রথমে গ্রহটিকে পশ্চিম হতে পূর্বে গতিশীল মনে হবে, পরে গ্রহটির পূর্বাভিমুখী গতি স্থির মনে হবে এবং এক সময় আবার উল্টাদিকে অর্থাৎ পশ্চিম দিকে গতিশীল হবে। বহু লেনবিশিষ্ঠ রাস্তায় কোনো দ্রুতগামী গাড়ি অপেক্ষাকৃত ধীর গতির গাড়িকে ওভারটেক করার সময় এরূপ ঘটে। যখন পৃথিবী গ্রহটিকে অতিক্রম করে যাবে তখন একে আবার স্বাভাবিকভাবে পশ্চিম হতে পূর্বে গতিশীল মনে হবে সুতরাং প্রথমে সংশ্লিষ্ট দৃষ্টিরেখা ভাঙা রেখা থেকে এগিয়ে থাকলেও পরে পিছনে পড়ে যাবে (অর্থাৎ বীক্ষণ কোণ কমবে পরে উল্টাদিকে বৃদ্ধি পাবে)। এর ফলে গ্রহটি বিপরীত দিকে সরে যাচ্ছে বলে মনে হবে। যেহেতু সকল গ্রহের কক্ষপথ একই তলে অবস্থান করে না, কাজেই প্রত্যাবর্তন পথ লুপ গঠন করবে। এ বিশ্লেষণ অন্যান্য গ্রহের জন্য প্রযোজ্য।





চিত্র-১.৬ : পৃথিবীর সাপেক্ষে মঙ্গলে পশ্চাদগতি।

আকাশের দিকে তাকালে চন্দ্রকে পূর্ব হতে পশ্চিমে গতিশীল মনে হয় ঠিক যেমন সূর্যকে পূর্ব থেকে পশ্চিমে গতিশীল মনে হয়। প্রকৃতপক্ষে চন্দ্র পৃথিবীকে পশ্চিম হতে পূর্বদিকে আবর্তন করে। অতিসমলয় কক্ষ (Supersynchronous orbit) হওয়ায় পৃথিবীর সাপেক্ষে চন্দ্রের আপাত পশ্চিমাভিমুখী গতি প্রকৃতপক্ষে কৃত্রিম।এ কথার অর্থ চন্দ্র পৃথিবীর চারদিকে একবার আবর্তনের (৩০ দিন, পশ্চিম হতে পূর্বে) পূর্বে পৃথিবীর নিজ অক্ষে একবার ঘূর্ণন (Sidereal rotation = নিজ অক্ষে একবার আবর্তন ঘূর্ণন) (২৪ ঘন্টা, পশ্চিম হতে পূর্বে) সম্পন্ন করে। অর্থাৎ পৃথিবী চন্দ্রের তুলনায় দ্রুত আবর্তন করে (বিশ্ব রোডে দ্রুত ধাবমান গাড়ীর মতই)।এর ফলে চন্দ্রকে উল্টাদিকে গতিশীল মনে হয়।

মঙ্গল গ্রহের উপগ্রহের ক্ষেত্রে এরূপ ঘটে; মঙ্গলের দুটি উপগ্রহ আছে, ফোবস ও ডাইমস (Phobos and Deimos)। উভয় উপগ্রহই মঙ্গলের চারিদিকে পূর্বদিকে আবর্তন করছে। কিন্তু ডাইমসের কাক্ষিক পর্যায়কাল, মঙ্গলের নাক্ষত্রিক দিনের (Sidereal day) 1.23 গুণ যা অতিসমলয় (Supersynchronous) অবস্থা সৃষ্টি করে। অন্যদিকে, ফোবসের কাক্ষিক পর্যায়কাল মঙ্গলের নাক্ষত্রিক দিনের 0.31 গুণ যা অবসমলয় (Subsynchronous) অবস্থা সৃষ্টি করে। এর ফলে যদিও উভয় উপগ্রহ পূর্বদিকে (Prograde) গতিশীল তবুও মঙ্গলের পৃষ্ঠ হতে তাকালে তাদের বিপরীত দিকে গতিশীল মনে হবে। গ্রহানুপুঞ্জ ও কুইপার বেল্ট (প্লুটোসহ) আপাত প্রত্যাবর্তী বা পশ্চাৎ গতি প্রদর্শন করে।

অন্তঃগ্রহ ভেনাস এবং মারকারি একই কৌশলে প্রত্যাবর্তন করে, কিন্তু পৃথিবী থেকে লক্ষ্য করলে তাদের কখনো সূর্যের বিপরীতে গতিশীল মনে হবে না, কেননা এসব গ্রহের কাক্ষিক পর্যায়কাল, পৃথিবীর চেয়ে কম,অর্থাৎ তারা দ্রুত আবর্তণ করে। কাজেই. এক্ষেত্রে এসব অন্তঃগ্রহের প্রত্যাবর্তন সূর্যের সাথে যুক্ত। সূর্যের উজ্জ্বলতায় তাদের নতুন দশা পর্যবেক্ষণযোগ্য হয় না, পৃথিবীর দিকে অধিকাংশ সময় ঐসব গ্রহের অন্ধকার পার্শ্বটি থাকে; তাদের শুধু সকাল ও সন্ধ্যায় দেখা যায়।

এখন বিভিন্ন প্রখ্যাত বিজ্ঞানিদের সৌরজগতের মডেল সম্পর্কে আলোচনা করা হলো।

১.৮ কিছু গুরুত্বপূর্ণ অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর

Some important brief questions and answers

১. অপার্থিব গোলক কী? (What is celestial sphere?)

উত্তর : অসীম ব্যাসার্ধের গোলককে নাক্ষত্রিক গোলক বলে। যদি আমাদের গোলকের ব্যাসার্ধকে অসীম পর্যন্ত বৃদ্ধি করি তবে আকাশের যে কোনো বস্তুকে শুধুমাত্র দুটি স্থানাঙ্ক দ্বারা চিহ্নিত করা যায়।

২. নাক্ষত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা কাকে বলে? (What is celestial coordinate system?)

উত্তর : জ্যোতির্বিজ্ঞানে অপার্থিব স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা এমন একটি স্থানাংক ব্যবস্থা যার সাহায্যে ভৌত প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে উপগ্রহ, গ্রহ, তারকা, গ্যালাক্সি এবং অন্যান্য অপার্থিব বস্তুর অবস্থান নির্দেশ করা যায়। এ ব্যবস্থাটি বস্তুর অবস্থানকে ত্রিমাত্রিক স্থানে নির্দেশ করতে পারে।

৩. ইক্লিপটিক কাকে বলে (What is ecliptic?)

উত্তর : সূর্যের চারদিকে পৃথিবী যে কক্ষপথে আবর্তন করে সেই তলকে ইক্লিপটিক বলে। (The ecliptic is the plane of earth's orbit around the sun.)

৪. মহাবিষুব বা মেষ বিন্দু কাকে বলে? (What is vernal equinox or First Point of Aries?)

উত্তর : বছরের দুটি সময়ে (উত্তর গোলার্ধে ২০ অথবা ২১ মার্চ, দক্ষিণ গোলার্ধে ২২ অথবা ২৩ সেপ্টেম্বর) যখন সূর্য ঠিক বিষুবরেখার উপরে থাকে এবং দিন ও রাত্রির দৈর্ঘ্য সমান হয় তখন আকাশের যে দুটি বিন্দুতে ক্রান্তি বৃত্ত (সূর্যের বার্ষিক গতিপথ) এবং অপার্থিব বিষুব পরস্পরকে ছেদ করে তাকে মহাবিষুব (Vernal equinox) বলে।

৫. সম্মুখ বা সরাসরি গতি কাকে বলে? (What is direct or prograde motion?)

উত্তর : পৃথিবী থেকে দেখলে সূর্যের মতো অন্যান্য গ্রহগুলোকে পূর্বদিক হতে উদিত এবং পশ্চিমে অস্ত যায় বলে মনে হয়। যদি গ্রহসমূহ তারকার (সূর্যের) সাপেক্ষে পূর্বদিকে গতিশীল মনে হয় তখন তার গতিকে সরাসরি বা সম্মুখ গতি বলে।

৬. প্রত্যাবর্তী বা পশ্চাদগতি কাকে বলে? (What is retrograde motion?)

উত্তর : পৃথিবী থেকে দেখলে সূর্যের মতো অন্যান্য গ্রহগুলোকে পূর্বদিক হতে উদিত এবং পশ্চিমে অস্ত যায় বলে মনে হয়। যদি গ্রহসমূহকে তারকার (সূর্যের) সাপেক্ষে পশ্চিমে গতিশীল মনে হয় তখন তাদের প্রত্যাবর্তী বা পশ্চাদগতি (Retrograde) বলে বা অন্তঃগ্রহের পর্যবেক্ষকের দৃষ্টিকোণ থেকে বহিঃগ্রহের কোনো গ্রহের গতিকে সৌরজগতের অন্যান্য গ্রহের গতির বিপরীতে গতিশীল মনে হওয়াকে প্রত্যাবর্তী গতি বলে।

৭. J2000.0 বলতে কী বুঝায়? (What does J2000.0 mean?)

উত্তর : বর্তমানে ব্যবহৃত আদর্শ বিষুব এবং কাল নির্দেশক। এটি একটি সময় নির্দেশ করে। J2000.0 এর অর্থ ২০০০ সালের জানুয়ারি মাসের দুপুর (মধ্যাহ্ন) ১২:০০। এখানে J জুলিয়ান সময় নির্দেশ করে (Julian epoch)।

৮. অন্তর্বাহ বা Deferent কাকে বলে? (What is deferent?)

উত্তর : যে বৃহৎ বৃত্তের চারদিকে গ্রহসমূহ আবর্তন করে তাকে অন্তর্বাহ বা Deferent বলে।

৯. **ইপিসাইকেল কাকে বলে? (What is epicycle?)**
উত্তর : ইপিসাইকেল হলো Deferent এর পরিধিতে অবস্থিত কেন্দ্র বিশিষ্ট ক্ষুদ্র বৃত্ত। এ ক্ষুদ্র বৃত্ত দিয়ে গ্রহসমূহ ভ্রমণ করে।

১০. **অপার্থিব গোলক কী? (What is celestial sphere?)**
উত্তর : অসীম ব্যাসার্ধের গোলককে নাক্ষত্রিক গোলক বলে। যদি আমাদের গোলকের ব্যাসার্ধকে অসীম পর্যন্ত বৃদ্ধি করি তবে আকাশের যে কোনো বস্তুকে শুধুমাত্র দুটি স্থানাঙ্ক দ্বারা চিহ্নিত করা যায়।

১১. **বৃহৎ বৃত্ত কাকে বলে? (What is great circle?)**
উত্তর : অপার্থিব গোলকের কেন্দ্রে পৃথিবী অবস্থান করে। যে বৃহৎ বৃত্তটি এ অপার্থিব গোলককে দুটি অর্ধগোলকে পৃথক করে রাখে তাকে বলা হয় বৃহৎ বৃত্ত। একে অপার্থিব দিগন্ত (Celestial horizon) বলা হয়।

১২. **স্থানীয় মধ্যতল কাকে বলে? (What is local meridian?)**
উত্তর : দিগন্তরেখার সাথে লম্বভাবে অবস্থিত বৃহৎ বৃত্ত যার মধ্যে জেনিথ এবং উত্তর Celestial Pole মেরু অন্তর্ভুক্ত থাকে।

১৩. **নাক্ষত্রিক সময় কাকে বলে? (What is Sidereal time?)**
উত্তর : নাক্ষত্রিক দিন হলো Vernal equinox এর সাপেক্ষে প্রকৃত আবর্ত।

১৪. **জুলিয়ান কাল কী? (What is Julian epochs)**
উত্তর : জুলিয়ান বছরের (সঠিক ৩৬৫.২৫ দিন) উপর ভিত্তি করে নির্ণীত কাল। জুলিয়ান কালকে নিম্নরূপে হিসাব করা হয় : J = 2000.0 + (জুলিয়ান তারিখ – 2451545.0)/365.25)

১৫. **ইকুইনটিক্যাল বিন্দু কী? (What is equinotical points?)**
উত্তর : ক্রান্তি বৃত্ত, অপার্থিব বিষুবের সাথে $23°27'$ কোণে আনত থাকে। ক্রান্তি বৃত্ত বিষুবকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করলে এদের বলা হয় ইকুইনটিক্যাল বিন্দু (Equinotical points)।

১৬. **ঘণ্টা কোণ কী? (What is hour angle?)**
উত্তর : স্থানীয় মধ্যরেখা হতে কোনো বস্তুর RA এ পরিমাপকৃত দূরত্ব। যখন কোনো বস্তু ঠিক মাথার উপর থাকে সেই সময়কে শূন্য ঘণ্টা কোণ বলে।

১৭. **দিগন্ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা কাকে বলে? (What is horizontal coordinate system?)**
উত্তর : দিগন্ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা একটি অপার্থিব স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা যেখানে পর্যবেক্ষকের স্থানীয় দিগবলয়কে (Horizon) মুখ্য বৃত্ত এবং বৃত্তের তলকে মৌলিক তল হিসেবে ব্যবহার করা হয়।

১৮. **অপার্থিব মধ্যরেখা কাকে বলে? (What is celestial meridian?)**
উত্তর : যে বিশেষ বৃত্ত অপার্থিব গোলকের মেরুবিন্দু দিয়ে গমন করে তাকে অপার্থিব মধ্যরেখা বলে। এটি একটি বৃহৎ বৃত্ত যা ঊর্ধ্ববিন্দু এবং অপার্থিব গোলকের মেরু দিয়ে গমন করে।

১৯. **অন্তগ্রহ কাকে বলে? (What is Inner planets?)**
উত্তর : যে সমস্ত গ্রহের কক্ষপথ পৃথিবীর কক্ষপথের অভ্যন্তরে তাদের অন্তগ্রহ বলে অথবা যে সমস্ত গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের চেয়ে কম তাদের অন্তগ্রহ বলে। যেমন- বুধ ও শুক্র।

২০. **বহিগ্রহ কাকে বলে? (What is Outer planets?)**
উত্তর : যে সমস্ত গ্রহের কক্ষপথ পৃথিবীর কক্ষের বাইরে তাদের বহিগ্রহ বলে অথবা যে সমস্ত গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের চেয়ে বেশি তাদের বহিগ্রহ বলে। যেমন- মঙ্গল, বৃহস্পতি ইত্যাদি সকল গ্রহ।

২১. **ঊর্ধ্বস্থিত সংযোগ কাকে বলে? (What is Superior conjunction) :**
উত্তর : যখন সূর্য, পৃথিবী এবং কোনো গ্রহের মাঝে একই রেখায় অবস্থান করে তখন তাকে ঊর্ধ্বস্থিত সংযোগ বলে।

Chapter-2

প্রশ্ন-১ঃ কেপলার প্যারালাক্স কী? উপযুক্ত উদাহরণসহ এই পদ্ধতির ব্যবহার লিখ?

সমাধান:

কেপলার সূত্রসমূহ অ্যাসট্রোনমিক্যাল ইউনিট ও গ্রহের গ্রহের কক্ষপথের আইডিয়া ব্যাখ্যা করে। যদিও কেপলার তখন পর্যন্ত গ্রহ সমূহের প্রকৃত মাপ বা আকার সম্পর্কে জানতে পারেনি। সৌর মন্ডলের প্রকৃতি স্কেলটি কেপলারের মৃত্যুর পর ১৭৬১ সালে জানা যায় যখন বুধ গ্রহের দূরত্ব পরিমাপ করা হয় যখন ইহা সূর্যের ডিস্কটিকে অতিক্রম করে। এই পরিমাপের জন্য যে পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় তাহাকে ত্রিকোণমিতিক প্যারালাক্স বলা হয়। ইহা হলো সার্ভেয়ারদের একটি ত্রিভুজীকরণ টেকনিক। পৃথিবীর উপর একটি অনেক দূরে পাহাড়ের চূড়ার দূরত্বকে পরিমাপ করা যায় একটি বেইস লাইন দূরত্ব দ্বারা পৃথককৃত দুটি বিন্দু থেকে চূড়াটির কৌণিক দূরত্ব পরিমাপ করে।

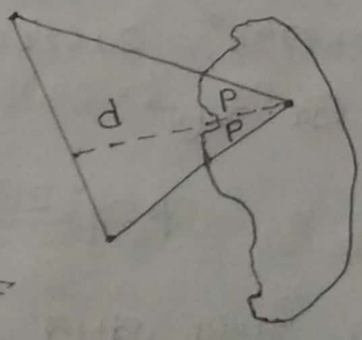
চিত্র-১ অনুযায়ী সাধারণ ত্রিকোণমিতি ব্যবহার করে চূড়াটির দূরত্ব পরিমাপ করা হয়।

[$AU = 1.50 \times 10^6 k$
~ 8 Light Minutes

এখানে ত্রিকোণমিতিক প্যারালাক্স

$$d = \frac{B}{\tan p}$$

এক্ষেত্রে একটি গ্রহের দূরত্বকে পৃথিবীর উপর দুটি বেস দূরে অবস্থিত পর্যবেক্ষণ বিন্দু থেকে পরিমাপ করা যায়।



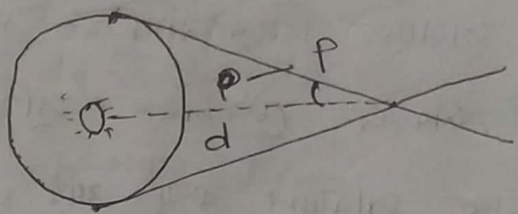
চিত্র: ত্রিকোণমিতিক প্যারালাক্স।

যেহেতু পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরে সেহেতু 6 মাস ব্যবধানে একই তারার দুটি পর্যবেক্ষণ ও যে বেইস লাইন ব্যবহার করা হয় তাহা পৃথিবীর

আবর্তের ব্যাসের সমান। এই পরিমাপ প্রদর্শন করে যে নিকটতম তারকাটি অসীম দূরে অবস্থিত একটি তারকার ব্যাকগ্রাউন্ডের বিপরীতে বার্ষিক অগ্র-পশ্চাৎ পরিবর্তন সংঘটন করে। একটি তারকা নভোমন্ডলে তার নিজের গতির মাধ্যমে অবস্থান পরিবর্তন করে কিন্তু পৃথিবী থেকে পরিলক্ষিত এই যথার্থ গতি পর্যায়বৃত্ত নয় এবং এর ফলে পৃথিবীর কক্ষীয় গতির জন্য উৎপন্ন তারকার পর্যায়বৃত্ত সরণ আলাদা করা যায়। চিত্র ২ অনুযায়ী প্যারালাক্স কোণ p-এর একটি পরিমাপ পৃথিবী থেকে তারকার দূরত্ব পরিমাপ করতে সাহায্য করে।

$$d = \frac{1\,AU}{\tan p}$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{p''}\,pc$$



চিত্র: Stellar parallax

যেখানে p ছোট বলে $\tan p \cong p$ হলে প্যারালাক্স কোণের জন্য পরিমাপ করা হয়

এই p কে রেডিয়ান এ মাপা হয়।

1 radian = $57.2957795^\circ = 206264.806''$ এর মাধ্যমে p কে p'' এ মাপা হয় এবং এর ফলে

$$p \simeq \frac{206.265\,AU}{p''}$$

দূরত্বের নতুন একক সংজ্ঞা প্রদান করি Parsec হিসেবে —

$$1\,pc = 2.06264806 \times 10^5\,AU$$
$$= 3.0856776 \times 10^{16}\,m$$ যেন আমরা পাই,

$$d = \frac{1}{p''}\,pc$$

যখন Parallax কোণ $p = 1''$ তখন তারকাটির দূরত্ব হলো 1 pc।

অতএব 1 parsec হলো সেই দূরত্ব যেখানে থেকে পৃথিবীর কক্ষপথটি 1 AU, 1" কোণ উৎপন্ন করে। এক্ষেত্রে অন্য একটি একক ব্যবহার করা হয় যাহাকে আলোকবর্ষ বা light year সংক্ষেপে ly দ্বারা প্রকাশ করা হয়। 1ly হলো 1 বছরে আলোক যেটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে।

$1\,ly = 9.4607304 72\times10^{15}\,m$. 1 pc হলো 3.2615638 ly এর সমান।

Qn-২ঃ আপাত ও চরম মাত্রা বলতে কি বুঝ? সমীকরণটি প্রতিপাদন কর, যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।

$$m - M = 5\log_{10}(d) - 5 = 5\log_{10}\left(\frac{d}{10pc}\right)$$

সমাধান

আপাত মানঃ কোন তারকার উজ্জ্বলতা যে রূপ প্রতীয়মান হয়। তারকা সমূহ বহু দূরে অবস্থান করায় তাদের প্রকৃত উজ্জ্বলতা আপাত উজ্জ্বলতা হতে কম মানে হয় একে আপাত মান বলে।

পরম মানঃ যদি কোন তারকা 10 পারসেক দূরত্বে থাকে তবে তারকার উজ্জ্বলতার মানকে পরম মান M বলে।

কোন তারকা হতে আলোক শক্তি সমরূপের সকল দিকে মহাশূন্যে হারিয়ে যায়। আলোক-তিব্রতাকে অনেক সময় আলোক ফ্লাক্স ও বলা হয়। কোন পৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফলে একক সময়ে লম্বভাবে যে পরিমান আলোক বা বিকিরিত শক্তি আপতিত হয় তার দ্বারা আলোক ফ্লাক্সকে সংজ্ঞায়িত করা হয়। সুতরাং কোন তারকা হতে প্রতি সেকেন্ডে L পরিমান বিকিরিত শক্তি নির্গত হলে তারকাটি হতে d দূরত্বে তীব্রতা,

$$I = \frac{L}{4\pi d^2}$$

যদি দুটি অভিন্ন তারকা বিবেচনা করি (সুতরাং L অভিন্ন) যাদের দূরত্ব যথাক্রমে d ও d_0। যেখানে d_0 একটি আদর্শ দূরত্ব নির্দেশ করে যার পরিমান $d_0 = 10\,pc$। ধরি, d ও d_0 দূরত্বের তারকা দুটির মান যথাক্রমে m (আপাত) ও M (পরম)।

$$\therefore \frac{d \text{ দূরত্বে আলোর তীব্রতা } I_2}{10pc \text{ দূরত্বে আলোর তীব্রতা } I_1} = \frac{\frac{L}{4\pi d^2}}{\frac{L}{4\pi (10)^2}}$$

$$= \frac{L}{4\pi d^2} \times \frac{4\pi (10)^2}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{10}{d}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d}{10}\right)^2$$

আবার আমরা জানি,

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$(m - M) = 2.5 \log_{10}\left(\frac{d}{10pc}\right)^2 \quad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } m - M = 2 \times 2.5 \log_{10}\left(\frac{d}{10pc}\right)$$

$$\Rightarrow m - M = 5 \log_{10}\left(\frac{d}{10pc}\right)$$

$$= 5\log_{10} d - 5\log_{10} 10$$

$$= 5\log_{10} d - 5$$

$$\therefore m - M = 5\log_{10} d - 5 = 5\log_{10}\left(\frac{d}{10pc}\right) \quad \text{[প্রমানিত]}$$

Qn-3 ফ্লাক্স এবং লুমিনোসিটি সংজ্ঞায়িত কর। দেখাও যে,

$$m = M_S - 2.5\log_{10}\left(\frac{F}{F_{10}}\right)$$

সমাধান

লুমিনোসিটিঃ তারার আসল শক্তি নিঃসরণের হার। এটি তারার অভ্যন্তরে থারমানবিক বিক্রিয়ার মাধ্যমে উৎপন্ন শক্তির পরিমাণ।

ফ্লাক্সঃ ফ্লাক্স হলো একটি তারার বা আলোক উৎসের প্রতি ইউনিট ক্ষেত্রফল প্রতি নির্দিষ্ট সময়ে নির্গত শক্তি। এটি সাধারণত ওয়াট প্রতি বর্গমিটারে (W/m^2) এককে মাপা হয়।

প্রমাণঃ- Luminosity এর জন্য বিপরীত বর্গীয় সূত্র ব্যবহার করে জ্যোতির্বিজ্ঞানীরা প্রত্যেকটি নক্ষত্রের সাথে একটি পরম মান M সংযুক্ত করেন। ইহা দ্বারা বুঝানো হয় যদি একটি তারকা হলো 10 pc দূরত্বে অবস্থান করে তবে এই তারকার উজ্জ্বলতার মান হলো আপাত মান। ধরি, দুটি তারার আপাত মানের মধ্যকার পার্থক্য হলো 5 যাহা ক্ষুদ্রতর মানের নক্ষত্র উচ্চতর মানের নক্ষত্রের চেয়ে 100 গুন উজ্জ্বল। এর ফলে তাদের ফ্লাক্স অনুপাতকে লিখতে পারি:-

$$\frac{F_2}{F_1} = 100^{(m_1 - m_2)/5}$$

উভয়দিকে $\log_{10}$ নিয়ে,

$$\Rightarrow \log_{10}\frac{F_2}{F_1} = \log_{10} 100^{(m_1 - m_2)/5}$$

$$\Rightarrow \log_{10}\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_1 - m_2}{5}\log_{10} 10^2$$

$$\Rightarrow \log_{10}\frac{F_2}{F_1} = 2 \times \frac{m_1 - m_2}{5}\log_{10} 10$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}\log_{10}\frac{F_2}{F_1} = m_1 - m_2$$

$$\Rightarrow (m_1 - m_2) = -2.5\log_{10}\frac{F_1}{F_2}$$

$$\Rightarrow (m_* - M_s) = -2.5\log_{10}\frac{F_*}{F_{10(sun)}}$$

$$\Rightarrow m_* = M_s - 2.5\log_{10}\left(\frac{F}{F_{10\odot}}\right)$$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন-৪: সূর্যের লোমিনসিটি $L_\odot = 3.829\times10^{26}$ W । 1 AU $= 1.496\times10^{11}$ m দূরত্বে ফ্লাক্স নির্ণয় কর । 10 pc দূরত্বে ফ্লাক্স কত হবে ?

<u>সমাধান</u>

দেওয়া আছে, লোমিনসিটি $L_\odot = 3.829\times10^{26}$ W

দূরত্ব $d = ~~10 pc~~\ 1.496\times10^{11}$ m

ফ্লাক্স $I = ?$

আমরা জানি,

$$I = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$= \frac{3.829\times10^{26}\ W}{4\times3.14166\times(1.496\times10^{11}\ m)^2}$$

$$= 1361.48\ Wm^{-2}$$ <u>Ans</u>

আবার,
$$d = 10\ pc$$
$$= 3.086\times10^{16}\times10\ m$$
$$= 3.086\times10^{17}\ m$$

তাহলে 10 pc এর জন্য ফ্লাক্স হবে,

$$I = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$= \frac{3.829 \times 10^{26}\,W}{4 \times 3.1416 \times (3.086 \times 10^{17}\,m)^2}$$

$$= 3.1995 \times 10^{-10}\ Wm^{-2} \quad \text{Ans}$$

প্রশ্ন-৫ঃ একটি সেফিড তারকা ৩৪ দিনের সময়কাল পর্যবেক্ষণ করা হয়। পূর্বে পরিমাপ করা সেফিড তারকা এর সাথে তুলনা করলে, এর পরম মাত্রা -৫.৫৬ পাওয়া যায়। এর আপাত মাত্রা ছিল +২৩.০। নক্ষত্রের দূরত্ব কত?

সমাধান

দেওয়া আছে, আপাত মান $m = 23.0$

পরম মান $M = -5.56$

$$\therefore M - m = -5.56 - 23$$

$$= -28.56$$

নক্ষত্রের দূরত্ব $d = ?$

আমরা জানি, $M - m = -5\log_{10}\left(\frac{d}{10}\right)$

$$\Rightarrow -28.56 = -5\log_{10}\left(\frac{d}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \log_{10}\left(\frac{d}{10}\right) = 5.712$$

$$\Rightarrow \frac{d}{10} = e^{5.712}$$

$$\therefore d = 3024.75\ pc \quad \text{Ans}$$

Qn-6: নাক্ষত্রিক লম্বন ত্রুটি কী? পৃথিবী হতে একটি তারকার দূরত্ব লম্বন ত্রুটি এবং পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের মধ্যে একটি সম্পর্ক প্রতিপাদন কর?

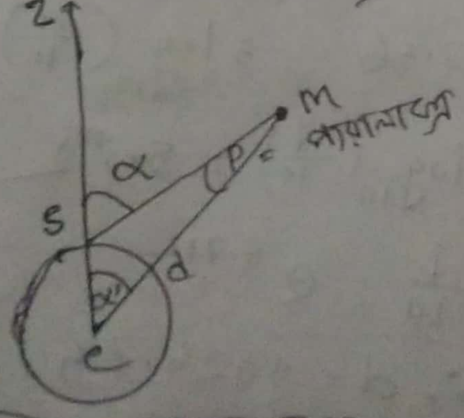
সমাধান

নাক্ষত্রিক লম্বন ত্রুটি: (stellar parallax) স্টেলার প্যারালাক্স হলো পর্যবেক্ষকের অবস্থানের পরিবর্তনের কারণে দূরবর্তী তারকার আপেক্ষে নিকটবর্তী তারকার (বা বস্তুর) আপাত অবস্থান পরিবর্তন। stellar শব্দের অর্থ তারকা; এক্ষেত্রে নিকটবর্তী তারকা। অন্য কথায় বলা যায় পর্যবেক্ষকের দৃষ্টিকোণ পরিবর্তনের কারণে বস্তুর আপাত অবস্থানের যে পরিবর্তন তাকে প্যারালাক্স বলে।

ধরি, M একটি নিকটবর্তী আকাশস্থ বস্তু (চন্দ্র, সূর্য বা সৌরজগতের অন্য গ্রহ)। C পৃথিবীর কেন্দ্র, S পৃথিবীপৃষ্ঠের কোন এক পর্যবেক্ষক। R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং $d = CM$ হলো পৃথিবীর কেন্দ্র হতে আকাশস্থ বস্তু M এর দূরত্ব।

এক্ষেত্রে পর্যবেক্ষক S ও আকাশস্থ বস্তু M এর সংযোগকারী সরলরেখা SM, CM এর সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাই হবে ভূকেন্দ্রিক প্যারালাক্স যাকে P দ্বারা নির্দেশিত। অর্থাৎ $P = \angle SMC$ = M এর প্যারালাক্স।

ধরি CZ রেখা SM ও CM এর সাথে যথাক্রমে α এবং α' কোণ উৎপন্ন করেছে। অর্থাৎ $\alpha = \angle ZSM$ = আপাত সুবিন্দু দূরত্ব এবং $\alpha' = \angle SCM$ = প্রকৃত সুবিন্দু।



চিত্র: ভূকেন্দ্রিক প্যারালাক্স

যেহেতু α, ΔSCM এর বহিঃস্থ কোণ । সুতরাং

$$\alpha = \alpha' + P$$

আবার, ΔSCM এ ত্রিভুজ অনুসারে

$$\frac{\sin P}{R} = \frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{d}$$

বা, $\frac{\sin P}{R} = \frac{\sin\alpha}{d}$ [যেহেতু $\sin P \cong P$]

বা, $\frac{P}{R} = \frac{\sin\alpha}{d}$

$$\therefore P = \frac{R}{d}\sin\alpha \quad \text{——— (i)}$$

সুতরাং দৈনিক প্যারালাক্স, এর আঘাত সুবিন্দু দূরত্বের সাইনের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্র হতে আকাশমণ্ডলে বস্তু M এর দূরত্ব,

$$d = \frac{R}{P}\sin\alpha \quad \text{——— (ii)}$$

সুতরাং, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে দূরত্ব

$$D = d - R$$
$$= \frac{R}{P}\sin\alpha - R \quad \text{——— (iii)}$$

এই (iii) নং সমীকরণ হলো পৃথিবী হতে আপেক্ষাকৃত নিকটবর্তি কোন তারকা বা গ্রহ চন্দ্র এর দূরত্ব, প্যারালাক্স ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

২.৭ কিছু গুরুত্বপূর্ণ অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর
Some important brief questions and answers

১. **তারকার মান স্কেল কী? (What is star magnitude scale?)**
উত্তর : তারকা হতে নিঃসরিত বিদ্যুৎ চৌম্বকীয় তরঙ্গের বর্ণালির প্রতিটি অংশের আলোর তীব্রতা ও পোলারাইজেশনের পরিমাণগত পরিমাপের উপর ভিত্তি করে যে স্কেল।

২. **তারকার আপাত মান কী? (What is apperent magnitude?)**
উত্তর : কোন তারকার উজ্জ্বলতা যে রূপ প্রতীয়মান হয়। তারকাসমূহ বহু দূরে অবস্থান করায় তাদের প্রকৃত উজ্জ্বলতা আপাত উজ্জ্বলতা হতে কম মনে হয়।

৩. **সূর্যের আপাত মান –26.7 বলতে কী বুঝ?**
উত্তর : ঋণাত্মক চিহ্ন হতে দেখা যায় সূর্যের উজ্জ্বলতা শূন্য মানের তারকার উজ্জ্বলতা অপেক্ষা বেশি। এর উজ্জ্বলতা শূন্য মানের তারকা অপেক্ষা $2.51^{(m_2-m_1)} = (2.51)^{0-(-26.7)} = (2.51)^{26.7} = 4.6\times10^{10}$ গুণ উজ্জ্বল।

৪. **পরম মান কী? (What is absolute magnitude?)**
উত্তর : যদি কোনো তারকা 10 পারসেক দূরত্বে থাকে তবে তারকার উজ্জ্বলতার মানকে পরম মান M বলা হয়

৫. **তারকার পরম মান –5 বলতে কী বুঝ?**
উত্তর : যদি তারকাটিকে 10 পারসেক দূরত্বে রাখা হয় তবে সেটি –5 মান বিশিষ্ট তারকার উজ্জ্বলতার সমান হবে, অর্থাৎ এর উজ্জ্বলতা প্রথম মানের তারকার উজ্জ্বলতা অপেক্ষা বেশি মনে হবে এবং এর উজ্জ্বলতা প্রথম মানের তারকা অপেক্ষা $(2.51)^6 = 250$ গুণ উজ্জ্বল বা এর উজ্জ্বলতা শূন্য মানের তারকার উজ্জ্বলতা অপেক্ষা $(2.51)^5 \cong 100$ গুণ উজ্জ্বল মনে হবে।

৬. **উজ্জ্বলতার গুণক কী? (What is luminous factor?)**
উত্তর : যে কোনো মানের তারকাদ্বয়ের আলোক তীব্রতার অনুপাত $2.51^{(m_2-m_1)}$ এর সমান একে বলা হয় উজ্জ্বলতার গুণক

৭. **প্রসঙ্গ কাঠামো বলতে কী বুঝ?**
উত্তর : কোনো স্থানে একটি বিন্দু বা বস্তুর অবস্থান নির্দেশ করার জন্য যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করতে হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। অথবা প্রসঙ্গ কাঠামো হলো একটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা যার সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থান ও গতি বিষয়ক রাশিগুলো পরিমাপ করা যায়।

৮. **বর্ণ সূচক কী? (What is colour index?)**
উত্তর : বর্ণ সূচক একটি সংখ্যা সূচক রাশিমালা যার সাহায্যে কোনো বস্তুর বর্ণ নির্ণয় করে তারকার তাপমাত্রা নির্ণয় করা হয়। বর্ণ সূচক যত ক্ষুদ্র হয় বস্তুটি তত বেশি নীল বা উত্তপ্ত হয়। বিপরীতক্রমে বর্ণ সূচক যত বেশি হয় বস্তুটি তত বেশি লাল বা ঠাণ্ডা হয়।

৯. **স্টেলার প্যারালাক্স (বা নাক্ষত্রিক লম্বন ত্রুটি) কী? (What is stellar parallax?)**
উত্তর : স্টেলার প্যারালাক্স হলো পর্যবেক্ষকের অবস্থানের পরিবর্তনের কারণে দূরবর্তী তারকার সাপেক্ষে নিকটবর্তী তারকার (বা বস্তুর) আপাত অবস্থান পরিবর্তন। Stellar শব্দের অর্থ তারকা; এক্ষেত্রে নিকটবর্তী তারকা। সহজ করে বললে পর্যবেক্ষকের দৃষ্টিকোণ পরিবর্তনের কারণে বস্তুর আপাত অবস্থানের যে পরিবর্তন তাকে প্যারালাক্স বলে।

১০. **দৈনিক বা ভূকেন্দ্রিক প্যারালাক্স বা লম্বন কাকে বলে? (What is diurnal or geocentric parallax?)**
উত্তর : যদি একবার পৃথিবী পৃষ্ঠ ও একবার পৃথিবীর কেন্দ্র হতে অপেক্ষাকৃত নিকটবর্তী বস্তু যেমন- সূর্য, চন্দ্র, এবং অন্যান্য গ্রহগুলোকে পর্যবেক্ষণ করা যায় তখন যে প্যারালাক্স পর্যবেক্ষণ করা যায় তাই দৈনিক বা ভূকেন্দ্রিক প্যারালাক্স বা লম্বন।

১১. **কৃষ্ণবস্তু কাকে বলে? (What is a black body?)**
উত্তর : এমন পৃষ্ঠ বিশিষ্ট বস্তু যা ঐ পৃষ্ঠের উপর আপতিত সকল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তাপীয় বিকিরণ শোষণ করে তাকে কৃষ্ণবস্তু বলে। একে কৃষ্ণবস্তু বলা হয় কারণ এটি কোনো আলো প্রতিফলন করে না।

১২. কোন তারকার দূরত্ব গুণক (Distance modulus) কাকে বলে? (What is Distance modulus of a star?)

উত্তর : কোন তারকার আপাত মান ও পরম মানের পার্থক্যকে $(m\text{-}M)$ দূরত্ব গুণাংক বলে ।

১৩. বর্ণসূচক কাকে বলে? (What is Colour index?)

উত্তর : বর্ণ সূচক একটি সংখ্যাসূচক রাশিমালা (Numerical expression) যার সাহায্যে কোনো তারকার বর্ণ নির্ণয় করে এরতাপমাত্রা নির্ণয় করা হয় । বর্ণ সূচক যত ক্ষুদ্র হয় বস্তুটি তত বেশি নীল বা উত্তপ্ত হয় ।

১৪. বিকিরণ ফ্লাক্স কাকে বলে? (What is radiation flux?)

উত্তর : আলোর সঞ্চালনের দিকের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে একক সময়ে অতিক্রান্ত সকল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মোট আলোক শক্তিকে বিকিরণ ফ্লাক্স (বা বিকিরণ তীব্রতা)বলা হয় ।

অনুশীলনী

Chapter-3

Qn-1: দৈর্ঘ্য সংকোচন বা লরেঞ্জ ফিটজ-জিরাল্ড সংকোচন ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

দৈর্ঘ্য সংকোচন: কোন বস্তু যদি কোনটি পর্যবেক্ষকের তুলনায় উচ্চ গতিতে চলতে থাকে, তবে সেই পর্যবেক্ষকের দৃষ্টিতে বস্তুটির দৈর্ঘ্য সংকুচিত হয় একে দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে।

আপেক্ষিকতার তত্ত্বানুসারে পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গতিশীল কোন দণ্ডের দৈর্ঘ্য L সর্বদায় নিশ্চল অবস্থায় উক্ত দণ্ডের দৈর্ঘ্য L_0 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হবে। একে দৈর্ঘ্যের আপেক্ষিকতা বা দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে। স্থির অবস্থায় পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য L_0 কে প্রকৃত দৈর্ঘ্য বলা হয়। এ ধারনার প্রবর্তক FitzGerald, Hendric A. Lorentz যে কারনে ধারনাটিকে লরেন্জ-ফিটজ জেরাল্ড সংকোচন নামে অভিহিত করা হয়।

দৈর্ঘ্য সংকোচনের সমীকরণ প্রতিপাদন:

দুটি জড় কাঠামো S' ও S কাঠামো বিবেচনা করি। ধরি S' কাঠামো S কাঠামোর সাপেক্ষে v ধ্রুব দ্রুতিতে ধনাত্মক x-অক্ষ বরাবর গতিশীল রয়েছে। ধরি, চলমান কাঠামো S' এ x' অক্ষ বরাবর একটি দণ্ড AB স্থির আছে। S' কাঠামোর কোন পর্যবেক্ষক কর্তৃক নির্ণীত উক্ত দণ্ডের দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক x_1' এবং x_2'।

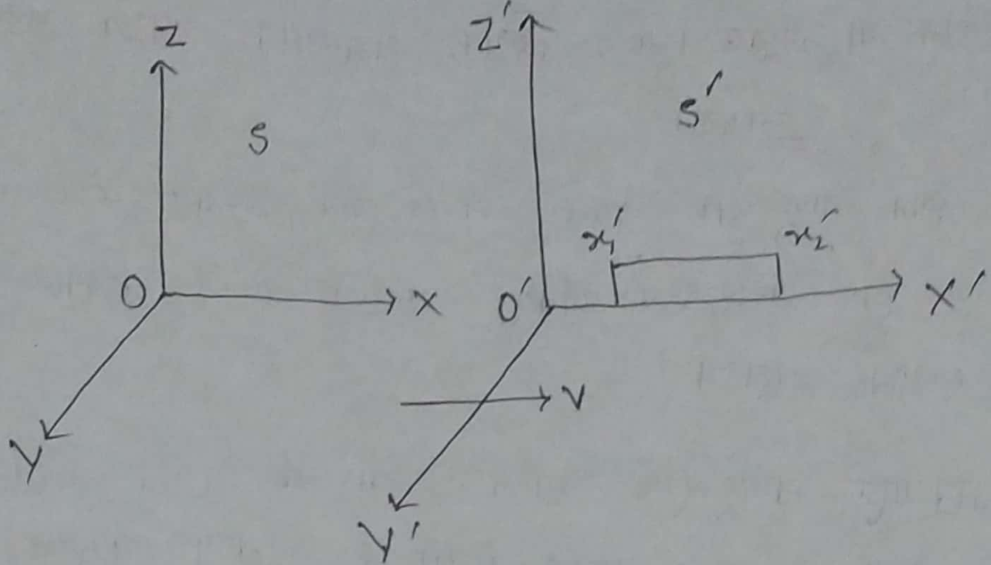
সুতরাং S' কাঠামোতে দণ্ডের দৈর্ঘ্য হবে,

$$L_0 = x_2' - x_1' \qquad \text{(i)}$$

S কাঠামোর কোন পর্যবেক্ষক AB দণ্ডকে গতিশীল দেখবেন, ফলে উক্ত দণ্ডের দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক তার কাছে ভিন্ন হবে। ধরি, S কাঠামোর পর্যবেক্ষক কর্তৃক ঐ দণ্ডের দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক x_1 ও x_2; তাহলে ঐ কাঠামোতে

দন্ডের দৈর্ঘ্য হবে,

$$L = x_2 - x_1 \quad \text{——— (ii)}$$



চিত্র- S' জড় প্রসঙ্গ কাঠামোতে একটি দন্ড স্থাপিত আছে।

লরেন্টজ রূপান্তর অনুসারে পাই,

$$x_1' = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

এবং $$x_2' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

এই মানগুলো (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$L_0 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

এখানে, L এর মান বসিয়ে পাই,

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad \text{——— (iii)}$$

যেহেতু S' কাঠামোতে বস্তুটি স্থির এবং S এর সাপেক্ষে বস্তুটি গতিশীল থাকে, সুবিধার জন্য (iii) নং কে লিখতে পারি যে,

$$L_{moving} = L_{rest}\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

ইহা দৈর্ঘ্য সংকোচন সম্পর্কিত ক্রিয়া প্রদর্শন করে। যেহেতু $\frac{v^2}{c^2} < 1$

সুতরাং দেখা যায় যে, $L_{moving} < L_{rest}\sqrt{1 - v^2/c^2}$

অর্থাৎ গতিশীল অবস্থায় দণ্ডের দৈর্ঘ্য নিশ্চল অবস্থায় দণ্ডের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হবে।

প্রশ্ন-২: কালের দীর্ঘায়ন ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

সময় কোন পরম রাশি নয় বিভিন্ন গতিতে থাকা বিভিন্ন পর্যবেক্ষকের নিকট সময় ভিন্ন হয়, গতিশীল ঘড়ি নিশ্চল ঘড়ির চেয়ে ধীরে চলে। একে সময়ের আপেক্ষিকতা বা কাল দীর্ঘায়ন বলে। আপেক্ষিকতার তত্ত্ব অনুসারে সময়ের পরিমাপ, পর্যবেক্ষক ও যা পর্যবেক্ষণ করা হচ্ছে, তার আপেক্ষিক গতি দ্বারা প্রভাবিত হয়। পর্যবেক্ষণ করলে দেখা যায় যে, নিশ্চল ঘড়ি অপেক্ষা গতিশীল ঘড়ি ধীরে চলে। অর্থাৎ পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গতিশীল ঘড়ি যদি স্থির থাকে, তাহলে ঘড়িটি যে সময় দিবে তদপেক্ষা গতিশীল অবস্থায় কম অবস্থায় কম সময় প্রদর্শন করবে।

ধরা যাক, কোন মহাকাশচারী মহাশূন্যযানে ভ্রমণকালীন সময়ে মহাকাশযানে দুটি ঘটনার মধ্যবর্তী সময় ব্যবধান নির্ণয় করলেন t_0। ভূপৃষ্ঠে অবস্থানকারী ফ্রেমের পর্যবেক্ষক ঐ কাল ব্যবধান নির্ণয় করলেন t। দেখা যাবে যে কাল

ব্যবধান t_0 অপেক্ষা কাল ব্যবধান t দীর্ঘতম। ভূপৃষ্ঠের কোন পর্যবেক্ষকের নিকট মহাশূন্যযানে ঘটে যাওয়া ঘটনা দুটি ভিন্ন স্থানে পর্যবেক্ষণ করেন বলে তার কাছে সময় ব্যবধান দীর্ঘ মনে হয়।

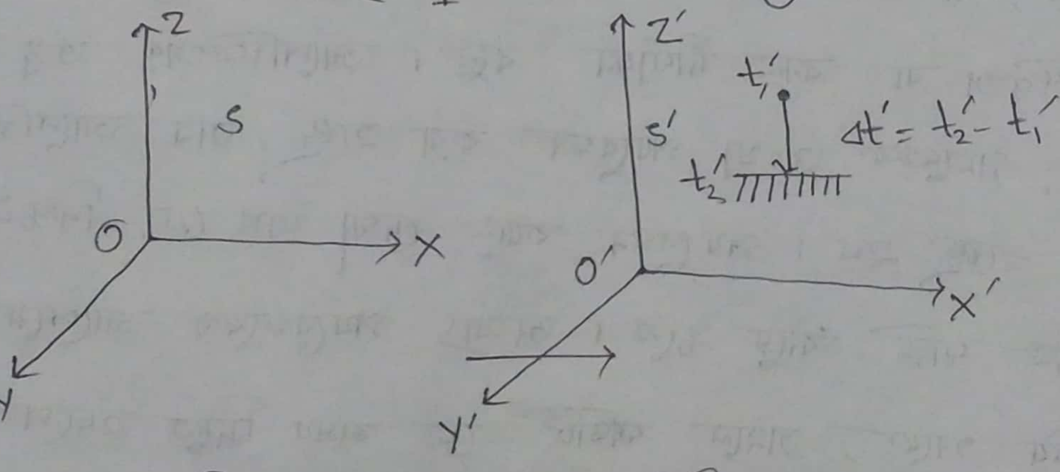
ধরা যাক, S' কাঠামো S কাঠামোর সাপেক্ষে v সুষম দ্রুতিতে ধনাত্মক x-অক্ষ বরাবর চলছে। S' কাঠামোর কাঠামোর কোন পর্যবেক্ষক কোন ঘটনার সময়ারম্ভ t_1' নির্ণয় করল, S কাঠামোর পর্যবেক্ষক ঐ ঘটনার সময়ারম্ভ নির্ণয় করবেন t_1। কিছু কাল অতিবাহিত হওয়ার পর S'এর পর্যবেক্ষক t_2' সময় এবং S এর পর্যবেক্ষক ঐ সময়ে t_2 নির্ণয় করলেন,

S' কাঠামোর জন্য সময় ব্যবধান,

$$\Delta t' = t_2' - t_1' \qquad \text{(i)}$$

আবার, S কাঠামোর পর্যবেক্ষকের নিকট ঐ ঘটনার সময় ব্যবধান,

$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad \text{(ii)}$$



চিত্র: S' কাঠামোতে নির্ণীত সময়।

বিপরীত লরেন্টজ রূপান্তর অনুসারে S' কাঠামোতে নির্ণীত সময়,

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

এবং $t_2 = \dfrac{t_2' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

এই মানগুলো (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\Delta t = \frac{t_2' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{t_1' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$= \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

এইখানে (i) নং এর মান বসিয়ে পাই,

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \text{——— (iii)}$$

(iii) নং সমীকরণকে কাঠামোর গতিশীল ও স্থিতিশীলতার জন্য লিখা যায়,

$$\Delta t_{moving} = \frac{\Delta t_{rest}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

একে আবার নোটেশন ব্যবহার করে লিখা যায়,

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\therefore t = \frac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \text{——— (iv)}$$

সমীকরণ (iv) কাল দীর্ঘায়নের ক্রিয়া প্রদর্শন করে। কোন গতিশীল কাঠামোর জন্য $\sqrt{1-v^2/c^2} < 1$ হয় কারণে (iv) নং সমীকরণ হতে।

$$\Delta t_{moving} > \Delta t_{rest} \text{ হবে।}$$

প্রশ্ন-3 :- একজন মহিলা ৩০ বছর বয়সে 0.9c বেগে মহাকাশ ভ্রমন শেষে 25 বছর পর পৃথিবীতে ফিরে এলেন। পৃথিবীতে অবস্থানরত তার যমজ বোনের তখন বয়স কত হবে?

সমাধান

দেওয়া আছে, মহাকাশযাত্রী মহিলার গতি $v = 0.9c$

যেখানে c আলোর বেগ

$c = 3 \times 10^8 \ ms^{-1}$

মহাকাশযাত্রী মহিলার ভ্রমনের সময়কাল :

$t_0 = 25 \ y$

মহাকাশযাত্রী মহিলার বোনের যে সময়কাল

$t = ?$

আমরা জানি,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$= \frac{25}{\sqrt{1 - \frac{(0.9c)^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{25}{\sqrt{1 - 0.81}}$$

$$= \frac{25}{\sqrt{0.19}}$$

$$= 57.35 \ y$$

∴ পৃথিবীতে অবস্থানরত যমজ বোনের বয়স হবে

$$= 30 + t$$

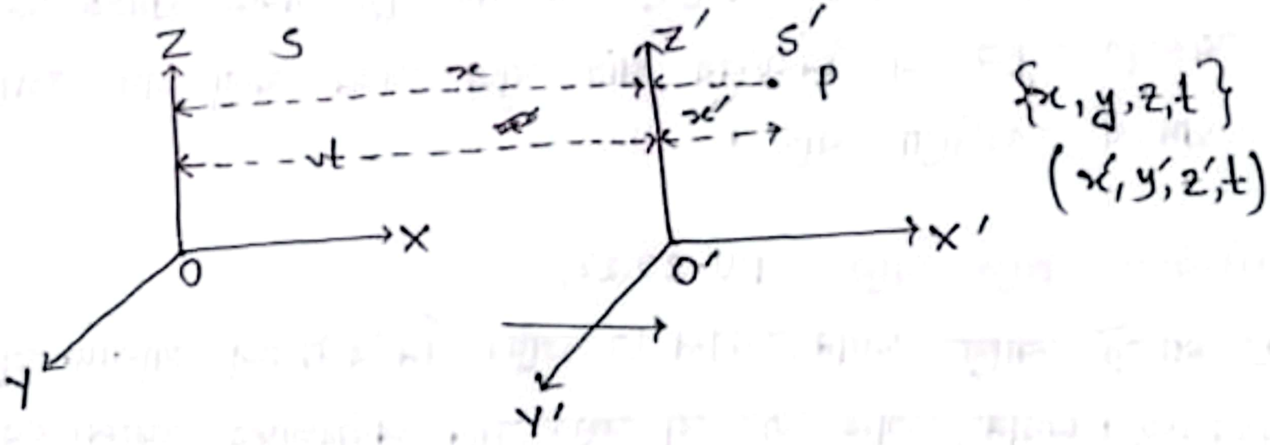
$$= 30 + 57.35 \ y$$

$$= 87.35 \ y$$ Ans

CamScanner

৭ক: লরেঞ্জ রূপান্তর সমীকরণগুলো প্রতিপাদন কর ? DU-22

সমাধান:



ধরি, S ও S′ দুটি জড় প্রসঙ্গ কাঠামো। S′ কাঠামো S এর আপেক্ষে ধনাত্মক x অক্ষ বরাবর v বেগে চলছে।

S এ কোন ঘটনার স্থানাঙ্ক $P(x, y, z, t)$

S′ এ ঐ একই ঘটনার স্থানাঙ্ক $P(x', y', z', t')$

X- অক্ষ বরাবর রূপান্তরের জন্য গ্যালিলিয়ান সমীকরণ হলো-

$$x' = x - vt$$

এবং $x = x' + vt$

কিন্তু চিরায়তিতে সমীকরণে $t = t'$ ধরা হয়েছে, যা একটি পরীক্ষা লব্ধ সিদ্ধান্ত।

লরেন্টজ এর অনুমতে,

$$x' = k(x - vt) \quad \text{—— (i)}$$

এবং $$x = k(x' + vt') \quad \text{—— (ii)}$$

এখানে, k একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক যা x অথবা t এর উপর নির্ভরশীল নয়। y ও z অক্ষ বরাবর কোনো আপেক্ষিক গতি নেই তাই,

$$y' = y$$

$$z' = z$$

আইনস্টাইনের প্রথম স্বীকার্য হতে আমরা জানি,

সকল জড় প্রসঙ্গ কাঠামোতে পদার্থবিজ্ঞানের সকল সূত্র অপরিবর্তিত থাকে

তাই (ii) নং সমীকরণে x' এর মান বসাই,

$$x = k\{k(x - vt) + vt'\}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{k} = kx - kvt + vt'$$

$$\text{বা, } vt' = \frac{x}{k} - kx + kvt$$

$$\text{বা, } t' = \frac{x}{kv} - \frac{kx}{v} + kt$$

$$\text{বা, } t' = kt - \frac{kx}{v}\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \quad \text{—— (iii)}$$

আইনস্টাইনের দ্বিতীয় স্বীকার্য হতে, আমরা জানি,

আলোর বেগ সর্বদা ধ্রুবক। এটি উৎস, মাধ্যম ও পর্যবেক্ষকের উপর নির্ভরশীল নয়।

$$x = ct \text{ এবং } x' = ct'$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণে $x = ct$ এবং $x' = ct'$ বসাই,

$$ct' = k(ct - vt) \quad \text{—— (iv)}$$

এবং

$$ct = k(ct' + vt') \quad \text{—— (v)}$$

(iv) ও (v) নং গুণ করি,

$$ct' \times ct = k(ct - vt) \times k(ct' + vt')$$

$$\Rightarrow c^2 tt' = k^2 tt'(c-v)(c+v)$$

$$\Rightarrow \frac{c^2 tt'}{k^2 tt'} = c^2 - v^2$$

$$\Rightarrow \frac{c^2}{k^2} = c^2 - v^2$$

$$\Rightarrow c^2 = k^2(c^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}}$$

$$= \frac{c}{\sqrt{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

$$\therefore k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{——— (6)}$$

k এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই, $x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ——— (7)

k এর মান (iii) নং সমীকরণে বসাই,

$$t' = k\left[t - \frac{x}{v}\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)\right]$$

$$= \frac{t - \frac{x}{v}\left(1 - 1 + \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{——— (8)}$$

আবার, y অক্ষ ও z অক্ষ বরাবর বেগের কোন পরিবর্তন হয় না। তাই,

$y' = y$ ——— (9) $z' = z$ ——— (10)

(7), (8), (9) ও (10) নং সমীকরণগুলো লরেঞ্জ রূপান্তর বলে।

২. **রূপান্তর কাকে বলে? (What is transformation?)**
উত্তর : এক জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে অন্য জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর স্থান-কাল বিষয়ক রাশিগুলোর পরিমাপকে রূপান্তর বলে।

৩. **গ্যালিলিয় রূপান্তর কাকে বলে? (What is Gelilean transformation?)**
উত্তর : যখন দুটি জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর মধ্যে আপেক্ষিক বেগ আলোর বেগের সাথে তুলনীয় না হয় তখন যে রূপান্তর প্রযোজ্য হতে পারে তাকে গ্যালিলিয় রূপান্তর বলে।

৪. **মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষার ফলাফল কী? (What is the result of Michelson-Morley experiment?)**
উত্তর : (১) হয় ইথার নেই কিংবা ইথারের কোনো পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য নেই। সুতরাং এ পরীক্ষণটি ইথার প্রকল্পের অস্তিত্ব সমর্থন করে না। এ পরীক্ষণ ইথার প্রকল্পের কলঙ্কজনক সমাপ্তি ঘোষণা করে, যা একসময় সম্মানজনক ধারণা ছিল। (২) শূন্যস্থানে সর্বত্র আলোর বেগ সমান এবং এটি উৎস কিংবা পর্যবেক্ষকের গতির উপর নির্ভর করে না।

৫. **মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষায় পৃথিবীর কক্ষপথের বেগ কত?**
উত্তর : মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষায় পৃথিবীর কক্ষপথে বেগ $3\times10^4 ms^{-1}$।

৬. **ইথার কী? (What is ether?)**
উত্তর : মনে করা হতো আলোক সঞ্চালনের সময় রহস্যজনক কিছু আন্দোলিত হয় এ প্রকল্পিত মাধ্যমটিকে ইথার বলা হয়।

৭. **ঘটনা কাকে বলে? (What is event?)**
উত্তর : স্থানের কোন বিন্দুতে কোন সময়ে যা ঘটে থাকে তাকে ঘটনা বলে। স্থানের কোন বিন্দুতে কোন সময়ে যা ঘটে থাকে তাকে ঘটনা বলে। ঘটনা এমন কিছু যা স্বাধীনভাবে সংঘটিত হয় এবং যে প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে ঘটনাকে বর্ণনা করা হয় তার উপর নির্ভর করে না।

৮. **জড় প্রসঙ্গ কাঠামো কাকে বলে? (What is inertia frame of reference?)** **[জা.বি.-২০১৭]**
উত্তর : যে প্রসঙ্গ কাঠামোতে পদার্থবিজ্ঞানের নীতিগুলো পালিত হয় বা যে প্রসঙ্গ কাঠামো ধ্রুব বেগে গতিশীল তাকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

৯. **আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব কোন ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামোর জন্য প্রযোজ্য? (For which frame of references special theory of relativity is valid or appropriate?)**
উত্তর : জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর জন্য।

১০. **কিছু অজড় প্রসঙ্গ কাঠামোর উদাহরণ দাও। (Give some examples of non-inertia frames.)**
উত্তর : যে কোনো ত্বরিত কাঠামোই অজড় কাঠামো, ঘূর্ণায়মান নাগরদোলা, সমত্বরণে লিফটের উর্ধ্বগতির লিফট।

১১. **কিছু জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর উদাহরণ দাও। (Give some examples of inertia frames.)**
উত্তর : যে কোনো সমবেগে কাঠামোই জড় কাঠামো, সমবেগে চলমান রকেট, গাড়ি পৃথিবীকে জড় কাঠামো বিবেচনা করা হয়।

১২. **সমতুল্যতার নীতি কী? (What is the principle of equivalence?)** **[জা.বি.-২০১৭]**
উত্তর : স্থানিক পরিসরে অভিকর্ষ ক্ষেত্রের ভৌত প্রতিভাস এবং ত্বরণ গতিসম্পন্ন ব্যবস্থার ভৌত প্রতিভাস একই এবং অভিকর্ষ তত্ত্ব দুটি ব্যবস্থারই সমতুল বর্ণনা দিতে সক্ষম।

১৩. **কার্যকর ভর বলতে কী বুঝ? (What do you mean by effective mass?)** **[জা.বি.-২০১৭]**
উত্তর : কোনো বস্তুর নিশ্চল ভরকে কার্যকর ভর বলে।

১৪. **মিনকোভস্কি জগৎ বলতে কী বুঝ? (What do you mean by Minkowski world?)** **[জা.বি.-২০১৭]**
উত্তর : দেশ ও কালের সমন্বয়ে গঠিত জগতকে মিনকোভস্কি জগৎ বলে। মিনকোভস্কি স্থান-কালকে জগৎ বা বিশ্ব হিসেবে অভিহিত করেন। তাঁর মতে, সাধারণ ত্রিমাত্রিক স্থানের সাথে সময়কে আরেকটি স্থানাঙ্ক হিসেবে যোগ করে যে চার মাত্রার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা পাওয়া যায় তাই জগৎ বা বিশ্ব।

chapter-4

প্রশ্ন-1: আলোর তরঙ্গ ধর্ম আলোচনা কর?

সমাধান

আলোর তরঙ্গধর্ম বলতে এমন গুন বা বৈশিষ্ট গুলোকে বোঝায় যা আলোর তরঙ্গ প্রকৃতির ইঙ্গিত দেয়। আলোর তরঙ্গ ধর্মের প্রধান বৈশিষ্ট্যগুলো নিচে আলোচনা করা হলোঃ-

১. প্রতিসরন: যখন আলো এক মাধ্যম থেকে অন্য মাধ্যমে প্রবেশ করে তখন তার গতির দিক এবং গতি উভয়ই পরিবর্তিত হয়। এটি তরঙ্গ ধর্মের একটি বৈশিষ্ট। উদাহরন স্বরূপ, আলো যখন বাতাস থেকে পানিতে প্রবেশ করে, তখন তা বাঁকিয়ে যায়।

২. বিপরীতন: আলো যখন একটি প্রতিবন্ধকের মুখোমুখি হয়, তখন এটি প্রতিফলিত হয়। এই ঘটনাটি তরঙ্গের প্রতিফলন ধর্মের অংশ।

৩. বিচ্ছুরন: সাদা আলো একটি প্রিজমের মধ্য দিয়ে গেলে তা বিভিন্ন বর্নে ভেঙে যায়। এটি তরঙ্গের ভিন্ন ভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য ভিন্ন ভিন্ন গতির ফল।

৪. বিভব ব্যতিচার:- দুটি বা ততোধিক আলোর তরঙ্গ একসঙ্গে চলার সময় তারা একে অপরকে বাড়াতে বা কমাতে পারে। এটি তরঙ্গ ধর্মের অন্যতম একটি বৈশিষ্ট।

৫. বিপথন:- আলো যখন ক্ষুদ্র ফাঁক বা কোন তীক্ষ্ণ প্রান্ত অতিক্রম করে তখন তা মোড় নিয়ে ছড়িয়ে পড়ে। এটি তরঙ্গের বৈশিষ্ট।

৬. মেরুকরন: আলোর তরঙ্গ কেবল একটি নির্দিষ্ট দিকেই কম্পন করতে

পারে। এটি আলোর তরঙ্গ প্রকৃতিকে প্রমান করে।

এই বৈশিষ্ট্যগুলো থেকে বলা যায় যে, আলো একটি তরঙ্গ প্রকৃতির এবং এটি প্রায়শই পদার্থবিজ্ঞানের তরঙ্গ তত্ত্বের সাথে সম্পর্কিত।

Qn-2: শক্তির কোয়ান্টায়ন ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

শক্তির কোয়ান্টায়ন হলো একটি গুরুত্বপূর্ন ধারনা যা কোয়ান্টাম ম্যাকানিক্সের ভিত্তি গঠন করে। এটি বলে যে শক্তি ধারাবাহিকভাবে পরিবর্তন হয় না, বরং এটি নির্দিষ্ট নির্দিষ্ট ক্ষুদ্রতম মাত্রায় বিদ্যমান থাকে। এই ক্ষুদ্রতম শক্তি ইউনিটকে বলা হয় কোয়ান্টা বা ফোটন।

শক্তির কোয়ান্টায়নের মূল ধারনা:

1. শক্তি নির্দিষ্ট স্তরে বিভক্ত:- কোন কনা বা সিস্টেম শক্তি গ্রহন বা নির্গমন করতে পারে শুধুমাত্র নির্দিষ্ট মাত্রায়। উদাহরনস্বরূপ, একটি ইলেকট্রন তার নির্দিষ্ট শক্তিস্তর থেকে অন্য স্তরে যেতে পারে কিন্তু এর মধ্যবর্তী স্তরে নয়।

২. ম্যাক্স প্লাঙ্কের আবিষ্কার:- ১৯০০ সালে জার্মান পদার্থবিজ্ঞানী ম্যাক্স প্লাঙ্ক প্রথম শক্তির কোয়ান্টায়নের ধারনা উপস্থাপন করেন। তিনি দেখিয়েছিলেন যে কৃষ্ণবস্তুর বিকিরন ব্যাখ্যা করার জন্য শক্তিকে ছোট ছোট প্যাকেট হিসেবে ভাবতে হবে। প্লাঙ্কের সূত্র:-

$$E = h\nu$$

যেখানে, E হলো শক্তি।

h হলো প্লাঙ্কের ধ্রুবক (6.626×10^{-34} Js)

ν হলো বিকিরনের ফ্রিকোয়েন্সি।

উদাহরণ: আলোক শক্তি:- আলোক কণার শক্তি (ফোটন) ফ্রিকোয়েন্সির উপর নির্ভর করে এবং এটি ধারাবাহিক নয়।

পরমাণু শক্তি স্তর: ইলেকট্রন কেবলটি পরমাণুর নির্দিষ্ট শক্তিস্তরে থাকতে পারে, এটি এক-স্তর থেকে আরেকস্তরে লাফিয়ে যায় • শক্তি শোষণ বা বিকিরণের মাধ্যমে।

কোয়ান্টায়নের ফলাফল:- এটি প্রমাণ করে যে পদার্থ ও শক্তি অণু ও পরমাণুর স্তরে ভিন্ন আচরণ করে। আধুনিক প্রযুক্তি যেমন লেজার, ট্রানজিস্টর এবং কোয়ান্টাম কম্পিউটিং- এর ভিত্তি এই ধারণার উপর নির্ভিত।

সুতরাং শক্তির কোয়ান্টায়ন আমাদের দেখায় যে প্রকৃতির ক্ষুদ্র স্তরে শক্তি নির্দিষ্ট ছোট প্যাকেট (কোয়ান্টা) বিদ্যমান থাকে এবং এটি ধারাবাহিক নয়।

Qn-3:- রেডিও টেলিস্কোপের বর্ণনা কর?

সমাধান

রেডিও টেলিস্কোপ হলো এক ধরনের বিশেষ টেলিস্কোপ, যা মহাকাশ থেকে আসা রেডিও তরঙ্গ গ্রহণ করে এবং তা বিশ্লেষণ করে। এটি এমন জ্যোতির্বিজ্ঞান যন্ত্র যা মানুষের চোখে অদৃশ্য রেডিও ফ্রিকোয়েন্সি তরঙ্গ সনাক্ত করতে পারে। রেডিও টেলিস্কোপ মহাবিশ্বের নক্ষত্র, গ্যালাক্সি, ব্লাক হোল, পালসার এবং অন্যান্য মহাজাগতিক বস্তু থেকে নির্গত রেডিও তরঙ্গ সনাক্ত করে বিজ্ঞানীদের তথ্য সরবরাহ করে।

রেডিও টেলিস্কোপের উপাদান:-

1. অ্যান্টেনা বা ডিশ:- সাধারণত বড় প্যারাবলিক (ডিশ আকৃতির) অ্যান্টেনা যা রেডিও তরঙ্গ সংগ্রহ করে। এই অ্যান্টেনা রেডিও তরঙ্গকে ফোকাস

করে একটি ডিটেক্টরের দিকে পরিচালিত করে।

২. রিসিভার: এটি রেডিও তরঙ্গের সংকেত সংগ্রহ করে এবং তা শক্তিশালী করে। সংকেত প্রক্রিয়াকরণে সাহায্য করে।

৩. অ্যাম্প্লিফায়ার এবং ডেটা প্রসেসর:- রেডিও সংকেতকে বাড়িয়ে বিজ্ঞানীদের বোঝার উপযোগী করে তোলে। এটি সংকেতকে বিশ্লেষণ করে ছবি বা ডেটা তৈরি করতে ব্যবহৃত হয়।

৪. মাউন্ট এবং পয়েন্টিং সিস্টেম:- রেডিও টেলিস্কোপকে সঠিকভাবে আকাশের একটি নির্দিষ্ট অংশের দিকে নির্দেশ করতে সাহায্য করে।

রেডিও টেলিস্কোপের কাজের পদ্ধতি:

১. মহাবিশ্ব থেকে আসা রেডিও তরঙ্গ বিশাল অ্যান্টেনা দ্বারা সংগ্রহ করা হয়।

২. সংগ্রহ করা তরঙ্গ রিসিভারের মাধ্যমে প্রক্রিয়া করা হয়।

৩. সংকেতকে বৈদ্যুতিক সংকেতের আকারে রূপান্তর করা হয়।

৪. অ্যাম্প্লিফায়ার সংকেতের তীব্রতা বাড়িয়ে তা বিশ্লেষণের জন্য উপযোগী করে।

৫. ডেটা প্রসেসরের সাহায্যে সংকেতের ভিত্তিতে ছবি বা পরিসংখ্যান তৈরি করা হয়।

রেডিও টেলিস্কোপের গুরুত্ব: ১. মানব চোখের সীমা অতিক্রম: দৃশ্যমান আলোর বাইরে মহাজাগতিক বস্তুর অধ্যয়ন এটি অপরিহার্য। গ্যাস মেঘ, নক্ষত্রপুঞ্জ এবং ব্ল্যাক হোলের মতো বস্তু শনাক্ত করতে সাহায্য করে।

২. মহাবিশ্বের অধ্যয়ন:- গ্যালাক্সির গঠন, নক্ষত্রের গঠন এবং মহাজাগতিক বিকিরন বিশ্লেষনে ব্যবহৃত হয়।

৩. পালসার বা কোয়াসারের আবিষ্কার:- রেডিও টেলিস্কোপ দিয়ে পালসার (স্পন্দনশীল নক্ষত্র) এবং কোয়াসার (মহাবিশ্বের দূরবর্তী গ্যালাক্সি) প্রথম আবিষ্কৃত হয়।

৪. বহির্জাগতিক জীবন অনুসন্ধান:- মহাকাশ থেকে আসা অস্বাভাবিক রেডিও সংকেত পরীক্ষা করে।

সুতরাং বলা যায় রেডিও টেলিস্কোপ মহাবিশ্ব থেকে আসা রেডিও তরঙ্গ সনাক্ত করে আমাদের মহাকাশ গবেষনার নতুন দ্বার উন্মোচন করেছে। এটি ~~মহাজাগতিক~~ দৃশ্যমান আলোর মহাজাগতিক ঘটনার তথ্য সংগ্রহ করতে পারে।

প্র-৫: বিভিন্ন ধরনের দূরবীক্ষন যন্ত্রের শ্রেনিবিন্যাস আলোচনা কর?

সমাধান

দূরবিক্ষন যন্ত্র বা টেলিস্কোপ এমন একটি যন্ত্র যা দূরের বস্তু পর্যবেক্ষনে ব্যবহৃত হয়। এটি প্রধানত বিভিন্ন ধরনের বৈজ্ঞানিক গবেষনা এবং মহাকাশ পর্যবেক্ষনে ব্যবহার করা হয়। দূরবীক্ষন যন্ত্রকে বিভিন্নভাবে শ্রেনিবদ্ধ করা হয়। দূরবিক্ষন যন্ত্রকে বিভিন্নভাবে শ্রেনিবদ্ধ করা যায়। নিচে বিভিন্ন ধরনের দূরবীক্ষন যন্ত্রের শ্রেনীবিন্যাস আলোচনা করা হলো:-

১. আলোক ভিত্তিক দূরবীক্ষন যন্ত্র:- আলোক তরঙ্গ ব্যবহার করে বস্তু পর্যবেক্ষন করে। এগুলো ৩ প্রকার

ক. প্রতিফলন দূরবীক্ষন যন্ত্র:- এটি আয়না ব্যবহার করে আলোক রশ্মি প্রতিফলন করে। উদাহরন:- নিউটোনিয়ান টেলিস্কোপ।

(খ) প্রতিসরন দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ- এটি লেন্স ব্যবহার করে আলোকরশ্মি প্রতিসরন করে। উদাহরন- গ্যালিলিওর টেলিস্কোপ।

(গ) ক্যাটাডায়োপট্রিক টেলিস্কোপঃ- প্রতিফলন ও প্রতিসারক উভয় প্রক্রিয়ার সমন্বয়ে তৈরি। উদাহরন স্মিট- ক্যাসেগ্রেইন টেলিস্কোপ।

2. বেতার দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ বেতার তরঙ্গ সনাক্ত করার জন্য ব্যবহৃত হয়। বৃহৎ ডিশ অ্যান্টেনা ব্যবহার করে। উদাহরন: আরেসিবো টেলিস্কোপ।

৩. ইনফ্রারেড দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ- ইনফ্রারেড রশ্মি সনাক্ত করার জন্য। উদাহরন স্পিৎজার স্পেস টেলিস্কোপ।

৪. এক্স-রে দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ এক্স-রে রশ্মি সনাক্ত করার জন্য। সাধারনত মহাকাশে স্থাপন করা হয়; কারন এক্স-রে পৃথিবীর বায়ুমন্ডলে শোষিত হয়। উদাহরন: চন্দ্র এক্স-রে টেলিস্কোপ।

৫. গামা-রে দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ গামা-রে রশ্মি সনাক্ত করে। উদাহরন:- ফার্মি গামা রে টেলিস্কোপ।

৬. সৌর দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ বিশেষভাবে সূর্যের পর্যবেক্ষনের তৈরি হয়। আলোক তরঙ্গ, ইনফ্রারেড, বা বেতার তরঙ্গে পর্যবেক্ষন করতে পারে।

৭. মহাকাশ দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ- পৃথিবীর বাইরের মহাকাশে স্থাপন করা হয়। পৃথিবীর বায়ুমন্ডল থেকে মুক্ত থাকায় পরিষ্কার ছবি পাওয়া যায়। উদাহরন- হাবল স্পেস টেলিস্কোপ।

৮. বহুমুখি দূরবীক্ষন যন্ত্রঃ একাধিক ধরনের রশ্মি সনাক্ত করতে সক্ষম। উদাহরন জেমস ওয়েব স্পেস টেলিস্কোপ।

CamScanner

... গ্রহপৃষ্ঠের সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দেওয়া হলো।

৫.৬.৩.১ বুধ (Mercury) প্রশ্ন-৫

বুধ সূর্যের নিকটতম গ্রহ, সূর্য থেকে যার গড় দূরত্ব 57, 909, 175 km, নিকটতম দূরত্ব (অনুসুর, Perihelion 46,000,000 km বা 0.307499 AU এবং সর্বোচ্চ দূরত্ব (অপসুর Aphelion) 69,820,000 km বা 0.466697 AU-

এটি সৌরজগতের ক্ষুদ্রতম গ্রহ, আকারে আমাদের চন্দ্রের চেয়ে সামান্য বড়, গড় ব্যাস 4880 km। এর ভর পৃথিবীর ভরের 0.055 গুণ। এর কোনো উপগ্রহ নেই। যেহেতু এটি সূর্যের নিকটতম গ্রহ এ কারণে আমরা কখনো বুধের প্রকৃত স্বরূপ ভালোমতো দেখতে পাই না। এর পৃষ্ঠ সম্বন্ধে ধারণা করা কঠিন। অন্যান্য সকল গ্রহের চেয়ে এটি সূর্যের চারদিকে দ্রুত ঘুরে, যে কারণে রোমানরা ঈশ্বরের দ্রুতপদী সংবাদ বাহকের নাম অনুসারে এর নামকরণ করেন মারকারি, এর প্রতীক ☿। বুধের এক পৃষ্ঠ সর্বদাই সূর্যমুখী হয়ে থাকে (যেমন- চন্দ্রের এক পার্শ্ব সর্বদাই পৃথিবীমুখী হয়ে থাকে)। সূর্যের নিকটতম হওয়ায় সূর্যের টাইডাল বলের কারণে এরূপ সমলয় সৃষ্টি আবর্তন হয়েছে মনে করা হয়। ১৯৭৪ ও ১৯৭৫ সালে মেরিনার-১০ স্পেশক্রাফট দ্বারা পরিচালিত গবেষণায় দেখা যায় নিজ অক্ষে বুধের আবর্তনকাল ৫৮.৬৪৬২ দিন এবং সূর্যের চারদিকে আবর্তনকাল ৮৭.৯৫ দিন। জ্যোতির্বিজ্ঞানিগণ লক্ষ্য করেছেন বুধের আবর্তনকাল (৫৯ দিন) এর কাক্ষিক আবর্তনকাল ৮৮ দিনের ২/৩ গুণ যা সৌরজগতের গ্রহগুলোর কাক্ষিক গতির মধ্যে অনন্য। অর্থাৎ এটি সূর্যের সাথে ৩ : ২ স্পিন-কক্ষ অনুনাদে টাইডাল বল দ্বারা আবদ্ধ (Tidally locked)। এর অর্থ বুধ সূর্যের চারদিকে প্রতি দুইবার আবর্তনের জন্য নিজস্ব অক্ষের সাপেক্ষে ৩ বার আবর্তন করে। সূর্য থেকে দেখা হলে বা সূর্যকে প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করলে বুধের প্রতি দুই বছরে (প্রায় ৩/২) এটি সূর্যের চারদিকে শুধুমাত্র ১ বার আবর্তন করবে বলে মনে হবে। সুতরাং বুধের পৃষ্ঠের পর্যবেক্ষক বুধের প্রতি দুই বছরে ১ দিন দেখতে পাবে। এর কাক্ষিক উৎকেন্দ্রিকতা সৌরজগতের জানা সকল গ্রহের মধ্যে সর্বোচ্চ; এর উৎকেন্দ্রিকতা 0.205630।

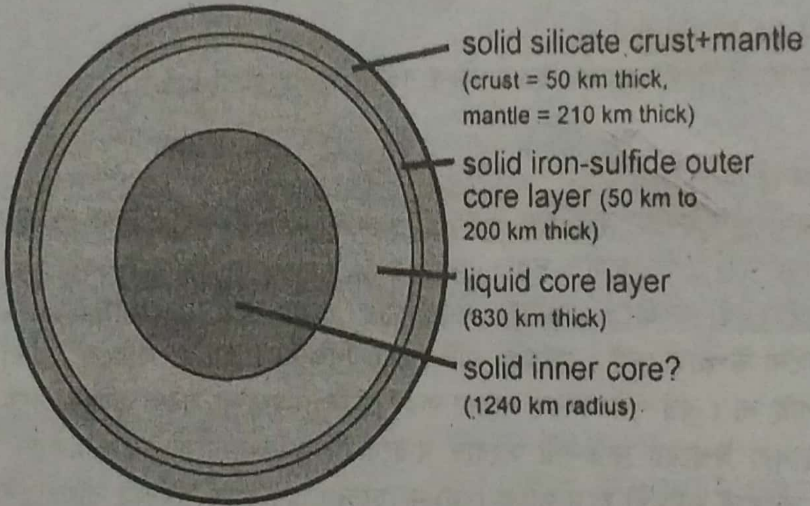
পরিবর্তনশীল টাইডাল ক্রিয়ার কারণে এটি হতে পারে। অপসুরে (Perihelion) বুধ শক্তিশালী টাইডাল বল অনুভব করে যা গ্রহটির স্ফীতি অক্ষকে গ্রহ-সূর্য সংযোজক সরলরেখা বরাবর সজ্জিত করার চেষ্টা করে। এর ফলে ঘর্ষণজনিত কারণে বিশাল পরিমাণের শক্তি ব্যয় হয়, যার কারণে বুধের স্পিন হ্রাস পায়।

যেহেতু বুধ সূর্যের নিকটতম গ্রহ কাজেই এর পৃষ্ঠের তাপমাত্রা অনেক উচ্চ; দিনের বেলায় এর পৃষ্ঠের তাপমাত্রা সর্বোচ্চ প্রায় 700 K, হয়, বলতে গেলে এ তাপমাত্রায় কোনো প্রকৃত আবহমণ্ডল থাকে না। যেহেতু এর বায়ুমণ্ডল নেই

কাজেই তাপ ধরে রাখার ব্যবস্থা নেই, সে কারণে দৈনিক তাপমাত্রার পরিবর্তন অত্যন্ত বেশি, বিষুবীয় অঞ্চলে রাত্রে তাপমাত্রা প্রায় 100 K নেমে আসে, অন্যদিকে দিনে এর তাপমাত্রা প্রায় 700 K উন্নীত হয়।

তাপমাত্রা ব্যবধান বেশি হওয়ার কারণে বুধের পৃষ্ঠ ভঙ্গুর। যেহেতু এর উল্লেখযোগ্য কোনো আবহমণ্ডল নেই কাজেই বাইরে থেকে আগত প্রায় সকল বস্তু কোনো রূপ ঘর্ষণজনিত বাধা ছাড়াই বুধে আঘাত করতে সক্ষম হয়েছে। যে কারণে বুধের পৃষ্ঠ গুটিবসন্তের মতো গর্ত দ্বারা পূর্ণ বা আঘাতের চিহ্ন দ্বারা পূর্ণ। অতীতে এর পৃষ্ঠ আগ্নেয়গিরির অগ্ন্যুপাতের কারণে দ্রুত হারে পরিবর্তিত হয়েছে। ৩.৫ বিলিয়ন বছর আগে এর অগ্ন্যুপাত শেষ হয়েছে বলে মনে করা হয়। ৪ বিলিয়ন বছর আগে ১০০ কি.মি. চওড়া একটি গ্রহাণু বিশাল শক্তি নিয়ে আঘাত করার ফলে এতে বিশাল (প্রায় ১৫৫০ কি.মি. চওড়া) গিরি খাতের সৃষ্টি হয়। এটি Caloris Basin নামে পরিচিত, এর ক্ষেত্রফল গোটা টেক্সাস রাজ্যের সমান। মনে করা হয় আরেকটি বিশাল সংঘর্ষ এর অস্বাভাবিক ঘূর্ণনের কারণ। ২০১২ সালে মেরিনার এর গবেষণায় বুধের উত্তর মেরুতে গর্তে বরফের সন্ধান পেয়েছেন। এগুলো বস্তু দ্বারা স্থায়ীভাবে আবৃত থাকায় সূর্যের উত্তাপ হতে রক্ষা পেয়েছে। দক্ষিণ মেরুতেও বরফের অস্তিত্ব দেখা গেছে। এগুলো ধূমকেতু হতে প্রাপ্ত হতে পারে। মেরিনার-১০ গবেষণায় দেখা যায় বুধের পৃষ্ঠ কয়েক গুণ মোটা মিহি ধূলিকণা দ্বারা আবৃত।

পৃথিবীর পরে এটি দ্বিতীয় ঘনতর গ্রহ যার ঘনত্ব 5427 কেজি/ ঘন মি. গ্রহ। কেননা এর ব্যাসের ৭৫% জায়গা জুড়ে (3600 কি.মি. হতে 3800 কি.মি.) এর আয়রন কোর বিস্তৃত। কোরের বহিঃআবরণ মাত্র ৫০০ কি.মি. হতে ৬০০ কি.মি. পুরু।



চিত্র-৫.২৯ : বুধের বিভিন্ন স্তর।

সাধারণত অস্পষ্ট আলোতে সূর্যাস্তের পরে পশ্চিমাকাশে এবং সূর্যোদয়ের পূর্বে পূর্বাকাশে বুধকে দেখা যায়। শুক্রের মতো বুধও অন্তঃগ্রহ, পৃথিবী থেকে লক্ষ্য করলে সূর্য থেকে এর আপাত দূরত্ব কখনো 28° অতিক্রম করে না। সূর্যের সাথে গ্রহটির এ নৈকট্য বা সান্নিধ্য থাকার অর্থ হলো সূর্য অস্ত যাওয়ার পর পশ্চিম দিগন্তের কাছাকাছি অথবা সূর্যোদয়ের পূর্বে দিগন্তের কাছাকাছি কেবল একে দেখা যেতে পারে। এ সময় একে তারকা-সদৃশ বস্তুর মতোই দেখতে উজ্জ্বল লাগে, কিন্তু একে শুক্র গ্রহের মতো সহজে দেখা যায় না। টেলিস্কোপের সাহায্যে চন্দ্রের মতো এর বিভিন্ন দশা পর্যবেক্ষণ করা যায়।

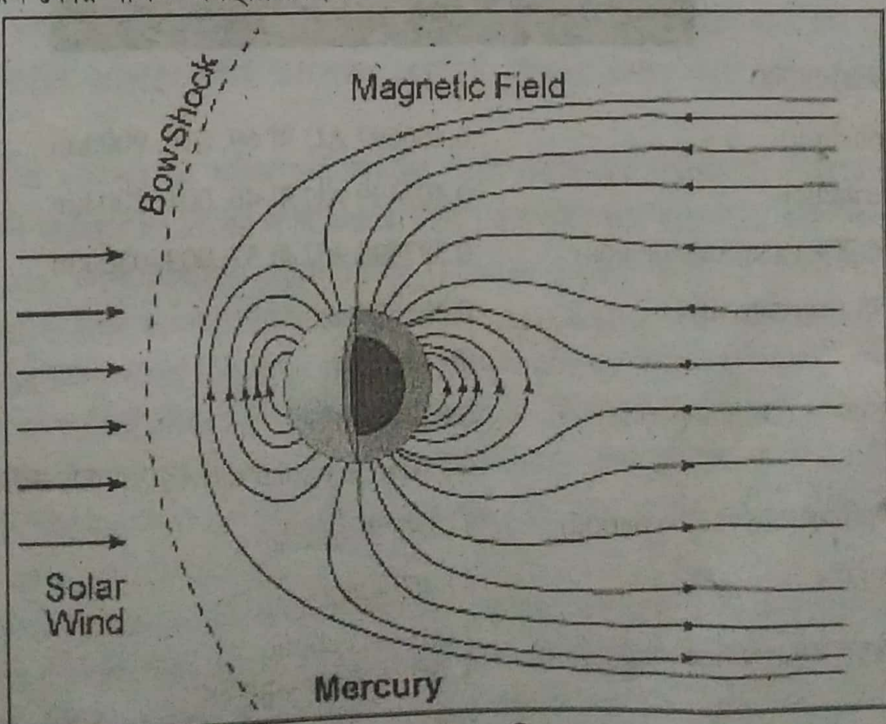
এর ঘূর্ণাক্ষ খুব কম হেলানো, সৌরজগতের গ্রহগুলোর মধ্যে সবচেয়ে কম (প্রায় 0.033 ডিগ্রি), কিন্তু উৎকেন্দ্রিকতা সবচেয়ে বেশি। বুধের পৃষ্ঠ গর্তে পরিপূর্ণ যা থেকে মনে হয় এটি ভূতাত্ত্বিক দিক দিয়ে কয়েক বিলিয়ন বছর ধরে নিষ্ক্রিয় আছে। বুধ প্রায় ৭০% ধাতব এবং ৩০% সিলিকেট পদার্থ দ্বারা গঠিত যার কারণে এর ঘনত্ব সৌরজগতের গ্রহগুলোর মধ্যে দ্বিতীয় সর্বোচ্চ; 5.427 g/cm^3 পৃথিবীর ঘনত্বের পরে এর অবস্থান, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব 5.515 g/cm^3। এটি এর আয়তনের ৫৫% কোর দখল করে আছে; যা গলিত অবস্থায় আছে। প্রধান গ্রহগুলোর মধ্যে বুধের আয়রন কোর সবচেয়ে বেশি। মনে করা হয় বুধের আয়তনের ৫৫% এর কোর দখল করে থাকে। গবেষণায় দেখা যায় এর কোর গলিত। কোরের চারদিকে ৫০০ হতে ৭০০ কি.মি. সিলিকেটের তৈরি বহিরাবরণ আছে। মেরিনার – ১০ মিশন হতে প্রাপ্ত উপাত্ত এবং পৃথিবী ভিত্তিক পর্যবেক্ষণে দেখা যায় বুধের শিলা স্তরের Crust পুরুত্ব প্রায় ৩৫ কি.মি.। এর পৃষ্ঠে প্রচুর শৈল শ্রেণি বা

শৈল শিরা (Numerous narrow ridges) দেখা যায় যা প্রায় কয়েকশত কি.মি. পর্যন্ত বিস্তৃত। মনে করা হয় এগুলো বুধের কোর এবং এর বহিরাবরণ শীতল ও সংকোচনের ফলে তৈরি হয়েছে।

প্রধান গ্রহগুলোর তুলনায় বুধের আয়রন কোর সবচেয়ে বেশি। এটি ব্যাখ্যার জন্য বিভিন্ন তত্ত্ব প্রস্তাব করা হয়েছে। এগুলোর মধ্যে সর্বোচ্চ গৃহীত তত্ত্বটি হলো প্রকৃতপক্ষে বুধের ধাতব-সিলিকেটের অনুপাত Chondrite meteorites, এর মতো ছিল এবং এর ভর ছিল বর্তমান ভরের প্রায় ২.২৫ গুণ। পরবর্তীতে এটি কয়েক হাজার কি.মি. বিস্তৃত গ্রহসদৃশ planetesimal বস্তুর দ্বারা প্রহৃত হয় বা সংঘর্ষ করে যার কারণে বুধের শিলাস্তর ও কোরের অধিকাংশই অপহৃত হয়ে যায় এবং বর্তমান কোর থেকে যায়।

সম্ভবত সূর্যের আউটপুট শক্তি স্থায়িত্ব পাওয়ার পূর্বে সৌর নেবুলা হতে বুধের সৃষ্টি। আদিতে এর ভর বর্তমানের দ্বিগুণ ছিল। যখন নব সূর্য সংকুচিত হয় তখন বুধের সন্নিকটে সূর্যের তাপমাত্রা 10,000 K পর্যন্ত উঠে যায়, এ তাপমাত্রায় বুধের পৃষ্ঠের অধিকাংশ পাথর বাষ্পীভূত হয়ে যায় এবং পাথরের বাষ্পে আবহাওয়ামণ্ডল তৈরি হয়। পরবর্তীতে সৌর বাত্যা দ্বারা বিতাড়িত হয়। NASA গবেষণা অনুসারে বুধের বায়ুমণ্ডল পৃষ্ঠ-বদ্ধ এক্সোস্ফিয়ার (Surface-bound exosphere) বিশিষ্ট, অর্থাৎ বুধের পৃষ্ঠ হতেই অণুগুলো পালিয়ে যেতে পারে, নিজেদের ভিতরে সংঘর্ষের সুযোগ পায় না, তাই প্রকৃতপক্ষে বুধের আবহমণ্ডল প্রায় শূন্য, পৃষ্ঠ চাপ 10^{-15} বায়ুমণ্ডলীয় চাপ। তবে অবলোহিত স্পেকট্রোস্কপির সাহায্যে বুধে খুব সামান্য পরিমাণ গ্যাসের সন্ধান পাওয়া গেছে। এ গ্যাসের ৯৮% হিলিয়াম এবং ২% হাইড্রোজেন। এ ধরনের হালকা পরমাণু বহুদিন আগে পালিয়ে যাওয়ার কথা। এতে বুঝা যায়, কোন উৎস হতে এই সমস্ত গ্যাসাণু অনবরতই প্রতিস্থাপিত হচ্ছে। সম্ভবপর দুটি উৎসের একটি হলো সৌর বাত্যা এবং অপরটি হলো বিশেষ টাইপের তেজস্ক্রিয় ক্ষয়। তাছাড়া অতি সামান্য পরিমাণ অক্সিজেন, কার্বন, আর্গন, নাইট্রোজেন ও জেনন আছে।

বুধের চুম্বকীয় গোলক : অপেক্ষাকৃত ক্ষুদ্র ব্যাস, ধীর ঘূর্ণন এবং আবহমণ্ডলের অনুপস্থিতির কারণে ১৯৭৪ সালের পূর্বেও ভাবা হতো বুধ কোনো চৌম্বক ক্ষেত্র তৈরি করতে পারে না। ১৯৭৪ সালে মেরিনার - 10 এর গবেষণায় বুধের চারদিকে দুর্বল চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতি পাওয়া গেছে।দেখা গেছে বুধের চৌম্বক ক্ষেত্র পৃথিবীর মতো বৈশ্বিক, কিন্তু এর চৌম্বক ক্ষেত্র পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের তুলনায় দুর্বল, পৃথিবীর চৌম্বক প্রাবল্যের প্রায় ১/১০০ গুণ (প্রায় ১.১%)। বুধের চৌম্বক ক্ষেত্র অন্যান্য অঞ্চলের তুলনায় এর বিষুবীয় অঞ্চলে বেশি। পৃথিবীর মতো এর চৌম্বক ক্ষেত্র ভৌগোলিক মেরু হতে বিচ্যুত। তাত্ত্বিকভাবে সে সমস্ত গ্রহ চৌম্বক ক্ষেত্র তৈরি করে যাদের স্পিন বেশি এবং গলিত কোর রয়েছে। সুতরাং মনে করা হয় বুধে আয়রন কোর গলিত অবস্থায় নেই।



চিত্র-৫.৩০ : বুধের চুম্বকীয় গোলক।

Chapter-7

Qn-1: সৌর বায়ুমন্ডল বা আবহাওয়া মন্ডল সম্পর্কে আলোচনা কর?

সমাধান:

সৌর বায়ুমন্ডল বা আবহাওয়া মন্ডল (Solar Atmosphere):- সূর্যের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব নির্ভর বিভিন্ন স্তরগুলোকে সৌরনভোমন্ডল বা সৌর আবহমন্ডল বলা হয়। সূর্যের এই নভোমন্ডল বা আবহমন্ডল কয়েকটি ভাগে বিভক্ত (i) ভিতরের অংশ বা (Interior) (ii) উপরিভাগের নাম ফটোস্ফিয়ার বা photosphere।

ফটোস্ফিয়ারের বাইরের লোহিত লোহিত বর্ণ অংশের নাম ক্রোমোস্ফিয়ার বা Chromosphere। এই অঞ্চলের লোহিত of হাইড্রোজেন গ্যাসের জন্য হয়েছে। এছাড়াও সূর্য গ্রহণের সময় সূর্যের চারদিকে যে লেলিহান আভা দেখা যায় তাকে সূর্যের করোনা বলা হয়। নিম্নের চিত্রে এই আবহমন্ডলের পুরুত্ব প্রদর্শন করা হলো।

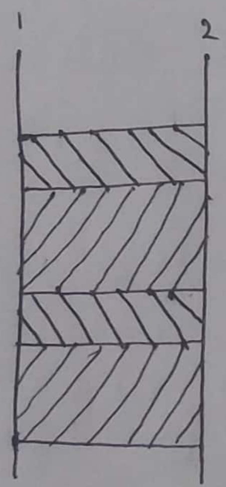


Fig: সূর্যের নভোমন্ডল বা আবহমন্ডলের পুরুত্ব।

সূর্যের এই আবহমন্ডল 600km এর মধ্যে আলোকীয়ভাবে পাতলা অঞ্চল থেকে আলোকীয়ভাবে ঘন অঞ্চলে পরিবর্তিত হয়। এই দূরত্ব তুলনামূলক ভাবে ক্ষুদ্র এবং ইহা সূর্যের ব্যাসার্ধের 0.097। যার ফলে সূর্যের কিনারা দেখতে অনেক শার্প মনে হয়।

1. ফটোস্ফিয়ার: যে অঞ্চলে পরিলক্ষিত আলোকীয় ফোটন উৎপন্ন হয় তাহাকে ফটোস্ফিয়ার বলা হয়। ফটোস্ফিয়ারের বেইসকে আলোকীয় গভীরতা (তরঙ্গদৈর্ঘ্য 500 nm কে 1 বিবেচনা করে) লেভেল থেকে 100 km নিচে বিবেচনা করা হয়। আলোকীয় গভীরতা তরঙ্গদৈর্ঘ্য 500 m কে $\tau_{500} = 1$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এই গভীরতায় 23.6 এবং তাপমাত্রা হলো 6400k

সৌর ফটোস্ফিয়ার এর মধ্য দিয়ে বাইরের দিকে, গ্যাসের তাপমাত্রা এর বেইস মান থেকে 525km পর্যন্ত $\tau_{500} = 1$ এর উপরে সর্বনিম্ন 4400k পর্যন্ত হয়। ইহা হলো সেই সর্বনিম্ন তাপমাত্রা যাহা ফটোস্ফিয়ারের উপরিতলকে সংজ্ঞায়িত করে। এই অবস্থানের পর তাপমাত্রা পুনরায় বৃদ্ধি পায়।

ফটোস্ফিয়ারের ঘনত্ব হলো পৃথিবীর ঘনত্বের 0.017 এবং ইহা অস্বচ্ছ মাধ্যমের মত আচরন করে। ফলে দৃশ্যমান আলো এর মধ্যে দিয়ে বের হতে পারে না। সূর্যের অভ্যন্তরে থেকে যে বিকিরন এসে এই ফটোস্ফিয়ারে পতিত হয় তাহা বিভিন্ন দিকে বিক্ষেপিত হয়। এই ফটোস্ফিয়ারের তলকে দূরবিন দ্বারা পর্যবেক্ষন করলে ফটোস্ফিয়ার এর কুন্ডলীর বলে মনে হয়। এইসব কুন্ডলী শস্য দানার মত, তবে সূর্য বিম্বের ধারের অংশে এগুলো খুব স্পষ্ট নয়। অনুমান করা হয় যে সূর্যের অভ্যন্তর থেকে যে গ্যাসীয় পদার্থ কুন্ডলি পাকিয়ে পৃষ্ঠে অভিমুখে অনবরত উঠতে থাকে এবং ঐ গ্যাসীয় কুন্ডলীর চূড়া উজ্জ্বল বুদ্বুদের মত দেখায় ঐরূপ বুদ্বুদকে Granules বলে।

2. Chromosphere বা ক্রোমোস্ফিয়ার:- ক্রোমোস্ফিয়ার হলো সূর্যের বাইরের দিকে দ্বিতীয়তম স্তর। এর পুরুত্ব প্রায় 2100 km। এর অভ্যন্তরীণ ঘনত্ব কম এবং

আপেক্ষাকৃত স্বচ্ছ। ইহা সূর্যের দৃশ্যমান তল। ক্রোমোস্ফিয়ারের ক্রোমোস্ফিয়ার ফটোস্ফিয়ারের ঠিক উপরে অবস্থিত এবং ইহা প্রায় 1600 km পর্যন্ত বিস্তৃত ক্রোমোস্ফিয়ার থেকে যে আলো নির্গত হয় তাহা পরীক্ষা করে দেখা যায় যে এই অঞ্চলের গ্যাস ঘনত্ব ফটোস্ফিয়ারের তুলনায় $\frac{1}{10,000}$ গুন কম। অর্থাৎ 10^{-4} ফ্যাক্টর এ হ্রাস পায়। এই ক্রমোস্ফিয়ারের তাপমাত্রা 4400° K থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 10,000k- এ পৌঁছে। এই অঞ্চলে পরিচলন প্রবাহ সৃষ্টি হয় এবং স্পেক্ট্রাল পরীক্ষা থেকে দেখা যায় যে এই পরিচলন বেগ হলো 0.4 km/s ক্রমের। এখানে জেটের গতি হলো 15 km/sec

(3) অবস্থান্তর অঞ্চল বা Transition region: ক্রোমোস্ফিয়ারের উপরে প্রায় 100km পর্যন্ত তাপমাত্রা অতিদ্রুত বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং তাপমাত্রার নতি অনেকটা flatten বা তাপমাত্রা ধ্রুব হওয়ার পূর্ব পর্যন্ত 10^5 K এ পৌঁছে। অতঃপর এই তাপমাত্রা 10^6K এ পৌঁছার পর ধীরে বৃদ্ধি পেতে থাকে।

4. করোনা (Corona): দশান্তর অঞ্চলের বাইরের অংশটিকে করোনা বলা হয়। প্রকৃতপক্ষে (সূর্যগ্রহনের সময় সূর্যের চারিদিকে যে মেখলিহান আভা দেখা যায় তাকে সূর্যের করোনা বলা হয়) প্রধানতঃ শক্তির তীব্রতা হলো ফটোস্ফিয়ারের তীব্রতার চেয়ে প্রায় 10^6 গুন কম। করোনার ভূমিতে কনার ঘনত্ব হলো $10^{15}/m^3$, কিন্তু পৃথিবীর উপরিতলে সূর্য দ্বারা উৎপন্ন কনার ঘনত্ব হলো $10^7/m^3$. করোনা থেকে আসতে বিকিরনকে তিনটি উপাংশে ভাগ করা যায়। যথা:-

a. k করোনা: যাহা অবিচ্ছিন্ন সাদা আলো নিঃসরন করে যাহা মুক্ত ইলেকট্রন দ্বারা ফটোস্ফেরিক বিকিরণের ফলে। k করোনার ক্ষেত্রে করোনাল আলোর অবদান সূর্যের কেন্দ্র থেকে 1 এবং $2.3 R_{\odot}$ এর মধ্যে হয়ে থাকে।

b. F-করোনা: $2.3 R_{\odot}$ এর বাইরে ধূলিকণা দ্বারা ফটোস্ফেরিক আলোর বিক্ষেপন থেকে আসে।

c. E-করোনা: ইহা হলো সমস্ত করোনা ক্যাটিয়া আয়নিত উৎস দ্বারা উৎপন্ন হয়।

Qn-2:- সৌর বায়ু প্রবাহের জন্য পার্কার বায়ু প্রবাহ মডেল আলোচনা কর?

সমাধান

সৌর করোনার সম্প্রসারন কিভাবে সৌর বায়ু প্রবাহ উৎপন্ন করে তা ব্যাখ্যা করার জন্য আমরা পার্কার বায়ু প্রবাহ মডেল আলোচনা করব। ইহা হলো আয়নায়িত গ্যাস যাহাকে প্লাজমা বলা হয়। তার উচ্চতাপীয় পরি-বাহিতার সাথে করোনার উচ্চ তাপমাত্রার একটি ফল। প্লাজমার তাপ প্রবাহের সামর্থ থাকার অর্থ হলো করোনাটি প্রায় সমোষ্ণ (রুদ্ধতাপীয়)।

1958 সালে Eugene parker সৌর বায়ু প্রবাহের একটি আসন্ন মান সমোষ্ণ মডেল উদ্ভাবন করেন। যদি করোনার ভর সূর্যের মোট ভরের তুলনায় নগন্য বিবেচিত হয় তবে করোনা অঞ্চলে $M_r \cong M_{\odot}$ এবং হাইড্রোস্ট্যাটিক সাম্যাবস্থার সমীকরণটি হবে:-

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM_{\odot}\rho}{r^2} \quad \text{--- (i)}$$

[P → গ্যাসের চাপ]

অতঃপর করোনার গ্যাসকে সম্পূর্নরূপে আয়নিত ~~এবং এই গ্যাস সম্পূর্নরূপে আয়নিত~~ এবং ওই গ্যাস সম্পূর্নরূপে হাইড্রোজেন দ্বারা গঠিত বিবেচনা করে প্রোটন সংখ্যা ঘনত্ব লিখতে পারি,

$$n \cong \frac{\rho}{m_p}$$

যেহেতু, $m_p \simeq m_H$, আদর্শ গ্যাস সূত্র হতে গ্যাসের চাপের জন্য লিখতে পারি, $P \cong 2nkT$

এখানে, আয়নিত হাইড্রোজেনের জন্য $\mu = \frac{1}{2}$ এবং $m_H \simeq m_p$ ব্যবহার করি, এই P এর মানকে (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{d}{dr}(2nkT) = -\frac{GM_\odot n m_p}{r^2} \qquad (2)$$

সমীকরণ (ii) কে লিখতে পারি,

$$2kT\frac{dn}{dr} = -\frac{GM_\odot m_p}{r^2} \cdot n$$

$$\text{বা, } \frac{dn}{n} = -\frac{GM_\odot m_p}{2kT} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

ধরি, $\lambda = \frac{GM_\odot m_p}{2kTr_0}$

$$\therefore \frac{GM_\odot m_p}{2kT} = \lambda r_0$$

এখানে, ব্যাসার্ধ $r = r_0$ এ পাওয়ায় ঘনত্ব (অর্থাৎ ঐ স্থলে প্রাপ্ত চাপ) $r = r_0$ বিবেচনা করি এবং উভয়দিকে সমাকলন করে পাই

$$\frac{dn}{n} = -\lambda r_0 \frac{dr}{r^2}$$

বা, $\frac{dn}{n} = -\lambda r_0 \frac{dr}{r^2}$

উভয়দিকে সমাকলন করে,

$$\int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n} = -\lambda r_0 \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r^2}$$

$$\text{বা, } \ln n \Big]_{n_0}^{n} = -\lambda r_0 \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_0}^{r}$$

$$= +\lambda r_0 \left[\frac{1}{r}\right]_{r_0}^{r}$$

$$= \lambda \left[\frac{r_0}{r} - \frac{r_0}{r_0}\right]$$

$$= \lambda \left(\frac{r_0}{r} - 1\right)$$

$$\text{বা, } \ln n \Big|_{n_0}^{n} = -\lambda \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)$$

$$\text{বা, } n(r) = n_0 e^{-\lambda\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}$$

এখানে, λ হলো সূর্যের কেন্দ্র হতে r_0 দূরত্বে প্রোটনের মহাকর্ষীয় স্থিতিশক্তি এবং তাপীয় শক্তির অনুপাত। ইহা হতে আমরা লিখতে পারি চাপ অনুসারে,

$$P(r) = P_0 e^{-\lambda\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}$$

এখানে, $P_0 = 2n_0kT$

$n(r)$ ও $P(r)$ এর নির্দিষ্ট মান জানার জন্য, ধরি, $T = 1.5 \times 10^{6}$ এবং $n_0 = 3 \times 10^{13}/m^3$ যখন $r_0 = 1.4 R_\odot$ - যাহা অভ্যন্তরীণ করোনা নির্দেশ করে। এই অবস্থায় $\lambda \simeq 5.5$, $n(\infty) \simeq 1.2 \times 10^{11}/m^3$ এবং $P(\infty) \simeq 5 \times 10^{-6} N/m^2$

কিন্তু আন্তঃনক্ষত্রীয় ধূলিকণা এবং গ্যাস-এর প্রকৃত ঘনত্ব এবং চাপ অনেক কম।

প্রশ্ন-৩: সূর্যের অভ্যন্তরে তিনটি স্তর বর্ণনা কর?

সমাধান

দৃশ্যমান সৌর পৃষ্ঠ ও সৌর আবহমণ্ডল ব্যতিত সূর্যের অবশিষ্ট অংশই অংশই সূর্যের অন্তরভাগ হিসেবে পরিচিত। সূর্যের অভ্যন্তরভাগ আবার তিনটি অংশে বিভক্ত। যথা:-

(i) সৌর কোর (Solar Core): সূর্যের উত্তপ্ত, ঘন কেন্দ্রীয় অঞ্চল, যে অঞ্চলে নিউক্লিয় মিলন বিক্রিয়া সংঘটিত হয় তাই কোর। কেন্দ্র হতে বাইরের দিকে এটি সূর্যের ব্যাসার্ধের প্রায় 0-25% জুড়ে বিরাজমান। কেন্দ্রে সর্বোচ্চ তাপমাত্রা ১৫ মিলিয়ন কেলভিন পর্যন্ত পৌঁছাতে পারে এবং ঘনত্ব পানির ঘনত্বের ১৫০ গুন পর্যন্ত হয়। কোরে উৎপন্ন শক্তি বিকিরন পদ্ধতিতে কেন্দ্র হতে এর পৃষ্ঠ বরাবর ~~তাপমাত্রা ঘনত্ব, শক্তির উৎপাদনের হার বা উজ্জ্বলতা হাইড্রোজেন জ্বালানীর~~ এর ব্যাসার্ধের ৭০% দূর পর্যন্ত যায় তারপর পরিচলন পদ্ধতিতে তাপশক্তি স্থানান্তরিত হয়। সূর্যের কেন্দ্র হতে এর পৃষ্ঠ বরাবর তাপমাত্রা, ঘনত্ব, শক্তির উৎপাদনের হার বা উজ্জ্বলতা ইত্যাদি লক্ষ্য করা যায়।

(ii) বিকিরক বা বিকিরন অঞ্চল: কেন্দ্রীয় অঞ্চলের পরবর্তি অঞ্চলের নাম বিকিরক অঞ্চল। এর মাধ্যমে কেন্দ্রে উৎপন্ন তাপ বিকিরন পদ্ধতিতে পরবর্তি স্তরে প্রবাহিত হয়। বিকিরন জোন কেন্দ্র হতে বাইরের দিকে সূর্যের ব্যাসার্ধের 25% থেকে ~~[illegible]~~ 45% জুড়ে অবস্থান করে।

(iii) পরিচলন অঞ্চল: এটি সূর্যের অভ্যন্তরের তৃতীয় এবং সর্বশেষ স্তর। এ স্তরের মাধ্যমে বিকিরণ অঞ্চল হতে তাপ সূর্যের পৃষ্ঠে যায়। ৮৫% থেকে ১০০% উচ্চতা জুড়ে পরিচলন জোন অবস্থান করে।

প্রশ্ন-৫: সৌর বায়ু কিভাবে গঠিত হয় তা পার্কার থিওরি মডেলের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

পার্কার থিওরি মডেল সৌর বায়ু গঠনের প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা করতে একটি গুরুত্বপূর্ণ তত্ত্ব। এটি প্রথম ১৯৫৮ সালে বিজ্ঞানী পার্কার প্রস্তাব করেন। মডেলটি সৌর করোনা থেকে নির্গত চার্জযুক্ত কণার প্রবাহ এবং তাদের মহাকাশে বিস্তার কিভাবে ঘটে তা ব্যাখ্যা করে।

সৌর বায়ু গঠনের ধাপসমূহ পার্কার-থিওরি মডেল অনুযায়ী:

১. সৌর করোনার তাপমাত্রা বৃদ্ধি: সৌর মুকুটের তাপমাত্রা প্রায় ১-2 মিলিয়ন ডিগ্রি কেলভিন। এই উচ্চ তাপমাত্রার কারণে প্লাজমা (আয়নিত কণা) এত শক্তি পায় যে, তা সৌর মধ্যাকর্ষণ বলকে অতিক্রম করে।

২. প্লাজমার প্রসারণ: তাপীয় চাপের প্রভাবে সৌর মুকুট থেকে চার্জযুক্ত কণা (ইলেকট্রন এবং প্রোটন) মহাকাশে বেরিয়ে আসে। এই প্রবাহই সৌর বায়ু নামে পরিচিত।

৩. দ্রুতগতির প্রসারণ: পার্কার দেখান যে সৌর বায়ু প্রথমে ধীর গতিতে বের হয়, তবে মহাকাশে তা দ্রুতগতিতে প্রসারিত হয়। এর গতি সূর্য

সূর্য থেকে দূরত্ব অনুযায়ী পরিবর্তিত হয় এবং এটি আলোকমণ্ডল থেকে ৪০০-৮০০ কিমি/সেকেন্ড গতিতে মহাকাশে প্রবাহিত হয়।

৪. ম্যাগনেটিক ফিল্ডের প্রভাব: সৌর বায়ুতে থাকা চার্জযুক্ত কণাগুলি সূর্যের চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা প্রভাবিত হয়। এটি প্লাজমার সাথে সৌর চৌম্বক ক্ষেত্রকে ছড়িয়ে দেয়, যা আন্তঃগ্রহ চৌম্বক ক্ষেত্র তৈরি ~~করে~~।

৫. ঝড়ের সৃষ্টি: যখন সৌর ~~সৃষ্টি~~ করোনা থেকে বড় ধরনের বিস্ফোরন ঘটে (যেমন, করোনাল ম্যাস ইজেকশন বা cme), তখন প্লাজমার প্রবাহ আরও তীব্র হয়। এটি সৌর ঝড় বা সোলার স্টর্ম তৈরি করে। এই ঝড় পৃথিবীর চৌম্বকক্ষেত্র এবং যোগাযোগ ব্যবস্থার উপর প্রভাব ফেলে।

সৌরবায়ু একটি দ্রুত গতিতে মহাকাশে প্রসারিত হয়। এটি ব্যাখ্যা করে তুলে সৌর করোনা এতো উষ্ণ এবং কীভাবে চার্জযুক্ত কনাগুলি সৌর মধ্যাকর্ষণকে অতিক্রম করে। এই মডেল সৌরবায়ুর গতি এবং সৌর ঝড়ের বিস্তার সম্পর্কিত অনেক প্রাসঙ্গিক তথ্য প্রদান করে।

পার্কার-উইন্ড মডেল সৌর ঝড়ের গতিবিধি এবং এর প্রভাব বুঝতে সাহায্য করে, যা উপগ্রহ, বিদ্যুৎ সিস্টেম এবং গ্রিড সুরক্ষায় অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ন।

chapter-8

প্রশ্ন-১: বিভিন্ন ধরনের তারকাতে শক্তি উৎপাদনের ক্ষেত্রে প্রোটন চেইন, কার্বন চক্র এবং ট্রিপল আলফা বিক্রিয়া প্রক্রিয়া বর্ণনা কর?

সমাধান

প্রোটন চেইন:-

সংরক্ষণশীলতার নীতি প্রয়োগ করে একটি চেইন বিক্রিয়া যাহা হাইড্রোজেনকে হিলিয়ামে রূপান্তরিত করে তাহা হলো প্রথম প্রোটন প্রোটন চেইন (PPI)। সম্পূর্ণ PPI বিক্রিয়া চেইনটি হলো:-

$${}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{2}_{1}H + e^{+} + \nu_e \quad \text{——— (i)}$$

$${}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma \quad \text{——— (ii)}$$

$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}H \quad \text{——— (3)}$$

PPI এর প্রত্যেকটি ধাপ এর একটি নিজস্ব বিক্রিয়ার হার আছে। যেহেতু এই বিক্রিয়াসমূহের সাথে ভিন্ন কুলম্ব বাধা এবং বিক্রিয়া প্রস্থচ্ছেদ সংশ্লিষ্ট। প্রথম বিক্রিয়াটি হলো সবচেয়ে ধীর বিক্রিয়া যেহেতু এক্ষেত্রে প্রোটন ক্ষয়প্রাপ্ত হয়ে নিউট্রনের রূপান্তর ঘটে। এই ধরনের বিক্রিয়াতে চারটি মৌলিক বলের দুর্বল বলটি সংশ্লিষ্ট।

PPI চেইন বিক্রিয়ায় ${}^{3}_{2}He$ উৎপাদন সরাসরি ${}^{4}_{2}He$-এর সাথে মিথস্ক্রিয়ার সম্ভাবনা প্রদান করে। পরবর্তিতে প্রোটন-প্রোটন চেইন তৈরি করে। সূর্যের কেন্দ্রের পরিবেশে 69% সময় PPI চেইন-এ একটি ${}^{3}_{2}He$ এবং অন্য একটি ${}^{3}_{2}He$-এর সাথে মিথস্ক্রিয়া করে কিন্তু 31% সময় নিচের PPII চেইন বিক্রিয়া ঘটে

$${}^{3}_{2}He + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{7}_{4}Be + \gamma \quad \text{——— (4)}$$

$${}^{7}_{4}Be + e^{-} \longrightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu_e \quad \text{——— (5)}$$

[ν_e হলো নিউট্রিনো]

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}A \longrightarrow 2\,^{4}_{2}He \quad \text{—— (6)}$$

PPII চেইন এ বেরিলিয়াম ৭ দ্বারা একটি ইলেকট্রন গ্রাসের ফলে অন্য আরেকটি PPII চেইন এর উদ্ভব ঘটে - যাহা প্রোটন গ্রাসের আমন্ত্রণপূর্ণ (সূর্যের ক্ষেত্রে কেবলমাত্র 0.3% সময়ে একটি প্রোটনকে $^{8}_{4}Be$ গ্রাস করে)

$$^{7}_{4}Be + ^{1}_{1}H \longrightarrow ^{8}_{5}B + \gamma \quad \text{—— (7)}$$

$$^{8}_{5}B \longrightarrow ^{8}_{4}Be + e^{+} + \nu_e \quad \text{—— (8)}$$

$$^{8}_{4}Be \longrightarrow 2\,^{4}_{2}He \quad \text{—— (9)}$$

এই সমন্বিত PP বিক্রিয়ায় একটি নক্ষত্রে নিউক্লিয়ার শক্তি উৎপাদনের হার হবে,

$$E_{pp} = 0.241 \rho x^2 f_{pp} \psi_{pp} c_{pp} T_6^{-2/3} e^{-33.80 T^{-1/3}} \text{ watt/kg}$$

যেখানে, T_6 হলো তাপমাত্রার মাত্রাবিহীন রাশিমালা। ইহাকে $10^6 k$ এককে প্রকাশ করা হয়, বা $\left(T_6 = \frac{T}{10^6 k}\right)$.

$f_{pp} = f_{pp}(X, Y, \rho, T) \simeq 1$ হলো PP চেইন screening factor.

$\psi_{pp} = \psi_{pp}(X, Y, T) \simeq 1$ হলো একটি correction factor যাহা এখনো আছে PPI, PPII এবং PPIII চেইন বিক্রিয়া সংঘটনকে বিবেচনা করি এবং $c_{pp} \simeq 1$ হলো উচ্চতর ক্রমের সংশোধনী টার্ম।

$T = 1.5 \times 10^7 k$ - এ কাছাকাছি তাপমাত্রায় যখন power low হিসেবে লেখা হয় তখন শক্তি উৎপাদনের হার হবে,

$$\varepsilon_{pp} = \varepsilon'_{0\,pp} \rho x^2 f_{pp} \psi_{pp} T_6^4$$

যেখানে, $\varepsilon'_{0\,pp} = 1.08 \times 10^{-12}$ wm^3/kg^2

কার্বন চক্র:

নক্ষত্রে CNO চক্রে কার্বন, নাইট্রোজেন এবং অক্সিজেন অনুঘটক Catalist হিসেবে কাজ করে। এক্ষেত্রে ইহারা ব্যবহৃত হয় আবার উৎপাদিত হয়। CNO চক্রের প্রথম ধাপটি নিম্নরূপ :-

$$ {}^{1}_{1}H + {}^{12}_{6}C \longrightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma $$

$$ {}^{13}_{7}N \longrightarrow {}^{13}_{6}C + e^{+} + \nu_e $$

$$ {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma $$

$$ {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma $$

$$ {}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}N + e^{+} + \nu_e $$

$$ {}^{1}_{1}H + {}^{15}_{7}N \longrightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He $$

দ্বিতীয় ধাপটি সময়ের 0.04% ঘটে এবং উপরের শেষ বিক্রিয়াটি সম্পন্নের পর ঘটে oxygen-16 এবং একটি ফোটন উৎপন্ন করে।

$$ {}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{16}_{8}O + \gamma $$

$$ {}^{16}_{8}O + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{17}_{9}F + \gamma $$

$$ {}^{17}_{9}F \longrightarrow {}^{17}_{8}O + e^{+} + \nu_e $$

$$ {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He $$

CNO চক্রটি দ্বারা শক্তি উৎপাদনের হার হলো

$$ \epsilon_{CNO} = 8.67 \times 10^{20} \rho \times X_{CNO}\, C_{NO}\, T_6^{-2/3} e^{-152.28 T_6^{-1/2}} \text{ watt/kg} $$

এখানে, X_{CNO} হলো কার্বন, নাইট্রোজেন এবং অক্সিজেনের মোট ভর

তাপমাত্রা এবং C_{CNO} হলো উচ্চতর সহগলোধনী টার্ম।

নক্ষত্রের কেন্দ্র $T = 1.5 \times 10^7 k$ এর জন্য

$$\epsilon_{CNO} \simeq \epsilon'_{0.CNO} \rho X X_{CNO} T_6^{19.9}$$

এখানে, $\epsilon'_{0.CNO} = 8.24 \times 10^{-11} \ Wm^3/kg^2$

CNO চক্রটি হলো PP চেইন এর তুলনায় অধিকতর তাপমাত্রা নির্ভর। ইহা হতে বুঝা যায় যে, ক্ষুদ্রতরের নক্ষত্র যাদের কেন্দ্রের তাপমাত্রা কম, সেসব ক্ষেত্রে PP চেইন বিক্রিয়া সমূহ অধিকতর গুরুত্ব পায় এবং এক্ষেত্রে হাইড্রোজেন দহন বিবর্তন ঘটে। পক্ষান্তরে অনেকবড়তরের নক্ষত্র যাদের কেন্দ্রের তাপমাত্রা অধিক সে সব ক্ষেত্রে CNO চক্রের মাধ্যমে হিলিয়ামে রূপান্তরিত করে, এই বিক্রিয়ার তারতম্যটি নক্ষত্রের অভ্যন্তরের বিষয় বুঝতে অনেক সহযোগিতা করে থাকে।

ট্রিপল আলফা বিক্রিয়া:- এটি একটি পারমানবিক সংমিশ্রন প্রক্রিয়া যা ~~অধিকতর~~ প্রধানত লাল বামন নক্ষত্রের মতো তারকায় সংঘটিত হয়। এই বিক্রিয়ার মাধ্যমে হিলিয়াম পরমানু থেকে কার্বন উৎপন্ন হয়, যা তারকার শক্তি উৎপাদনের একটি গুরুত্বপূর্ণ উৎস। নিচে এর ব্যাখ্যা দেওয়া হলো:-

1. আলফা কনা সংমিশ্রন: তারকার কেন্দ্রস্থলে তাপমাত্রা খুব বেশি (১০০ মিলিয়ন কেলভিন বা তার বেশি) এবং ঘনত্ব অত্যন্ত বেশি হয়। এই অবস্থায় দুটি হিলিয়াম-৪ নিউক্লিয়াস একত্রিত হয়ে একটি বেরেলিয়াম-৮ তৈরি করে।

$$^4He + {}^4He \longrightarrow {}^8Be$$

তবে বেরিলিয়াম-৮ খুবই অস্থিতিশীল এবং এখনো সেকেন্ডের মধ্যেই ভেঙ্গে

২. তৃতীয় হিলিয়াম যোগ হওয়া:- বেরিলিয়াম-৮ যদি ভেঙে যাওয়ার আগে আরেকটি হিলিয়াম-৪ কনার সাথে সংঘর্ষ করে, তবে এটি কার্বন-১২ তৈরি করে।

$$^{8}Be + {}^{4}He \longrightarrow {}^{12}C + \gamma$$

এই প্রক্রিয়ায় গামা রশ্মি (γ) নির্গত হয়, যা শক্তি উৎপন্ন করে।

শর্তাবলি ও গুরুত্ব:- ট্রিপল আলফা বিক্রিয়ার জন্য খুব উচ্চ তাপমাত্রা এবং ঘনত্ব প্রয়োজন, যা প্রধানত লাল দৈত্য বা তারকার জীবনের শেষ পর্যায়ে ঘটে। এই বিক্রিয়ার মাধ্যমে কার্বন-১২ তৈরি হয়, যা মহাবিশ্বে কার্বনের উৎস। কার্বন জৈব রসায়নের একটি মৌলিক উপাদান, এবং এই কারণেই এই প্রক্রিয়া জীবনের জন্য গুরুত্বপূর্ণ। গামা রশ্মি আকারে মুক্ত হওয়া শক্তি তারকার অভ্যন্তরে তাপ ও আলো উৎপন্ন করে, যা তারকা স্থিতিশীল রাখতে সাহায্য করে।

Qn-2:- কোনটি তারকার মোট যান্ত্রিক শক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন কর?

সমাধান:

নক্ষত্রের একটি শক্তির উৎস হলো মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি। আমরা m ও M ভরবিশিষ্ট দুটি কনার সমন্বয়ে গঠিত সিস্টেমের মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি হলো,

$$U = -G \cdot \frac{Mm}{r}$$

এখানে, r হলো m ও M এর মধ্যকার ব্যবধান। r এর মান হ্রাসের সাথে মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি অধিকতর ঋণাত্মক হয়। যদি একটি নক্ষত্র তার মহাকর্ষীয় বিভব শক্তিকে কোনভাবে তাপশক্তিতে রূপান্তরিত করতে পারে তবে তাপ হিসেবে space-এ বা স্পেস বিকিরণ করে। ফলে নক্ষত্রটি যথেষ্ট সময় পর্যন্ত আলো প্রদান করবে।

(Virial উপপাদ্য থেকে আমরা জানি, কনার সমন্বয়ে গঠিত কোনো সিস্টেমের সাম্যবস্থার মোট শক্তি হবে সিস্টেমের বিভবীয় শক্তির অর্ধেক। অতএব কেবলমাত্র কোনো নক্ষত্র তার বিভবীয় শক্তির পরিবর্তনের কেবলমাত্র অর্ধেক শক্তি বিকিরণ করবে। বাকি অর্ধেক বিভবীয় শক্তি। তাপীয় শক্তি হিসেবে সরবরাহ করবে যাহা নক্ষত্রকে উত্তপ্ত করে। কোনো নক্ষত্রের মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি গননায় অবশ্য প্রত্যেকটি কনা জোড়ার মধ্যকার মিথস্ক্রিয়া বিবেচনা করতে হবে। M_r ভরবিশিষ্ট বর্তুলকার প্রতিটি নক্ষত্রের বাইরে কেন্দ্র থেকে r-দূরত্বে dm_i ভরের মধ্যকার মহাকর্ষীয় বল হলো

$$dF_{g_i} = G\frac{M_r\, dm_i}{r^2} \qquad \text{(i)}$$

অতএব dm_i এর মহাকর্ষীয় বিভবীয় শক্তি হবে,

$$dU_{g,i} = -G\cdot\frac{M_r\, dm_i}{r} \qquad \text{(ii)}$$

আলাদাভাবে বিন্দুভর বিবেচনা না করে বরং r-ব্যাসার্ধের dr পুরুত্বের বর্তুলকার শেল এই ভর বন্টিত বিবেচনা করে আমরা লিখতে পারি,

$$dm_i = 4\pi r^2 \cdot \rho \cdot dr$$

এখানে, ρ হলো ভর ঘনত্ব এবং $4\pi r^2 dr$ হলো শেলের আয়তন। অতএব সমীকরণ (ii) নং হতে পাই,

$$dU_g = -G\cdot\frac{M_r \times 4\pi r^2 \rho}{r}\cdot dr$$

এবার নক্ষত্রের কেন্দ্র থেকে R ব্যাসার্ধ পর্যন্ত সমস্ত ভরশেল এর উপর সমাকলন করে, নক্ষত্রটির মোট বিভবীয় শক্তি পাই,

$$U_g = -4\pi G\int_0^R M_r\cdot\rho\cdot r\, dr \qquad \text{(3)}$$

এখানে R হলো নক্ষত্রের ব্যাসার্ধ। নক্ষত্রের ভর ঘনত্বের উপরটি আসন্ন মান বিবেচনা করতে পারি।

$$\rho \sim \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \text{——— (4)}$$

M হলো নক্ষত্রের মোট ভর। অতএব M_r এর আসন্ন মান লিখতে পারি,

$$M_r = \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho}$$

অতএব (3) নং হতে পাই,

$$U_g = -4\pi G \int_0^R \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho} \times \rho \cdot r\, dr$$

$$= -\frac{16\pi}{3} \cdot G\bar{\rho}^2 \int_0^R r^4\, dr$$

$$= -\frac{16\pi}{3} \cdot G\bar{\rho}^2 \times \left[\frac{r^5}{5}\right]_0^R$$

$$= -\frac{16\pi}{15} \bar{\rho}^2 \cdot R^5 \cdot G$$

(4) নং হতে ব্যবহার করে পাই,

$$U_g = -\frac{16\pi G}{15} \cdot \bar{\rho}^2 \cdot R^5$$

$$= -\frac{16\pi G}{15} \times R^5 \times \frac{9M^2}{16\pi^2 R^6}$$

$$= -\frac{3}{5} \cdot \frac{GM^2}{R}$$

এবার Virial উপপাদ্যটি ব্যবহার করে নক্ষত্রের মোট যান্ত্রিক শক্তি পাই,

$$E \approx \frac{1}{2} U_g$$

$$\therefore E = -\frac{3}{10} \cdot \frac{GM^2}{R} \quad \text{——— (5)}$$

Ans

অন্য একটি শক্তির উৎস হলো রাসায়নিক পদ্ধতি। কিন্তু যেহেতু রাসায়নিক বিক্রিয়া শুধু ইলেকট্রনের মিথস্ক্রিয়ার মাধ্যমে সংঘটিত হয় সেহেতু প্রতি এটম থেকে প্রাপ্তশক্তি 1-10eV এর বেশি নয় যাহা হাইড্রোজেন বা হিলিয়ামে এটমিক লেভেলের শক্তি। একটি নক্ষত্রে যে পরিমান পদার্থ বিদ্যমান তার থেকে প্রাপ্ত রাসায়নিক শক্তি সূর্যের উজ্জ্বলতার হিসেবে অনেক কাল ধরেই অনেক কম।

এবার আমরা (3) কে ব্যবহার করে সূর্যের ধ্বংসপ্রাপ্তের জন্য মোট বিকিরিত শক্তি বের করব।

ধরি সূর্যের প্রাথমিক ব্যসার্ধ ছিল R_i যেখানে $R_i >> 1\ R_\odot$ এই অবস্থায় সূর্য ধ্বংসপ্রাপ্ত হওয়ার জন্য বিকিরিত শক্তি হবে,

$$\Delta E_g = -(E_f - E_i) \approx -E_f$$

$$\approx \frac{3}{10} \cdot \frac{GM_\odot^2}{R_\odot}$$

$$= 1.1 \times 10^{41}\ \text{Joule}$$

ধরি, সূর্য তার জীবদ্দশায় প্রায় ধ্রুব মানের উজ্জ্বলতা বজায় রাখে। অতএব সূর্য প্রতি সেকেন্ডে এই পরিমান শক্তি হারাবে যদি,

$$t_{kh} = \frac{\Delta E_g}{L_\odot}$$

$$= \frac{1.1 \times 10^{41}\ \text{J}}{3.839 \times 10^{26}\ \text{J/sec}}$$

$$= 2.865 \times 10^{14}\ \text{sec}$$

$$= \frac{2.865 \times 10^{14}}{60 \times 60 \times 24 \times 365}\ \text{years} \sim 10^8\ \text{yrs}$$

এই t_{KH} কে বলা হয় Kelvin Helmholtz time Scale.

তেজস্ক্রিয় ডেটিং টেকনিকে দেখা যায় যে চন্দ্রের পাথর-খন্ডের বয়স হলো 4×10^{9} yrs. ইহা হতে দেখা যায় যে সূর্যের বয়স হলো চন্দ্রের বয়সের চেয়েও কম। অতএব কেবলমাত্র মহাকর্ষীয় স্থিতিশক্তিই সমগ্র জীবনকালে সূর্যের দীপ্তির জন্য দায়ী নয়। যদিও নক্ষত্রের বিবর্তনের জন্য মহাকর্ষীয় শক্তি কোন কোন অবস্থায় গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে।

Qn-3:- প্লাংকের বিকিরণ সূত্র ব্যবহার করে স্টিফেন বোল্টজম্যান সূত্র বের কর?

সমাধান

একটি গ্যাসের উপাদান যখন অন্য একটি উপাদানের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয় তখন একটি হয় অন্য উপাদান থেকে শক্তি অর্জন করে নমুনা শক্তি হারাবে। ফলে আন্তঃকণার উপাদান সমূহের দ্রুতির বন্টন হবে Maxwell-Boltzmon বেগের বন্টন সূত্র অনুসারে। যাহা উপাদানের অরবিটাল ইলেকট্রনের নির্দিষ্ট বিন্যাস প্রদান করবে। এই ইলেকট্রনের বন্টন পারিসাংখ্যিক বলবিদ্যা দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হবে। উচ্চশক্তি সম্পন্ন অরবিটালগুলো ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ হওয়ার সম্ভাবনা হবে খুবই কম।

ধরি S_a একটি নির্দিষ্ট কোয়ান্টাম সংখ্যার সেট নির্দেশ করে যার শক্তি E_a। একইভাবে S_b কোয়ান্টাম সংখ্যার সেট একটি শক্তি E_b নির্দেশ করে। উদাহরণস্বরূপ S_a ($n=1, l=0, m=0, m_s=\pm\frac{1}{2}$)

এর জন্য H এটমের সর্বনিম্ন অবস্থানের শক্তি হলো −13.6eV যা একটি নির্দিষ্ট অবস্থান নির্দেশ করে। অতএব S_b অবস্থানে সিস্টেমটি থাকার সম্ভাবনা $P(S_b)$ এবং S_a অবস্থানে থাকার সম্ভাবনা $P(S_a)$-এর অনুপাতকে লিখতে পারি,

$$\frac{P(S_b)}{P(S_a)} = \frac{e^{-E_b/kT}}{e^{-E_a/kT}}$$

$$= e^{-(E_b-E_a)/kT} \qquad \text{——— (1)}$$

এখানে T হলো দুটি সিস্টেমের স্বাভাবিক তাপমাত্রা। $e^{-E/kT}$ টার্মটিকে বলা হয় Boltzman factor.

ধরি, $E_b > E_a$ অর্থাৎ অবস্থান S_b এর শক্তি হলো S_a-এর চেয়ে বেশি যখন তাপীয় শক্তি kT হ্রাস পেয়ে শূন্যের দিকে পৌঁছে (i.e. $T \to 0$) তখন $-(E_b-E_a)/kT \to \infty$ এবং $\frac{P(S_b)}{P(S_a)} \to 0$ যাহা প্রত্যাশিত ফলাফল অর্থাৎ যদি কোন তাপশক্তি না থাকে তবে একটি এটমের শক্তি উচ্চতর লেভেলে পৌঁছে না। আবার যদি যথেষ্ট পরিমাণে তাপীয় শক্তি থাকে (অর্থাৎ $T \to \infty$) তবে $-(E_b-E_a)/kT \to 0$ এবং $\frac{P(S_b)}{P(S_a)} \to 1$ যাহা প্রত্যাশিত ফলাফল অর্থাৎ সীমাহীন শক্তির উপস্থিতির জন্য এটমের সকল শক্তি লেভেলে উঠার সম্ভাবনা সমান।

অনেক সময় সিস্টেমের শক্তিস্তরগুলো ডিজেনারেট থাকে অর্থাৎ অভিন্ন শক্তি নিয়ে অনেকগুলো অবস্থান বিদ্যমান থাকে। অর্থাৎ যদি

s_a এবং s_b অবস্থানদ্বয় ডিজেনারেট হয় তবে $E_a = E_b$ কিন্তু $s_a \neq s_b$
যখন আমরা জনসংখ্যা নিরূপন করব তখন আমরা প্রত্যেকটি ডিজেনারেট অবস্থান আলাদাভাবে গণনা করবো। একটি নির্দিষ্ট শক্তির অবস্থান সংখ্যাকে অভিন্নভাবে গননার জন্য ধরি E_a শক্তি নিয়ে g_a সংখ্যক অবস্থান আছে। একইভাবে E_b শক্তি নিয়ে g_b সংখ্যক অবস্থান আছে। এদেরকে বলা হয় শক্তি লেভেলের পরিসংখ্যিক ওজন। অতএব E_b শক্তি নিয়ে ডিজেনারেট অবস্থান g_b এর যে কোন একটি অবস্থানে সিস্টেমটি পাওয়ার সম্ভাবনা ও E_a শক্তি নিয়ে ডিজেনারেট অবস্থান g_a এর যে কোন একটি অবস্থানে সিস্টেমটি পাওয়ার সম্ভাবনার অনুপাতকে লিখতে পারি,

$$\frac{P(E_b)}{P(E_a)} = \frac{g_b e^{-E_b/kT}}{g_a e^{-E_a/kT}}$$

$$= \frac{g_b}{g_a} \cdot e^{-(E_b - E_a)/kT}$$

নক্ষত্রের আবহাওয়া মন্ডলে অবনতি বা সংখ্যা ওজন বিদ্যমান যার ফলে এই সম্ভাবনার অনুপাত হবে ওজন সংখ্যার অনুপাতের সমান।

অতএব আয়নায়নের নির্দিষ্ট অবস্থানে একটি নির্দিষ্ট উপাদানের এটমের জন্য বিভিন্ন উত্তেজিত অবস্থানে E_a শক্তি নিয়ে N_a সংখ্যক এটমের এবং E_b শক্তি নিয়ে N_b সংখ্যক এটমের অনুপাত হবে $\frac{P(E_b)}{P(E_a)}$ এর সমান অর্থাৎ,

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b e^{-E_b/kT}}{g_a e^{-E_a/kT}}$$

$$= \frac{g_b}{g_a} \cdot e^{-(E_b - E_a)/kT}$$

ইহাকে বলা হয় বোল্টজম্যান সমীকরণ।

9n-৫: আপেক্ষিক শক্তি ঘনত্ব কী? প্রমান কর যে $P_{rad} = \frac{1}{3} u$ অথবা বিকিরণ চাপের জন্য নক্ষত্রের চাপের রাশিমালা বের কর?

সমাধান

আপেক্ষিক শক্তি ঘনত্ব: আপেক্ষিক শক্তি ঘনত্ব হলো একটি পদার্থের শক্তি সংরক্ষনের ক্ষমতাকে বোঝাতে ব্যবহৃত একটি পরিমাপক। একটি সিস্টেম বা উপাদানের শক্তি ঘনত্ব তার ভর বা আয়তনের প্রতি শক্তি সঞ্চয়ের ক্ষমতার মাপক। আপেক্ষিক শক্তি ঘনত্ব বলতে সাধারনত একটি নির্দিষ্ট রেফারেন্স সিস্টেম বা উপাদানের শক্তি ঘনত্বের সাথে তুলনামূলক আকারে প্রকাশ করা হয়।

নক্ষত্রের চাপের রাশিমালা: যেহেতু নক্ষত্রে যে ফোটনশক্তি নির্গত হয় তার ভরবেগ $P_\gamma = \frac{h\nu}{c}$ সেহেতু এই সকল ফোটন প্রতিফলন বা শোষণের ক্ষেত্রে কনার উপর ঘাতবল প্রয়োগ করে। ফলে তড়িৎ চৌম্বক বিকিরণ এক-ধরনের চাপ উৎপন্ন করে। চাপ সমাকলন রাশিমালাটি ব্যবহার করে এক্ষেত্রে বিকিরণের জন্য চাপের রাশিমালা বের করা যায়।

আমরা জানি চাপ সমাকলনটি হলো:-

$$P = \frac{1}{3}\int_0^\infty n_p\, p\, v\, dp$$

এবার বিকিরণ চাপের জন্য $n_p\, dp = n_\nu\, d\nu$ । v এর পরিবর্তে আলোর বেগ c এবং ফোটনের ভরবেগ $p = \frac{h\nu}{c}$ ব্যবহার করে বিকিরণ চাপ

পাই,

$$P_{rad} = \frac{1}{3}\int_0^\infty \frac{h\nu}{c} \times c \times n_\nu \, d\nu$$

অর্থাৎ,

$$P_{rad} = \frac{1}{3}\int_0^\infty h\nu \cdot n_\nu \, d\nu$$

যেহেতু ফোটন বোসন কণা সেহেতু এখানে বোস আইনস্টাইন সংখ্যায়ন ব্যবহার করা হবে। এখানে $n_\nu d\nu$ কম্পাঙ্কের পাল্লা ν এবং $\nu + d\nu$ এর মধ্যে ফোটনের সংখ্যার ঘনত্ব। প্রত্যেকটি ফোটন এর শক্তি $h\nu$ দ্বারা, ইহাকে গুন করার ফলে ইহা এই কম্পাঙ্ক পাল্লায় শক্তি ঘনত্ব প্রদান করে।

অর্থাৎ কম্পাঙ্ক পাল্লায় ν এবং $\nu + d\nu$ এর মধ্যে শক্তি ঘনত্ব

$$u_\nu d\nu = h\nu \cdot n_\nu \, d\nu \quad \text{(i)}$$

অতএব আমরা লিখতে পারি,

$$P_{rad} = \frac{1}{3}\int_0^\infty u_\nu \, d\nu \quad \text{(1)}$$

কিন্তু প্লাঙ্কের বিকিরণ সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot d\nu$$

ইহাকে (1) এ ব্যবহার করে পাই,

$$P_{rad} = \frac{1}{3}\int_0^\infty \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot d\nu$$

$$= \frac{1}{3} \times I \quad \text{(2)}$$

এখানে, $I = \int_0^\infty \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\cdot\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\,d\nu$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\cdot\int_0^\infty \frac{\nu^3\,d\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$$

ধরি, $x = \frac{h\nu}{kT}$ ∴ $d\nu = \frac{kT}{h}\cdot dx$

অতএব, $I = \frac{8\pi h}{c^3}\cdot\int_0^\infty \frac{kT}{h}\cdot\frac{dx}{e^x-1}\left(\frac{xkT}{h}\right)^3$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\times\frac{kT}{h}\times\frac{T^3}{h^3}\cdot\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}\,dx$$

$$= \frac{8\pi k^4T^4}{h^3c^3}\cdot\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}\,dx$$

$$= \frac{8\pi k^4T^4}{h^3c^3}\times\frac{\pi^4}{15}$$

$$\therefore I = \frac{8}{15}\cdot\frac{\pi^5k^4T^4}{c^3h^3}$$

$$= aT^4$$

এখানে a হলো চিরন্তর ধ্রুবক।

এই I এর মানকে (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$P_{rad} = \frac{1}{3}aT^4$$

$$\therefore \boxed{P_{rad} = \frac{1}{3}u}$$ যেখানে, $u = aT^4$

বিকিরণ চাপের জন্য যে বল সৃষ্টি হয় তাহা মহাকর্ষীয় বলের চেয়েও বেশি এবং এর ফলে নক্ষত্রীয় সিস্টেমের সম্প্রসারণ ঘটে।

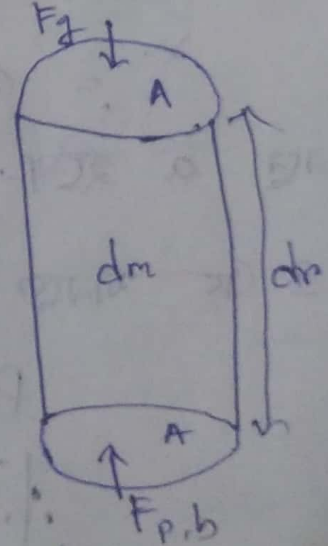
আদর্শ গ্যাসের জন্য সৃষ্ট চাপ $P_g = \frac{\rho kT}{\mu m_H}$ হলে এই বিকিরণ চাপের সাথে যোগ করে পাই,

$$P_{tot} = \frac{\rho kT}{\mu m_H} + \frac{1}{3} aT^4$$

Qn-5: হাইড্রোস্ট্যাটিক সাম্যাবস্থা সমীকরণটি প্রতিপাদন কর। এই সমীকরণ ব্যবহার করে কোন সিস্টেমের চাপ নির্ধারণ হয়?

সমাধান

আমরা জানি, মহাকর্ষীয় বল হলো সর্বদা আকর্ষণধর্মী এর অর্থ হলো যদি একটি নক্ষত্রকে ধ্বংসপ্রাপ্ত থেকে রক্ষা করতে হয় তবে তার মধ্যে একটি বিপরীতমুখি একটি বল ক্রিয়া করবে। এই বলটি চাপ উদ্ভূত হয়। এই চাপ নক্ষত্রের গভীরতার সাথে কিভাবে পরিবর্তিত হবে তাহা বের করার জন্য dm ভরের একটি সিলিন্ডার বিবেচনা করি যার কেন্দ্রটি বর্তুলাকার নক্ষত্রের কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে অবস্থিত। ইহাকে চিত্রে প্রদর্শিত করা হলো—



চিত্র: একটি স্থির নক্ষত্রের এর উপাদানের উপর মহাকর্ষীয় বল, নক্ষত্রের চাপ নতির জন্য নিট সাম্য বল দ্বারা নিষ্ক্রিয় হবে।

সিলিন্ডারটির উপরের ও নিচের তলের প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল হলো A। এবং সিলিন্ডারটির উচ্চতা হলো dr। আমরা বিবেচনা করি এখানে সিলিন্ডারটির উপর একমাত্র বল তাহা হলো মহাকর্ষ বল এবং চাপ বল যাহারা সর্বদা ও তলের উপর লম্ব এবং দূরত্বের সাথে ইহারা পরিবর্তিত হয়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি প্রয়োগ করে

বেলনটির উপর নীচে বল হবে,

$$dm \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = F_g + F_{p.t} + F_{p.b} \quad \text{——} \quad (1)$$

এখানে $F_g < 0$ হলো মধ্যাকর্ষণ বল যথা কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে এবং $F_{p.t}$ ও $F_{p.b}$ হলো যথাক্রমে বেলনটির উপরে এবং নীচের তলে ক্রিয়াশীল বল। যেহেতু বেলনের পাশে চাপ বল পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে সেহেতু এই সমীকরণ থেকে সে বল বাদ দেওয়া হয়েছে। যেহেতু চাপ বল সর্বদা তলের সাথে লম্ব সেহেতু বেলনের উপরিতলে প্রযুক্ত বল নক্ষত্রের কেন্দ্রের দিকে হবে ($F_{p.t} < 0$)- কিন্তু বেলনের ভূমিতে বা নিচে ক্রিয়াশীল বল বাইরের দিকে হবে ($F_{p.b} > 0$) r এর পরিবর্তনের ফলে কিছুটা সংশোধনী টার্ম dF_p ব্যবহার করে $F_{p.t}$ কে $F_{p.b}$ এর মাধ্যমে লিখতে পারি,

$$F_{p.t} = -(F_{p.b} + dF_p)$$

ইহাকে সমীকরণ (1) এর ব্যবহার করে পাই,

$$dm \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = F_g - dF_p \quad \text{——} \quad (2)$$

বর্তুলাকার প্রতিসম নক্ষত্রের ভর এর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে অবস্থিত dm ক্ষুদ্র ভরের উপর মহাকর্ষীয় বল হবে,

$$F_g = -G \cdot \frac{M_r \cdot dm}{r^2} \quad \text{——} \quad (3)$$

এখানে, M_r হলো r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের অভ্যন্তরে ভর এবং ইহাকে interior mass বা অভ্যন্তর ভর বলা হয়। চাপ হলো একক

সংস্পর্শে প্রযুক্ত বল অর্থাৎ

$$P = \frac{F}{A}$$

বেলনের উপরিতলে ও নিচের তলে ভিন্ন বল ক্রিয়ার ফলে চাপের পার্থক্য dp বিবেচনা করে differential force বা বলের পরিবর্তন বা পার্থক্য পাই,

$$dF_p = A \cdot dp \quad \text{——— (4)}$$

(3) এবং (4) নং সমীকরণ (2) এ ব্যবহার করি,

$$dm \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = -G \cdot \frac{M_r \cdot dm}{r^2} - A\,dp \quad \text{——— (5)}$$

যদি বেলনে গ্যাসের ঘনত্ব ρ হয় তবে,

$$dm = \rho \cdot A \cdot dr$$

এখানে, $A\,dr$ হলো বেলনের আয়তন। ইহাকে (5) এ ব্যবহার করে পাই,

$$\rho \cdot A\,dr \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = -G \cdot \frac{M_r \cdot \rho \cdot A\,dr}{r^2} - A\,dp$$

$$\text{বা, } \rho \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = -G \cdot \frac{M_r \rho}{r^2} - \frac{dP}{dr} \quad [A\,dr \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{——— (6)}$$

যদি নক্ষত্রটিকে স্থির বিবেচনা করা হয় তবে ত্বরণ শূন্য হবে এবং সেক্ষেত্রে,

$$0 = -G \cdot \frac{M_r \rho}{r^2} - \frac{dP}{dr}$$

$$\text{অতএব, } \frac{dP}{dr} = -G \cdot \frac{M_r \rho}{r^2} = -\rho g$$

$$\therefore \boxed{\frac{dP}{dr} = -\rho g}$$

এখানে, $g = \frac{Gm_r}{r^2}$ হলো r ব্যাসার্ধের লোকালী ত্বরণ।

এই সমীকরণটি হাইড্রোস্ট্যাটিক সাম্যাবস্থার শর্ত পূরণ করে। ইহা হলো বস্তুকণার প্রতিসাম্যিক বস্তুর ত্বরণ এবং বিবেচনা করার ফলে নক্ষত্রীয় গঠনের মৌলিক সমীকরণ।

এই সমীকরণটি প্রদর্শন করে যে একটি নক্ষত্র স্থির থাকার জন্য একটি চাপের নতি $\frac{dP}{dr}$ থাকবে যাহা মহাকর্ষীয় বলকে নিবৃত্ত করবে। ইহার চাপ ব্যাসের সাথে পরিবর্তিত হবে এবং এই চাপ ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির সাথে হ্রাস পাবে এবং অভ্যন্তরে এই চাপ নক্ষত্রের পৃষ্ঠতলের চাপের চেয়ে বেশি হবে।

প্র-৬: অস্বচ্ছতা এবং আলোক গভীরতা কাকে বলে? নাক্ষত্রিক অস্বচ্ছতার জন্য দায়ি বিভিন্ন ভৌত প্রক্রিয়াগুলো কি কি? সংক্ষেপে বর্ণনা কর?

সমাধান

নাক্ষত্রিক অস্বচ্ছতা:- একক ঘনত্বের কোন মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে একক দূরত্ব অতিক্রমের ফলে একক আলোক তীব্রতায় যে পরিবর্তন হয় তাই শোষণ গুণাঙ্ক বা অস্বচ্ছতা।

আলোক গভীরতা: মূলবিন্দু হতে তারকা পৃষ্ঠ পর্যন্ত আলোক পথ বরাবর পরিমাপকৃত গড় মুক্তপথের সংখ্যা হলো আলোকিক গভীরতা।

নাক্ষত্রিক অস্বচ্ছতার জন্য দায়ী প্রধান ভৌত প্রক্রিয়াগুলো হলো:-

1. ইলেকট্রন-ফোটন বিক্ষেপন:- মুক্ত ইলেকট্রন ও ফোটনের মধ্যে বিক্ষেপনের ফলে আলোর প্রচলন বাধাপ্রাপ্ত হয়।

2. ফোটন-আয়ন বিক্রিয়া:- উচ্চ শক্তির ফোটন পরমাণু বা আয়ন থেকে ইলেকট্রন ছাড়িয়ে দেয়, যা আলোক শোষন করে।

3. ফোটন-বন্ধ বিক্রিয়া:- পরমাণু বা আয়নের মধ্যকার ইলেকট্রন শক্তি স্তরগুলোর মধ্যে উত্তরনে ফোটন শোষিত হয়।

4. ফোটন-মুক্ত বিক্রিয়া: বদ্ধ শক্তি স্তরের ইলেকট্রন ফোটনের শক্তি গ্রহন করে মুক্ত হয়ে যায়।

5. মোলিকুলার শোষন: কিছু মলিকুল আলো শোষন করে, বিশেষত নক্ষত্রের শীতল স্তরে।

6. গ্যাস কনা ছড়িয়ে দেওয়া: গ্যাসের ছোট কনার দ্বারা আলো ছড়িয়ে যায়, যা দৃশ্যমান তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে প্রভাবিত করে।

7. মুক্ত-মুক্ত শোষন: মুক্ত ইলেকট্রন ও আয়নের মধ্যে মিথস্ক্রিয়ায় ফোটন শক্তি হারায়।

উপরোক্ত প্রক্রিয়া নক্ষত্রের আলোর প্রচলনকে বাধা দেয় এবং তার অভ্যন্তরীন গঠন ও বিকিরন বৈশিষ্ট নির্ধারন করে।

প্রশ্ন-৭: বিকিরণ চাপ, বিকিরণ প্রবাহ এবং আলোকীয় গভীরতার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

সমাধান

আমরা জানি, পরিবর্তিত নক্ষেত্রের ধূসর সমতল - সমান্তরাল আবহমণ্ডলের জন্য স্থানান্তর সমীকরণকে লিখা যায়,

$$\cos\theta \cdot \frac{dI}{d\tau_v} = I - S \quad \text{——— (i)}$$

(i) নং সমীকরণকে $\cos\theta$ দ্বারা গুণ করে এবং পরে সমগ্র ঘন কোণের জন্য সমাকলন করে দ্বিতীয় সমকলটি পাওয়া যায়,

$$\frac{d}{d\tau_v}\int I\cos^2\theta\, d\Omega = \int I\cos\theta\, d\Omega - S\int\cos\theta\, d\Omega \quad \text{——— (ii)}$$

এখানে, $\int \cos\theta\, d\Omega = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\phi = 0$

সমীকরণ (ii) এর বাম পার্শ্বটি বিকিরণ চাপ ও আলোর দ্রুতির গুণফলের সমান। অর্থাৎ,

$$\frac{d}{d\tau_v}\int I\cos^2\theta\, d\Omega = c\cdot\frac{dP_{rad}}{d\tau_v} \quad \text{——— (iii)}$$

আবার সমীকরণ (ii) এর ডান পার্শ্বের ১ম রাশিটি বিকিরণ ফ্লাক্সের রাশিমালা অর্থাৎ,

$$\int I\cos\theta\, d\Omega = F_{rad} = \text{বিকিরণ ফ্লাক্স} \quad \text{——— (iv)}$$

~~অতএব,~~ ~~অতিরিক্ত~~

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং এর সাহায্যে (ii) নং কে লিখা যায়,

$$c\cdot\frac{dP_{rad}}{d\tau_v} = F_{rad}$$

বা, $\frac{dP_{rad}}{dr_v} = \frac{F_{rad}}{c}$ ——— (v)

বা, $dP_{rad} = \frac{F_{rad}}{c} . dr_v$ ——— (vi)

(vi) নং কে সমাকলন করে পাই,

$$\int dP_{rad} = \int \frac{F_{rad}}{c} dr_v$$

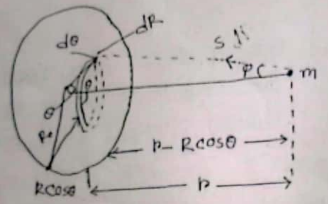
$$\Rightarrow P_{rad} = \frac{F_{rad}}{c} r_v + C \quad \text{——— (vii)}$$

যেখানে C হলো কোনটি সমাকলন ধ্রুবক।

(vii) নং সমীকরণটি বিকিরণ চাপ বিকিরণ ফ্লাক্স ও আলোকীয় গভীরতার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

The force excited by a spherically symmetric object of mass M on a point mass m may be found by integranting our rings contered along a line connecting the point mass to the center of the extended object. Use time this to derive Newton's law of Universal gravitation

সমাধান: একটি বর্তুলাকার বস্তু M এবং একটি বিন্দুভর m বিবেচনা করি যাহারা r ব্যবধানে অবস্থিত। ধরি R_0 হলো M ভরের ব্যাসার্ধ। এবার কেন্দ্র থেকে R দূরত্বে dR পুরুত্ব বিশিষ্ট একটি



রিং বিবেচনা করি। এখানে s হলো রিং এর যে কোন বিন্দু থেকে m ভরের দূরত্ব। রিংটি ব্যাসার্ধ হলো $R\sin\theta$. ধরি রিংটির ভর হলো dM_{ring} এবং রিংটি m ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করবে তাহা হলো

$$dF_{ring} = G\frac{m \times dM_{ring}}{s^2}\cos\varphi$$

ধরি, ভর ঘনত্ব $\rho(R)$ হলো বিশাল বস্তুটির ব্যাসার্ধের ফাংশন এবং dR পুরুত্বের রিংটির আয়তন হলো dV_{ring}.

আমরা পাই,

$$\begin{aligned} dM_{ring} &= \rho(R)\, dV_{ring} \\ &= \rho(R)\cdot 2\pi R\sin\theta \times R\,d\theta \times dR. \\ &= 2\pi R^2 \rho\, (\cancel{\sin\theta}\, R) \sin\theta\, dR\, d\theta \end{aligned}$$

এখানে, $\cos\varphi = \dfrac{r - R\cos\theta}{s}$

এবার পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{(r - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta} \\ &= \sqrt{r^2 - 2rR\cos\theta + R^2} \end{aligned}$$

এবার M ভরের জন্য m বিন্দুভরের উপর মোট মহাকর্ষ বল (যাহা ভরের সংযোগ কারী রেখা বরাবর) হলো

$$\begin{aligned} F &= Gm \int_{R=0}^{R_0}\int_{\theta=0}^{\pi} \left(\frac{r - R\cos\theta}{s}\right) \times \frac{2\pi R^2 \rho(R)\cdot \sin\theta\, d\theta . dR}{s^2} \\ &= 2\pi Gm \int_0^{R_0}\int_0^{\pi} \frac{r R^2 \cdot \rho(R) \sin\theta\, d\theta . dR}{(r^2 - 2rR\cos\theta + R^2)^{3/2}} \quad \left[\begin{array}{c} r >> R\cos\theta \\ \text{বিবেচনা করে} \end{array}\right] \end{aligned}$$

ধরি,

$$u = s^2 = r^2 + R^2 - 2rR\cos\theta$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{r^2 + R^2 - u}{2rR}$$

$\therefore -\sin\theta\, d\theta = -\dfrac{du}{2rR}$ যখন $\theta = 0,\ u = (r-R)^2$

$\therefore \sin\theta\, d\theta = \dfrac{du}{2rR}$ $\quad \theta = \pi,\ u = (r+R)^2$

অতএব,

$$F = 2\pi Gm \cdot \int_{R=0}^{R_0} \int_{u=(r-R)^2}^{(r+R)^2} \frac{R\rho(R)}{u^{3/2}} \cdot \frac{du}{2rR} \left(r^2+R^2-u\right)/2rR$$

$$= 2\pi Gm \int_{R=0}^{R_0} \frac{R\rho(R)}{4r^2} \int_{u=\sqrt{r-R}}^{\sqrt{r+R}} \frac{(r^2+R^2-u)\,du}{u^{3/2}}$$

$$= \frac{Gm}{r^2} \int_{R=0}^{R_0} 4\pi R^2 \rho(R)\, dR.$$

এখানে integrand টি হলো dR পুরুত্বের খোলের ভর যার আয়তন হলো dV_{shell} বা

$$dM_{shell} = 4\pi R^2 \cdot \rho(R)\, dR = \rho(R)\, dV_{shell}.$$

অতএব integrand টি dM_{shell} ভরবিশিষ্ট বর্তুলাকার প্রতিসম ভর খোলের জন্য m এর উপর যে বল ক্রিয়া করে তা হলো

$$dF_{shell} = \frac{Gm\, dM_{shell}}{r^2}$$

অতএব খোলটি মহাকর্ষীয়ভাবে এমন আচরণ করে যে এর সমস্ত ভর কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত। অবশেষে সমস্ত ভরবিশিষ্ট খোলটির উপর সমাকলন করে m ভরের উপর ক্রিয়াশীল

প্রশ্ন Discuss the Homologous collapse in Protostar.
Protostar Homologous collapse ব্যাখ্যা কর।

সমাধান:

ঘূর্ণন, অস্থিরতা (turbulence) বা চৌম্বক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে মহাকর্ষীয় collapse এর শর্ত পূরণ করে আণবিক মেঘ collapse করবে। যদি আমরা বিবেচনা করি যে - যে কোন ক্রিয়াশীল চাপের নতি (Pressure gradient) গতি পরিবর্তনে কম ভূমিকা রাখে - তবে এই নবীন নক্ষত্রের (Protostar) বিবর্তনের প্রথম অবস্থা মেঘ হবে মুক্ত পতনশীল। এই মুক্ত পতনশীল অবস্থায় গ্যাসের তাপমাত্রা প্রায় ধ্রুব থাকে। যতক্ষন পর্যন্ত মেঘ আলোকীয়ভাবে পাতলা থাকে ততক্ষন পর্যন্ত ইহা ঠিক থাকে এবং collapse কালীন অবস্থায় মহাকর্ষীয় শক্তি কার্যকর ভাবে বিকিরনের মাধ্যমে বের হয়ে যায়। এই Protostar এর বা নবীন তারকার সংকোচনের ব্যাখ্যার জন্য বর্তুলাকার প্রতিসম hydrodynamic সমীকরন ব্যবহার করা যেতে পারে। যদি আমরা বিবেচনা করি যে $\left|\frac{dP}{dr}\right| \ll \frac{GM}{r^2}$ উভয়দিকে ঘনত্বকে ঘনত্বকে cancel করে আমরা পাই;

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{GM_r}{r^2} \text{ ——— (1)} \qquad \left[\frac{\text{Force}}{\text{Area}} \times \frac{1}{\rho g}\right]$$

এখানে সমীকরন (1) হলো বর্তুলাকার মেঘের কেন্দ্র হতে r দূরত্বে মহাকর্ষীয় স্থানীয় ত্বরন। r- এর অভ্যন্তরে খোলকের ভর হলো M_r.

Collapsing মেঘের মধ্যে ব্যাসার্ধ r- এর একটি খোলকের ভরের আচরনকে সময়ের ফাংশন হিসেবে ব্যাখ্যা করার জন্য সমীকরন (1) কে সময়ের উপর সমাকলন করতে পারি। আমরা কেবলমাত্র M_r- এর আবদ্ধকারী ভরের আচরনই বিবেচনা করছি। এবার (1) এর উভয়দিকে $\frac{dr}{dt}$ দ্বারা গুন করে পাই:

$$\frac{dr}{dt} \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = -G\frac{M_r}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt}$$

খোলকের আদি ব্যাসার্ধ r_0 হলে,

$$\rho_0 = \frac{M_r}{\frac{4}{3}\pi r_0^3}$$

$$\therefore M_r = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \rho_0.$$

অতএব $\frac{dr}{dt} \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = \left(-\frac{4\pi}{3} G\rho_0 r_0^3\right)\frac{1}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt}$

সময়ের সাপেক্ষে উভয়দিকে সমাকলন করে পাই:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{4\pi}{3} G\rho_0 r_0^3\right) \cdot \frac{1}{r} + C_1 \text{ ——— (2)}$$

C_1 হলো সমাকলন ধ্রুবক, যখন $r = r_0$, $\frac{dr}{dt} = 0$

$$\therefore C_1 = -\frac{4\pi}{3} G\rho_0 r_0^2.$$

ইহাকে (2)-এ ব্যবহার করে পাই:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r_0^3 \times \frac{1}{r} - \frac{4\pi}{3} G\rho_0 r_0^2$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} G\rho_0 r_0^3 \frac{1}{r} - \frac{8\pi G\rho_0 r_0^2}{3}$$

$$= \frac{8\pi G\rho_0 r_0^2}{3} \cdot \left(\frac{r_0}{r} - 1\right)$$

$$\therefore \frac{dr}{dt} = -\left[\frac{8\pi G \rho_0 r_0^2}{3}\left(\frac{r_0}{r}-1\right)\right]^{1/2}$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়েছে যেহেতু মেঘ এখানে collapse করছে।

ধরি, $\theta = \frac{r}{r_0}$ এবং $\chi = \left(\frac{8\pi G \rho_0}{3}\right)^{1/2}$

$$\therefore \frac{dr}{dt} = r_0 \frac{d\theta}{dt}$$

অতএব $$r_0 \frac{d\theta}{dt} = -\left[\chi^2 r_0^2 \left(\frac{1}{\theta}-1\right)\right]^{1/2}$$

$$= -\chi r_0 \left(\frac{1}{\theta}-1\right)^{1/2}$$

$$\therefore \frac{d\theta}{dt} = -\chi \left(\frac{1}{\theta}-1\right)^{1/2} \quad \text{——— (4)}$$

আবার ধরি, $\theta = \cos^2\xi$ ——— (5)

অতএব $$\frac{d\theta}{dt} = -2\sin\xi\cos\xi \frac{d\xi}{dt} = -\sin 2\xi \frac{d\xi}{dt}$$

অতএব (4) হতে·

$$-\sin 2\xi \frac{d\xi}{dt} = -\chi \left(\frac{1}{\cos^2\xi}-1\right)^{1/2}$$

$$= -\chi (\sec^2\xi - 1)^{1/2}$$

$$= -\chi \tan\xi \qquad [1+\tan^2\xi = \sec^2\xi]$$

বা, $$\frac{d\xi}{dt} \times 2\sin\xi\cos\xi = \chi \frac{\sin\xi}{\cos\xi}$$

$$\therefore \frac{d\xi}{dt} \times \cos^2\xi = \frac{\chi}{2} \quad \text{——— (6)}$$

t- এর সাপেক্ষে সমাকলন করে :

$$\frac{\xi}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\xi = \frac{\chi}{2}t + C_2 \quad \text{——— (7)}$$

C_2 হলো সমাকলন ধ্রুবক। $t=0$-এ $r = r_0$ এবং এর অর্থ হলো $\theta = 1$ বা $\theta = 1$ বা $\xi = 0$ অর্থাৎ ইহা collapse শুরু নির্দেশ করে। অতএব আমরা পাই,

$$C_2 = 0$$

অতএব $$\frac{\xi}{2} + \frac{\sin 2\xi}{4} = \frac{\chi}{2}t \quad \text{——— (8)}$$

অর্থাৎ $$\xi + \frac{\sin 2\xi}{2} = \chi t$$

এই সমীকরণ থেকে আমরা collapsing মেঘের আচরণ জানতে পারি। সমীকরণ (8) হতে Jeans Criterion সিদ্ধকারী একটি মেঘের free-fall time scale গণনা করতে পারি।

ধরি, যখন collapsing গোলকের ব্যাসার্ধ শূন্যে পৌঁছে তখন $t = t_{ff}$ (এখানে $\theta = 0$, $\xi = \pi/2$). [যদিও ইহা একটি কৌতুহলের অগ্রহণযোগ্য শর্ত, যেহেতু ইহা অসীম ঘনত্ব নির্দেশ করে এবং $r_{final} = 0$ এখানে একটি আদর্শমান মাত্র]. অতএব

$$t_{ff} = \frac{\pi}{2\chi}$$

χ- এর মানকে এখানে ব্যবহার করে পাই;

$$t_{ff} = \left(\frac{3\pi}{32} \cdot \frac{1}{G\rho_0}\right)^{1/2} \quad \text{——— (9)}$$

t-এর সাপেক্ষে সমাকলন করে :

$$\frac{\xi}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\xi = \frac{\chi}{2}t + C_2 \quad \text{--- (7)}$$

C_2 হলো সমাকলন ধ্রুবক। $t=0$-এ $r=r_0$ এবং এর অর্থ হলো $\theta=1$ বা $\theta=1$ বা $\xi=0$ অর্থাৎ ইহা collapse শুরু নির্দেশ করে। অতএব আমরা পাই,

$$C_2 = 0$$

অতএব $\frac{\xi}{2} + \frac{\sin 2\xi}{4} = \frac{\chi}{2}t$

অর্থাৎ $\xi + \frac{\sin 2\xi}{2} = \chi t \quad \text{--- (8)}$

এই সমীকরণ থেকে আমরা collapsing মেঘের আচরণ জানতে পারি। সমীকরণ (8) হতে Jeans Criterion ভিত্তিকারী একটি মেঘের free-fall time scale গণনা করতে পারি।

ধরি, যখন collapsing গোলকের ব্যাসার্ধ শূন্যে পৌঁছে তখন $t=t_{ff}$ (এখানে $\theta=0$, $\xi=\pi/2$). [যদিও ইহা একটি কৌতুহলের অগ্রহণযোগ্য শর্ত, যেহেতু ইহা অসীম ভর নির্দেশ করে এবং $r_{final}=0$ এখানে একটি আমরা মেনে নিব], অতএব

$$t_{ff} = \frac{\pi}{2\chi}$$

χ-এর মানকে এখানে ব্যবহার করে পাই;

$$t_{ff} = \left(\frac{3\pi}{32}\cdot\frac{1}{G\rho_0}\right)^{1/2} \quad \text{--- (9)}$$

ইহা থেকে দেখা যায় যে free fall time, t_{ff} হলো গোলকের আদি ব্যাসার্ধ অনির্ভর। এর ফলে যতক্ষণ পর্যন্ত গোলাকার বর্তুলাকার আদর্শিক মেঘের মূল ঘনত্ব সুষম থাকবে ততক্ষণ পর্যন্ত মেঘের সমস্ত অংশ collapse-এর একই সময় লাগবে এবং প্রত্যেক জায়গায় ঘনত্ব একইহারে বৃদ্ধি পাবে। এই আচরণকে homologous collapse বলা হয়।