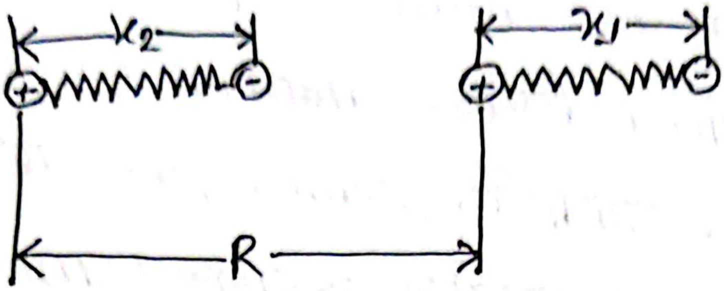
Chapter - 2

১। নিষ্ক্রিয় গ্যাস কেলাসের জন্য ভ্যানডারওয়ালস এর ক্রিয়া ব্যাখ্যা কর এবং দেখাও যে মিথস্ক্রিয়া $\Delta U = -\frac{A}{R^6}$ এবং লিনার্ড-জোনস বিভবের রাশিমালা বের কর।

→ ধরি, এটমের ব্যাসার্ধের তুলনায় দুটি সদৃশ নিষ্ক্রিয় এটম বেশ দূরত্বে R-ব্যবধানে অবস্থিত। যদি এটমদ্বয়ের চার্জ বন্টন দৃঢ় হয় তবে এটমদ্বয়ের মধ্যকার মিথস্ক্রিয়া শূন্য হবে। কারণ বর্তুলাকার ইলেকট্রনিক চার্জ বন্টনের জন্য বাহিরে নিরপেক্ষ এটমে স্থির তড়িৎ বিভব এটমের চার্জে নিউক্লিয়াসের তড়িৎ বিভব দ্বারা নিষ্ক্রিয় হবে। ফলে নিষ্ক্রিয় এটমসমূহের মধ্যে কোনো সংসক্তি বল ক্রিয়া করবে না এবং তাদেরকে ঘনীভূত করাও সম্ভব না। কিন্তু এটমসমূহ একে অপরের উপর আবিষ্ট ডাইপোল উৎপন্ন করবে এবং এই আবিষ্ট ডাইপোল মোমেন্টসমূহ এটম সমূহের মধ্যে একটি আকর্ষণী মিথস্ক্রিয়া উৎপন্ন করবে। ইহাকে ভ্যানডারওয়ালস মিথস্ক্রিয়া বলে। এই মিথস্ক্রিয়া ব্যাখ্যার জন্য একটি মডেল হিসেবে চিত্রানুযায়ী দুটি সদৃশ 1 এবং 2

বিবেচনা করি। প্রতিটি স্পন্দকের চার্জ হলো $\pm e$ এবং এদের মধ্যকার ব্যবধান x_1 এবং x_2।



চিত্র: দুটি স্পন্দকের অবস্থান

কণাসমূহ x অক্ষ বরাবর স্পন্দিত হয়। ধরি P_1 এবং P_2 এদের ভরবেগ। বল ধ্রুবক c বিবেচনা করি। অতএব, অবিচলিত সিস্টেমের হ্যামিলটনিয়ান,

$$H_0 = \frac{1}{2m}P_1^2 + \frac{1}{2}cx_1^2 + \frac{1}{2m}P_2^2 + \frac{1}{2}cx_2^2 \quad \text{— (1)}$$

প্রতিটি অযুগ্ম স্পন্দকের কম্পাঙ্ক $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$.

ধরি, দুটি স্পন্দকের মধ্যকার কুলম্ব মিথস্ক্রিয়া,

$$H_1 = \frac{e^2}{R} + \frac{e^2}{R+x_1-x_2} - \frac{e^2}{R+x_1} - \frac{e^2}{R-x_2} \quad \text{— (2)}$$

এখন, $|x_1|, |x_2| \ll R$ এর জন্য সমী (2) হতে,

$$H_1 = -\frac{2e^2 x_1 x_2}{R^3} \quad \text{— (3)}$$

স্বাভাবিক মোডে রূপান্তর করে,

$$x_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1+x_2); \quad x_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1-x_2) \quad \text{— (4)}$$

এদের সমাধান করে পাই,

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_s + x_a) \text{ এবং } x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_s - x_a) \quad \text{—} (5)$$

যেখানে s এবং a প্রতিসাম্যতা এবং অপ্রতিসাম্যতা বোঝায়। মোড দুটির সাথে সংশ্লিষ্ট ভরবেগ P_s এবং P_a নিম্নরূপে পাই,

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(P_s + P_a) \; ; \; P_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(P_s - P_a) \quad \text{—} (6)$$

মোট হ্যামিলটোনিয়ান,

$$H = H_0 + H_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2m} \times \frac{1}{2}(P_s + P_a)^2 + \frac{1}{2}c\frac{1}{2}(x_s + x_a)^2 + \frac{1}{2m}\cdot\frac{1}{2}(P_s - P_a)^2 + \frac{1}{2}c\cdot\frac{1}{2}(x_s - x_a)^2 - \frac{2e^2}{R^3}\frac{1}{\sqrt{2}}(x_s + x_a) \times \frac{1}{\sqrt{2}}(x_s - x_a)$$

$$= \left[\frac{1}{2m}P_s^2 + \frac{1}{2}\left(c - \frac{2e^2}{R^3}\right)x_s^2\right] + \left[\frac{1}{2m}P_a^2 + \frac{1}{2}\left(c + \frac{2e^2}{R^3}\right)x_a^2\right] \quad \text{—} (7)$$

∴ সিস্টেমের বল ধ্রুবক বিবেচনা করে,

$$K = \left(c \pm \frac{2e^2}{R^3}\right)$$

সিস্টেমের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$= \left[\left(c \pm \frac{2e^2}{R^3}\right)/m\right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{c}{m}\left(1 \pm \frac{2e^2}{R^3c}\right)\right]^{1/2}$$

$$= \sqrt{\frac{c}{m}}\left(1 \pm \frac{2e^2}{R^3c}\right)^{1/2}$$

$$= \omega_0\left[1 \pm \frac{1}{2}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right)^2 + \cdots \right] \quad \text{--- (8)}$$

এখানে, $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ ।

সিস্টেমটির শূন্য বিন্দু শক্তি $= \frac{1}{2}\hbar(\omega_s + \omega_a)$ ।

সমীকরণ (8) কে প্রতিসাম্যিক ও অপ্রতিসাম্যিক বিবেচনা করে,

$$\Delta\omega_s = \omega_0\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right)^2\right]$$

এবং $\Delta\omega_a = \omega_0\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right)^2\right]$

মিথস্ক্রিয়া শক্তি হবে, $U = \frac{1}{2}\hbar(\omega_s + \omega_a)$

$$= \frac{1}{2}\hbar\omega_0\left[2 - 2\cdot\frac{1}{8}\left(\frac{2e^2}{8R^3c}\right)^2\right]$$

$$= \hbar\omega_0 - \hbar\omega_0\frac{1}{8}\left(\frac{2e^2}{R^3c}\right)^2$$

$$\Rightarrow U - \hbar\omega_0 = -\hbar\omega_0\frac{1}{8}\left(\frac{2e^2}{cR^3}\right)^2$$

$$= -\frac{A}{R^6}$$

$$\Rightarrow \Delta U = -\frac{A}{R^6} \quad \text{—(9)}$$

ইহাই হলো আকর্ষণী মিথস্ক্রিয়া এবং ইহা মিথস্ক্রিয়া দুটি অণুদ্বয়ের মধ্যবর্তী ব্যবধান।
ইহাকে ভ্যানডারওয়ালস মিথস্ক্রিয়া বা লন্ডন মিথস্ক্রিয়া বলে।

ইহা মিথস্ক্রিয়া শক্তি দূরবর্তীর মিথস্ক্রিয়া প্রকাশ করে।
পরীক্ষামূলক ফলাফল ব্যাখ্যার জন্য বিকর্ষী মিথস্ক্রিয়া শক্তির রাশিমালা,

$$U = \frac{B}{R^{12}} \quad \text{—(10)}$$

সমীকরণ (9) ও (10) হতে,

$$U = \frac{B}{R^{12}} - \frac{A}{R^6} \quad \text{—(11)}$$

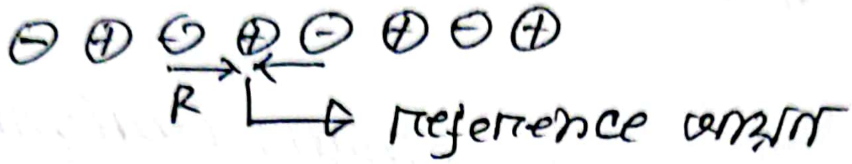
ইহা শক্তিকে প্যারামিটার ϵ এবং σ তে প্রকাশ করা হয়। যেখানে $A = 4\epsilon\sigma^6$, $B = 4\epsilon\sigma^{12}$

সমীকরণ (11) হতে, $U = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{R}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{R}\right)^6\right]$

ইহাই লেনার্ড-জোন্স বিভব।

একটি একমাত্রিক সমদূরবর্তী পর্যায়ক্রমিক প্রত্যাবর্তী ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের শিকলের জন্য দেখাও যে, ম্যাডেলুং ধ্রুবক $\alpha = 2\ln 2$.

→ নিচে একটি একমাত্রিক প্রত্যাবর্তী ধনাত্মক ও ঋণাত্মক চিরাবাহিত আয়নের চেইন দেখানো হলো:



ধরি, পাশাপাশি একটি ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের মধ্যবর্তী দূরত্ব R। একটি ধনাত্মক আয়নকে reference আয়ন হিসেবে বিবেচনা করি। reference আয়নটির R দূরত্বে ১ম নিকটবর্তী প্রতিবেশী ২টি ঋণাত্মক আয়নের জন্য কুলম্ব বিভবশক্তি,

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e)(-e)}{R} \times 2$$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times 2$$

এবার, reference আয়নটির 2R দূরত্বে অবস্থিত ২য় নিকটতম প্রতিবেশী দুটি ধনাত্মক আয়নের জন্য কুলম্ব বিভবশক্তি, $V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e)(+e)}{2R} \times 2$

$$= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{2}{2}$$

এবার, reference আয়নটির 3R দূরত্বে অবস্থিত দুটি ঋণাত্মক আয়নের জন্য বিভব শক্তি পাই,

$$V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e)(-e)}{3R} \times 2$$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{2}{3}$$

. . . .

. . . .

reference আয়নটির মোট-কুলম্ব বিভব শক্তি পাই

$$V_{coul} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times 2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon R} \times \frac{2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{2}{3} + \dots$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R}\left[2 - \frac{2}{2} + \frac{2}{3} - \dots\right]$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \alpha$$

এখানে, $\alpha = 2 - \frac{2}{2} + \frac{2}{3} - \dots$

$$= 2\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots\right)$$

একে ম্যাডেলাং ধ্রুবক বলা হয়।

আমরা জানি,

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

$x = 1$ বসিয়ে,

$$\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \ln 2$$

$$\therefore \alpha = 2\ln 2$$

∴ ম্যাডেলাং ধ্রুবক $\alpha = 2\ln 2$

৪) সংসক্তি বলতে কী বুঝায়? আন্তঃপারমাণবিক শক্তির ক্ষেত্রে সমাণুগুলোকে কিভাবে শ্রেণিবদ্ধ করা যায়? এর ব্যাখ্যামূলক প্রতিপাদন কর।

→ একটি স্থায়ী সিস্টেম যে শক্তির বিনিময়ে এর উপাদানসমূহকে আবদ্ধ করে তাকে সংসক্তি বলে। এ শক্তি আন্তঃপারমাণবিক দূরত্বের উপর নির্ভরশীল। একজোড়া পরমাণু বিবেচনা করা যাক যারা নিজেদের মধ্যে আণবিক বন্ধন গঠনে অক্ষম। পরমাণুদ্বয় যথেষ্ট দূরত্বে অবস্থান করলে এদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ থাকে না। এ অবস্থায় সিস্টেমের বিভবশক্তি শূন্য থাকে। পরমাণুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কমাতে থাকলে এদের মিথস্ক্রিয়া শুরু হতে থাকে এবং সিস্টেমের বিভবশক্তির পরিবর্তন ঘটে।

(i) এক পরমাণুর ঋণাত্মক ইলেকট্রন মেঘের সাথে অপর পরমাণুর ধনাত্মক নিউক্লিয়াসের চার্জের মিথস্ক্রিয়াজনিত কারণে আকর্ষণ বলের উদ্ভব ঘটে। এ বলের মান আন্তঃপারমাণবিক দূরত্ব r এর কয়েক ঘাতের ব্যস্তানুপাতিক হয়।

② পরমাণুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব হ্রাস পেলে উভয় পরমাণুর ইলেকট্রন মেঘ পরস্পরের উপর উপরিপাত হয়ে বিকর্ষণ বলের উদ্ভব ঘটায়। এ অবস্থায় ধনাত্মক চার্জযুক্ত নিউক্লিয়াসমূহ পরস্পরকে বিকর্ষণ করে। সাধারণভাবে বিকর্ষণ বলের মাত্রা বৃদ্ধি পায়। বিকর্ষণ বলের মান ও আন্তঃপারমাণবিক দূরত্ব r এর কয়েক ঘাতের ব্যস্তানুপাতিক হয়।

আকর্ষণ বল সিস্টেমের স্থিতিশক্তির হ্রাস ঘটায় এবং বিকর্ষণ বল স্থিতিশক্তির বৃদ্ধি ঘটায়। তাছাড়া আন্তঃপারমাণবিক শক্তির মোট গাণিতিকভাবে প্রকাশ করা যায়।

<u>বন্ধনশক্তির রাশিমালা:</u> সিস্টেমের মোট শক্তি বিবেচনা করি,

$$U = U_{att} + U_{rep} \quad —①$$

এখানে U_{att}, U_{rep} আকর্ষণ ও বিকর্ষণ জনিত শক্তি।

আন্তঃপারমাণবিক দূরত্ব r হলে ① হতে,

$$U = -\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n} \quad —②$$

এখানে, A, B, m, n পরমাণুর নির্ভরশীল ধ্রুবক। A ও B কে আকর্ষণ ও বিকর্ষণ ধ্রুবক বলা হয়।

সমীকরণ ② কে r এর সাপেক্ষে অন্তরকলন করে,

$$F = -\frac{dU}{dr}$$

$$= -\frac{mA}{r^{m+1}} + \frac{nB}{r^{n+1}} \quad \text{—③}$$

যদি, সাম্য দূরত্ব r_0। তাহলে ঐ দূরত্বে আকর্ষণী ও বিকর্ষণী বলের মান সমান ও বিপরীতমুখী এবং মোট বল শূন্য হবে।

$$-\frac{mA}{r_0^{m+1}} + \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0$$

B এর সমাধান করে পাই,

$$B = \frac{mA}{n} r_0^{n-m} \quad \text{—④}$$

$$\therefore r_0^{n-m} = \frac{B}{A}\left(\frac{n}{m}\right) \quad \text{—⑤}$$

সাম্য দূরত্ব r_0 এর জন্য মোট শক্তি,

$$U_0 = -\frac{A}{r_0^m} + \frac{B}{r_0^n}$$

$$= -\frac{A}{r_0^m} + \frac{A}{r_0^n}\left(\frac{m}{n}\right) r_0^{n-m} \quad \text{[B এর মান বসিয়ে]}$$

$$= -\frac{A}{r_0^m} + \frac{Am}{n} \cdot \frac{1}{r_0^m}$$

$$= -\frac{A}{r_0^m}\left(1 - \frac{m}{n}\right)$$

$m \neq n$ হলে,

$$U_0 \approx -\frac{A}{r_0^m}$$

(Ans)

⊞ আয়নিক কেলাসের আয়তন গুণাঙ্কের রাশিমালা বের কর।

→ আমরা জানি, আয়নিক কেলাসের আয়তন গুণাঙ্ক,

$$B = -V\frac{dP}{dV} \quad \text{—(1)}$$

$\therefore$ সংনম্যতা $K = \frac{1}{B}$ —(2)

আবার, $dU = -PdV$

$$\Rightarrow \frac{dU}{dV} = -P$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{d^2U}{dV^2}$$

$$\therefore \frac{1}{K} = V\frac{d^2U}{dV^2} \quad \text{—(3)}$$

আবার, $\frac{dU}{dV} = \frac{dU}{dR} \cdot \frac{dR}{dV}$

এখন $\frac{d^2U}{dV^2} = \frac{d}{dV}\left[\frac{dU}{dV}\right]$

$$= \frac{d}{dV}\left[\frac{dU}{dR}\cdot\frac{dR}{dV}\right]$$

$$= \frac{dU}{dR}\cdot\frac{d^2R}{dV^2} + \frac{dR}{dV}\cdot\frac{d}{dV}\left[\frac{dU}{dR}\right]$$

$$= \frac{dU}{dR}\cdot\frac{d^2R}{dV^2} + \frac{dR}{dV}\cdot\frac{d}{dR}\left[\frac{dU}{dR}\right]\cdot\frac{dR}{dV}$$

$$= \frac{dU}{dR}\cdot\frac{d^2R}{dV^2} + \left(\frac{dR}{dV}\right)^2\frac{d^2U}{dR^2} \quad \text{--- (4)}$$

N সংখ্যক ধন আয়ন এবং N সংখ্যক ঋণ আয়নের মিলিত মোট আয়তন,

$$V = 2NR^3 \quad \text{--- (5)}$$

$$\therefore \frac{dV}{dR} = 6NR^2$$

$$\therefore \frac{dR}{dV} = \frac{1}{6NR^2} \quad \text{--- (6)}$$

$$\frac{d^2R}{dV^2} = \frac{d}{dV}\left[\frac{1}{6NR^2}\right]$$

$$= \frac{d}{dR}\left[\frac{1}{6NR^2}\right]\frac{dR}{dV}$$

$$= -2\,\frac{1}{6NR^3}\times\frac{1}{6NR^2}$$

$$= -\frac{1}{18N^2R^5} \quad \text{--- (7)}$$

সমীকরণ ⑦ এ মান বসিয়ে,

$$\frac{d^2U}{dV^2} = \frac{dU}{dR}\times\left[-\frac{1}{18N^2R^5}\right] + \left(\frac{1}{6NR^2}\right)^2 \times \frac{d^2U}{dR^2} \quad —⑧$$

$R=R_0$ এ $\frac{dU}{dR}=0$ হলে,

$$\left(\frac{d^2U}{dV^2}\right)_{R=R_0} = \frac{1}{36N^2R_0^4}\left(\frac{d^2U}{dR^2}\right)_{R=R_0} \quad —⑨$$

সমীকরণ ③ হতে,

$$\frac{1}{K} = \left(V\frac{d^2U}{dV^2}\right)_{R=R_0} = \frac{1}{18NR_0}\left(\frac{d^2U}{dR^2}\right)_{R=R_0} \quad —⑩$$

আমরা জানি,

$$U_i = \frac{B_n}{R^n} - \frac{\alpha e^2}{R}$$

N সংখ্যক অণুগুলোর জন্য

$$U = NU_i$$

$$= N\left[\frac{B_n}{R^n} - \frac{\alpha e^2}{R}\right]$$

$$\Rightarrow N\left[\frac{B_n(-n)}{R_0^{n+1}} + \frac{\alpha e^2}{R_0^2}\right] = 0$$

$$\Rightarrow B_n = \frac{\alpha e^2}{R_0^2}\times\frac{1}{n}\times R_0^{n+1}$$

$$= \frac{\alpha e^2}{n}R_0^{n-1}$$

আবার, $\frac{d^2U}{dR^2} = N\left[\frac{n(n+1)B_n}{R^{n+2}} - \frac{2\alpha e^2}{R^3}\right]$

$$\Rightarrow \left(\frac{d^2U}{dR^2}\right)_{R=R_0} = N\left[\frac{n(n+1)}{R_0^{n+2}} \times \frac{\alpha e^2}{n} R_0^{n-1} - \frac{2\alpha e^2}{R_0^3}\right]$$

$$= N\left[\frac{(n+1)\alpha e^2}{R_0^3} - \frac{2\alpha e^2}{R_0^3}\right]$$

$$= \frac{N\alpha e^2}{R_0^3}[n+1-2]$$

$$= \frac{N\alpha e^2}{R_0^3}(n-1)$$

সমীকরণ (10) হতে,

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{18NR_0} \times \frac{N\alpha e^2}{R_0^3}(n-1)$$

$$= \frac{\alpha e^2}{18R_0^4}(n-1)$$

$$= \frac{18R_0^4}{\alpha e^2(n-1)}$$

ইহা হলো সংনম্যতার রাশিমালা।

∴ আয়নিক কেলাসের আয়তন গুণাঙ্ক

$$B = \frac{1}{K}$$

$$= \frac{\alpha e^2(n-1)}{18R_0^4}$$

(Ans)

ক) সমযোজী বন্ধন, আয়নিক বন্ধন, ধাতব বন্ধন, হাইড্রোজেন বন্ধন (বই থেকে)।

খ) বর্নতত্ত্ব অনুযায়ে একটি আয়নিক কেলাসের বা NaCl কেলাসের জন্য সংশক্তির রাশিমালা বের কর।

→ একটি আয়নিক কেলাসের সংশক্তি বলতে আমরা বুঝি স্বতন্ত্র নিরপেক্ষ অনু দ্বারা একটি কেলাস গঠন করা হলে নির্গত শক্তি। অতএব স্বতন্ত্র নিরপেক্ষ অনুসমূহকে একত্রিত করে কেলাস গঠন করার জন্য প্রয়োজনীয় হলো সংশক্তি শক্তি। এই শক্তিকে eV/atom, eV/ molecule হিসেবে প্রকাশ করা হয়। বর্নতত্ত্ব অনুসারে একটি আয়নিক কেলাস ধনাত্মক ও ঋনাত্মক আয়নের সমন্বয়ে গঠিত হয়।

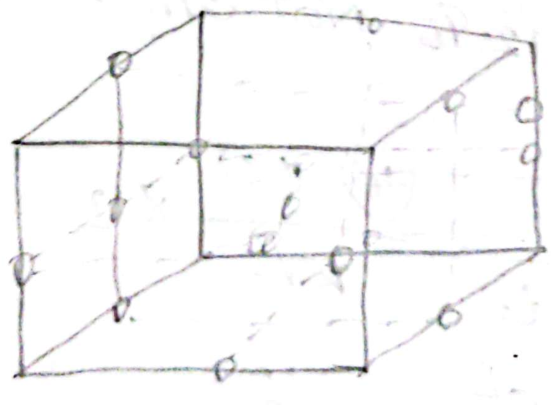
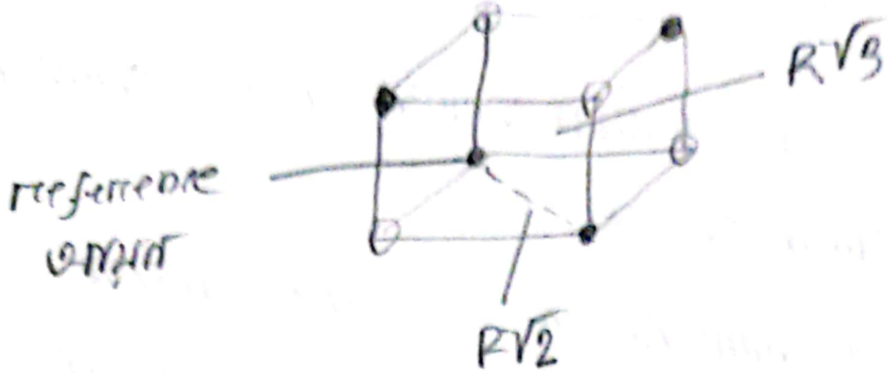


Fig. NaCl crystal

চিত্রে একটি অংশ বিবেচনা করি,



এবার একটি Na^+ আয়নকে reference আয়ন হিসাবে বিবেচনা করি। Na^+ reference আয়নটি থেকে R দূরত্বে প্রথম নিকটতম প্রতিবেশী Cl^- আয়নের জন্য স্থিতিক শক্তি,

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(+e)(-e)}{R} \times 6$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times 6$$

আবার Na^+ reference আয়নটির $R\sqrt{2}$ দূরত্বে ২য় নিকটতম প্রতিবেশী 12-টি Na^+ আয়নের জন্য কুলম্ব স্থিতিক শক্তি,

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e)(+e)}{R\sqrt{2}} \times 12$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{12}{\sqrt{2}}$$

আবার, Na^+ reference আয়নটির $R\sqrt{3}$ দূরত্বে আছে নিকটতম পরবর্তী Cl^- আয়নের জন্য,

$$V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+e)(-e)}{R\sqrt{3}} \times 8$$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\vdots$$

মোট কুলম্ব স্থিতিশক্তি

$$V_{coul} = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots$$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times 6 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{8}{\sqrt{3}} + \cdots$$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 R}\left[6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \cdots\right]$$

$$= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad \text{—(1)}$$

এখানে $\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} \cdots$ কে ম্যাডেলাং ধ্রুবক বলা হয়। NaCl এর জন্য $\alpha = 1.768$

আবার, পলির বর্জন নীতির ফলে বিকর্ষণজনিত বলের স্থিতিশক্তি $V_{repulsive} = \frac{B}{R^n}$ —(2)

$$\therefore V = V_{coul} + V_{repulsive}$$

$$= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \times \frac{B}{R^n} \quad \text{—(B)}$$

যেহেতু, $R = R_0$ তে

$$\left.\frac{dV}{dR}\right|_{R=R_0} = 0$$

বা, $$\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} - \frac{nB}{R_0^{n+1}} = 0$$

বা, $$\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} = \frac{nB}{R_0^{n+1}}$$

$$\therefore B = \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 n} R_0^{n-1}$$

B এর মান (B) এ বসিয়ে,

$$V = \frac{-\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 n} \frac{R_0^{n-1}}{R_0^n}$$

$$= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0}\left[1 - \frac{1}{n}\right]$$

এটিই আয়নিক কেলাসের সংসক্তি শক্তির রাশিমালা।

Chapter - 3

আইনস্টাইন মডেল

প্রশ্ন: কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের জন্য আইনস্টাইন মডেল কী? এই মডেল ব্যবহার করে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের রাশিমালা বের কর। উচ্চ ও নিম্ন তাপমাত্রায় আলোচনা কর।

→ কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের পরীক্ষালব্ধ ফলাফল ব্যাখ্যার জন্য আইনস্টাইন একটি মডেল প্রদান করেন। এই মডেল অনুসারে কঠিন পদার্থের প্রতিটি পরমাণুকে একটি স্পন্দক হিসেবে বিবেচনা করা হয়। প্রতিটি স্পন্দকের তিনটি অক্ষ বরাবর তিনটি একমাত্রিক স্পন্দক হিসেবে বিবেচনা করা হয়। অতএব, কঠিন পদার্থের প্রতিটি পরমাণুকে তিনটি একমাত্রিক স্পন্দক দ্বারা প্রতিস্থাপন করা যায়।

প্রতিটি একমাত্রিক স্পন্দকের প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্বানুসারে গড় শক্তি বিবেচনা করে,

$$\vec{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{—— (1)}$$

এখানে ν স্পন্দন কম্পাঙ্ক, h প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক, k হলো বোল্টজম্যান ধ্রুবক।

আমরা জানি, 1 kmole কঠিন পদার্থে অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা N_0 সংখ্যক পরমাণু বিদ্যমান। অতএব 1 kmole কঠিন পদার্থের আন্তঃশক্তি হবে,

$$U = 3N_0 E \quad \text{——} (2)$$

প্লাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্বানুসারে একটি দোলকের শক্তি কোয়ান্টায়িত $E_n = nh\nu$ । যেখানে $n = 0, 1, 2 \ldots$ । ν হলো দোলকের স্পন্দন কম্পাঙ্ক, $h = 6.62 \times 10^{-34}$ J-Sec ।

বোলজম্যান ধ্রুবক / ফ্যাক্টর $e^{-E_n/KT}$ ব্যবহার করে T তাপমাত্রায় দোলকের গড় শক্তি E হলে,

$$E = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-E_n/KT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/KT}}$$

$$= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (nh\nu) e^{-nh\nu/KT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/KT}}$$

$$= \frac{h\nu\left(e^{-h\nu/KT} + 2e^{-2h\nu/KT} + 3e^{-3h\nu/KT} + \ldots\right)}{1 + e^{-h\nu/KT} + e^{-2h\nu/KT} + \ldots}$$

ধরি, $x = -\frac{h\nu}{KT}$

$$= \frac{h\nu(e^{x}+e^{2x}+e^{3x}+\cdots)}{1+e^{x}+e^{2x}+\cdots}$$

$$= h\nu \frac{d}{dx} \ln(1+e^{x}+e^{2x}+e^{3x}+\cdots)$$

$$= h\nu \frac{d}{dx} \ln\left[\frac{1}{(1-e^{x})}\right]$$

$$= h\nu \frac{d}{dx} \ln(1-e^{x})^{-1}$$

$$= h\nu (-1) \frac{d}{dx} \ln(1-e^{x})$$

$$= h\nu (-1)(-1) \frac{e^{x}}{1-e^{x}}$$

$$= h\nu \frac{e^{x}}{e^{x}[e^{x}-1]}$$

$$= \frac{h\nu}{e^{-x}-1}$$

$$= \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$$

সমীকরণ ② হতে, $U = \dfrac{3N_0 h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$ —— ⑬

ধ্রুব আয়তনে মোলার আপেক্ষিক তাপ,

$$C_V = \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_V$$

$$= 3N_0 h\nu \left(-\frac{h\nu}{kT^2}\right)(-1) \frac{e^{h\nu/kT}}{\left(e^{h\nu/kT}-1\right)^2}$$

$$= \frac{3N_0 k}{T^2}\left(\frac{h\nu}{k}\right)^2 \frac{e^{h\nu/kT}}{\left(e^{h\nu/kT}-1\right)^2}$$

$$= 3N_0 k\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{e^{h\nu/kT}}{\left(e^{h\nu/kT}-1\right)^2} \quad \text{--- } (4)$$

ইহাই হলো কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের জন্য আইনস্টাইনের তাপ সূত্র।

উচ্চ তাপমাত্রায় $\frac{h\nu}{kT} << 1$ অতএব,

$$e^{h\nu/kT} \simeq 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

এখানে সমীকরণ (4) এ ব্যবহার করে,

$$C_V \simeq 3R\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{1}{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2}$$

$$\therefore C_V \simeq 3R \;;\; R = N_0 k$$

= গ্যাস ধ্রুবক

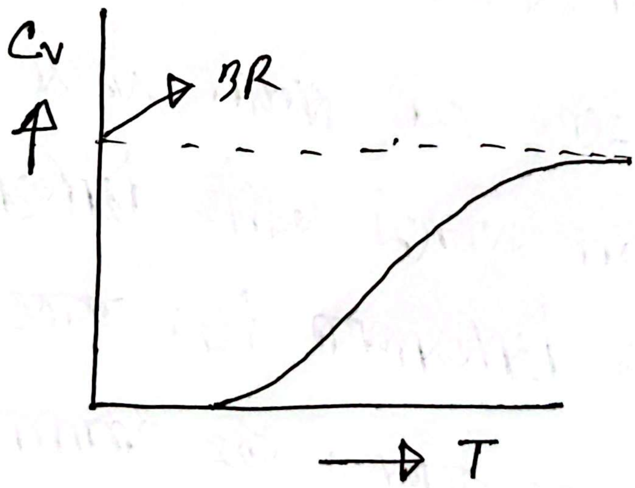
যাহা চিরায়ত ডুলং-পেটিট সূত্র । এই সূত্রটি উচ্চ তাপমাত্রায় পরীক্ষালব্ধ ফলাফলকে ব্যাখ্যা করতে পারে ।

আবার, নিম্ন তাপমাত্রায় $\frac{h\nu}{KT} >> 1$ হলে,

$$C_v \simeq 3R\left(\frac{h\nu}{KT}\right)^2 \frac{e^{h\nu/KT}}{(e^{h\nu/KT})^2}$$

$$\therefore C_v \simeq 3R\left(\frac{h\nu}{KT}\right)^2 e^{-h\nu/KT}$$

যাহা নিম্ন তাপমাত্রায় পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে সামান্য বিচ্যুত হয় ।



চিত্র: পরীক্ষালব্ধ ফলাফলের সাথে আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তাপ সূত্র থেকে প্রাপ্ত তাত্ত্বিক ফলাফলের তুলনা ।

প্র: কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের জন্য ডিবাই মডেল কি? এই মডেল ব্যবহার করে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ সূত্রটি বের কর। ডিবাই আপেক্ষিক তাপ সূত্রটি নিম্ন ও উচ্চ তাপমাত্রায় পরীক্ষালব্ধ ফলাফলের সাথে তুলনা কর। অথবা ডিবাই T^3 সূত্রটি বের কর।

→ কঠিন পদার্থের তাপ ব্যাখ্যার জন্য ডিবাই একটি মডেল প্রদান করেন। এ মডেল অনুসারে কঠিন পদার্থটিকে একটি স্থিতিস্থাপক অবিচ্ছিন্ন বস্তু হিসেবে বিবেচনা করে। তেমনি ডিমের কম্পনকে মুখ্য কম্পন হিসেবে বিবেচনা করা হয়। অর্থাৎ কঠিন পদার্থের একটি ডিম কম্পিত হলে যে কম্পন সমস্ত কেলাসে ছড়িয়ে পড়ে এবং কঠিন পদার্থে একটি স্থিতিস্থাপক স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এই স্থিতিস্থাপক স্থির তরঙ্গের অঙ্কুর কোয়ান্টাকে ফোনন বলে। এই ফোনন সমূহের যোগে কঠিন পদার্থে সঞ্চালিত হয়।

রেইলীর মতানুসারে ডিবাই আরও বিবেচনা করেন যে, একক আয়তনে কঠিন পদার্থে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এবং

$\lambda + d\lambda$ এর মধ্যবর্তী সম্ভাব্য যে কোনো ধরনের স্থিরাবস্থা তরঙ্গের সংখ্যা হলো,

$$n(\lambda)\, d\lambda = \frac{4\pi\, d\lambda}{\lambda^4} \quad \text{—} ①$$

বিবেচি আরও বিবেচনা করি যে, প্রতিটি স্থির তরঙ্গের গড় শক্তি প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম সূত্রানুসারে,

$$E = \frac{h\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad \text{—} ②$$

আমরা জানি,

$$v = \nu\lambda \qquad \therefore d\lambda = -\frac{v}{\nu^2}\, d\nu$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu}$$

রেইলীর সূত্রানুসারে কঠিন পদার্থে কম্পাঙ্ক ν থেকে $\nu + d\nu$ এর মধ্যবর্তী সম্ভাব্য তরঙ্গ সংখ্যা.

$$n(\nu)\, d\nu = 4\pi \times \frac{\nu^4}{v^4} \times \frac{v}{\nu^2}\, d\nu \quad \left[\because \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{v}\right]$$

$$= \frac{4\pi\nu^2}{v^3}\, d\nu \quad \text{—} ③$$

এখানে, v তরঙ্গের বেগ।

কঠিন পদার্থে দুই ধরনের তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। একটি লম্বিক তরঙ্গ যার বেগ হলো v_l এবং অপর তরঙ্গ যার বেগ v_t.

$\therefore$ তরঙ্গসংখ্যা হবে,

$$n(\nu)d\nu = 4\pi\left(\frac{1}{v_l^3}+\frac{2}{v_t^3}\right)\nu^2 d\nu \quad \text{--- (4)}$$

ধরি, 1 kmole কঠিন পদার্থের আয়তন V_0 অতএব 1 kmole কঠিন পদার্থে কম্পাঙ্ক ν থেকে $\nu+d\nu$ এর মধ্যবর্তী তরঙ্গ সংখ্যা $V_0 n(\nu)d\nu$ এবং অভ্যন্তরীণ শক্তি হলো $V_0 n(\nu)E d\nu$.

$\therefore$ 1 kmole কঠিন পদার্থে মোট অভ্যন্তরীণ শক্তি

$$U = V_0\int_{\nu=0}^{\nu_m} n(\nu)E d\nu$$

সমীকরণ (2) ও (4) হতে,

$$U = 4\pi V_0\left(\frac{1}{v_l^3}+\frac{2}{v_t^3}\right)\int_0^{\nu_m}\frac{h\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/KT}-1} \quad \text{--- (5)}$$

এখানে, ν_m সর্বোচ্চ কম্পাঙ্ক।

আবার, ডিবাই বিবেচনা করেন যে, 1 kmole কঠিন পদার্থে বিভিন্ন স্থির তরঙ্গের সংখ্যা $3N_0$। অতএব,

$$3N_0 = V_0 \int_0^{\nu_m} n(\nu)\, d\nu$$

$$= 4\pi V_0 \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_t^3}\right) \int_0^{\nu_m} \nu^2 d\nu$$

$$= \frac{4}{3}\pi V_0 \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_t^3}\right) \nu_m^3$$

$$\therefore 4\pi V_0 \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_t^3}\right) = \frac{9N_0}{\nu_m^3}$$

এই মানকে সমীকরণ (ক) এ বসাই

$$U = \frac{9N_0}{\nu_m^3} \int_0^{\nu_m} \frac{h\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{—} (6)$$

ধরি, $x = \frac{h\nu}{kT}$

$$\Rightarrow \nu = \frac{kT}{h} \cdot x$$

$$\therefore d\nu = \frac{kT}{h} dx$$

ডিবাই তাপমাত্রা θ হলে,

$$\theta = \frac{h\nu_m}{k}$$

$$\Rightarrow \nu_m = \frac{k\theta}{h}$$

$$\therefore \frac{1}{\nu_m} = \frac{h}{k\theta}$$

যখন $\nu = 0$ তখন $x = 0$

" $\nu = \nu_m$ " $x = \frac{h\nu_m}{KT} = \frac{\theta}{T}$

অতএব,

$$U = \frac{9N_0}{\nu_m^3} \times \int_0^{\theta/T} \frac{h\,\frac{K^3T^3x^3}{h^3} \times \frac{KT}{h}}{e^x - 1}\,dx$$

$$= \frac{9N_0}{\nu_m^3} \times \frac{1}{h^3} \times \frac{K^4T^4}{1} \int_0^{\theta/T} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}$$

$$= \frac{9N_0}{\nu_m^3} \times \frac{1}{h^3}$$

$$= 9N_0K\left(\frac{K}{h\nu_m}\right)^3 T^4 \int_0^{\theta/T} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}$$

$$= 9R \cdot \frac{T^4}{\theta^3} \int_0^{\theta/T} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}$$

মোলার আপেক্ষিক তাপ $c_v = \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_v$

$$\Rightarrow c_v = 9R \cdot \left[\frac{4T^3}{\theta^3} \int_0^{\theta/T} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1} + \frac{T^4}{\theta^3} \frac{\delta}{\delta T} \int_0^{\theta/T} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}\right.$$

এখানে, $x = \frac{h\nu}{KT}$

$$\therefore \frac{\delta x}{\delta T} = -\frac{h\nu}{KT^2}$$

$$\therefore \frac{\delta}{\delta T} = -\frac{h\nu}{KT^2}\cdot\frac{\delta}{\delta x}$$

$$\therefore C_v = 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} + \frac{T^4}{\theta^3}\times\left(-\frac{h\nu}{KT^2}\right)\times\frac{\delta}{\delta x}\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}\right.$$

$$= 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} - \frac{T^4}{\theta^3}\cdot\frac{h\nu}{KT^2}\,\frac{x^3}{e^x-1}\Big|_0^{\theta/T}\right]$$

এখানে $x = \theta/T$, $\nu = \nu_m$

$$= 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} - \frac{T^4}{\theta^3}\times\frac{h\nu_m}{KT^2}\times\frac{(\theta/T)^3}{e^{\theta/T}-1}\right]$$

$$= 9R\left[4\left(T/\theta\right)^3\int_0^{\theta/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} - \frac{\theta}{T}\,\frac{1}{e^{\theta/T}-1}\right] \text{——} (7)$$

ইহাই ডিবাইর আপেক্ষিক তাপ সূত্র।

উচ্চ তাপমাত্রায়, $x = \frac{h\nu}{kT} << 1$ এবং $\frac{\theta}{T} << 1$

$\therefore e^x \simeq 1+x$ এবং $e^{\theta/T} \simeq 1+\theta/T$

সমীকরণ ⑦ হতে,

$$C_v = 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int_0^{\theta/T}\frac{x^3 dx}{1+x-1} - \frac{\theta}{T}\cdot\frac{1}{(1+\frac{\theta}{T}-1)}\right]$$

$$= 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int_0^{\theta/T} x^2 dx - 1\right]$$

$$= 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \times \frac{x^3}{3}\Big|_0^{\theta/T} - 1\right]$$

$$= 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \times \frac{1}{3}\left(\frac{\theta}{T}\right)^3 - 1\right]$$

$$= 9R\left[4/3 - 1\right]$$

$$C_v = 3R$$

এটা ডুলং-পেটিট সূত্র। অতএব উচ্চ তাপমাত্রায় ডিবাই আপেক্ষিক তাপ সূত্রটি পরীক্ষালব্ধ ফলাফলকে ব্যাখ্যা করতে পারে।

নিম্ন তাপমাত্রায়, $\frac{\theta}{T} \to \infty$ এবং $e^{\theta/T} \to \infty$ এবং

$$\frac{1}{e^{\theta/T}-1} \to 0$$

সমীকরণ (7) হতে,

$$C_V = 9R\left[4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3\int_0^\infty \frac{x^3dx}{e^x-1}\right.$$

$$= 9R \times 4\left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \times \frac{\pi^4}{15}$$

$$= \frac{12}{5}\frac{\pi^4 R}{\theta^3}T^3$$

$$\therefore C_V \propto T^3$$

যা নিম্ন তাপমাত্রায় ডিবাই T^3 সূত্র নামে পরিচিত। এই সূত্রটি নিম্ন তাপমাত্রায় পরীক্ষালব্ধ ফলাফলকে ব্যাখ্যা করতে পারে।

অতএব ডিবাই আলোচিত তাপ সূত্র উচ্চ ও নিম্ন তাপমাত্রায় পরীক্ষালব্ধ ফলাফল ব্যাখ্যা করতে সক্ষম।

প্র ল্যাটিস স্পন্দন কী?

→ কঠিন পদার্থ অণু বা পরমাণু দ্বারা গঠিত। এগুলো সাম্যাবস্থানে অবস্থান করে এবং পরস্পরকে আকর্ষণ করে। তবে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব খুব কমে গেলে বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করতে শুরু করে। এ পরমাণু বা আয়নসমূহের আকর্ষণ ও বিকর্ষণজনিত মিথস্ক্রিয়ার কারণে এগুলো তাদের গড় অবস্থানের সাপেক্ষে স্পন্দিত হয়। এরূপ স্পন্দনকে ল্যাটিস স্পন্দন বলে।

প্র ফোনন কী?

→ ল্যাটিস স্পন্দনে সৃষ্টি তরঙ্গের শক্তি কোয়ান্টায়িত হয়। তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গের শক্তির কোয়ান্টামকে যেমন ফোটন বলা হয় তেমনি ল্যাটিস স্পন্দনের দরুন সৃষ্ট স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের শক্তির কোয়ান্টামকে ফোনন বলে।

খ) ফোনন মোমেন্টাম ব্যাখ্যা কর।

→ একটি ফোনন যার তরঙ্গ ভেক্টর $\vec{K}$ তা যেমন, নিউট্রন এবং ফোটনগুলোর সাথে এমনভাবে মিথস্ক্রিয়া করে যেন তার ভরবেগ হলো $\hbar\vec{K}$। একটি ফোনন প্রকৃতভাবে কোনো মোমেন্টাম বহন করে না। তার অর্থ হলো একটি ফোনন স্থানাঙ্ক ($K=0$ ব্যতীত) চেইনের আপেক্ষিক স্থানাঙ্ক ধারণ করে। অতএব, একটি H_2 অণুতে আন্তঃনিউক্লিয়ার স্পন্দন স্থানাঙ্ক $\vec{r_1}-\vec{r_2}$ হলো একটি আপেক্ষিক স্থানাঙ্ক এবং কোনো রৈখিক ভরবেগ বহন করে না। ভরকেন্দ্র স্থানাঙ্ক $\frac{1}{2}(\vec{r_1}+\vec{r_2})$ একটি সুষম মোডের সাথে সম্পর্কযুক্ত এবং রৈখিক ভরবেগ বহন করে। একটি কেলাসের ভৌত ভরবেগ,

$$P = M\frac{d}{dt}\sum U_s$$

N সংখ্যক চেইনের জন্য,

$$P = M\frac{du}{dt}\sum_s e^{iska}$$

$$= M\frac{du}{dt}(1-e^{iNka})/(1-e^{ika})$$

ব্যবহারিক ক্ষেত্রে ফোনন ভরবেগ আচরণ করে যেন এর ভরবেগ হলো $\hbar K$ কখনো কখনো ক্রিস্টাল ভরবেগ বলে।

যদি ফোননের বিক্ষেপণ স্থিতিস্থাপক হয় $\vec{K}$ তরঙ্গ ভেক্টর বিশিষ্ট ফোনন উৎপন্ন হয় তরঙ্গ ভেক্টরের নির্বাচন নীতি হবে,

$$\vec{K} + \vec{K} = \vec{K} + \vec{G}$$

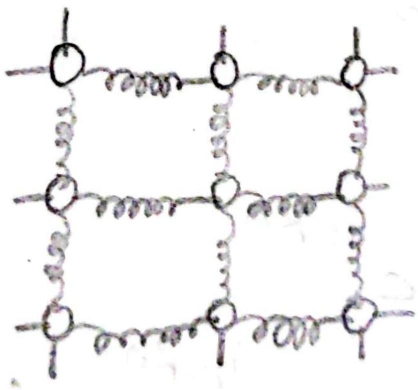
যদি একটি ফোনন $\vec{K}$ শোষিত হয় তবে,

$$\vec{K} = \vec{K} + \vec{K} + \vec{G}$$

যেখানে $\vec{G}$ হলো ব্যতিহার বা বিপরীত ল্যাটিস ভেক্টর।

প্র: ল্যাটিস কম্পন ধারণা ব্যাখ্যা কর।

→



চিত্র: একটি ল্যাটিস মডেল

একটি ল্যাটিসের এটম সমূহকে একে অন্যের সাথে চিত্রানুযায়ী স্থিতিস্থাপক স্প্রিং দ্বারা সংযুক্ত বিবেচনা করা যায়। এই মডেলের মাধ্যমে সহজেই অনুমান করা যায় যে একটি এটমের গতির সাথে অন্য একটি এটমের গতি সংযুক্ত। অতএব, আমরা বলতে পারি যে, একটি এটমের গতি ল্যাটিসের সকল এটমে শেয়ার করে। অর্থাৎ যেহেতু এটমগুলো পরস্পরকে স্প্রিং সদৃশ বল দ্বারা আকর্ষিত হয়ে আছে যেহেতু এই গতির শেয়ার সময় ল্যাটিসে কম্পন তৈরী করে। ইহাকে ল্যাটিস কম্পন বলা হয় এবং এর ফলে ল্যাটিসে একটি স্থিতিস্থাপক স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।

অনানুষ্ঠানিক মাধ্যম ও বিধিবদ্ধ মাধ্যমের পার্থক্য :

Chapter-4

Q) আমক্লাপ ও নরমাল প্রক্রিয়ার ব্যাখ্যা কর।

→ ফোনন-ফোনন বিক্ষেপণ হলো আমক্লাপ প্রক্রিয়ার মূল। ফোননকে তরঙ্গ ভেক্টর $\vec{K}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলের বাইরে কোনো সদৃশ্য ফোনন তরঙ্গ ভেক্টরের বিক্ষেপণ হলো আমক্লাপ প্রক্রিয়া। তিনটি ফোনন বিক্ষেপণকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$\vec{K_1}+\vec{K_2}=\vec{K_3}$$

কিন্তু এই তিন ফোনন বিক্ষেপণ দ্বারা পদার্থের রোধকত্ব পাওয়া যায় না। Peierls এই সমীকরণে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়,

$$\vec{K_1}+\vec{K_2}=\vec{K_3}+\vec{G}$$

এখানে $\vec{G}$ হলো ব্যতিহার ল্যাটিস ভেক্টর। এই ফোনন-ফোনন সংঘর্ষের মাধ্যমে বিক্ষেপণ প্রক্রিয়া থেকে রোধকত্ব ব্যাখ্যা করা সম্ভব। যে সকল প্রক্রিয়ায় $G \neq 0$ তাকে আমক্লাপ বা U প্রক্রিয়া বলে। যে সকল ফোনন সংঘর্ষের ক্ষেত্রে $\vec{G}=0$ তাকে নরমাল বা N প্রক্রিয়া বলে।

⊞ তাপীয় পরিবাহিতা কি? ডেবাইয়ের ধারণা থেকে দেখাও যে, পরিবাহিতা সহগ $K = \frac{1}{3} C v l$, যখন দৃঢ়বস্তুগুলো প্রচলিত অর্থে বহন করে। ✓

→ তাপমাত্রার নতিমাত্রা $\frac{dT}{dx}$ সহ কোনো নমুনা দণ্ডের মধ্য দিয়ে তাপের সুষম প্রবাহের মাধ্যমে তাপীয় পরিবাহিতার সহগ K কে নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত করা যায়-

$$J_u = -K \frac{dT}{dx} \quad \text{—— (1)}$$

যখন J_u তাপীয় শক্তি ফ্লাক্স বা একক সময়ে একক ক্ষেত্রফল অতিক্রমকারী শক্তি। তাপীয় শক্তির স্থানান্তর ঘটনা একটি পরিসাংখ্যিক প্রক্রিয়া। শক্তি যে সুস্পষ্ট বিবেচ্য দণ্ডের একপ্রান্ত দিয়ে প্রবেশ করে সরল পথে অগ্রসর হয় তা নয়। নৈমিত্তিক সংঘর্ষের কারণে অনিয়মিত পথে শক্তি বিকশিত হয়। যদি নমুনা দণ্ডের মধ্য দিয়ে বিচ্যুতি ছাড়াই সরাসরি তাপশক্তি প্রবাহিত হয় তবে তাপীয় ফ্লাক্স তাপমাত্রার নতিমাত্রা নিরপেক্ষ হবে এবং নমুনা দণ্ডের দুই প্রান্তের তাপমাত্রার পার্থক্য ΔT এর উপর নির্ভর করবে।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে তাপীয় পরিবাহিতা,

$$K = \frac{1}{3} C v \lambda \quad \text{——} (2)$$

এখানে C হলো একক আয়তনে তাপধারণ ক্ষমতা, v গ্যাসীয় কণার গড় গতিবেগ, λ হলো কণার গড় মুক্তপথ।

x অক্ষের দিকে কণার ফ্লাক্স $\frac{1}{2} n \langle v_x \rangle$ তাহলে সাম্যাবস্থায় ঐ ফ্লাক্সের সমমানের একটি বিপরীতমুখী ফ্লাক্স থাকবে। এখানে ⟨....⟩ চিহ্নটি গড়মান সূচিত হয়।

একটি কণা $T+\Delta T$ উষ্ণতার তলাবলী হতে T উষ্ণতায় তলাবলীয় গমনকালে $C\Delta T$ পরিমাণ তাপশক্তি বর্জন করবে

$$\therefore \Delta T = \frac{dT}{dx} \lambda_x = \frac{dT}{dx} v_x \tau$$

এখানে τ পরপর সংঘর্ষের মধ্যকার গড় সময়।

অতএব, শক্তির নিট ফ্লাক্স

$$J_v = -n \langle v_x^2 \rangle C \tau \frac{dT}{dx}$$

$$= -\frac{1}{3} n \langle v^2 \rangle C \tau \frac{dT}{dx}$$

$$= -\frac{1}{3} C v l \frac{dT}{dx}$$

যখন $L = v\tau$ এবং $C = nc$

$$\therefore K = \frac{1}{3} C v l$$

(দেখানো হলো)

প্র: ব্রিলুইন জোন বলতে কী বুঝ।

→ যোগান তরঙ্গ ভেক্টর K এর অনুমোদিত মানগুলো $-\pi/a$ ও $+\pi/a$ এর মাঝে অবস্থিত। $-\pi/a$ ও $+\pi/a$ এর মাঝে অবস্থিত যোগান তরঙ্গ ভেক্টর K এর সেক্টরকে বলা হয় লিনিয়ার ল্যাটিসে এর ব্রিলুইন জোন।

প্র: গ্রুনেসেন এর সূত্র: সমসারক বা তাপ পদার্থের (দৈর্ঘ্য) প্রসারণ গুণাঙ্ক এবং আপেক্ষিক তাপের অনুপাত ধ্রুব থাকে।

$$\frac{\text{(দৈর্ঘ্য) প্রসারণ গুণাঙ্ক}}{\text{আপেক্ষিক তাপ}} = \text{ধ্রুবক}$$

প্র: বন্ধনের সময় রৈখিক পোটেনশিয়ালের অসমতার ভিত্তি কীভাবে তাপীয় প্রসারণের দিকে পরিচালিত করে?

→ ক্রিস্টালের পোটেনশিয়ালের অসমতা অর্থাৎ ক্রিস্টালের ভিতরে ভিন্ন ভিন্ন অবস্থানে পারমাণবিক বা অণুগুলোর পোটেনশিয়াল শক্তি ভিন্ন ভিন্ন হয়। যখন তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়, তখন পরমাণু বা অণুগুলো বেশি শক্তি অর্জন করে এবং তাদের অবস্থান থেকে বিচ্যুত হতে শুরু করে। এই কম্পন গতি ক্রিস্টালের প্রতিটি পরমাণুর স্থানান্তর করতে শুরু করে।

এই সময় ক্রিস্টালের পোটেনশিয়াল অসমতা পোটেনশিয়াল শক্তির বক্ররেখার অসমানতা তৈরী করে। ফলে তাপীয় সম্প্রসারণের দিকেই তা পরিচালিত হয়। এক কথায় বলতে গেলে বন্ধনের সময় পোটেনশিয়াল অসমতার কারণে তাপীয় প্রসারণ ঘটে, কারণ পোটেনশিয়াল শক্তির বক্ররেখার অপ্রতিসম প্রকৃতির কারণে উষ্ণতার বৃদ্ধির সাথে সাথে গড় পারমাণবিক অবস্থান পরিবর্তিত হয়।

প্রশ্ন: বন্ধনের সময় শক্তি পোটেনশিয়ালের অসমতার মাত্রা কীভাবে তাপীয় প্রসারণের দিকে পরিচালিত করে?

→ কঠিনের পোটেনশিয়ালের অসমতা অর্থাৎ কঠিনের ভিতরে ভিন্ন ভিন্ন অবস্থানে পারমাণবিক বা অনুগুলির পোটেনশিয়াল শক্তি ভিন্ন ভিন্ন হয়। যখন তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়, তখন পরমাণু বা অনুগুলি বেশি শক্তি অর্জন করে এবং তাদের অবস্থান থেকে বিচ্যুত হতে শুরু করে। এই কম্পন গতি কঠিনের প্রতিটি পরমাণুর স্থানান্তর ঘটাতে শুরু করে।

এই সময় কঠিনের পোটেনশিয়াল অসমতা পোটেনশিয়াল শক্তির বক্ররেখার অসমানতা তৈরী করে। ফলে তাপীয় সম্প্রসারণের দিকেই এর পরিচালিত ঘটে। এটি বলতে গেলে বন্ধনের সময় পোটেনশিয়াল অসমতার কারণে তাপীয় প্রসারণ ঘটে, কারণ পোটেনশিয়াল শক্তির বক্ররেখার অপ্রতিসম প্রকৃতির জন্য উষ্ণতার বৃদ্ধির সাথে সাথে গড় পারমাণবিক অবস্থান পরিবর্তিত হয়।

প্রশ্ন বিভিন্ন প্রকার ল্যাটিস ত্রুটি আলোচনা কর।
→ (বই বা শীট)

প্রশ্ন স্ফটিকের বৈশিষ্ট্যগুলিতে ল্যাটিস শূন্যস্থানের প্রভাব কী?
→ ল্যাটিস শূন্যস্থান হলো একটি স্ফটিকের ল্যাটিসের এমন একটি স্থান যেখানে একটি পরমাণু বা আয়ন উপস্থিত থাকার কথা ছিল কিন্তু নেই।

① ইলেকট্রনিক বৈশিষ্ট্য: ল্যাটিস শূন্যস্থান ইলেকট্রনিক ব্যান্ড স্ট্রাকচার পরিবর্তন করতে পারে, যা উপকরণের বৈদ্যুতিক পরিবাহিতা প্রভাবিত করতে পারে। শূন্যস্থানগুলি সাধারণত ইলেকট্রনকে আটকাতে পারে, যা উপকরণের বাহকের ঘনত্ব এবং মোবিলিটি পরিবর্তন করে।

② যান্ত্রিক বৈশিষ্ট্য: শূন্যস্থান উপস্থিতি উপকরণের যান্ত্রিক বৈশিষ্ট্য যেমন কঠোরতা এবং শক্তি পরিবর্তন করতে পারে। শূন্যস্থানগুলি ভাঙনের জন্য পথ হিসেবে কাজ করতে পারে, যা উপকরণের যান্ত্রিক স্থায়িত্বকে দুর্বল করতে পারে।

৩ তাপীয় বৈশিষ্ট্য: প্লাস্টিক সংযোজন তাপ পরিবাহিতা প্রভাবিত করতে পারে সংযোজনগুলি তাপ পরিবহনের সময় বাধার সৃষ্টি করে, যা উপকরণের তাপ পরিবাহিতা হ্রাস করতে পারে।

৪ কাঠামোগত বৈশিষ্ট্য: প্লাস্টিক সংযোজন উপকরণের কাঠামোগত বৈশিষ্ট্য পরিবর্তন আনতে পারে, যেমন ঘনত্ব এবং ক্রিস্টালাইন প্লাস্টিকের পরামিতি। এটি উপকরণের ফেজ পরিবর্তন এবং অন্যান্য কাঠামোগত পরিবর্তনগুলিকে প্রভাবিত করতে পারে।

প্লাস্টিক সংযোজনের সংখ্যা এবং তাদের বন্টন উপকরণের প্রক্রিয়াকরণের পদ্ধতি, তাপমাত্রা এবং অন্যান্য পরিবেশগত কারণের উপর নির্ভর করে।

দেখাও যে আয়নিক স্ফটিকের ফ্রেঙ্কেল ত্রুটি $n = (NN_i)^{1/2} e^{-E_i/2k_BT}$, যেখানে প্রতীকগুলোর প্রচলিত অর্থ বহন করে।

→ N-সংখ্যক সমস্ত পরমাণুবিশিষ্ট T তাপমাত্রায় একটি নিখুঁত কেলাস বিবেচনা করি। ধরি, কেলাসটিতে N_i সংখ্যক interstitial অবস্থান বিদ্যমান এবং
আন্তঃস্থানীয়
N_i সংখ্যক interstitial site বিদ্যমান। এই কেলাসটি অস্থিতিশীল অবস্থায় মুক্ত শক্তিকে $F_{perfect}(T)$ দ্বারা প্রকাশ করি। ধরি, একটি ফ্রেঙ্কেল ত্রুটি তৈরীর জন্য প্রয়োজনীয় শক্তি হলো E_i অতএব n সংখ্যক ফ্রেঙ্কেল ত্রুটির জন্য কেলাসটির শক্তি nE_i বৃদ্ধি পায়। n সংখ্যক ফ্রেঙ্কেল ত্রুটি তৈরীর ক্ষেত্রে কেলাসটি থেকে n সংখ্যক আয়নকে স্বাভাবিক অবস্থান থেকে তুলে নিয়ে interstitial অবস্থানে স্থাপন করতে হবে। নিখুঁত কেলাসের N-সংখ্যক আয়ন থেকে n-সংখ্যক আয়ন তুলে নেয়ার বিভিন্ন উপায়ের সংখ্যা হলো, $\frac{N_i}{(N-n)!\,n!}$

∴ আবার, এই n সংখ্যক আয়নকে N_i সংখ্যক interstitial অবস্থানে স্থাপন করার বিভিন্ন উপায় সংখ্যা হলো,

$$\frac{N_i!}{(N_i-n)!\,n!}$$

∴ নিখুঁত কেলাসটিতে n-সংখ্যক ফ্রেঙ্কেল ত্রুটি তৈরির বিভিন্ন উপায়সংখ্যা হলো,

$$W = \frac{N!}{(N-n)!\,n!} \cdot \frac{N_i!}{(N_i-n)!\,n!} \quad \text{——(1)}$$

∴ কেলাসটির configurational entropy, $S_{cf} = k \ln W$

এর সাথে যদি প্রতিটি ফ্রেঙ্কেল ত্রুটির জন্য তাপীয় এনট্রপির বৃদ্ধি ΔS_{th} হয় তবে মোট তাপীয় এনট্রপির বৃদ্ধি হবে, $S_{th} = n\Delta S_{th}$

n সংখ্যক ফ্রেঙ্কেল ত্রুটি তৈরির সময় Helmholtz মুক্ত শক্তি

$$F = U - TS$$

$$= F_{Perfect}(T) + nE_i - T.k\ln W$$

$$= F_{perfect}(T) + nE_i - KT \ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!} \times \frac{N_i!}{(N_i-n)!\,n!}\right]$$

$$= F_{perfect}(T) + nE_i - KT\left[\ln N! - \ln(N-n)! - \ln n! + \ln N_i! - \ln(N_i-n)! - \ln n!\right]$$

স্টার্লিং এর সূত্র থেকে,

$$\ln x! = x\ln x - x$$

$$= F_{perfect}(T) + nE_i - KT\left[N\ln N - N - (N-n)\ln(N-n) + (N-n) + N_i \ln N_i - N_i - 2(n\ln n - n) - (N_i-n)\ln(N_i-n) + (N_i-n)\right] \quad \text{---} (2)$$

এবার সাম্যাবস্থায় n এর মান পাওয়ার জন্য ব্যবহার করি,

$$\left(\frac{\delta F}{\delta n}\right)_T = 0$$

সমীকরণ (2) হতে,

$$0 + E_i - KT\left[0 - 0 - (N-n)(-1)\frac{1}{(N-n)} + \ln(N-n) - 1 - 2\left[n \times \frac{1}{n} + \ln n - 1\right] - (N_i-n)(-1)\frac{1}{(N_i-n)} + \ln(N_i-n) - 1\right] = 0$$

বা, $E_i - KT[1+\ln(N-n)-1-2(1+\ln n-1)+1+\ln(N_i-n)-1]=0$

বা, $KT[\ln(N-n)+\ln(N_i-n)-2\ln n]=E_i$

বা, $\ln(N-n)(N_i-n)-\ln n^2=\frac{E_i}{KT}$

বা, $\ln\frac{(N-n)(N_i-n)}{n^2}=\frac{E_i}{KT}$

বা, $\ln\frac{n^2}{(N-n)(N_i-n)}=-\frac{E_i}{KT}$

বা, $\frac{n^2}{(N-n)(N_i-n)}=e^{-E_i/KT}$

যদি $N>>n$ এবং $N_i>>n$ হয় তবে,

$$\frac{n^2}{NN_i}\simeq e^{-E_i/KT}$$

বা, $n^2=NN_i e^{-E_i/KT}$

$$\therefore n=(NN_i)^{1/2}e^{-E_i/2K_BT}$$

ইহাই হলো সাম্যাবস্থায় সর্বনিম্ন সংখ্যক ফ্রেংকেল ত্রুটির রাশিমালা।

(দেখানো হলো)

প্র: ফ্রেঙ্কেল ইন্টারস্টিশিয়াল এবং শ্রটকি স্থানচ্যুতি বলতে কী বুঝায়। অথবা এদের পার্থক্য কর।

→

ফ্রেঙ্কেল-ইন্টারস্টিশিয়াল হলো এক ধরনের বিন্দুগত ত্রুটি যেখানে কেলাসে একটি নিজস্ব পরমাণু এর স্বাভাবিক ল্যাটিস অবস্থান থেকে স্থানচ্যুত হয়ে ল্যাটিসের কোনো ইন্টারস্টিশিয়াল জায়গায় প্রবেশ করে। অর্থাৎ এটি একটি অতিরিক্ত পরমাণু যা ল্যাটিস স্ট্রাকচারের ভিতরে অবস্থান করে।

বৈশিষ্ট্য: ① এটি সাধারণত স্বাভাবিক অবস্থান থেকে অনেক বড় হয় এবং ল্যাটিস স্ট্রেস তৈরি করে।

② এটি সাধারণত শক্তিশালী সমীকরণ, বিকৃতি বা বিকিরণের ফলস্বরূপ ঘটে।

③ এই ত্রুটির কারণে কেলাসের মেকানিক্যাল এবং ইলেকট্রিক্যাল পরিবর্তন হতে পারে।

শ্রটকি স্থানচ্যুতি এক ধরনের বিন্দুগত ত্রুটি যেখানে কেলাসে একটি অসম্পূর্ণ স্থান থাকে যা কেলাসের

ভিতরে একটি লাইন বরাবর অবস্থান করে। এটি দেখতে অনেকটা ~~[illegible]~~ স্থানের মতো যা কেলাসের ভিতরে জায়গা থেকে যায়।

বৈশিষ্ট্য: ১ এটি স্থায়ী বিন্যাসিক ত্রুটি যা কেলাসে মেকানিক্যাল স্ট্রেস তৈরি করে।

২ এটি প্রায়শই কঠিন পদার্থে ঘটে যখন এগুলোকে প্রসারিত বা সংকোচিত করা হয়।

৩ এ ত্রুটির কারণে কেলাসের যান্ত্রিক বৈশিষ্ট্যে উল্লেখযোগ্য পরিবর্তন হয়।

☐ শটকি ত্রুটি এবং ফ্রেনকেল ত্রুটি বলতে কী বুঝায়। অথবা এদের পার্থক্য কর।

→ শটকি ত্রুটি ঘটে যখন কেলাস ল্যাটিসে সমান সংখ্যক ক্যাটায়ন এবং অ্যানায়ন অনুপস্থিত থাকে, যার ফলে ল্যাটিসে ফাঁকা স্থান তৈরি হয়।

বৈশিষ্ট্য: ১ এটি ইলেকট্রিক্যালি নিরপেক্ষ থাকে কারণ ক্যাটায়ন এবং অনুপস্থিত অ্যানায়নের সংখ্যা সমান থাকে।

① সাধারণত এই ত্রুটি বেশি হয় আয়নিক কেলাসে।
যেমন: NaCl, KCl।

কোনো একটি ধনাত্মক আয়ন এবং একটি ঋণাত্মক আয়ন এর স্থান থেকে স্থানচ্যুত হয়ে ল্যাটিসের অন্য কোনো ফাঁকা স্থানে চলে যায়।

বৈশিষ্ট্য: ② সাধারণত ক্যাটায়ন স্থানচ্যুত হয় কারণ তারা ছোট এবং বাইরের হয় তবে ইলেকট্রোনিক্যালি নিরপেক্ষ থাকে।

② সাধারণত এই ত্রুটি বেশি হয় কম্পাউন্ডে যেখানে ক্যাটায়ন ছোট। যেমন: AgCl, ZnS।

১৩. বর্ণ কেন্দ্র কী? ব্যাখ্যা কর।

→ Becquerel আবিষ্কার করেন যে, যখন স্বচ্ছ আয়নিক NaCl কে একটি সোডিয়াম বাষ্পের নিকট স্থাপন করা হয় তখন কেলাস হলুদাভ রঙের হয়ে যায়। এই NaCl কেলাসের রঙিন হওয়ার মূলে হলো বর্ণ কেন্দ্র। একটি বিশুদ্ধ NaCl কেলাস দৃশ্যমান আলো শোষণ করতে পারে না এবং এর ফলে

হীরা সম্পূর্ণরূপে স্বচ্ছ। অতএব, হীরা প্রমাণ করে যে কেলাসে ত্রুটির জন্য হীরা রঙিন হয়। আরও দেখা যায় যে একটি রঙিন কেলাসকে সাদা আলোতে রাখা হলে কেলাসের রং সাদা হয়ে যায়। হীরা কেলাসের রং শোষণের প্রকৃতি অবিকৃত নির্দেশনা প্রদান করে। বর্ণ কেন্দ্র হলো একটি ল্যাটিস যা আলো শোষণ করে। নিম্নলিখিত উপায়ে বর্ণকেন্দ্র তৈরি করা যায়.

① রাসায়নিক যৌগকে যেমন transition element কে alkali halide কেলাসে যোগ করে।

② কেলাসকে alkali ধাতব বাষ্পে উত্তপ্ত করে এবং অতিদ্রুত শীতল করে।

③ কেলাসকে উচ্চশক্তি সম্পন্ন রেডিয়েশন যেমন X-রে বা γ-রে বা ইলেকট্রন ও নিউট্রন দ্বারা আঘাতের মাধ্যমে রঙিন করা যায়।

প্র) অ্যালুমিনিয়াম বস্তুতে শূন্যস্থান তৈরি করতে প্রয়োজনীয় জন্য শক্তি যদি 1.55 eV হয় তবে ভারসাম্য অবস্থার অধীনে 300K থেকে 900K এ ভ্যাকেন্সির অনুপাত কত হবে?

→ আমরা জানি,

$$\frac{n}{N} = e^{-E_v/K_B T}$$

এখানে, n = শূন্যস্থানের সংখ্যা

N = মোট ল্যাটিস সাইটের সংখ্যা

E_v = শূন্যস্থান তৈরির শক্তি

K_B = বোল্টজম্যান ধ্রুবক

T = তাপমাত্রা

এখানে, $E_v = 1.55 eV$, $K_B = 8.617 \times 10^{-5} eV/K$

$$\frac{n}{N} = e^{-E_v/K_B T}$$

$$= e^{-1.55/8.617 \times 10^{-5} \times 300}$$

$$= 9.113 \times 10^{-27}$$

আবার,

$$\frac{n}{N} = e^{-eV/K_BT}$$

$$= e^{-1.55/8.617\times10^{-5}\times900}$$

$$= 2.082\times10^{-9}$$

(Ans)

☐ দুই ধরনের ত্রুটি ডায়াগ্রাম দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

→ অণুমধ্য ত্রুটি হলো একটি ধাতুর ক্রিস্টাল ল্যাটিসে কোনো পরমাণুর স্থানে খালি জায়গা তৈরি হওয়া। অণুমধ্য ত্রুটি প্রধানত দুই ধরনের।

① একক অণুমধ্য ত্রুটি ② যুগ্ম অণুমধ্য ত্রুটি।

① একক অণুমধ্য ত্রুটি: এ ধরনের ত্রুটি হলো একটি পরমাণু তার অবস্থান থেকে সরে যাওয়া এবং পরমাণু ক্রিস্টাল ল্যাটিসে তার অবস্থান হারায় এবং একটি অণু স্থান তৈরি করে।

নিচে এটির ডায়াগ্রাম দেখানো হলো:

② মুক্ত অবস্থান ত্রুটি : এটি এমন একটি ত্রুটি যেখানে একজোড়া বিপরীত চার্জের আয়ন ক্রিস্টাল ল্যাটিস থেকে সরানো হয়, কিন্তু দুটি অবস্থান তৈরি হয়।

নিচে ব্যাখ্যায় দেখানো হলো:

আগে	পরে
$M^+ X^- M^+ X^-$	$M^+ X^- M^+ X^-$
$X^- M^+ X^- M^+$	$X^- \quad X^- M^+$
$M^+ X^- M^+ X^-$	$M - X^- M^+ X^-$
$X^- M^+ X^- M X$	$X^- M + X^- M^+$

এখানে M^+ একটি ধাতব কেমান এবং X^- একটি ধাতুমুক্ত অনিয়ন প্রতিনিধিত্ব করে।

প্রশ্ন: যেকোন তাপমাত্রায় আয়নীয় সাম্যাবস্থায় n সর্বনিম্ন সংখ্যক শটকি ত্রুটি বা বিচ্যুতি হবে,

$$n \simeq N e^{-E_p/2KT}$$

যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।

→ $T = 0°K$ এ একটি আদর্শ আয়নিক কেলাস বিবেচনা যেখানে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক চার্জের পরিমাণ সমান।

আমরা জানি,

হেলমহোলৎজ মুক্ত শক্তি,

$$F = U - TS \quad —①$$

ধরি, জোড় ভেকেন্সি তৈরী করার জন্য শক্তি E_p যদি n সংখ্যক ভেকেন্সি জোড় উৎপন্ন হয় তবে মোট শক্তি বৃদ্ধি হবে,

$$U = nE_p \quad —②$$

এর ফলে কেলাসের এনট্রপি হবে,

$$S = K \ln w \quad —③$$

n-সংখ্যক anion কে N-সংখ্যক উপায়ে থেকে যতভাবে তৈরি করা যায় তা হলো,

$$w = \frac{N!}{(N-n)!\,n!} \quad —④$$

n সংখ্যক শটকি জোড়া উৎপন্ন করার মোট সম্ভাব্য উপায় হলে

$$w = \left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right]^2$$

Configuration entropy, $S = k\ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right]^2$ —— ⑤

সমীকরণদ্বয় ② ও ⑤ কে ① এ বসাই,

$$F = nE_p - kT\ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right]^2$$

$$= nE_p - 2kT\ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right] \quad \text{—— ⑥}$$

স্টার্লিং এর সূত্র থেকে পাই,

$$\ln x! = x\ln x - x$$

সমীকরণ ⑥ হতে,

$$F = nE_p - 2kT\left[\ln N! - \ln(N-n)! - \ln n!\right]$$

$$= nE_p - 2kT\left[N\ln N - N - (N-n)\ln(N-n) + (N-n) - n\ln n + n\right]$$

$$\because \ln\frac{a}{be}$$

$$= \ln a - \ln be$$

$$= \ln a - (\ln b + \ln e)$$

$$= \ln a - \ln b - \ln e$$

Bestron™

$$= nE_p - 2KT\left[N\ln N - (N-n)\ln(N-n) - n\ln n\right]$$

সাম্যবস্থার জন্য $\frac{\delta F}{\delta n} = 0$

বা, $E_p - 2KT\left[0 - (N-n)\times(-1)\cdot\frac{1}{(N-n)} - \ln(N-n)\times(-1) - \ln n - n\times\frac{1}{n}\right] = 0$

বা, $E_p - 2KT\left[1 + \ln(N-n) - \ln n - 1\right] = 0$

বা, $E_p - 2KT\ln\frac{(N-n)}{n} = 0$

বা, $\ln\frac{(N-n)}{n} = \frac{E_p}{2KT}$

বা, $\frac{N-n}{n} = e^{E_p/2KT}$

যদি $n \ll N$ হয় তবে,

$$\frac{N}{n} \simeq e^{\frac{E_p}{2KT}}$$

$$\therefore n \simeq Ne^{-E_p/2KT}$$

$\therefore$ ইহাই ধনাত্মক ত্রুটির রাশিমালা।

(Ans)

* একটি কেলাসের সাম্যাবস্থায় বদ্ধ ঘনত্ববাচীয় সংখ্যক vacancy সৃষ্টির সংখ্যা $n = Ne^{\Delta S_{th}/k} e^{-\phi_v/kT}$ । (প্রমাণ) (P-70)

→ N সংখ্যক সমরূপ উপাদানবিশিষ্ট T তাপমাত্রায় একটি কেলাস বিবেচনা করি। কেলাসটির মুক্ত শক্তিকে $F_{perfect}(T)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ধরি, n সংখ্যক vacancy তৈরী করতে প্রয়োজনীয় শক্তি ϕ_v যা $n << 1$ এর জন্য প্রযোজ্য। অতঃপর ধরি পারস্পরিক দুটি vacancy তৈরী হবে না, এই অবস্থায় কেলাসটির শক্তি $n\phi_v$। এখন কেলাসটিতে configurational entropy S_{cf} উৎপন্ন হবে। ধরি vacancy তৈরীর জন্য তাপীয় এনট্রপির পরিবর্তন ΔS_{th}। এই অবস্থায় কেলাসটির হেলমহোলজ শক্তি।

$$F(n,T) = U - TS$$
$$= F_{perfect}(T) + n\phi_v - T(S_{cf} + S_{th}) \longrightarrow (1)$$

এখানে, $S_{th} = n\Delta S_{th} \longrightarrow (2)$

$S_{cf} = K\ln w$

আবার

$$w = \frac{N!}{(N-n)!\,n!}$$

$$\therefore S_{cf} = K \ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right] \quad \text{--- (3)}$$

$$\therefore F(n,T) = F_{perfect}(T) + n\phi_v - T\left[n\Delta S_{th} + K\ln w\right]$$

$$= F_{perfect}(T) + n\phi_v - nT\Delta S_{th} - KT\ln w$$

$$= F_{perfect}(T) + n\phi_v - nT\Delta S_{th} - KT\ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right]$$

$$= F_{perfect}(T) + n\phi_v - nT\Delta S_{th} - KT\left[\ln N! - \ln(N-n)! - \ln n!\right]$$

[যেখানে, $\ln x! = x\ln x - x$]

$$= F_{perfect}(T) + n\phi_v - nT\Delta S_{th} - KT\left[N\ln N - N - (N-n)\ln(N-n) + (N-n) - n\ln n + n\right] \quad \text{--- (4)}$$

$$\therefore \left(\frac{\delta F}{\delta n}\right)_T = 0$$

সমী (4) হতে,

$$\text{or, } \phi_v - T\Delta S_{th} - KT\left[0 - 0 - (N-n)(-1)\frac{1}{N-n} \ln(N-n) - 1 - n\times\frac{1}{n} - \ln n + 1\right] = 0$$

$$\Rightarrow KT[\ln(N-n) - \ln n] = \phi_v - T\Delta S_{th}$$

$$\Rightarrow \ln\frac{N-n}{n} = \frac{\phi_v}{KT} - \frac{\Delta S_{th}}{K}$$

$$\Rightarrow \frac{N-n}{n} = e^{\phi_v/KT} \, e^{-\Delta S_{th}/K}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{N-n} = e^{-\phi_v/KT} \, e^{\Delta S_{th}/K}$$

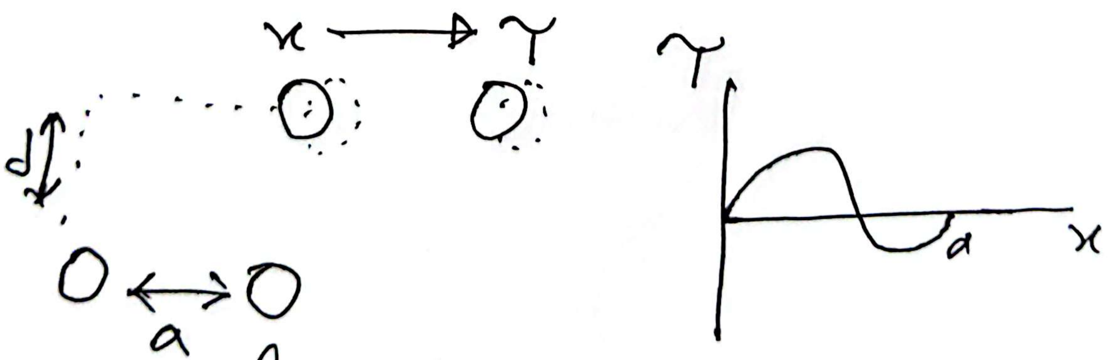
যদি $n << N$ হয়,

$$\frac{n}{N} = e^{-\phi_v/KT} \, e^{\Delta S_{th}/K}$$

$$\therefore n \simeq N e^{\Delta S_{th}/K} \, e^{-\phi_v/KT}$$

☐ দেখাও যে, একটি কঠিন পদার্থে সংকট কৃন্তন পীড়ন হলো কৃন্তন গুণাঙ্ক G এবং $\frac{1}{6}$ এর সমান বা $\tau = \frac{G}{6}$ ।

→ একটি নিখুঁত কেলাসের পীড়ন গণনার জন্য J. Frenkel একটি সরল মডেল প্রদান করেন। এই মডেল অনুসারে d ব্যবধানে অবস্থিত দুটি পাশাপাশি পরমাণু তলের প্রস্থচ্ছেদ দেখানো হলো। ধরি, কৃন্তন পীড়ন τ প্রয়োগ করা হলো পরমাণুগুলো মূল অবস্থান থেকে x দূরত্ব সরে যায়।



চিত্র: কৃন্তন পীড়নের পর্যাবৃত্ত আচরণ

τ এর পর্যায়বৃত্ত আচরণের কারণে $x = 0, \frac{a}{2}, a \ldots$ । α
হলে সাম্যাবস্থায় থাকে তাদের মধ্যে।

∴ পর্যায়বৃত্ত সম্পর্ক $\tau(x) = \tau_c \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$ —①

যখন x এর মান $\sin \frac{2\pi x}{a} \simeq \frac{2\pi x}{a}$ হলে

$$\tau = \tau_c \left(\frac{2\pi x}{a}\right)$$

আমরা জানি,

$$\text{কৃন্তন গুণাঙ্ক} = \frac{\text{কৃন্তন পীড়ন}}{\text{কৃন্তন বিকৃতি}}$$

$$= \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\tau}{x/d} \quad \therefore \gamma = x/d$$

$$\therefore \gamma = x/d = \frac{\tau}{G}$$

$$\therefore \tau = \gamma G$$

$$\Rightarrow x/d \times G = \tau_c \times \frac{2\pi x}{a}$$

$$\Rightarrow \tau_c = \frac{G}{2\pi} \cdot (a/d)$$

$$\simeq \frac{G}{6} (a/d)$$

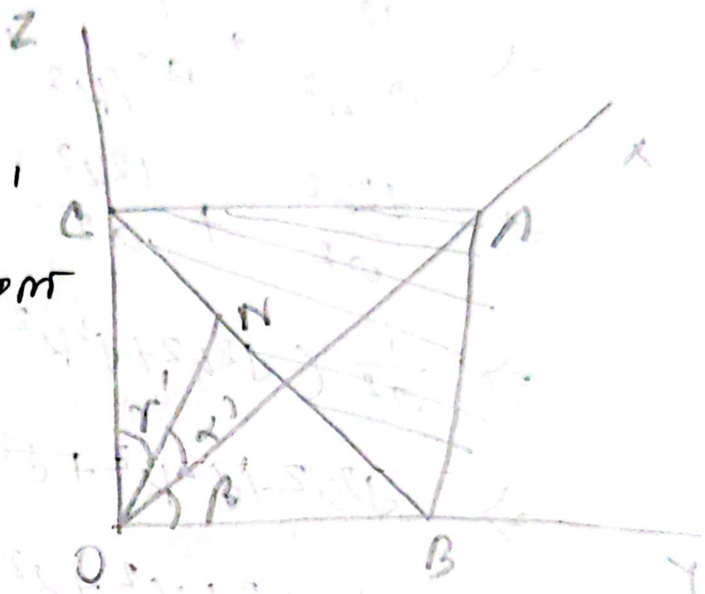
যদি $a \simeq d$ হয় তবে $\tau_c \simeq \frac{G}{6}$.

(প্রমাণিত)

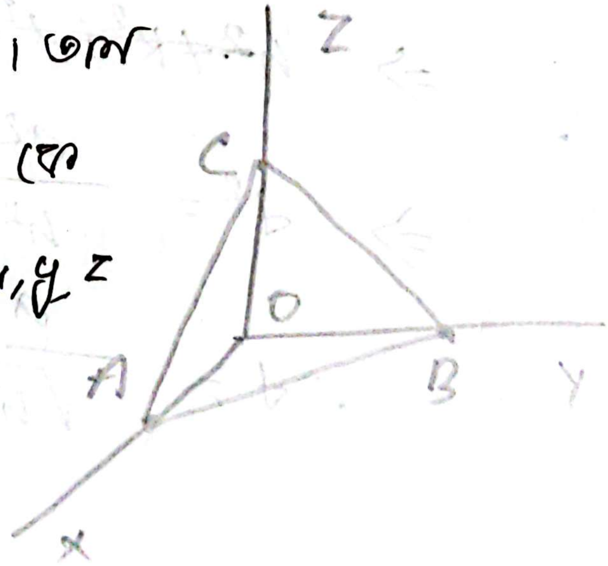
Chapter-1

প্র: একটি ঘনকাকার আকৃতির ল্যাটিসের জন্য দেখাও যে সমান্তরাল দুটি তলের মধ্যে দূরত্ব $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$।

→ ধরি একটি ত্রিমাত্রিক কিউবিক এর ল্যাটিস প্যারামিটারসমূহ a, a, ও a। এর তিনটি তলের মধ্যে ABC তল বিবেচনা করি।



ABC তলটি hkl মিলার ইনডেক্সবিশিষ্ট বহু সংখ্যক তলের একটি সদস্য। ON লম্ব টানি। তল সমূহের অন্তঃতলীয় দূরত্ব ON কে d দ্বারা প্রকাশ করি। ধরি, x, y, z এবং ON এর মধ্যবর্তী কোণ α', β', γ' তল কর্তৃক অক্ষ



সমূহ x, y, z এর ছেদকৃত অংশের পরিমাণ,

$$OA = \frac{a}{h} \qquad \cos\alpha' = \frac{d}{OA}$$

$$OB = \frac{a}{k} \qquad \cos\beta' = \frac{d}{OB}$$

$$OC = \frac{a}{l} \qquad \cos\gamma' = \frac{d}{OC}$$

আমরা জানি,

$$\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma' = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d^2}{OA^2} + \frac{d^2}{OB^2} + \frac{d^2}{OC^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d^2}{a^2/h^2} + \frac{d^2}{a^2/k^2} + \frac{d^2}{a^2/l^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d^2h^2}{a^2} + \frac{d^2k^2}{a^2} + \frac{d^2l^2}{a^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2}(d^2h^2 + d^2k^2 + d^2l^2) = 1$$

$$\Rightarrow d^2h^2 + d^2k^2 + d^2l^2 = a^2$$

$$\Rightarrow d^2(h^2 + k^2 + l^2) = a^2$$

$$\Rightarrow \cancel{h^2 + k^2 + l^2 = \frac{a^2}{\cdot}}$$

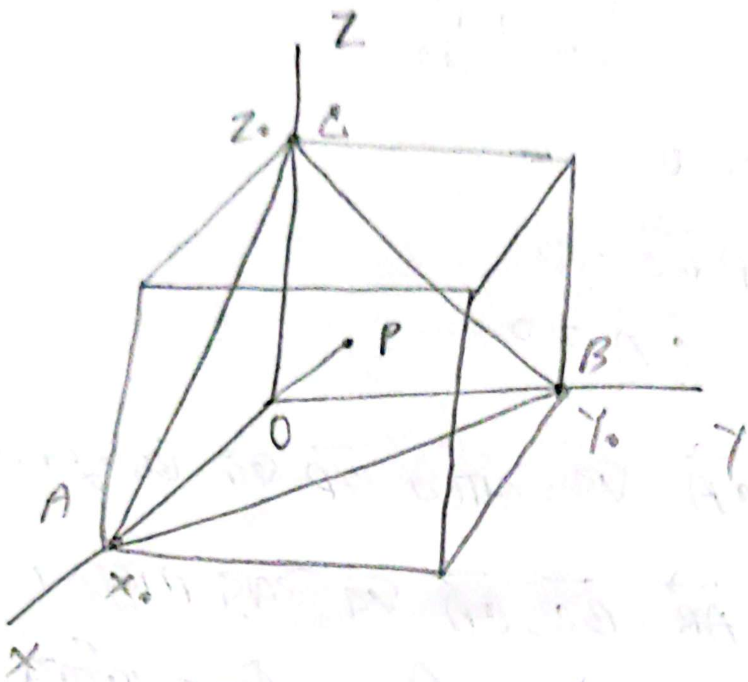
$$\Rightarrow d^2 = \frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}$$

$$\therefore d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

[দেখানো হলো]

প্র. প্রমাণ কর যে, কিউবিক ক্রিস্টাল এর ক্ষেত্রে [hkl] এর দিক (hkl) এর তল এর উপর লম্ব।

→



ধরি, OP হচ্ছে [hkl] দিক এবং ABC হচ্ছে (h,k,l) তল।
x, y, z অক্ষ বরাবর খন্ডিত অংশ যথাক্রমে X_0, Y_0, Z_0।
তাদের বিপরীত মানের সংখ্যাসমূহ হলো $\frac{1}{X_0}, \frac{1}{Y_0}, \frac{1}{Z_0}$
এবং পূর্ণসংখ্যা মানের সংখ্যাসমূহ হলো $\frac{g}{X_0}, \frac{g}{Y_0}, \frac{g}{Z_0}$.
কিউবিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে $h=k=l$

$X_0 = Y_0 = Z_0 = \alpha$ [ধরি]

$$\vec{OP} = \hat{i}\frac{g}{\alpha} + \hat{j}\frac{g}{\alpha} + \hat{k}\frac{g}{\alpha}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \left(\hat{j}\frac{g}{\alpha} - \hat{i}\frac{g}{\alpha}\right)$$

Bestron™

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB} = \left(\hat{i}\frac{g}{\alpha} + \hat{j}\frac{g}{\alpha} + \hat{k}\frac{g}{\alpha}\right)\left(\hat{j}\frac{g}{\alpha} - \hat{i}\frac{g}{\alpha}\right)$$

$$= -\frac{g^2}{\alpha^2} + \frac{g^2}{\alpha^2}$$

$$= 0$$

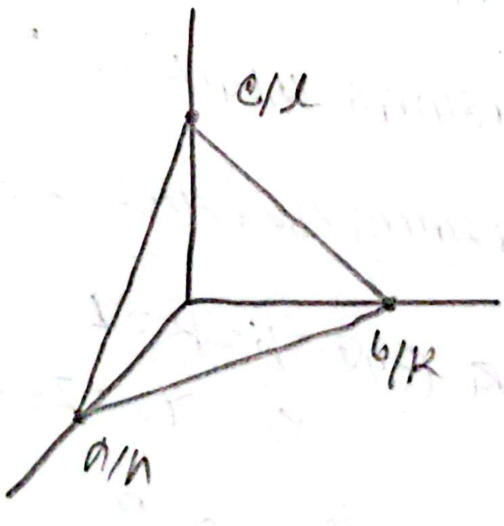
অনুরূপভাবে $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{CA} = 0$

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ এর সাথে $\overrightarrow{OP}$ এর ডট গুণফল শূন্য। অতএব $\overrightarrow{OP}$ হচ্ছে $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ এর উপর লম্ব।

☐ দেখাও যে, প্রত্যেকটি বিপরীত ল্যাটিস ভেক্টর (hkl) মিলার সমতলের কোনো তলের উপর লম্ব।

→



(hkl) মিলার সূচকবিশিষ্ট তলটি অক্ষ ভেক্টর $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ অক্ষত্রয় থেকে যথাক্রমে $\frac{a}{h}$, $\frac{b}{k}$, $\frac{c}{l}$ ভেক্টর অংশ ছেদ করে।

এখানে $\frac{b}{k} + c = \frac{a}{h}$

$\therefore c = \frac{a}{h} - \frac{b}{k}$

আমরা জানি ব্যতিহার ল্যাটিস ভেক্টর,

$$\vec{G} = h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C}$$

$$\therefore \vec{c} \cdot \vec{G} = \left(\frac{a}{h} - \frac{b}{k}\right) \cdot (hA + kB + lC)$$

$$= 2\pi - 2\pi$$

$$= 0$$

$\therefore \vec{G}$ হলো $\vec{c}$ এর উপর লম্ব।

প্রঃ মিলার সূচক কি? কীভাবে নির্ণয় করা যায়।

→ একটি কেলাসে তলের দিগ্বিন্যাস ও দিক নির্ণয় করার জন্য যে সূচক ব্যবহার করা হয় তাকে মিলার সূচক বলে।

মিলার সূচক নির্ণয়:

① অক্ষত্রয় থেকে কেলাস তলটি দ্বারা কর্তিত ছেদাংশ নির্ণয় করা হয়।

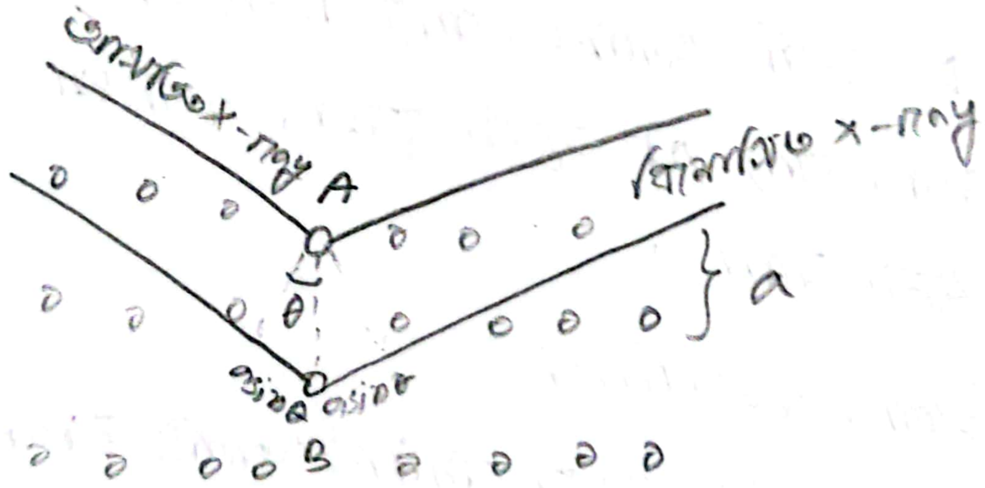
② কর্তিত ছেদাংশ সমূহের উল্টোমান নেওয়া হয়।

③ উল্টোমান নেয়ার পর যদি ভগ্নাংশ থাকে তবে তাদের হরের ল.সা.গু দিয়ে প্রত্যেকটি উল্টোমানকে গুণ করা হয়। অতঃপর যে মান h.k.l পাওয়া যায় তাদের মিলার সূচক বলে। মিলার সূচককে (hkl) দ্বারা এবং তাদের দিককে [hkl] দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কেলাসের সমান্তরাল তলসমূহকে {hkl} দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

□ ব্র্যাগের সূত্রটির প্রমাণসহ চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর {বই}

□ X-ray অপবর্তনের জন্য ব্র্যাগের সূত্রটি বের কর।

→



একটি একবর্ণী x-ray বীম একটি কেলাসটির উপর আপতিত হওয়ার পর কেলাসটির মধ্যে বিভিন্ন দিকে বিক্ষেপিত হয়। ধরি d এই কেলাসে তলদ্বয়ের

অনুরূপভাবে বিন্যাসের জন্য কোনো কোনো দিকে বিক্ষেপিত x-ray তরঙ্গ তাদের আগের সাথে গঠনমূলক ব্যতিচার সৃষ্টি করে। আবার কোনো কোনো দিকে ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার সৃষ্টি করে। কেলাসে তলগুলো সমান্তরাল তলের তল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। এদেরকে আবার ব্রাগ তল বলে।

আমরা মনে করি দুটি ব্রাগ তল এর মধ্যবর্তী দূরত্ব d বিবেচনা করি। ধরি ঐ ব্রাগতলের সাথে θ কোণে তলের A ও B এর উপর λ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি x-ray আপতিত হওয়ার পর একই কোণে বিক্ষেপিত হয়। বিক্ষেপিত x-ray দুটির মধ্যে গঠনমূলক ব্যতিচার হলে তাদের মধ্যবর্তী পথ পার্থক্য $n\lambda$।

এখানে দুটি x-ray এর মধ্যবর্তী পথ পার্থক্য

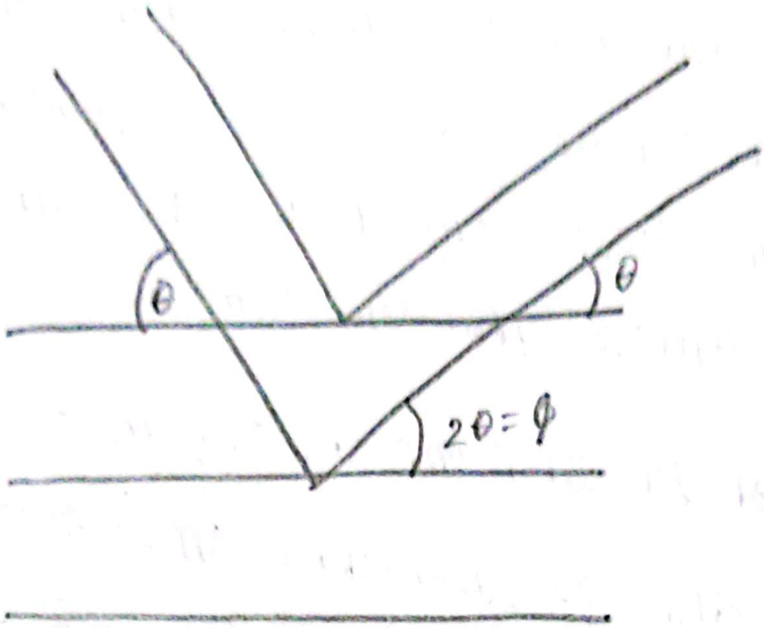
$$d\sin\theta + d\sin\theta = 2d\sin\theta$$

গঠনমূলক ব্যতিচারের শর্তানুসারে $2d\sin\theta = n\lambda$

$n = 1, 2, 3$

এটিই x-ray অপবর্তনের জন্য ব্রাগের সূত্র।

প্রশ্ন: লাউই এর সমীকরণ থেকে ব্র্যাগের সমীকরণ বের কর।



একটি কিউবিক ল্যাটিস বিবেচনা করা যাক যেখানে

$a=b=c$ ।

লাউই এর সমীকরণ হতে,

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = e\lambda$$

$$a(\cos\beta - \cos\beta_0) = f\lambda$$

$$a(\cos\gamma - \cos\gamma_0) = g\lambda$$

সমীকরণ গুলোকে বর্গ করে,

$$a^2(\cos^2\alpha + \cos^2\alpha_0 - 2\cos\alpha\cos\alpha_0) + a^2(\cos^2\beta + \cos^2\beta_0 - 2\cos\beta\cos\beta_0) + a^2(\cos^2\gamma + \cos^2\gamma_0 - 2\cos\gamma\cos\gamma_0) = \lambda^2(e^2+f^2+g^2)$$

$$\Rightarrow a^2[(\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma)+(\cos^2\alpha_0+\cos^2\beta_0+\cos^2\gamma_0)-2(\cos\alpha\cos\alpha_0+\cos\beta\cos\beta_0+\cos\gamma\cos\gamma_0)]$$

$$=\lambda^2(e^2+f^2+g^2)$$

$$\Rightarrow a^2[1+1-2(\cos\alpha\cos\alpha_0+\cos\beta\cos\beta_0+\cos\gamma\cos\gamma_0)]$$

$$=\lambda^2(e^2+f^2+g^2)$$

$$\Rightarrow 2a^2[1-(\cos\alpha\cos\alpha_0+\cos\beta\cos\beta_0+\cos\gamma\cos\gamma_0)]$$

$$=\lambda^2(e^2+f^2+g^2)$$

যদি আপতিত ও বিচ্ছুরিত রশ্মির মধ্যবর্তী কোণকে ϕ দ্বারা নির্দেশ করা হয় তাহলে

$$2a^2(1-\cos\phi)=\lambda^2(e^2+f^2+g^2)$$

$$\Rightarrow 4\sin^2\frac{\phi}{2}=\frac{\lambda^2}{a^2}(e^2+f^2+g^2)$$

$$\Rightarrow \cancel{4\sin^2\theta=\lambda^2}$$

$$\Rightarrow 4a^2\sin^2\theta=\lambda^2(e^2+f^2+g^2)\quad[\because \phi/2=\theta]$$

ধরি, $e=nh$, $f=nk$, $g=nl$

$$\therefore 4a^2\sin^2\theta=n^2\lambda^2(h^2+k^2+l^2)$$

। দুটি ল্যাটিস তলের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$d = \frac{a}{(h^2+k^2+l^2)^{1/2}}$$

$$\Rightarrow h^2+k^2+l^2 = \frac{a^2}{d^2}$$

আবার,

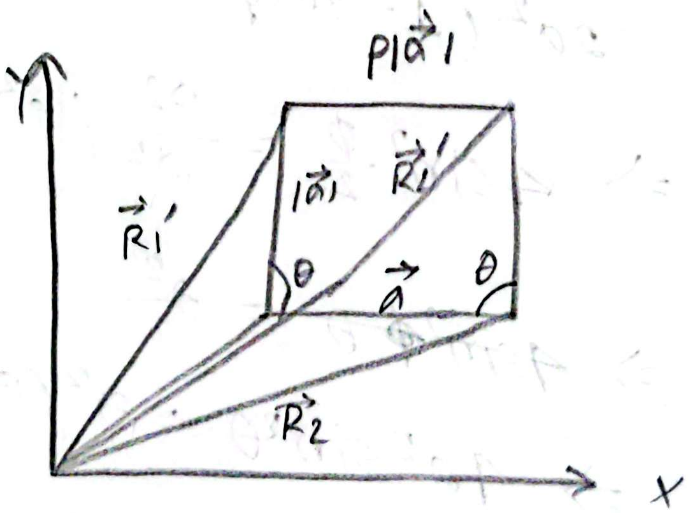
$$4a^2\sin^2\theta = \frac{n^2\lambda^2a^2}{d^2}$$

$$\therefore 2d\sin\theta = n\lambda$$

এটাই ব্র্যাগের সূত্র।

⊟ দেখাও যে দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসে পাঁচ ভাঁজ / সাত ভাঁজ ঘূর্ণন প্রতিসাম্য থাকতে পারে না।

→



যে দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসে কেবলমাত্র 1, 2, 3, 4, 5, 6 ভাঁজ বিদ্যমান।

৪৫. একটি ল্যাটিসে পাশাপাশি দুটি ল্যাটিস বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{R_1}$ ও $\vec{R_2}$ এবং তাদের দূরত্বের ভেক্টর $|\vec{a}| = |\vec{R_1} - \vec{R_2}|$ ।

R_1 অক্ষের সাপেক্ষে θ কোণে $\vec{a}$ এর ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে R_1' এবং R_2 এর সাপেক্ষে $\vec{a}$ এর ঘড়ির কাঁটার দিকে ল্যাটিস ভেক্টর R_2' তৈরি করে। R_1' ও R_2' হলো ল্যাটিস বিন্দুর স্থান। $R_1' - R_2'$ যেহেতু ল্যাটিস ভেক্টর। $R_1' - R_2'$ হলো $\vec{a}$ এর যেকোনো একটি গুণিতক এর সমান।

$$|R_1' - R_2'| = p|\vec{a}| \quad [p \text{ পূর্ণসংখ্যা}]$$

চিত্রানুযায়ী, $p|\vec{a}| = |a| + 2|a|\sin(\theta - \pi/2)$

$$= |a|(1 - 2\cos\theta)$$

$$\therefore p = 1 - 2\cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1-p}{2}$$

$p = 3, 2, 1, 0, -1$ হলে,

$$\theta = \frac{2\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{4}, \frac{2\pi}{6}, \frac{2\pi}{1}$$

$\therefore n = 1, 2, 3, 4, 6$ হবে।

অর্থাৎ কোণগুলিতে 1, 2, 3, 4, 6 ভাঁজ প্রতিসাম্য বিদ্যমান।

পারমানবিক ধর্ম ফ্যাক্টর: এটি হলো একটি পরিমাপ যা একটি নির্দিষ্ট কোনে ছড়ানো রশ্মির তীব্রতার সাথে সম্পর্কিত। এটি একটি একক পরমাণু দ্বারা একটি নির্দিষ্ট ছড়ানো দিকের যে ছড়ানো তীব্রতার অনুসারে নির্ণয় করে। এটি ইলেকট্রন ঘনত্বের উপর নির্ভর করে।

কাঠামোর ফ্যাক্টর: এটি হলো একটি ক্রিস্টালাইন পদার্থের নির্দিষ্ট ক্রিস্টাল প্লেন থেকে ছড়ানো রশ্মির তীব্রতার একটি পরিমাপ। এটি ক্রিস্টালের ল্যাটিস পয়েন্টগুলির মধ্যে অবস্থান করে।

আদি কোষ ও অ-আদি কোষের পার্থক্য:

→ সর্বনিম্ন আয়তনবিশিষ্ট কোষকে আদি কোষ বলে।

যেসকল একক কোষে একের অধিক ল্যাটিস বিন্দু থাকে তাকে অ-আদি কোষ বলে।

ব্যাখ্যা:

① আদি কোষের আয়তন সর্বনিম্ন কিন্তু অ-আদি কোষের আয়তন সর্বনিম্ন নয়।

② আদি কোষে কেবলমাত্র ল্যাটিস বিন্দু থাকে অন্যদিকে অ-আদি কোষে একাধিক ল্যাটিস বিন্দু থাকে।

③ আদি কোষের ত্রিমাত্রিক কাঠামোর শুধুমাত্র কোণাতে ল্যাটিস বিন্দু থাকে। অ-আদি কোষে কোণাতে এবং অন্যত্র ল্যাটিস বিন্দু থাকে।

প্র: তল অঙ্কন → বই।

প্র: মিলার সূচক কি? ব্যাখ্যা কর।

→ কোনো কেলাসের তলসমূহের অবস্থান ও দিকবিন্যাস নির্ণয়ের জন্য তিন সংখ্যার একটি সেট ব্যবহার করা হয় ঐ সংখ্যাগুলোকে মিলার সূচক বলে। মিলার সূচককে h, k, l দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ঐ সূচকগুলো নিম্নরূপে নির্ণয় করা হয়:

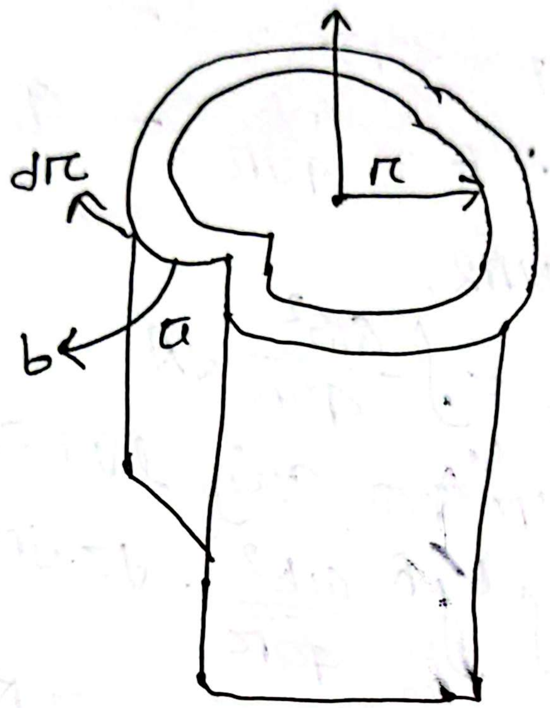
(i) ল্যাটিস ভেক্টর a, b, c এর সাহায্যে ক্রিস্টালোগ্রাফিক অক্ষ বরাবর তাদের ছেদক বিন্দু নির্ণয় করা হয়। এগুলো প্রিমিটিভ বা অ-প্রিমিটিভ হতে পারে।

(ii) ঐ ছেদকগুলোর উল্টো রাশি নেয়া হয় এবং এভাবে ভগ্নাংশ প্রাপ্ত হলে তাদের সাধারণ হর দিয়ে গুণ করাতে হয়। তখন প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোকেই সূচক মিলারের সূচক নির্দেশ করে।

☐ প্রতিসাম্য কি? ব্রেভেইস → বই

ক) একটি স্ক্রু-বিচ্যুতি এর শক্তিরাশি বের কর। দেখাও যে,
$E_S = \frac{Gb^2}{4\pi} \log_e \frac{R}{r_0}$

→ ধাতব পদার্থের একটি বেলনাকৃতির খোল বিবেচনা করি,



ধরি r খোলটির ব্যাসার্ধ এবং dr পুরুত্ব। খোলটির পরিধি $2\pi r$ এবং খোলটি b পরিমাণ আকার পরিবর্তন করে।

∴ কৃন্তন বিকৃতি $e = \frac{b}{2\pi r}$ —(1)

কৃন্তন পীড়ন $\tau = Ge$ —(2)

b তৈরীর সময় তৈরীর জন্য বেলনটির তলে সমান্তরাল বল ক্রিয়া করে এবং এই বল দ্বারা কৃতকাজের মাধ্যমে স্ক্রু-বিচ্যুতি লাইনটিতে যে শক্তি প্রদান করে-

$E_S = \int F \cdot b\, dA$ —(3)

F হলো সরল স্থানচ্যুতির কোরের কোনো বিন্দুতে প্রযুক্ত বিরুদ্ধ ক্রিয়াশীল গড় বল। এই গড় বল F হলো যখন সরল b তখন দূরত্ব শীয়ারের অর্ধেক।

$$F = \langle \tau \rangle = \frac{1}{2}\tau$$

$$\therefore F = \frac{Gb}{4\pi r} \quad \text{——} \; (4)$$

সমীকরণ (3) এ বসিয়ে,

$$E_s = \int \frac{Gb^2}{4\pi r}\, dA$$

কিন্তু $dA = dz \cdot dr$ এবং দৈর্ঘ্য l এর জন্য

$$E_s = \int_0^l \int_{r_0}^{R} \frac{Gb^2}{4\pi r}\, dz \cdot dr$$

$$= \frac{Gb^2}{4\pi}\, l\, [\ln r]_{r_0}^{R}$$

$$= \frac{Gb^2}{4\pi}\, l \ln\left[\frac{R}{r_0}\right]$$

∴ মোট স্থিতিস্থাপকতার শক্তি

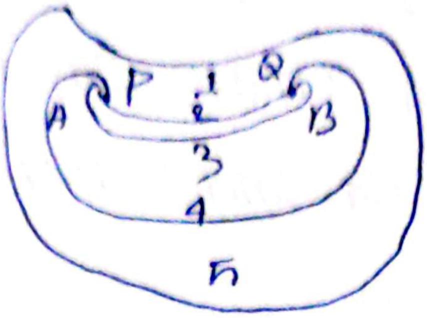
$$E_s' = \frac{E_s}{l}$$

$$= \frac{Gb^2}{4\pi} \ln\left[\frac{R}{r_0}\right]$$

(প্রমাণিত)

খ) কোন বিচ্যুতির প্রতিবর্ধনের ফ্রাঙ্ক-রীড মডেলটি ব্যাখ্যা কর।

→ একটি সিস্টেমে কোন বিচ্যুতি বৃদ্ধির যে একটি মেকানিজম হলো ফ্রাঙ্ক-রীড মডেল।



ধর একটি কেলাসে ত্রিমাত্রিক রেখা বিচ্যুতি নেটওয়ার্কের একটি অংশ হলো AB লাইন এবং A ও B বিন্দু স্থির আছে। উপযুক্ত শীয়ার প্রয়োগের ফলে রেখা বিচ্যুতি লাইন AB পরপর বিকৃত হয়ে 1, 2, 3 এবং 5 অবস্থা ধারণ করে। যখন অবশেষে দুটি বিন্দু P এবং Q মিলিত হয়ে যায় তখন শেষ অবস্থাটি উপনীত হয়। যখন এটি ঘটে তখন ধারা লুপটি ভেঙে যায় এবং নতুন একটি সোজা অংশবিশেষ AB উৎপন্ন হয়। এভাবে লাইন AB অসংখ্যক বিচ্যুতি লুপ তৈরী করে।

দেখাও যে, তাপগতীয়ভাবে শটকি বিন্দুটি স্বাভাবিকভাবে থাকে এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে সূচকীয় হারে হ্রাস পায়।

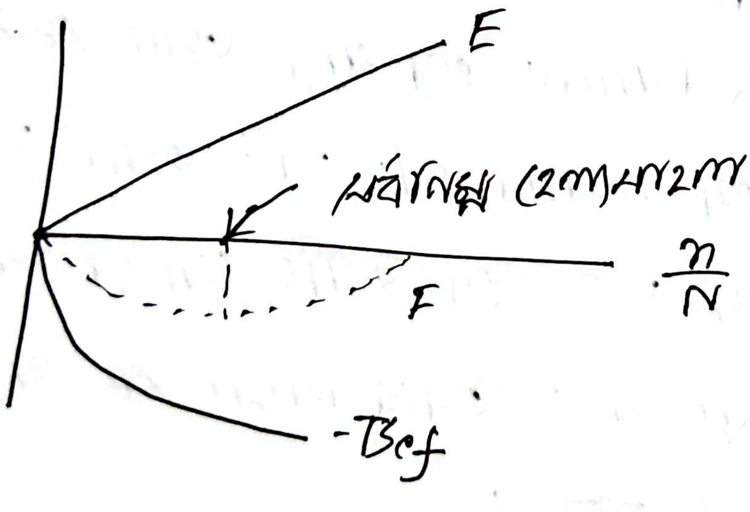
→ তাপগতীয়ভাবে একটি কঠিন পদার্থ T তাপমাত্রায় সাম্যাবস্থায় থাকার জন্য হেলমহোল্টজের মুক্ত শক্তি $F = E - TS$ এর মান সর্বনিম্ন হবে।

বোল্টজম্যান সম্পর্ক হতে,

$$S_{cf} = k \log_e W_{cf}$$

$$= k \ln\left[\frac{N!}{(N-n)!\,n!}\right]$$

এখানে, $F = E - TS_{cf}$



চিত্র: F বনাম E ও $-TS_{cf}$ লেখ

স্থির তাপে একটি কেলাসের সাম্যাবস্থায় জন্য প্রয়োজনীয় সংখ্যক ফাঁকা সাইটের সংখ্যা

$$n \simeq N e^{\Delta S_{v}/k} e^{-\phi_v/kT}$$

প্রমাণ করতে হবে।

এখানে নির্দিষ্ট ϕ_v এর মানের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে $e^{-\phi_v/kT}$ এর মান উল্লেখযোগ্য ভাবে বৃদ্ধি পায়।