Lasers and photonics :- ~~PH-306~~ Parvez

chapter-1

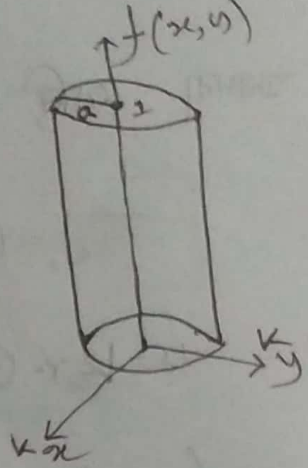
প্রশ্ন-১: একটি বেলনাকৃতির ফাংশন নিম্নের চিত্রের বা সমীকরণ দ্বারা প্রদর্শন করা হলো:-

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & x^2+y^2 \le a \text{ বা } \sqrt{x^2+y^2} \le a \\ 0 & x^2+y^2 > a \text{ বা } \sqrt{x^2+y^2} > a \end{cases}$$

এখানে a হলো বেলনের ব্যাসার্ধ।

এখানে $f(x,y)$ এর ফুরিয়ার রূপান্তর বের কর?

সমাধান



ফাংশনটি হলো বৃত্তাকার প্রতিসাম্যিক। এই বৃত্তাকার প্রতিসাম্যের জন্য আমরা বিবেচনা করতে পারি।

$$k_x = k_\alpha \cos\alpha$$
$$k_y = k_\alpha \sin\alpha$$
$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

এখানে, $dx\,dy = r\,dr\,d\theta$

আমরা জানি, দ্বিমাত্রিক ফাংশন $f(x,y)$ এর ফুরিয়ার রূপান্তরের অংশ হলো,

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int f(x,y)\, e^{i(k_x x + k_y y)}\, dx\, dy$$

এখন বেলনাকৃতির ফাংশনটির জন্য ইহাকে লিখতে পারি,

$$F(k_\alpha, \alpha) = \int_{r=0}^{a}\left[\int_{\theta=0}^{2\pi} 1\cdot e^{i\left[k_\alpha \cos\alpha \cdot r\cos\theta + k_\alpha \sin\alpha \cdot r\sin\theta\right]}\, r\,dr\,d\theta\right]$$

$$= \int_{r=0}^{a}\left[\int_{\theta=0}^{2\pi} e^{ik_\alpha r\cos(\theta-\alpha)}\, d\theta\right] r\,dr$$

এখানে, $f(x,y)$ হলো বৃত্তাকার প্রতিসাম্যিক। অতএব এর ফুরিয়ার রূপান্তরও বৃত্তাকার প্রতিসাম্যিক। অতএব এর ফুরিয়ার রূপান্তর ও বৃত্তাকার

প্রতিসাম্যক হবে। এর অর্থ হলো $F(k_\alpha, \alpha)$ হলো α-অনির্ভর

অতএব উদ্দেশ্যে α যে কোনটি ধ্রুবক বিবেচনা করি এবং সমাকলন থিটাতে সরলীকৃত করি। তাহলে,

$$F(k_\alpha) = \int_{r=0}^{a} \left[\int_{\theta=0}^{2\pi} e^{ik_\alpha r \cos\theta} \, d\theta \right] r \, dr \quad \text{(২)}$$

কিন্তু আমরা জানি, শূন্য ক্রমের বেসেল ফাংশনটি হলো:-

$$J_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{iu\cos u} \, du \quad \text{(i)}$$

$u = k_\alpha r$ ও $v = \theta$ ব্যবহার করে লিখতে পারি,

$$J_0(k_\alpha r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik_\alpha r \cos\theta} \, d\theta$$

ইহাকে (i) নং এ ব্যবহার করে পাই,

$$F(k_\alpha) = 2\pi \int_{r=0}^{a} J_0(k_\alpha r) \, r \, dr$$

এখানে $J_0(k_\alpha r)$ হলো শূন্য ক্রমের বেসেল ফাংশন।

এবার ধরি, $k_\alpha r = w$

$$\Rightarrow dr = \frac{dw}{dk_\alpha}$$

এবং $r = \frac{w}{k_\alpha}$ যখন $r = 0$, $w = 0$

$r = a$, $w = k_\alpha a$

অতএব, আমরা পাই,

$$F(k_a) = 2\pi \int_{w=0}^{w=k_\alpha a} J_0(w) \frac{w}{k_\alpha} \cdot \frac{dw}{k_\alpha}$$

$$= \frac{2\pi}{k_\alpha^2} \int_{w=0}^{w=k_\alpha a} J_0(w) \cdot w \cdot dw$$

$$\therefore F(k_\alpha) = \frac{2\pi}{k_\alpha^2} k_\alpha a J_1(k_\alpha, a) \quad \text{--- (2)}$$

এখানে, $J_1(k_\alpha, a)$ হলো প্রথম ক্রমের বেসেল ফাংশন। অতএব,

$$F(k_\alpha) = 2\pi a^2 \left[\frac{J_1(k_\alpha, a)}{k_\alpha, a} \right]$$

[প্রমানিত]

— ✗ —

প্রশ্ন-২ঃ- কনভলিউশন উপপাদ্যটি বিবৃত এবং প্রমান কর?

সমাধান

কনভলিউশনঃ কনভলিউশন হলো একটি গানিতিক অপারেশন যার মাধ্যমে আমরা কিভাবে দুটি ফাংশনের গুনফলে একটি নতুন ফাংশন তৈরি করে। ধরি, $f(x)$ এবং $h(x)$ এর Convolution হলো $g(x)$

$$\text{অর্থাৎ,} \quad g(x) = f(x) * h(x)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, h(X-x)\, dx = \text{দুটি ফাংশনের অভিন্ন গুণফল।}$$

যেখানে, x = input অবস্থান।

X = output অবস্থান।

উপপাদ্যঃ- ধরি, দুটি ফাংশন $f(x)$ এবং $h(x)$ যার সাথে ফোরিয়ার ট্রান্সফর্ম যথাক্রমে $\mathcal{F}\{f(x)\} = F(k)$ এবং $\mathcal{F}\{h(x)\} = H(k)$ আছে

কনভলিউশন উপপাদ্যের সূত্রানুসারে, যদি $g(x) = f(x) * h(x)$ হয়, তাহলে

$$\mathcal{F}(g) = \mathcal{F}\{f * h\}$$
$$= \mathcal{F}\{f\} \cdot \mathcal{F}\{h\}$$

যদি $\mathcal{F}(g) = G(k)$ হয় তাহলে,

$$G(k) = F(k) \cdot H(k)$$

প্রমাণঃ-

$$\mathcal{F}\{g\} = \mathcal{F}\{f * h\}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot e^{ikx} dx$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x) h(x - x) dx\right] dx$$

অনুরূপভাবে,

$$G(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(x - x) e^{ikx} dx\right] f(x) dx$$

ধরি, $W = X - x$ এবং $W = X - x$
$\Rightarrow dW = dX$ $\quad \Rightarrow X = W + x$

অতএব,

$$G(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{ikx} dx \int_{-\infty}^{\infty} h(w) e^{ikw} dw$$

$$\Rightarrow G(k) = \mathcal{F}\{f(x)\} \cdot \mathcal{F}\{h(w)\}$$

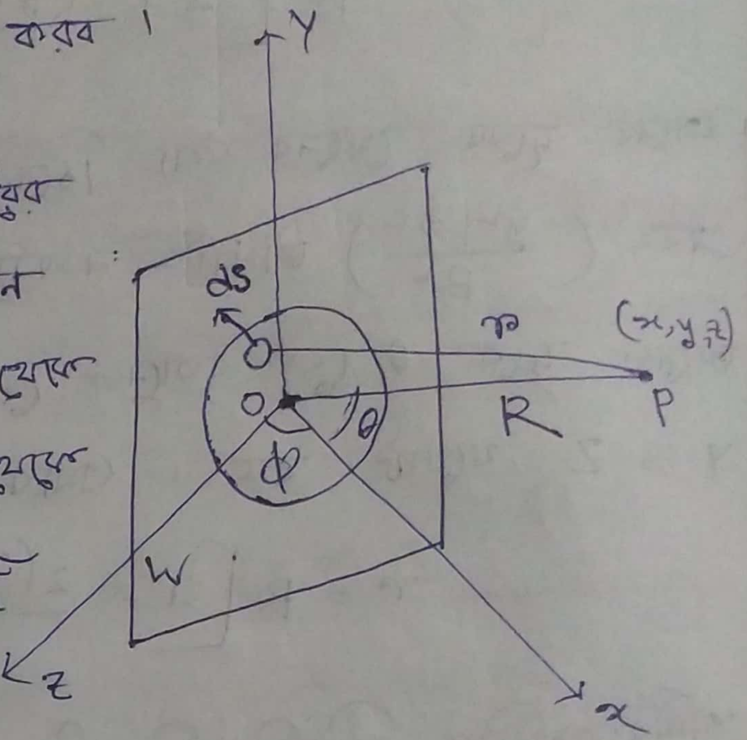
অতএব, $G(k) = F(k) \cdot H(k)$

যা উপপাদ্যটির প্রতিপাদন করে।

প্রশ্ন-৩ঃ দেখাও যে, ফ্রনহফার অপবর্তন প্যাটার্নে ফিল্ড ডিস্ট্রিবিউশন হচ্ছে ছিদ্রের ফিল্ড ডিস্ট্রিবিউশনের ফুরিয়ার রূপান্তর।

সমাধান

YZ তলে অবস্থিত একটি ছিদ্র বিশিষ্ট অস্বচ্ছ পর্দা W বিবেচনা করি। একটি অস্বচ্ছ পর্দা ছিদ্রের ~~মধ্যে~~ উপর X অক্ষ বরাবর আপতিত। এখানে P বিন্দুতে ফিল্ড ডিস্ট্রিবিউশন বের করব।



Hygens-Fresnel নীতি অনুসারে ছিদ্রের মধ্যে ক্ষুদ্রতম ক্ষেত্র ds সুসংগত গৌণ বিন্দু উৎসের মতো কাজ করে। ds থেকে P বিন্দুর দূরত্ব r এবং মূলবিন্দু O থেকে এই P বিন্দুর দূরত্ব হলো R। যদি একক ক্ষেত্রফলে উৎসের তীব্রতা ε_A হয় এবং পুরো ছিদ্রে ইহা ধ্রুব বিবেচনা করি। ফলে ds এর জন্য P বিন্দুতে optical disturbance হবে নিম্নের সমীকরণটির হয় বাস্তব বা কাল্পনিক

$$dE = \left(\frac{\varepsilon_A}{r}\right) e^{i(\omega t - kr)} . ds \quad \text{——— (i)}$$

ds থেকে P বিন্দুর দূরত্ব হলো

$$r = \left[x^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2\right]^{1/2} \quad \text{——— (ii)}$$

আমরা জানি, ফ্রনহফার অপবর্তন তখনই সংঘটিত হয় যখন দূরত্ব অসীম হয়। অতএব OP থেকে r দ্বারা $r \cong R$ বিবেচনা করতে পারি।

যেখানে, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ হলো অনেক বড় সংখ্যা।

$$R = \left[x^2+y^2+z^2\right]^{1/2} \qquad (3)$$

এই সমীকরণকে ব্যবহার করে (2) নং হতে পাই,

$$r = R\left[1+\frac{(y^2+z^2)}{R^2}-\frac{2(Yy+Zz)}{R^2}\right]^{1/2}$$

অনেক দূরের ক্ষেত্রের জন্য ছিদ্রের মাত্রার তুলনায় R অনেক বড় এবং $\left(\frac{y^2+z^2}{R^2}\right)$ রাশিটি নগন্য। যেহেতু পর্দা ω থেকে P অনেক দূরে θ কে অনেক ছোট বিবেচনা করা যায়। যদিও Y ও Z যথেষ্ট বড়। এবার,

$$r = R\left[1-\frac{2(Yz+Zz)}{R^2}\right]^{1/2}$$

সমীকরণটিতে দ্বিপদি বিস্তৃতি করে প্রথম দুটি পদ বিবেচনা করি,

$$r = R\left[1-\frac{(Yy+Zz)}{R^2}\right]$$

সমীকরণ (1) নং এ r এর মান বসিয়ে সমস্ত ছিদ্রের জন্য disturbance হয়

$$E = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t-kR)}}{R}\iint e^{ik\left(\frac{Yy+Zz}{R}\right)}\,ds \qquad (4)$$

এখানে, A = রন্ধ্র ক্ষেত্রফল

এখানে, R হলো ছিদ্রের কেন্দ্র থেকে সেই বিন্দু যেই বিন্দুতে field E(Y, Z) গননা করতে হবে। এখানে ছিদ্রের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে

Source strength হলো ε_A এখানে আমরা সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল টার্ম $e^{i(\omega t - kR)}$ অন্তর্নিহিত ইলেকট্রিক ফিল্ড বিবেচনা করি। যাহা (Y, Z) বিন্দুতে net disturbance এর phase এর সাথে সম্পর্কযুক্ত। ε_A সমস্ত ছিদ্রের উপর ধ্রুব বিবেচনা করা হয়।

যদি ছিদ্রটি স্বচ্ছ গ্লাসের এলোমেলো পুরুত্ব দ্বারা পূর্ণ করা হয় তবে ছিদ্রের প্রত্যেকটি উপাদান dydz থেকে নির্গত ফিল্ডের বিস্তার এবং দশা-ভিন্নতর হবে। ফলে ε_A এর ভ্যারিয়েবল এবং এর সাথে শূন্য অবস্থায় আছে ধ্রুবকের একটি মাত্র কমপ্লেক্স রাশি দ্বারা নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়,

$$A(y,z) = A_0(y,z)\, e^{i\phi(y,z)} \quad (5)$$

ইহাকে ছিদ্র অপেক্ষক বলতে পারি। সমস্ত ছিদ্র এর ক্ষেত্রের বিস্তারকে $A_0(y,z)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেখানে বিন্দু থেকে বিন্দু phase variation কে $e^{i\phi(y,z)}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অতএব $A(y,z)\,dydz$ হলো ক্ষুদ্রতম উৎস উপাদান dydz থেকে নির্গত অপবর্তিত ক্ষেত্রের সমানুপাতিক। ফলে সমীকরণ (4) কে পুনঃবিন্যাস করে লিখতে পারি

$$E(Y,Z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(y,z)\, e^{ik(Yy+Zz)/R}\, dydz$$

যেহেতু ছিদ্র অপেক্ষকটি ছিদ্রে আলোয় অশূন্য যেহেতু লিমিটটি

$\pm\infty$ পর্যন্ত বর্ধিত করা যায়। তাহলে k_y ও k_z কে নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত করতে পারি,

$$k_y = \frac{kY}{R} = k\sin\phi = k\cos\beta$$

$$k_z = \frac{kZ}{R} = k\sin\theta = k\cos\gamma$$

কারন বিম্ব তলের প্রতিটি বিন্দুর অনুরূপ একটি স্থানিক কম্পাঙ্ক রয়েছে। এখন অপরিবর্তিত রেখে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$E(k_y, k_z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(y,z)\, \cancel{e^{ik(Y_y + Z_z)}}\, e^{i(k_y y + k_z z)} \cdot dy\,dz$$

অতএব ইহা হতে বলতে পারি যে, ফ্রনহফার অপবর্তন প্যাটার্ন ফিল্ড ডিস্ট্রিবিউশন হচ্ছে ছিদ্রের ফিল্ড ডিস্ট্রিবিউশনের ফুরিয়ার রূপান্তর।

প্র-৫ঃ- দ্বিমাত্রিক ফুরিয়ার রূপান্তর বলতে কি বুঝ?

সমাধান

সাধারনত আলোক দ্বিমাত্রিক সিগন্যাল সংশ্লিষ্ট যাকে উদাহরন স্বরূপ একটি ছিদ্রের ক্ষেত্রে বা একটি প্রতিবিম্ব তলে ফ্লাক্স বন্টন হলো এর উদাহরন। এই ধরনের সমস্যাকে ব্যাখ্যা করার জন্য ফুরিয়ার রূপান্তর জোড়াকে দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্রে সম্প্রসারিত করে আমরা লিখতে পারি, যেখানে,

$$f(x,y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y)\, e^{-i(k_x x + k_y y)}\, dk_x\, dk_y \quad (i)$$

1 নং কে ফুরিয়ার রূপান্তরকে নিম্নরূপে সংশোধিত করতে পারি,

$$F(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\, e^{i(k_x x + k_y y)}\, \cancel{dk_x dk}\, dx dy \quad \text{(ii)}$$

k_x এবং k_y হলো দুটি অক্ষ বরাবর তরঙ্গ ভেক্টর উপাংশ।

কাজেই সমীকরণ (i) এ $f(x,y)$ অপেক্ষকটি $\exp[-i(k_x x + k_y y)]$ ধরনের মৌলিক অপেক্ষকের রৈখিক সমন্বয় এবং যার প্রতি পদের বিস্তার জটিল উৎপাদক $F(k_x, k_y)$ দ্বারা প্রভাবিত হয়।

Qn-5: Point spread অপেক্ষক কী?

সমাধান

আলোক বিন্দু বিস্তৃত অপেক্ষক যদি $I(y,z)$ object তলের উপর আলোক ক্ষেত্রের তীব্রতা বন্টন হয় তবে (y,z) বিন্দুতে $dydz$ উপাদানটি যে বিকীর্ণ ফ্লাক্স নির্গত করবে তাহা $I_o(y,z)\, dydz$ অপবর্তনের জন্য এই আলোক প্রতিবিম্ব তলের উপর একটি নির্দিষ্ট জায়গায় এবং বিকীর্ণ ফ্লাক্সের এই ছড়িয়ে পড়ে blur spot হিসেবে ছড়িয়ে পড়ে, বিকীর্ণ ফ্লাক্সের এই ছড়িয়ে ধরনের একটি ফাংশন $\mathcal{J}(y,z:Y,Z)$ গাণিতিকভাবে প্রকাশ করা হয়।

যার ফলে $dydz$ থেকে প্রতিবিম্ব বিন্দুতে আগত ফ্লাক্স ঘনত্ব হবে

$$dI_1(Y,Z) = \mathcal{J}(y,z:Y,Z)\, I_o(y,z)\, dydz$$

ইহা হলো প্রতিবিম্ব তলে (Y,Z) বিন্দুতে আলোর দশা এবং $\mathcal{J}(y,z:Y,Z)$ হলো বিন্দু বিস্তৃত অপেক্ষক বা Point spread অপেক্ষক।

প্রশ্ন-৬: দেখাও যে, দুটি প্রতিসামিক ডেল্টা ফাংশনের যোগফল এর ফুরিয়ার রূপান্তর হলো একটি কোসাইন ফাংশন কিন্তু অপ্রতিসামিক ডেল্টা ফাংশনের ক্ষেত্রে ইহা সাইন ফাংশন বা অপেক্ষক?

সমাধান

আমরা জানি, যদি দুটি আলাদা ফাংশনের যোগফলকে একটি ফাংশন হিসেবে লিখা যায় তবে ফাংশনটি ফুরিয়ার রূপান্তর হবে উক্ত ফাংশন দুটির ফুরিয়ার রূপান্তরের যোগফল। আমরা সুষমভাবে বিস্তৃত অনেকগুলো ডেল্টা ফাংশনের সিরিজ বিবেচনা করি।

[একটি চিরুনিতে দাঁত সদৃশ]

$$f(x) = \sum_i \delta(x - x_i) \quad \text{——— (i)}$$

যখন এখানে পদসংখ্যা অসীম হয় তখন এই পর্যাবৃত্ত ফাংশনকে comb (x) বলা হয়। এক্ষেত্রে এর ফুরিয়ার রূপান্তর হবে প্রত্যেকটি পদের ফুরিয়ার রূপান্তরের যোগফল

$$\mathcal{F}\{f(x)\} = \sum_i e^{ikx_i} \quad \text{——— (ii)}$$

বিশেষ করে যদি দুটি ডেল্টা ফাংশনকে একটি $x_0 = \frac{d}{2}$ তে এবং অন্যটি $x = -\frac{d}{2}$ এ তবে,

$$f(x) = \delta\left[x - \left(+\frac{d}{2}\right)\right] + \delta\left[x - \left(-\frac{d}{2}\right)\right]$$

এবং $\mathcal{F}\{f(x)\} = e^{ik\frac{d}{2}} + e^{-ik\frac{d}{2}}$

$$= 2\cos\left(k\frac{d}{2}\right)$$

অর্থাৎ, $\mathcal{F}\{f(x)\} = 2\cos\left(k\frac{d}{2}\right)$ ——— (3)

অতএব এই দুটি প্রতিসাম্যিক ডেল্টা ফাংশনের ফুরিয়ার রূপান্তরের যোগফল হলো একটি কোসাইন ফাংশন।

যদি একটি ডেল্টা ফাংশনের দশাকে রূপান্তরিত করা হয় তবে সমন্বিত ফাংশনটি হবে অপ্রতিসাম্যিক তখন আমরা লিখতে পারি,

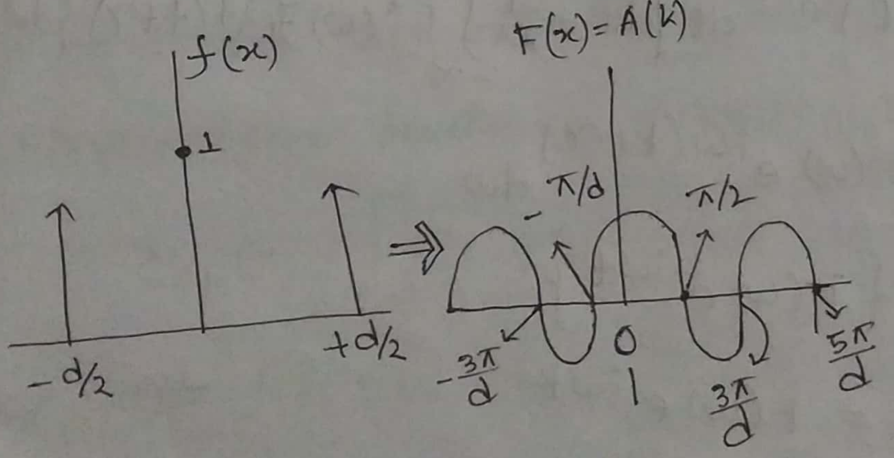
$$f(x) = \delta\left[x-\left(+\frac{d}{2}\right)\right] - \delta\left[x-\left(-\frac{d}{2}\right)\right]$$

এবং এর ফুরিয়ার রূপান্তর হবে,

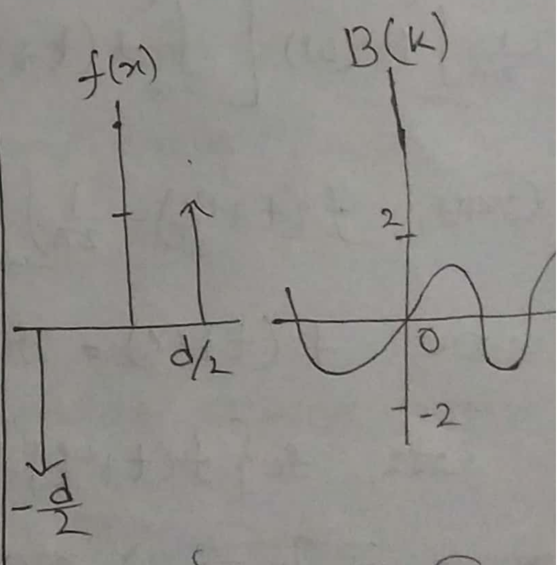
$$\mathcal{F}\{f(x)\} = e^{ik\frac{d}{2}} - e^{-ik\frac{d}{2}}$$
$$= 2\sin\left(k\frac{d}{2}\right)$$

অর্থাৎ, দুইটি অপ্রতিসাম্যিক ডেল্টা ফাংশনের ফুরিয়ার রূপান্তর এর যোগফল হলো একটি sine বা সাইন ফাংশন।

নিম্নের চিত্রে এই দুটি অবস্থা প্রদর্শন করা হলো:-



চিত্র: দুটি প্রতিসাম্যিক ডেল্টা ফাংশন এবং তাদের কোসাইন ফাংশন ফুরিয়ার রূপান্তর।



চিত্র: দুটি অপ্রতিসাম্যিক ডেল্টা ফাংশন এবং তাদের সাইন ফাংশন ফুরিয়ার রূপান্তর।

প্রশ্ন-7: অটো কোরিলেশন এবং ক্রস কোরিলেশন সংজ্ঞায়িত কর?

সমাধান

এক্ষেত্রে কিছুটা সংশোধনীসহ আমরা Parsaul formula গণনা পদ্ধতি ব্যবহার করব, এখানে আমরা,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) f^*(t)\, dt$$

এর গণনা করব। এখানে, τ হলো স্পন্দনের সময় ধ্রুবক এবং $\gamma = \frac{1}{\tau}$ হলো damping Constant.

আমরা জানি, যদি $f(t)$ এর ফুরিয়ার রূপান্তর $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ হয় তবে,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) f^*(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) \times \left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega\right] dt \quad \text{--- (i)}$$

ইন্টিগ্রেশন এর ক্রম পরিবর্তন করে আমরা লিখতে পারি,

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega)\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau)\, e^{i\omega t}\, dt\right] d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega)\, \mathcal{F}\{f(t+\tau)\}\, d\omega$$

এখানে, $f(t+\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{i\omega(t+\tau)}\, d\omega$

অতএব, $f(t+\tau) = \mathcal{F}\{F(\omega)\, e^{-i\omega t}\}$

এবং, $\mathcal{F}\{f(t+\tau)\} = F(\omega)\, e^{-i\omega t}$

অতএব, সমীকরণ (i) হতে,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) f^*(t)\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega)\, F(\omega)\, e^{-i\omega\tau}\, d\omega \quad \text{--- (2)}$$

এখানে, উভয় ডান ও বাম পাশ হলো প্যারামিটার বা সময় ধ্রুবক τ এর ফাংশন।

এই সূত্রের বামপক্ষটিকে বলা হয় $f(t)$ এর autocorrelation এবং এই autocorrelation কে C_{ff} দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অতএব

$$C_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) f^*(t)\, dt \quad \text{——— ③}$$

ইহাকে কখনও কখনও সংক্ষেপে $f(t) * f^*(t)\, dt$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এখন (ii) নং এর উভয়দিকে ফুরিয়ার রূপান্তর নিয়ে পাই,

$$\mathcal{F}_t\{C_{ff}(\tau)\} = |F(\omega)|^2 \quad \text{——— ④}$$

ইহাকেই বলা হয় উইনার - খিনচিন তত্ত্ব।

উইনার খিনচিন তত্ত্ব আসলে এই পর্যন্ত করতে হবে

ইহার সাহায্যে genating function এর autocorrelation ~~function $C_{ff}(\tau)$~~ দ্বারা বর্ণালি নির্ণয় করা যায়। এই autocorrelation function $C_{ff}(\tau)$ যখন কোনটি ফাংশনের নির্দিষ্ট শক্তি থাকে তখনই প্রয়োগ করা হয়। যদি ফাংশনটির নির্দিষ্ট শক্তি না থাকে তবে কিছু পরিবর্তন সাপেক্ষে ইহাকে ব্যবহার করা যায়। এক্ষেত্রে $(t+\tau)$ কে t দ্বারা পরিবর্তন করা হয়। এই autocorrelation function কে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়,

$$C_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f^*(t-\tau)\, dt \quad \text{——— ⑤}$$

একইভাবে ফাংশন $f(t)$ এবং $h(t)$ এর Cross- Corelation ফাংশনকে নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত করা হয়,

$$C_{fh}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) h(t+\tau)\, dt \quad \text{——— ⑥}$$

দুটি সিগন্যালের এর মধ্যে সাদৃশ্যের পর্যায় নিরূপনের জন্য এদের তুলনা করা ক্ষেত্রে Correlation analysis গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে। Auto- Correlation

এ মূল ফাংশনটি 'τ' পরিমাণে displaced হয়ে যায়। ফলে displaced এবং undisplaced versions তৈরি হয়। এবং গুণফলের মাধ্যমে এদের Product বা গুণফল বের করা হয়। এক্ষেত্রে autocorrelation এর মাধ্যমে random noise এর background থেকে সিগন্যাল extract করা হয়।

Qn-4: নিম্নোক্ত ফাংশনের ফুরিয়ার রূপান্তর নির্ণয় কর। এই ফুরিয়ার রূপান্তরটির স্কেচ আঁক :–

$$f(x) = \begin{cases} E_0 \sin k_p x, & |x| < L \\ 0, & |x| < L \end{cases}$$

সমাধান

আমরা জানি, $\sin k_p x = \dfrac{e^{ik_p x} - e^{-ik_p x}}{2i}$

$$= \frac{1}{2i} e^{ik_p x} - \frac{1}{2i} e^{-ik_p x}$$

$f(x)$ এর ফুরিয়ার রূপান্তর হলো,

$$F(k) = \int_{-L}^{+L} f(x) e^{ikx} dx$$

$$= \int_{-L}^{+L} E_0 \sin k_p x \, e^{ikx} dx$$

$$= \frac{E_0}{2i} \int_{-L}^{+L} e^{ik_p x} \cdot e^{ikx} dx - \frac{E_0}{2i} \int_{-L}^{+L} e^{-ik_p x} \cdot e^{ikx} dx$$

$$= \frac{E_0}{2i} \int_{-L}^{+L} e^{i(k_p + k)x} dx - \frac{E_0}{2i} \int_{-L}^{+L} e^{-i(k_p - k)x} dx$$

$$= \frac{E_0}{2i} \cdot \frac{e^{i(k_p+k)x}}{i(k_p+k)} \Bigg|_{-L}^{+L} - \frac{E_0}{2i} \frac{e^{-i(k_p-k)x}}{-i(k_p-k)} \Bigg|_{-L}^{+L}$$

$$= \frac{E_0}{2i^2(k_p+k)}\left[e^{i(k_p+k)L} - e^{-i(k_p+k)L}\right] - \frac{E_0}{2i^2(k-k_p)}\left[e^{i(k-k_p)L} - e^{-i(k-k_p)L}\right]$$

$$= \frac{E_0}{2i^2(k_p+k)} \times 2i \sin(k+k_p)L - \frac{E_0}{2i^2} \cdot \frac{2i \sin(k-k_p)L}{(k-k_p)}$$

$$= \frac{E_0 L}{i} \cdot \frac{\sin(k+k_p)L}{L} - \frac{E_0 L}{i} \cdot \frac{\sin(k-k_p)L}{(k-k_p)}$$

$$\therefore F(k) = \frac{E_0 L}{i}\left[\operatorname{sinc}(k-k_p)L - \operatorname{sinc}(k+k_p)L\right]$$ Ans

নিম্নে $F(k)$ বনাম k লেখ অঙ্কন করা হলো।

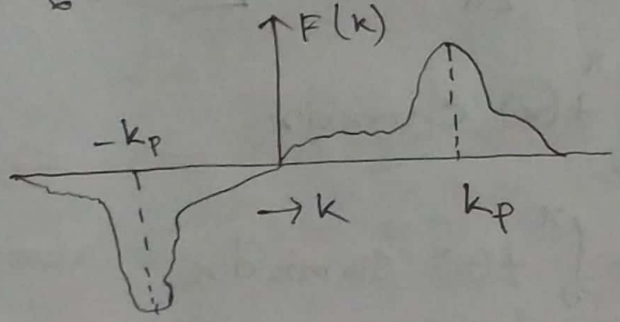


Fig: $F(k)$ বনাম k লেখ।

প্র-৭: নিম্নের বর্গাকার ফাংশনটির ফুরিয়ার-ধারা বের কর?

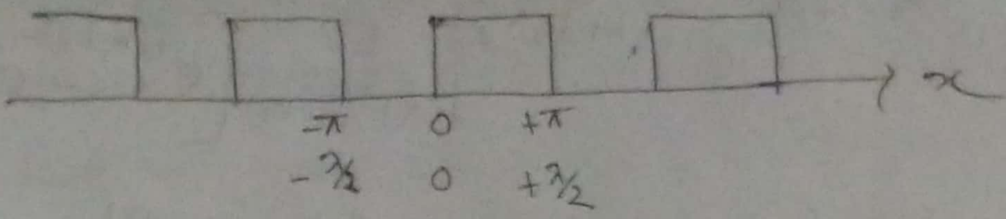
$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases} \quad \text{অথবা } 0 \leq x \leq \lambda/2$$

সমাধান

বর্গাকার পর্যাবৃত্ত ফাংশনটি নিচে প্রদান করা হলো:-

$f(x)$-এর ফুরিয়ার ধারাটি হলো:-

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos mx + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin mx \quad \text{--- (i)}$$



এখানে, $A_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f(x)\,dx$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{0} f(x)\,dx + \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\pi} f(x)\,dx$$

$$= 0 + \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\pi} 1\,dx$$

$$= \cancel{} = \frac{1}{2\pi}\cdot\pi = \frac{1}{2}$$

অনুরূপভাবে, $A_m = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} f(x)\cos mx\,dx$

এবং $B_m = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} f(x)\sin mx\,dx$

মান বসিয়ে (i) নং হতে,

$$\therefore f(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sin x + \frac{2}{3\pi}\sin 3x + \frac{2}{5\pi}\sin 5x + \cdots$$

Ans

Qn-10: ডিরাক ডেল্টা অপেক্ষক কী?

সমাধান

অনেক ভৌত ঘটনা (Physical phenomena) বিদ্যমান যাহারা উচ্চ তীব্রতা নিয়ে খুবই অল্প সময়ের জন্য ঘটে এবং এই ধরনের ফলাফল একটি ঘটনা পর্যবেক্ষণের ক্ষেত্রে বারবার সমস্যার উদ্ভব করে। যেমন একটি ক্ষুদ্র আলোক উৎস যখন একটি অস্বচ্ছ গ্লাস-প্লেটে থাকে তখন ইহা অত্যন্ত localized থাকে। দ্বিমাত্রিক spatial pulse আলোক পালসের spike বা ছন্দ ইত্যাদি হল এদের উদাহরণ।

এই ধরনের তীক্ষ্ণ চূড়া বিশিষ্ট উদ্দীপনাকে যে উপযুক্ত আনিতিক ফাংশন দ্বারা প্রকাশ করা যায় তাহাকে ডিরাক ডেল্টা ফাংশন $\delta(x)$ বলা হয়।

এই ফাংশনটি মূলবিন্দু ব্যতিত সর্বত্র শূন্য এবং মূল বিন্দুতে ইহা অসীম এবং এমনভাবে গমন করে যে ইহা যে ক্ষেত্রফল আবদ্ধ করে তাহা হলো 1: অর্থাৎ ডিরাক ডেল্টা ফাংশন

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{যখন } x \neq 0 \\ \infty & \text{যখন } x = 0 \end{cases}$$

$$\text{এবং} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\, dx = 1$$

মূল যে অপারেশনটির উপর $\delta(x)$ কে প্রয়োগ করা যেতে পারে তাহা হলো নিম্নের সমাকলনটির গণনা করা।

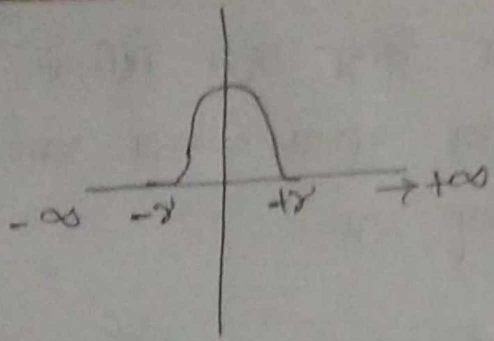
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) f(x)\, dx$$

এখানে, $f(x)$ যে কোন অবিচ্ছিন্ন ফাংশন। মূলবিন্দুর আশেপাশে $x=-\gamma$ থেকে $+\gamma$ পর্যন্ত একটি ক্ষুদ্র বিরতির মধ্যে $f(x) = f(0) =$ ধ্রুবক যেহেতু ফাংশনটি $x=0$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন। $x=-\infty$ থেকে $x=-\gamma$ এবং $x=+\infty$ থেকে $+\gamma$ পর্যন্ত সমাকলনটির মান শূন্য- যেহেতু ঐ সকল অঞ্চলে ডেল্টা ফাংশন শূন্য। অতএব সমাকলনটি হবে,

$$f(0)\int_{-\gamma}^{+\gamma} \delta(x)\, dx$$

যেহেতু $x=0$ ব্যতিত বাকি সকল অঞ্চলে $\delta(x)=0$ সেহেতু integral টি খুবই ক্ষুদ্র অর্থাৎ $\gamma \to 0$ হলেও তথাপি আমরা পাই,

$$\int_{-\gamma}^{\gamma} \delta(x)\, dx = 1$$



অতএব, প্রকৃত সমীকরণ হবে,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) f(x)\, dx = f(0)$$

ইহাকে δ ফাংশনের শিফটিং বৈশিষ্ট্য বলা হয়।

এক্ষেত্রে মূল বিন্দু x_0 পরিমাণে সরিয়ে ডিরাক ডেল্টা ফাংশনকে লিখতে পারি।

$$\delta(x-x_0) = \begin{cases} 0 & \text{যখন } x \neq x_0 \\ \infty & \text{যখন } x = x_0 \end{cases}$$

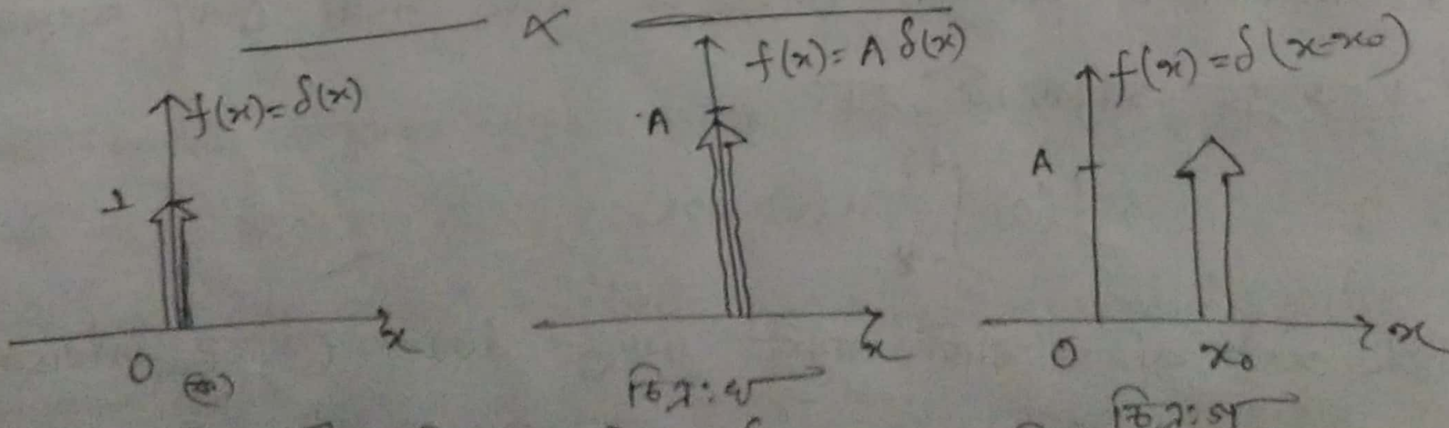
এখানে ডেল্টা ফাংশনে spike বা চূড়া $x=x_0$ তে হবে $x=0$ তে হবে না। শিফটিং বৈশিষ্ট্যে $x' = x - x_0$ বিবেচনা করে নিম্নরূপে পরিবর্তন করতে পারি। এক্ষেত্রে,

$f(x) = f(x'+x_0) = g(x')$ ব্যবহার করে পাই,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_0) f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x') g(x')\, dx'$$

এবং যেহেতু $g(0) = f(x_0)$ আমরা পাই,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_0) f(x)\, dx = f(x_0)$$

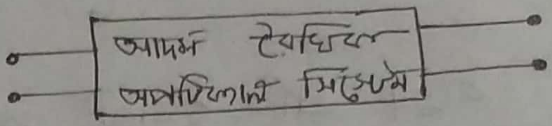


চিত্র: তীর চিহ্নযুক্ত রেখা δ- অপেক্ষক নির্দেশ করে।

Qn-11: আঘাত প্রতিক্রিয়া ফাংশন বলতে কি বুঝ?

সমাধান

একটি অপটিক্যাল সিস্টেম দ্বারা উৎসের আউটপুটের বস্তুর উপর প্রত্যেকটি বিন্দু থেকে আউটপুট এর linear combination হিসেবে বিবেচনা করা যায়। যদি আমরা লিনিয়ার সিস্টেমের অপারেশনকে $L\{\}$ দ্বারা প্রকাশ করি তবে ইনপুট এবং আউটপুটকে নিম্নরূপে লেখা যায়:

$\frac{1}{p}\cdot\ f(y,z)$  $g(Y,Z)$ %

$$\text{যেখানে, } g(Y,Z) = L\{f(y,z)\} \quad \text{——} (i)$$

δ ফাংশনের সিফটিং বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করে,

$$g(Y,Z) = L\left\{\iint_{-\infty}^{+\infty} f(y',z')\,\delta(y'-y)\,\delta(z'-z)\,dy'\,dz'\right\} \quad \text{——} (2)$$

সমাকলনটিতে, $f(y,z)$ কে elementary delta function এর linear combination প্রকাশ করা হয়। প্রত্যেকটিকে একটি নম্বর $f(y',z')$ দ্বারা weighted করা হয়, হয় অর্ড প্রয়োগ করতে পারি,

$$g(Y,Z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(y',z')\,L\{\delta(y'-y)\,\delta(z-z')\}\,dy'\,dz' \quad \text{——} (3)$$

$L\{\delta(y'-y)\,\delta(z'-z)\}$ রাশিটি হলো ইনপুট স্পেসের (y',z') বিন্দুতে delta function এর Response. ইহাকে বলা হয় impulse response। যদি একটি সিস্টেমের impulse response জানা থাকে তবে সমীকরণ (3)

-এর আশয় সরাসরি ইনপুট থেকে আউটপুটে নির্ণয় করা যায়। যদি elementary উপাদানগুলো সুসংগত হয় তবে ইনপুট ও আউটপুট সিগন্যাল হবে তড়িৎ ক্ষেত্রে। যদি সুসংগত না হয় তবে ইনপুট ও আউটপুট সিগন্যাল হবে ক্ষেত্র ঘনত্ব।

Qn-12: পার্সিভালের সূত্রটি বিবৃত ও প্রমাণ কর?

সমাধান

বিবৃতি: $|F(\omega)|^2 = F^*(\omega)\, F(\omega)$ কে পার্সিভাল সূত্র বলা হয়। যেখানে $|F(\omega)|^2$ হলো প্রতি হার্টজ কালিক কম্পাঙ্ক ব্যবধানে বিচ্ছুরিত শক্তির পরিমাণ।

প্রমাণ: ধরি, $f(x)$ অসীম ব্যাপ্তির একটি স্পন্দন এবং $F(k)$ হলো ফোরিয়ার রূপান্তর। ফাংশন $F(k)$, $f(x)$ এর স্থানিক কম্পাঙ্ক বর্ণালী বিস্তার হিসেবে স্বীকৃত এবং $F(k)\,dk$ হলো k থেকে $k+dk$ পর্যন্ত কম্পাঙ্ক সীমার মধ্যে স্পন্দনের বিস্তার। তাই মনে করা হয়, $|F(k)|$ বর্ণালি বিস্তার ঘনত্ব প্রকাশ করে এবং এর বর্গ $|F(k)|^2$ প্রতি হার্টজ স্থানিক কম্পাঙ্ক ব্যবধানে শক্তির ~~অনুপাত~~ সমানুপাতিক। একইভাবে সময় ক্ষেত্রে, যদি $f(t)$ বিচ্ছুরিত বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র হয়, $|F(t)^2|$ হলো দীপ্তিমান প্রবাহ বা শক্তির সমানুপাতিক এবং মোট নির্গত শক্তি $\int_0^\infty |f(t)|^2\,dt$ -এর সমানুপাতিক।

$F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ দিয়ে দেখা যাচ্ছে যে $|F(\omega)|^2$ অবশ্যই প্রতি হার্টজ কালিক কম্পাঙ্ক ব্যবধানে বিকীর্ণিত শক্তির একটি-

পরিমাপ করতে হবে। আরো সুনির্দিষ্টভাবে উপযুক্ত ফোরিয়ার রূপান্তর হলো:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$$

যেহেতু, $|F(t)|^2 = f(t) f^*(t) = f(t) \cdot \left[\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}(\omega)\}\right]^*$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega\right] dt$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\omega) \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t}\right] d\omega$$

এবং তাই, [সমাকলন করে]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

এই সমীকরণের $|F(\omega)|^2 = F^*(\omega) F(\omega)$ কে পার্সেভালের সূত্র বলা হয়।

প্রশ্ন-13:- দেখাও যে একটি গাউসিয়ান অপেক্ষকের একমাত্রিক ফুরিয়ার রূপান্তর আরেকটি গাউসিয়ান অপেক্ষক হবে?

সমাধান

ফোরিয়ার রূপান্তর পদ্ধতিকে ~~উদাহরণ~~ হিসেবে একটি গাউসিয় অপেক্ষকের রূপান্তর বিবেচনা করা যাক। একটি গাউসের সম্ভাব্যতা অপেক্ষককে নিম্নরূপে লিখা যায়, $f(x) = ce^{-ax^2}$ ——— (1)

এখানে, a একটি ধ্রুবক এবং $c = \sqrt{a/\pi}$ । আবার সংজ্ঞানুসারে,

ফুরিয়ার রূপান্তর $\mathcal{F}\{f(x)\} = F(k)$ হলে,

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} (ce^{-ax^2}) e^{ikx} dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} c e^{-ax^2 + ikx} dx \quad \text{———— (ii)}$$

এখন,
$$-ax^2 + ikx$$
$$= -\left(ax^2 - 2x\sqrt{a}\cdot\frac{ik}{2\sqrt{a}} + \frac{i^2k^2}{4a}\right) - \frac{k^2}{4a}$$
$$= -\left(x\sqrt{a} - \frac{ik}{2\sqrt{a}}\right)^2 - \frac{k^2}{4a}$$
$$= -\beta^2 - \frac{k^2}{4a}$$

যখন, $\beta = x\sqrt{a} - \dfrac{ik}{2\sqrt{a}}$

তাহলে (ii) নং সমীকরণ হতে পাই

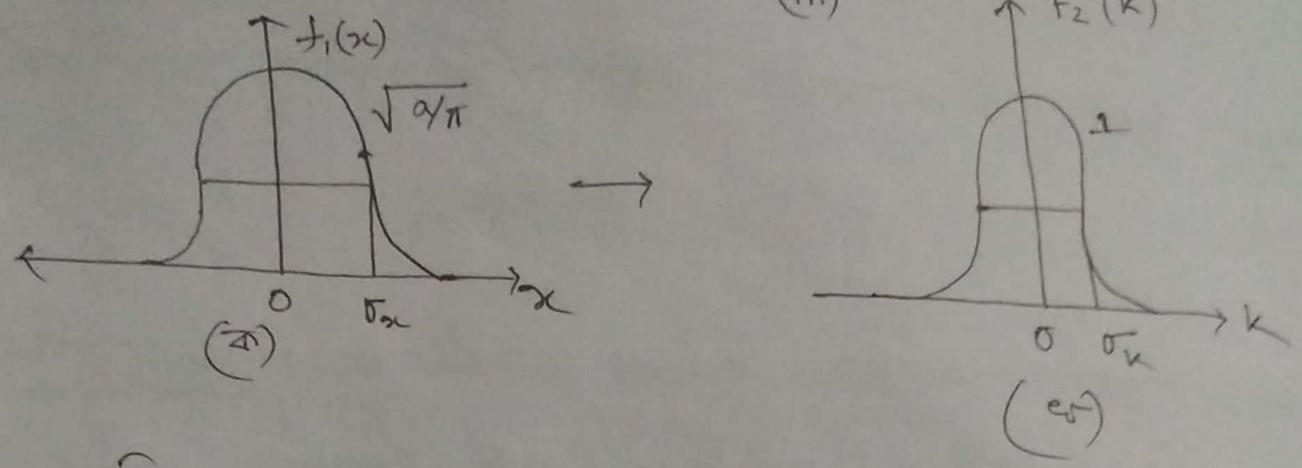
$$F(k) = \frac{c}{\sqrt{a}} \cdot e^{-\frac{k^2}{4a}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta^2} d\beta$$

এই সমীকরণের $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta^2} d\beta$ এর মান পাওয়া যায় $\sqrt{\pi}$ ।

তাহলে,
$$F(k) = \frac{c}{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{\pi} \left(e^{-k^2/4a}\right)$$

কিন্তু $c = \sqrt{\dfrac{a}{\pi}}$ তাহলে

$$F(k) = e^{-k^2/4a} \qquad \text{—— (iii)}$$



চিত্র: গসিয় অপেক্ষক ও তার ফুরিয়ার রূপান্তর।

(iii) নং হতে দেখা যায় যে গাউসিয়ান অপেক্ষকের ফুরিয়ার রূপান্তর আরেকটি ~~আরেকটি~~ গাউসিয়ান অপেক্ষক, কিন্তু এই ক্ষেত্রে ~~চলক~~ k হয়।

chapter- ২

প্রশ্ন:-১: অপটিক্যাল ফাইবার কি? অপটিক্যাল ফাইবারের প্রয়োগ গুলো লিখ?

সমাধান

অপটিক্যাল ফাইবার:- অপটিক্যাল ফাইবার হলো এক ধরনের পাতলা নমনীয় ও স্বচ্ছ তন্তু, যা সাধারনত কাঁচ বা প্লাস্টিক দিয়ে তৈরি। এটি আলোর মাধ্যম হিসেবে ব্যবহৃত হয় তথ্য প্রেরন বা যোগাযোগের কাজে। অপটিক্যাল ফাইবারে তথ্য পরিবহনের জন্য আলোক তরঙ্গ ব্যবহার করা হয়, যা খুবই দ্রুত এবং নির্ভুল।

অপটিক্যাল ফাইবারের প্রয়োগ বা ব্যবহার বিভিন্ন ক্ষেত্রে দ্রুত এবং নির্ভুল যোগাযোগ এবং ডেটা ট্রান্সমিশনের জন্য গুরুত্বপূর্ন। এর প্রধান প্রয়োগ গুলো নিচে আলোচনা করা হলো:-

১. টেলিযোগাযোগ:- উচ্চ গতির ইন্টারনেট পরিষেবা, টেলিফোন ও মোবাইল যোগাযোগ, কেবল টিভি নেটওয়ার্ক, ভিডিও কনফারেন্সিং এবং লাইভ স্ট্রিমিং ইত্যদী টেলিযোগাযোগ ব্যবস্থায় অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহৃত হয়।

২. চিকিৎসা:- শরীরের অভ্যন্তরীন অংশ পর্যবেক্ষন (এন্ডোস্কোপি), নির্ভুল এবং কম ঝুঁকিপূর্ন অপারেশনের জন্য (লেজার সার্জারি), বিভিন্ন চিকিৎসায় সেন্সর ও ডিভাইসে অপটিক্যাল ফাইবার প্রয়োগ করা হয়।

৩. ইন্ডাস্ট্রিয়াল অ্যাপ্লিকেশন: মেশিন মনিটরিং এবং রক্ষণাবেক্ষণে, গ্যাস ও তেল শিল্পে ডেটা সেন্সিং, রোবটিক্স ও অটোমেশনে অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করা হয়।

৪. সেনাবাহিনী ও প্রতিরক্ষায়: নিরাপদ এবং দ্রুত যোগাযোগ ব্যবস্থায়, রাডার এবং পর্যবেক্ষণ সিস্টেমে, ড্রোন ও রোবট নিয়ন্ত্রণে অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করা হয়।

৫. মহাকাশ গবেষণায়: মহাকাশযানের তথ্য আদান প্রদান, স্যাটেলাইট যোগাযোগ, স্পেস টেলিস্কোপ ও দূরবর্তী পর্যবেক্ষণে অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করা হয়।

৬. মাল্টিমিডিয়া এবং বিনোদন: টেলিভিশনের অডিও এবং ভিডিও স্ট্রিমিং, ভার্চুয়াল রিয়েলিটি এবং গেমিং এ অপটিক্যাল ফাইবার প্রয়োগ করা হয়।

৭. স্মার্ট শহর: স্মার্ট হোম এবং স্মার্ট ডিভাইসের সংযোগ, ট্রাফিক ম্যানেজমেন্ট সিস্টেমে, নিরাপত্তা ও নজরদারি ব্যবস্থায় অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করা হয়।

৮. গবেষণা ও শিক্ষায়:- বৈজ্ঞানিক গবেষণায় ডেটা সংযোগ, শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে ই-লার্নিং এবং ভার্চুয়াল ক্লাস এ অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহৃত হয়।

অপটিক্যাল ফাইবার প্রযুক্তি আধুনিক বিশ্বে দ্রুত যোগাযোগ ও তথ্য ব্যবস্থাপনার একটি গুরুত্বপূর্ণ মাধ্যম।

প্রশ্ন-২: টীকা লিখ: (i) এরবিয়াম ডোপকৃত ফাইবার এমপ্লিফায়ার (EDFA)।
(ii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য - বিভিন্ন মাল্টিপ্লেক্সিং (WDM)।
(iii) একক মোড তন্তু।

সমাধান

(i) EDFA: এরবিয়াম - ডোপড ফাইবার অ্যামপ্লিফায়ার এর সংক্ষিপ্ত রূপ হচ্ছে EDFA। এই EDFA প্রযুক্তির উদ্ভাবন ফাইবার অপটিক যোগাযোগ ব্যবস্থায় এক অভূতপূর্ব বিপ্লব সাধিত হয়।

এরবিয়াম ডোপড এমপ্লিফায়ার একটি উচ্চ মাত্রায় বিবর্ধক, এটি অপেক্ষাকৃত উচ্চ চালিত আলোক রশ্মির একটি ওয়েভলেন্থ সিলেক্টিভ কাপলার ব্যবহার করে ইনপুট সিগন্যালের সাথে সংমিশ্রন হয়। ইনপুট সিগন্যাল এবং উত্তেজিত আলোক রশ্মি উল্লেখযোগ্যভাবে অবশ্যই পৃথক তরঙ্গদৈর্ঘ্য হতে হয়। সংমিশ্রিত আলোটি মূল (the core) এর অন্তর্ভুক্ত এরবিয়াম আয়নগুলোর সাথে ফাইবারের একটি অংশ চালিত হয়। এই উচ্চ-চালিত আলোক রশ্মিটি তাদের উচ্চ শক্তি অবস্থানে এরবিয়াম আয়নগুলোকে উত্তেজিত করে। যখন পাম্প লাইট থেকে আলাদা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সিগন্যালের সাথে যুক্ত ফোটনগুলো উত্তেজিত এরবিয়াম আয়নগুলোর সাথে মিলিত হলে এরবিয়াম আয়নগুলো তাদের কিছু শক্তি সিগন্যালে ছেড়ে দিয়ে পুনরায় তাদের নিম্ন শক্তি অবস্থায় ফিরে আসে। এখানে গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হলো, এরবিয়াম তার অতিরিক্ত শক্তি ফোটন আকারে নিঃসরন করে যা একটি পর্যায়ে নির্দিষ্ট দিকে সিগন্যালকে বিবর্ধিত করে।

ফলে সিগন্যালটি তার নির্দিষ্ট দিকে বরাবর বিবর্ধিত হয়। প্রতি-অস্বাভাবিক নয় যে, যখন কোন পরমাণু ক্ষয় হতে থাকে তখন এটি সর্বদা আগত আলোর মত একই দিকে এবং পর্যায়ে তার শক্তি ত্যাগ করে। এর ফলে অতিরিক্ত অসংখ্য সিগন্যাল শক্তি আগত সিগন্যাল হিসেবে একই ফাইবার মোডে পরিচালিত হয়। সংযুক্ত ফাইবার থেকে প্রতিবিম্ব দিয়ে আসা প্রতিরোধ করতে আউটপুট ও আধারণত একটি আইসোলেটর স্থাপন করা হয়। যা প্রতিবিম্ব এমপ্লিফায়ার কার্যক্রমকে বাধাগ্রস্ত করে এবং চূড়ান্ত পর্যায়ে এমপ্লিফায়ারকে একটি লেজারে পরিণত করতে পারে।

EDFA মূলত এরবিয়াম ডোপড ফাইবার নিয়ে গঠিত, যা একটি সিলিকা গ্লাসের মধ্যে সক্রিয় Er আয়নের সাথে ডোপায়িত অবস্থায় থাকে। আধারণত এরবিয়াম ডোপড ফাইবারটি 980 nm বা 1480 nm এ সেমিকন্ডাক্টর লেজার দ্বারা পাম্প করা হয়।

ii) WDM:- ফাইবার অপটিক যোগাযোগ ব্যবস্থায় ওয়েভলেন্থ ডিভিশন মাল্টিপ্লেক্সিং এমন একটি প্রযুক্তি যা লেজার আলোর বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্য (যেমন- রং) ব্যবহার করে একক অপটিক্যাল ফাইবারের সাথে অনেকগুলো অপটিক্যাল ক্যারিয়ার সিগন্যালকে একীভূত করে। এই প্রযুক্তি দ্বারা ফাইবারের একটি স্ট্র্যান্ডের সাথে দ্বিমুখী যোগাযোগ সক্ষমতার পাশাপাশি এর ক্ষমতাকেও বহুগুণে বৃদ্ধি করে।

WDM পদ্ধতি আধারণত একটি অপটিক্যাল ক্যারিয়ারে ব্যবহৃত

হয়, যা সাধারণত তার তরঙ্গদৈর্ঘ্য দ্বারা বর্ণনা করা হয়। তবে ফ্রিকোয়েন্সি ডিভিশন মাল্টিপ্লেক্সিং সাধারণত রেডিও ক্যারিয়ারের ফ্রিকোয়েন্সি যোগাযোগ ব্যবস্থার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। এটি নিখুঁতভাবে তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং ফ্রিকোয়েন্সির সম্বন্ধে একই ধরনের ধারণা প্রদান করে।

বিশেষত, তরঙ্গদৈর্ঘ্য দ্বারা ফ্রিকোয়েন্সি (হার্জ, যা প্রতি সেকেন্ড চক্র হয়) গুণন করলে বাহক তরঙ্গের বেগের সমান হয়। একটি শূন্যস্থানে আলোর বেগকে সাধারণত ছোট অক্ষর c দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। গ্লাস ফাইবারে এটি সাধারণত প্রায় 0.7 গুন সময়ে হয়। ডাটা হার নীতিগতভাবে ক্যারিয়ার ফ্রিকোয়েন্সিতে থাকলেও প্রায়োগিক ক্ষেত্রে সর্বদা ক্যারিয়ার ফ্রিকোয়েন্সির একটি ভগ্নাংশ হিসেবে দেখা যায়।

WDM সিস্টেম একসাথে একাধিক সিগন্যাল যোগ করতে ট্রান্সমিটারে মাল্টিপ্লেক্সার এবং সিগন্যালকে আলাদা করার জন্য রিসিভারে একটি ডিমাল্টিপ্লেক্সার ব্যবহার করে। যথোপযুক্ত ফাইবারের সাথে, এমন একটি ডিভাইস থাকে যা একই সাথে অপটিক্যাল এবং অ্যাড-ড্রপ মাল্টিপ্লেক্সার হিসেবে উভয় কাজই করতে পারে। ব্যবহৃত অপটিক্যাল ফিল্টারিং ডিভাইসগুলোতে ইথালন স্থিতিশীল কঠিন অবস্থায় একক ফ্রিকোয়েন্সি ফ্যাব্রি-পেরট ইন্টারফেরোমিটার পাতলা-ফিল্ম কোটেড (অপটিক্যাল-গ্লাস থাকে)।

(iii) একক মোড তন্তু: ধাপ সূচক তন্তু সম্পর্কে আলোচনায় তন্তুর মধ্যে দিয়ে আলোক সঞ্চালনের ক্ষেত্রে বিবেচনা করা হয়েছে যে, একক গুচ্ছ রশ্মি কোর-আচ্ছাদনের অন্তরতলে আঘাত পেয়ে অগ্র-পশ্চাৎ গতি সম্পাদন করে। এটা প্রমাণ করা যায় যে, তন্তুর ব্যাস খুবই কম হয়, তবে জ্যামিতিক আলোক বিজ্ঞানের নিয়ম কানুন প্রয়োগ করা যায় না এবং সঠিক ফলাফল প্রাপ্তির লক্ষ্যে আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব ব্যবহার করতে হয়, তরঙ্গ তত্ত্বের ফলাফলের ভিত্তিতে আমরা ধরে নিতে পারি যে, রশ্মিগুচ্ছ তন্তুতে নির্দিষ্ট বিচ্ছিন্ন কোণ θ উৎপন্ন করবে এবং তন্তুর ব্যাস a অথবা প্রতিসরাঙ্কের পার্থক্য হ্রাসের সাথে সাথে θ-এর সম্ভাব্য মানও কমে যাবে। তন্তুর এই দুটি প্যারামিটারকে সংযুক্ত করে একটি রাশি সংজ্ঞায়িত করা যাক,

$$V = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot a\sqrt{\mu_1^2 - \mu_2^2}$$

একে সংযোগের তন্তুর V-সংখ্যা বলা হয় যার মান 2.405 অপেক্ষা কম, তাহলে একমাত্র নির্দেশক মোড সম্ভব এবং সেক্ষেত্রে তন্তুকে একক মোড তন্তু বলা হয়ে থাকে। উল্লেখ্য যে একক মোড তন্তুতে একটি মাত্র রশ্মি পথই সম্ভব বিধায় বহুমোড তন্তুতে বিচ্ছিন্ন রশ্মির ভিন্ন ভিন্ন সঞ্চারণ কালের পার্থক্যের ফলে বিচ্ছুরণ ঘটনা একক মোড তন্তুতে ঘটে না। ফলে একক মোড তন্তুর তথ্য সঞ্চারণ ক্ষমতা বহুমোড তন্তুর তুলনায় অনেক বেশি।

প্র-৩ঃ ঘন তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিভাগ মাল্টিপ্লেক্সিং কী?

সমাধান

ঘন তরঙ্গদৈর্ঘ্য - বিভাগ মাল্টিপ্লেক্সিং বা ডেন্স ওয়েভলেন্থ ডিভিশন মাল্টিপ্লেক্সিং (DWDM) হলো একটি অপটিক্যাল ফাইবার মাল্টিপ্লেক্সিং প্রযুক্তি যা বিদ্যমান ফাইবার নেটওয়ার্কগুলোর ব্যান্ডউইথ বাড়ানোর জন্য ব্যবহৃত হয়। এটি ডাটা স্ট্রিমগুলোর সম্পূর্ণ পৃথকীকরণ বজায় রেখে একটি অপটিক্যাল ফাইবারের উপর বিভিন্ন উৎস থেকে ডাটা সংকেতগুলো একত্রিত করে।

একটি পৃথক আলোক তরঙ্গদৈর্ঘ্য প্রতিটি সংকেত বহন করে। এবং DWDM-এর ঘনত্ব ৮০টি ভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্য পর্যন্ত সমর্থন করার ক্ষমতাকে বোঝায়। প্রতিটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য প্রায় ০.৪ ন্যানো মিটার প্রশস্ত এবং একটি একক অপটিক্যাল ফাইবার ভাগ করে।

ফাইবার অপটিক কেবলগুলো এখন সাধারণত বাহকদের ইন্টার অফিস নেটওয়ার্কগুলোর মেরুদাঁড়া গঠন করে যা টেলিযোগাযোগ পরিকাঠামোর মানকে উপস্থাপন করে। DWDM একাধিক ভার্চুয়াল ফাইবার তৈরি করে একটি একক নেটওয়ার্ক লিঙ্কে অতিক্রম করতে প্রচুর পরিমাণ ডাটা প্রেরণ করে, যা তার ক্ষমতাকে উল্লেখযোগ্য ভাবে বৃদ্ধি করে।

এই পদ্ধতি ডাটা অখণ্ডতা বজায় রাখতে সাহায্য করে। ফলস্বরূপ, এটি একই ডাটা সেন্টারে নিরাপত্তা সম্পর্কিত প্রতিষ্ঠানের স্বচ্ছতা বজায় রাখে।

প্রশ্ন-৫: ব্যাখ্যা কর কীভাবে অপটিক্যাল ফাইবার আন্তঃমডেল এবং বস্তুগত বিচ্ছুরন হ্রাস করা যায়?

সমাধান

অপটিক্যাল ফাইবারে আন্তঃমডেল এবং বস্তুগত বিচ্ছুরন হ্রাস করার জন্য বেশ কিছু কার্যকর পদক্ষেপ নেওয়া যেতে পারে। নিচে প্রতিটির জন্য বিস্তারিত আলোচনা করা হলো:

১. আন্তঃমডেল বিচ্ছুরন হ্রাসের উপায়: আন্তঃমডেল বিচ্ছুরন প্রধানত মাল্টিমোড ফাইবারে ঘটে, যেখানে আলোর বিভিন্ন মোড বা পথ ভিন্ন গতিতে ফাইবারের মধ্যে ভ্রমন করে। এটি হ্রাস করতে পারে:-

(i) সিঙ্গেল মোড ফাইবার ব্যবহার করা: সিঙ্গেল মোড ফাইবার ব্যবহার করলে শুধুমাত্র একটি আলোর পথ সংক্রমিত হয়, ফলে আন্তঃমডেল বিচ্ছুরন কার্যত শূন্য হয়ে যায়।

(ii) গ্রেডেড-ইনডেক্স মাল্টিমোড ব্যবহার করা: গ্রেডেড-ইনডেক্স ফাইবারের কোরের প্রতিসরাঙ্ক ধীরে ধীরে পরিবর্তিত হয়। এটি আলোর বিভিন্ন মোডকে সমান সময়ে গন্তব্যে পৌঁছাতে সহায়তা করে, ফলে আন্তঃমডেল বিচ্ছুরন হ্রাস পায়।

২. বস্তুগত বিচ্ছুরন হ্রাসের উপায়:- বস্তুগত বিচ্ছুরন ফাইবারের মূল উপাদানের কারনে ঘটে, যেখানে আলোর বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ভিন্ন-ভিন্ন গতি নিয়ে চলে এটি হ্রাস করতে

(i) কম-বিচ্ছুরন উপাদান ব্যবহার করাঃ- ফাইবার তৈরি করতে এমন উপাদান নির্বাচন করা, যা আলোর কম বিচ্ছুরন ঘটায়। সাধারণত সিলিকা-গ্লাস এই ক্ষেত্রে কার্যকর।

(ii) অপটিমাইজড তরঙ্গদৈর্ঘ্য ব্যবহার করাঃ ফাইবারের জিরো ডিসপারসন উইন্ডো এ অপটিক্যাল সিগন্যাল প্রেরন করা। এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যে বস্তুগত বিচ্ছুরন সবচেয়ে কম থাকে।

(iii) ডিসপারশন-শিফটেড ফাইবার ব্যবহার করাঃ- ডিসপারশন-শিফটেড ফাইবারে জিরো ডিসপারসন উইন্ডোকে সিগন্যালের কার্যকরী তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দিকে স্থানান্তরিত করা হয়, যা বস্তুগত বিচ্ছুরন হ্রাস করে।

পরিশেষে বলা যায়, ফাইবার অপটিক সিস্টেম ডিজাইনের সময় সঠিক ফাইবার নির্বাচন এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অপটিমাইজেশন করলে আন্তঃমোডাল এবং বস্তুগত বিচ্ছুরন উল্লেখযোগ্যভাবে হ্রাস করা যায়।

প্রশ্ন-5ঃ একটি সিলিকন অপটিক্যাল ফাইবারের কোর এবং ক্লেডিং এর প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে 1.50 এবং 1.47 ফাইবারটির (i) কোর-ক্লেডিং ইন্টারফেসের সংকট কোন এবং (ii) সংখ্যাসূচক ছিদ্রের মান কত হবে?

সমাধান

এখানে, দেওয়া আছে, কোর এর প্রতিসরাঙ্ক $\mu_1 = 1.50$

এবং ক্লেডিং এর প্রতিসরাঙ্ক $\mu_2 = 1.47$

(i) কোর এবং ক্লেডিং এর ইন্টারফেস এর সংকট কোণ হলে, আমরা জানি,

$$\phi_c = \sin^{-1}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)$$
$$= \sin^{-1}\left(\frac{1.47}{1.50}\right)$$
$$= \sin^{-1}(0.58)$$
$$= 78.52^\circ \quad \underline{\underline{Ans}}$$

(ii) আমরা জানি,

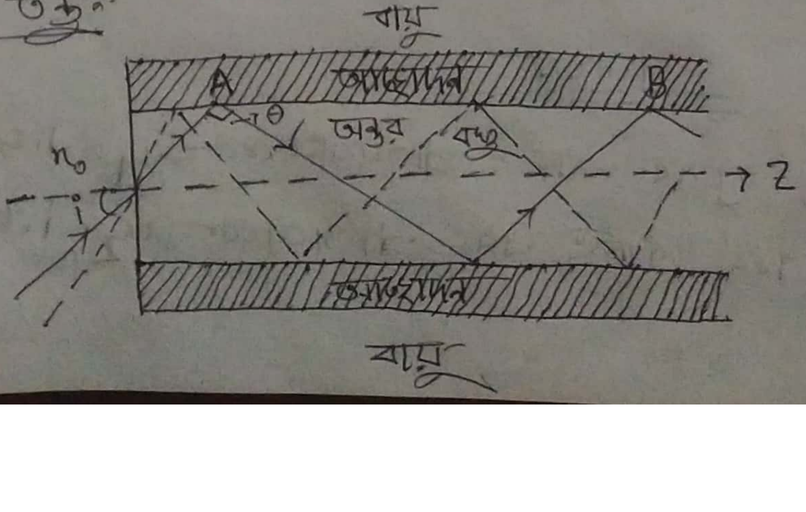
সংখ্যাসূচক ছিদ্রের মান

$$NA = \left(\mu_1^2 - \mu_2^2\right)^{1/2}$$
$$= \left\{(1.50)^2 - (1.47)^2\right\}^{1/2}$$
$$= (0.0891)^{1/2}$$
$$= \sqrt{0.0891}$$
$$= 0.24 \quad \underline{\underline{Ans}}$$

প্রশ্ন-6: যথাযথ চিত্রের মাধ্যমে ধাপ সূচক ও গ্রেডেড সূচক অপটিক্যাল ফাইবারের মধ্যে দিয়ে আলোর চলাচল পথ আলোচনা কর?

সমাধান

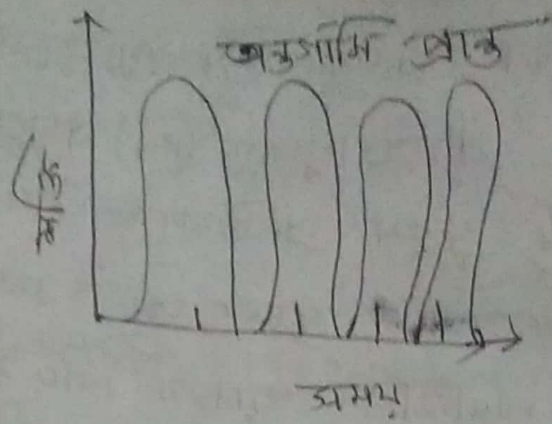
ধাপ সূচক তন্তুঃ

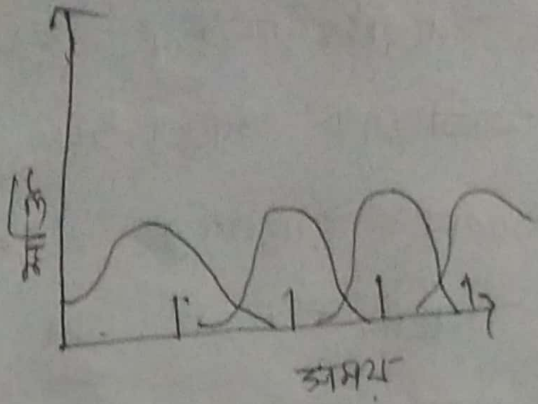


চিত্রঃ ২

উপরের চিত্রে আলোকীয় তন্তুর একটা সরল প্রতিকৃতি দেখানো হয়েছে যা বেলনাকৃতি কাঠামোর আলোকস্বচ্ছ সুষম প্রতিসরাঙ্কের (μ_1) পদার্থে গঠিত। এটি আবার অপেক্ষাকৃত কম কিন্তু সুষম প্রতিসরাঙ্কের (μ_2) পদার্থ দ্বারা আচ্ছাদিত। এই তন্তু গুলোকে ধাপ। সূচক তন্তু বলা হয় কারণ অন্তরবস্তু আচ্ছাদন অন্তরতলে পরিলিখিত সূচকের বিচ্ছিন্ন ধাপ থাকে।

সংখ্যাভিত্তিক যোগাযোগ ব্যবস্থায় প্রেরিত তথ্যকে প্রথমে স্পন্দন রূপে কোডে করা হয় অতঃপর আলোর এরূপ স্পন্দনকে ট্রান্সমিটার থেকে গ্রাহক যন্ত্রে সঞ্চালিত করা হয়। যেখানে বিশ্লেষণের কাজ সম্পাদিত হয়। কোন সিস্টেম যত বেশি সংখ্যক স্পন্দন একক সময়ে প্রেরণ করতে পারে এবং তা গ্রাহক প্রান্তে বিশ্লেষিত হয় সেই সিস্টেমের সঞ্চালন ক্ষমতা তত বেশি বিবেচিত হয়। তন্তুতে প্রেরিত আলোক স্পন্দন এর মধ্যে দিয়ে সঞ্চালনকালে প্রশস্ত হতে থাকে, এই ধর্মকে স্পন্দন বিস্তুরণ বলা হয় এবং এরূপ ঘটার কারণ তন্তুর মধ্যে দিয়ে বিভিন্ন রশ্মির সঞ্চালন কাল বিভিন্ন হয়। উদাহরণ স্বরূপ ১ নং চিত্রে প্রদর্শিত আলোকীয় তন্তুতে অক্ষের সাথে যে রশ্মিগুলো অধিক কোণে উৎপন্ন হয় সেই রশ্মিগুলোকে অধিক দৈর্ঘ্যের আলোকীয় পথ অতিক্রম করতে হয়। ফলে বহির্গামি প্রান্তে পৌঁছাতে অধিক সময় প্রয়োজন হয়। ফলে তন্তুর মধ্য দিয়ে সঞ্চালনকালে আলোক স্পন্দন প্রশস্ত হতে থাকে।

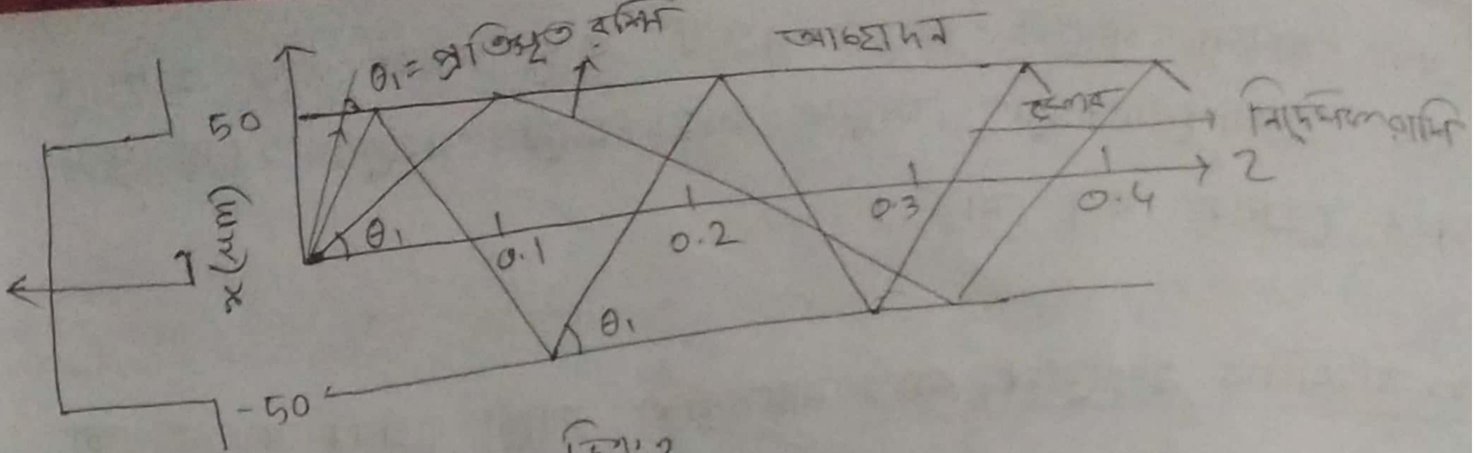




চিত্র: অনুগামি প্রান্তে স্পন্দন এর প্রবাহ যা প্রশস্ততার দরুন বহির্গামি প্রান্তে প্রবাহের স্পন্দনরূপে আবির্ভূত হয়।

কাজেই অনুগামী প্রান্তে দুটি স্পন্দন যথাযথ বিশ্লেষিত হলেও স্পন্দন প্রশস্ততার কারণে বহির্গামি প্রান্তে যদি স্পন্দনের বিশ্লেষণ না ঘটে তবে কোন তথ্য পাওয়া যায় না। কাজেই স্পন্দনের বিস্তৃরন যত কম হবে সিস্টেমের তথ্য সংবহন ক্ষমতা তত বেশি হবে।

মাত্রা সূচক তন্তু: ধাপ সূচক তন্তুতে ধ্রুব প্রতিসরাঙ্কের অন্তর্বস্তু ব্যবহার করা হয়, মাত্রা সূচক তন্তুতে ব্যবহৃত অন্তর্বস্তু প্রতিসরাঙ্ক কেন্দ্র অবিচ্ছিন্ন হয়। প্রতিসরাঙ্কের পরিবর্তনের প্রকৃতি অনেকটা অধিবৃত্তাকার হয়। অন্তর্বস্তু যা কোর পদার্থের কেন্দ্র থেকে যতই দূরে যাওয়া যায় প্রতিসরাঙ্কের মান ততই কমে বিধায়, তন্তুতে প্রবেশকারি কোন রশ্মি অবিচ্ছিন্নভাবে বেঁকে তন্তুর অক্ষ অভিমুখী হয়। এর ব্যাখ্যা স্নেলের সূত্র থেকে পাওয়া যায়। স্নেলের সূত্র থেকে কোন রশ্মি অপেক্ষাকৃত কম প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমের দিকে যেতে থাকলে অভিলম্ব থেকে



চিত্র: 2

ক্রমেই দূরে সরে যায়। এখন আমরা জানি অধিবৃত্তাকারে পরিবর্তনশীল প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমে আলোক রশ্মির প্রতিফলন সাইন সদৃশ হয়। এখন যদিও অক্ষের সাথে অধিক কোণ উৎপন্ন কারি রশ্মিগুচ্ছ অধিক পথ অতিক্রম করে তথাপিও, কম প্রতিসরাঙ্কের মাধ্যমে আলোর দ্রুতি অধিক হয় বলে অক্ষাতলীয় রশ্মিসমূহ মোটামুটি একই সময়ে তন্তুকে অতিক্রম করে। এতে স্পন্দন বিস্তুরন কমে যায়।

প্রশ্ন-7: মডুলেটেড আলোক খোলা বায়ুমন্ডলের মধ্যে দিয়ে প্রেরন না করে অপটিক্যাল ফাইবারের মধ্য দিয়ে প্রেরন করি কেন?

সমাধান

মডুলেটেড আলোক বায়ুমন্ডলের মধ্যে দিয়ে প্রেরনের তুলনায় অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করার পেছনে কয়েকটি গুরুত্বপূর্ন কারন রয়েছে। নিচে তা উল্লেখ করা হলো:-

১. অপটিক্যাল ফাইবারে ক্ষয়:- বায়ুমন্ডলে আলো প্রেরন করলে দূরত্বের সাথে ক্ষতি হওয়ার কারন আলো বায়ু কনা, জলীয় বাষ্প, ধূলিকনা

এবং অন্যান্য গ্যাসের সাথে সংঘর্ষ করে। অপটিক্যাল ফাইবারে ক্ষয় তুলনামূলকভাবে অনেক কম, ফলে সংকেত অনেক দূর পর্যন্ত প্রেরণ করা যায়।

২. বহিরাগত হস্তক্ষেপ কম: বায়ুমণ্ডলে আলো প্রেরণ করলে তা আবহাওয়া মেঘ, বৃষ্টি কুয়াশা এবং সূর্যালোকের মতো প্রাকৃতিক প্রভাবের কারণে বিকৃতি হতে পারে। কিন্তু অপটিক্যাল ফাইবার একটি সুরক্ষিত মাধ্যম হওয়ায় এই ধরনের সমস্যার মুখোমুখি হতে হয় না।

৩. উচ্চ গতি ও ব্যান্ডউইথ: অপটিক্যাল ফাইবারে আলোর সংকেত খুব উচ্চ গতি এবং বড় ব্যান্ডউইথে প্রেরণ করা যায়। এটি বায়ুমণ্ডলের মাধ্যমে আলো প্রেরণের তুলনায় অনেক কার্যকর।

৪. গোপনীয়তা এবং নিরাপত্তা: বায়ুমণ্ডলের মাধ্যমে আলো প্রেরণ করলে তা সহজেই হ্যাক করা বা আড়িপাতা সম্ভব। অপটিক্যাল ফাইবারে এই সমস্যা অনেক কম কারণ এটি একটি সিকিউর্ড মাধ্যম, যা আঘাত করা কঠিন।

৫. নির্ভরযোগ্যতা: অপটিক্যাল ফাইবার স্থিতিশীল এবং নির্ভরযোগ্য এটি দীর্ঘ সময় ধরে সংকেত সরবরাহ করতে পারে, যেখানে বায়ুমণ্ডলে প্রেরণ অবিচ্ছিন্ন নয়।

৬. দূরবর্তী যোগাযোগের উপযোগিতা:- দূরবর্তী যোগাযোগে অপটিক্যাল

ফাইবার বেশি কার্যকর। এটি সিগন্যাল পুনরায় পরিবর্ধন ছাড়াই দীর্ঘ দূরত্ব অতিক্রম করতে পারে।

৭. দিকনির্দেশনা নিয়ন্ত্রণ: অপটিক্যাল ফাইবারে আলোর গতিপথ নিয়ন্ত্রণ করা সহজ, কারণ ফাইবারের কোরের অভ্যন্তরে আলো সম্পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন ব্যবহার করে প্রেরিত হয়। কিন্তু বায়ুমণ্ডলে আলো অভিক্ষেপে দিক নির্দেশনা করা কঠিন।

পরিশেষে বলা যায় অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করলে আলোর প্রেরণ আরো দ্রুত নির্ভরযোগ্য এবং সুরক্ষিত হয়। তাই মনুলেখের আলোকে বায়ুমণ্ডলের প্রেরণের পরিবর্তে অপটিক্যাল ফাইবার ব্যবহার করা হয়।

প্রশ্ন-৮: অপটিক্যাল ফাইবারের গ্রহণযোগ্যতা কোণ ও সংখ্যাসূচক ছিদ্র কী?

সমাধান

গ্রহণযোগ্যতা কোণ: অপটিক্যাল ফাইবারের অক্ষের সাথে যে সর্বোচ্চ কোণে air-core অন্তঃতলে একটি আলোকরশ্মি আপতিত হলে অপটিক্যাল ফাইবার এর কোর বরাবর আলোক রশ্মিটি সঞ্চালিত হয় তাকে গ্রহণযোগ্যতার কোণ বা acceptance angle বলে।

সংখ্যাসূচক ছিদ্র:- অপটিক্যাল ফাইবারের সংখ্যাসূচক ছিদ্র বলতে বোঝায় একটি অপটিক্যাল ফাইবারের সেই ক্ষমতা, যার মাধ্যমে এটি আলো সংগ্রহ করতে এবং আলোক গাইড করতে সক্ষম হয়। এটি মূলত

ফাইবারের সংগ্রহ ক্ষমতা এবং আলোকে ফাইবার কোরের মধ্য দিয়ে পরিচালনার ক্ষমতার একটি পরিমাপক।

গানিতিকভাবে, সংখ্যাসূচক ছিদ্রে NA দ্বারা প্রকাশ করা হয়

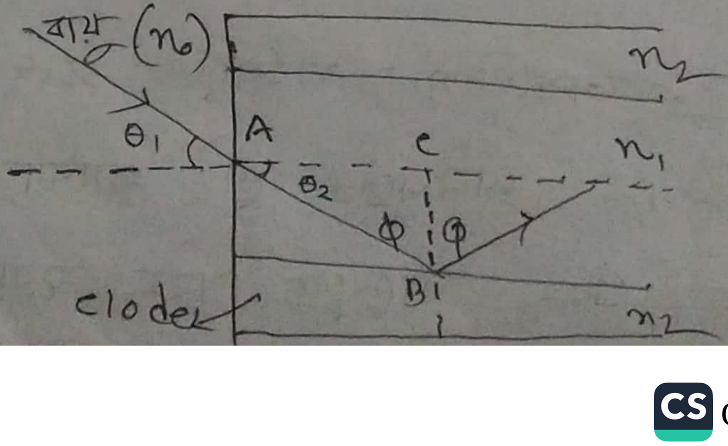
অর্থাৎ, $NA = \sqrt{n^2_{core} - n^2_{cladding}}$

Qn-9: দেখাও যে, একটি অপটিক্যাল ফাইবারের গ্রহণযোগ্যতা কোণ হবে $\theta_a = \sin^{-1}\left[\frac{\sqrt{n_1^2-n_2^2}}{n_0}\right]$ যেখানে, চিহ্নগুলো তাদের নিয়মিত অর্থ প্রকাশ করে।

সমাধান

অপটিক্যাল ফাইবারের রশ্মি বিশ্লেষণ এর মাধ্যমে acceptance angle অপটিক্যাল ফাইবারে সংশ্লিষ্ট তিনটি মাধ্যমে - যেমন - কোর, ক্লেডিং এবং বায়ুর প্রতিসরণ গুনাঙ্কের মধ্যে একটি সম্পর্ক বের করা যায়।

চিত্রে ফাইবার অক্ষের সাথে θ_1 কোণে ফাইবার কোরে এ একটি আপতিত রশ্মি প্রদর্শন করা হলো এবং এই θ_1 হলো ফাইবার এর acceptance angle θ_a এর চেয়ে কম। এই রশ্মিটি n প্রতিসরণ গুনাঙ্ক বিশিষ্ট বায়ু মাধ্যম থেকে ফাইবারে প্রবেশ করে এবং ফাইবার কোর এর প্রতিসরণ গুনাঙ্ক হলো n_1 যার ক্লেডিং এর প্রতিসরণ গুনাঙ্ক n_2 এর চেয়ে সামান্য বেশি।



চিত্রঃ Acceptance angle এর কম কোণ θ_1 নিয়ে একটি রশ্মি অপটিক্যাল ফাইবারে এ Launch করা হলো - অপটিক্যাল ফাইবারে meridional রশ্মি হিসেবে গমন করে।

ধরি অপটিক্যাল ফাইবারের প্রবেশ তলটি যথাক্রমে অক্ষের সাথে লম্ব এবং এক্ষেত্রে বায়ু কোর আন্তঃতলে প্রতিসরণ বিবেচনা করি এবং এখানে স্নেলের সূত্র বিবেচনা করি।

$$n_0 \sin\theta_1 = n_1 \sin\theta_2 \quad \text{--- (i)}$$

চিত্রানুযায়ী ABC কে একটি সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করে আমরা পাই,

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \theta_2 \quad \text{--- (ii)}$$

এখানে, ϕ হলো core-cladding অনুভূমে সংকট কোণের চেয়ে বড়। অতএব সমীকরণ (i) হতে

$$n_0 \sin\theta_1 = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$

$$\text{বা, } n_0 \sin\theta_1 = n_1 \cos\phi \quad \text{--- (iii)}$$

আবার আমরা জানি,

$$\cos\phi = (1 - \sin^2\phi)^{1/2}$$

তাহলে (iii) নং হতে পাই,

$$n_0 \sin\theta_1 = n_1 (1 - \sin^2\phi)^{1/2} \quad \text{——— (iv)}$$

যখন অভ্যন্তরীন প্রতিফলন বিবেচনা করা হয় তখন core-cladding অন্তঃতলে ϕ হবে সংকটকোণ। এখানে, θ_1 হবে আলোকরশ্মির জন্য acceptance angle θ_a এর সমান। অতএব (iv) নং থেকে লিখতে পারি,

$$n_0 \sin\theta_a = n_1 \left(1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\right)^{1/2}, \quad \left[\sin\phi = \frac{n_2}{n_1}\right]$$

বা, $n_0 \sin\theta_a = n_1 \left\{\frac{1}{n_1^2}(n_1^2 - n_2^2)\right\}^{1/2}$

বা, $n_0 \sin\theta_a = \frac{n_1}{n_1}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$

বা, $\sin\theta_a = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$

$\therefore$ $\theta_a = \sin^{-1}\left\{\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}\right\}$

দেখানো হলো

প্রশ্ন-২০: দেখাও যে, অপটিক্যাল ফাইবার ভ্রমণের সময় বস্তুগত বিচ্ছুরণ এর কারণে পালস সম্প্রসারণ

$$\Delta\tau_m = \frac{L\Delta\lambda_0}{\lambda_0 c}\left(\lambda_0^2 \frac{d^2n}{d\lambda_0^2}\right)$$

, যেখানে প্রতীকগুলো তাদের প্রচলিত অর্থ বহন করে?

সমাধান

তন্তুর মধ্যে দিয়ে বিভিন্ন রশ্মির সঞ্চালনের কাল বিভিন্ন হওয়ার দরুন আলোকীয় স্পন্দনের প্রশস্তকরণের বিষয় সম্পর্কে আমরা ~~জানি~~ জানি। এখন এখন বস্তুগত বিচ্ছুরণের বিষয় সংযোজিত হচ্ছে যা ঘটে, কারণ কোন আলোর উৎসের সুনির্দিষ্ট বর্ণালি প্রস্থ $\Delta\lambda_0$ থাকে এবং বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ বিভিন্ন গতিবেগে ভ্রমণ করে। বস্তুগত বিচ্ছুরণের বিষয় অনুধাবনের জন্য $n(\lambda_0)$ প্রতিসরাঙ্কযুক্ত সমসত্ত্বীয় মাধ্যমের কোন সমতল তরঙ্গের সঞ্চালনের বিষয় বিবেচনা করা যাক, এখানে, λ_0 শূন্য মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে সূচিত করে। এখন কোন সমতল তরঙ্গের জন্য আমরা পাই,

$$\psi(x,t) = e^{i(kx-\omega t)} \quad \text{---------- (i)}$$

যেখানে, k হলো তরঙ্গ সংখ্যা,

$$k = \frac{\omega n}{c} \quad \text{---------- (ii)}$$

যেখানে, ω হলো তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং c আলোর বেগ।

$$\Rightarrow v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

আমরা জানি, গ্রুপবেগ, $\frac{1}{v_g} = \frac{dk}{d\omega}$

$$= \frac{d}{d\omega}\left[\frac{\omega n}{c}\right]$$

বা, $\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\frac{d}{d\omega}(\omega n)$ [যেখানে, $n(\omega)$ এর অনুসারে]

$$\Rightarrow \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\left[n(\omega)\cdot\frac{d\omega}{d\omega} + \omega\cdot\frac{dn(\omega)}{d\omega}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\left[n(\omega) + \omega\frac{dn}{d\omega}\right] \quad \text{——— (iii)}$$

আবার, আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$$

$$\text{বা, } \frac{d\omega}{d\lambda_0} = \frac{d}{d\lambda_0}\left(\frac{2\pi c}{\lambda_0}\right)$$

$$= -1\cdot\frac{2\pi c}{\lambda_0^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{d\lambda_0} = -\frac{2\pi c}{\lambda_0^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\lambda_0}{d\omega} = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c}$$

কাজেই,
$$\frac{dn}{d\omega} = \frac{dn}{d\lambda_0}\cdot\frac{d\lambda_0}{d\omega}$$

$$= -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c}\cdot\frac{dn}{d\lambda_0}$$

এই মান সমীকরণ (iii) এ বসাই,

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\left[n(\lambda_0) + \frac{2\pi c}{\lambda_0}\cdot\left(-\frac{\lambda_0^2}{2\pi c}\right)\cdot\frac{dn}{d\lambda_0}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\left[n(\omega) - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}\right]$$

এখন তন্তুর L দৈর্ঘ্য অতিক্রমে যেকোন স্পন্দনের প্রয়োজনীয় সময়

$$\tau = \frac{L}{v_g} = L \cdot \frac{1}{v_g}$$

$$= \frac{L}{c}\left[n(\omega) - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}\right].$$

যদি আলোক উৎসকে বর্ণালি প্রস্থ $\Delta\lambda_0$ দ্বারা বৈশিষ্ট্যায়িত করা যায় তবে প্রতি তরঙ্গদৈর্ঘ্য উপাংশের জন্য তন্তু অতিক্রম কাল বিভিন্ন হবে এবং স্পন্দন বিস্তৃতির পরিমাণ হবে,

$$\Delta\tau = \frac{d\tau}{d\lambda_0} \cdot \Delta\lambda_0$$

$$= \Delta\lambda_0 \cdot \frac{d}{d\lambda_0} \cdot \frac{L}{c}\left[n(\omega) - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}\right]$$

$$= \frac{\Delta\lambda_0 L}{c} \cdot \left[0 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_0} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda_0^2}\right]$$

$$= -\frac{L\Delta\lambda_0}{\lambda_0 c} \cdot \left(\lambda_0^2 \frac{d^2 n}{d\lambda_0^2}\right)$$

সর্বোচ্চ পালস অপ্রসারণের জন্য (−) চিহ্ন অপসারণ করে পাই,

$$\therefore \Delta\tau_m = \frac{L\Delta\lambda_0}{\lambda_0 c} \cdot \left(\lambda_0^2 \frac{d^2 n}{d\lambda_0^2}\right)$$ (প্রমাণিত)

Chapter-4

প্রশ্ন-১: স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরণ এবং উদ্দীপিত নিঃসরণের মধ্যে তুলনা কর?

সমাধান

স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরণ এবং উদ্দীপিত নিঃসরণ হলো কোয়ান্টাম মেকানিক্সের গুরুত্বপূর্ণ প্রক্রিয়া, যা আলোক এবং লেজার প্রযুক্তিতে ব্যবহৃত হয়। তাদের মধ্যে প্রধান পার্থক্যগুলো হলো:-

বৈশিষ্ট্য	স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরণ	উদ্দীপিত নিঃসরণ
প্রকৃতি	এটি একটি প্রাকৃতিক প্রক্রিয়া।	এটি বাহ্যিক ফোটনের প্রভাবে সংঘটিত হয়।
শক্তি মুক্তির কারণ	পরমাণু বা অণুর উত্তেজিত অবস্থান থেকে স্থিতিশীল অবস্থায় আসে।	বাহ্যিক ফোটন দ্বারা উত্তেজিত অবস্থা থেকে শক্তি মুক্তি হয়।
ফোটনের ধর্ম	মুক্তি পাওয়া ফোটনগুলি পরস্পরের সাথে অসংগঠিত অবস্থায় থাকে।	মুক্তি পাওয়া ফোটনগুলি একই ফেজ, দিক এবং শক্তির হয়ে থাকে।
উদাহরণ	সূর্যের আলো বা তাপদাহ থেকে আসা আলো থেকে।	লেজারে আলো থেকে
নিয়ন্ত্রণ যোগ্যতা	এটি স্বতঃস্ফূর্ত তাই নিয়ন্ত্রণ করা যায় না।	বাহ্যিক ফোটনের মাধ্যমে নিয়ন্ত্রণ করা যায়।
কার্যকারিতা	কম কার্যকর।	উচ্চ কার্যকর।

প্র-২: লেজার অসিলেশন এর ক্ষেত্রে ক্রান্তি পপুলেশন ইনভারশনের অভিব্যক্তি বের কর?

সমাধান

একটি active material ও দুটি দর্পন M_1 ও M_2 সহ একটি Laser এর একটি ব্লক চিত্র প্রদর্শন করা হলো। ধরি R_1 ও R_2 যথাক্রমে দর্পন অপচয়ের M_1 ও M_2 এর reflectives হয় এবং L_i হলো Internal loss.

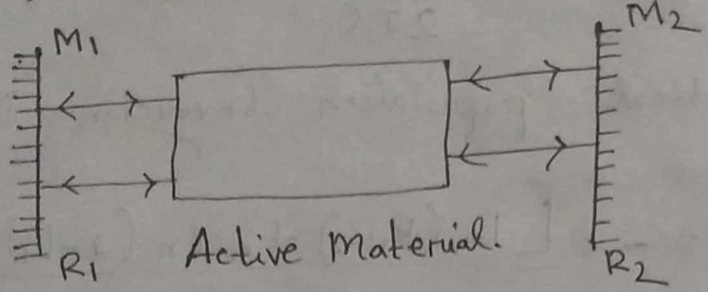


Fig: losses অপচয়ের ব্লক চিত্র।

এই Cavity এর মধ্যে দিয়ে e.m wave একটি round trip এর জন্য net gain হলো $$G' = GR_1R_2(1-L_i)^2$$

এখানে, $$G = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} = \frac{F_o}{F_i}$$

$$= e^{2\sigma\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)l} \quad \text{———— (i)}$$

স্থিরবস্থায় একটি অপচয় বানাতে Cupling mirrors দ্বারা সৃষ্ট output loss কে round trip gain দ্বারা compensate করা হয়। অর্থাৎ এক্ষেত্রে population inversion একটি সংকট মানে পৌঁছাতে যার জন্য নিম্নের শর্তটি সিদ্ধ করতে।

$$G' = GR_1R_2(1-L_i)^2 = 1$$

এখানে (i) নং ব্যবহার করে পাই,

$$e^{2\sigma\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)l} \cdot R_1R_2(1-L_i)^2 = 1$$

বা, $e^{2\sigma\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)l} = \frac{1}{R_1R_2(1-L_i)^2}$

বা, $2\sigma\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)l = \ln 1 - \ln\left[R_1R_2(1-L_i)^2\right]$

$$= 0 - \ln(R_1R_2) - \ln(1-L_i)^2$$

বা, $N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1 = \frac{-\ln(R_1R_2) - 2\ln(1-L_i)}{2\sigma l}$

এই বামপাশের critical population Inversion N_c বলা হয়। অর্থাৎ

$$N_c = -\frac{\left[\ln(R_1R_2) + 2\ln(1-L_i)\right]}{2\sigma l}$$

ইহাই হলো ক্রান্তি পপুলেশন ইনভারশনের অভিব্যক্তি।

এখন logarithmic loss নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত করি,

$$\gamma_1 = -\ln R_1 \quad \text{এবং} \quad \gamma_2 = -\ln R_2$$

γ_1 = দর্পণ 1 এর মধ্যে

γ_2 = দর্পণ 2 এর মধ্যে

অতএব, $\gamma_i = -\ln(1-L_i)$ হলে,

$$N_c = -\frac{\left[\ln R_1 + \ln R_2 + 2\ln(1-L_i)\right]}{2\sigma l}$$

$$= \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + 2\gamma_i}{2\sigma l}$$

$$= \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2\sigma l} + \frac{2\gamma_i}{2\sigma l}$$

$$\therefore N_c = \frac{\gamma_i + \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}}{\sigma l}$$

প্রশ্ন-3: যে সকল বৈশিষ্ট্যের কারণে সাধারণ আলো হতে লেজার আলো ভিন্ন সেগুলো বর্ণনা কর?

সমাধান

লেজার আলো সাধারণ আলো থেকে বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যে ভিন্ন। এই বৈশিষ্ট্যগুলো হলো:-

১. একবর্ণতা: লেজার আলো অত্যন্ত একবর্ণতা অর্থাৎ এটি একটি নির্দিষ্ট বর্ণের আলোকরশ্মি। সাধারণ আলোর মধ্যে বিভিন্ন বর্ণ মিশ্রিত থাকে। যেহেতু দুটি দর্পণের মধ্যে থেকে অনুনাদক গহ্বর তৈরি হয়, তাই শুধুমাত্র অনুনাদকের অনুনাদ কম্পাঙ্কগুলোই দোলন বা স্পন্দন সংঘটিত হয়।

২. সুসংগতা: লেজার আলোর তরঙ্গগুলো পরস্পরের সাথে ধাপে ধাপে সামঞ্জস্যপূর্ণ থাকে। এটি স্থানিক ও কালিক উভয় সুসংগতা প্রদর্শন করে। সাধারণ আলোতে এই সুসংগতা থাকে না।

৩. দিকবর্তিতা: লেজার আলো নির্দিষ্ট একটি দিক বরাবর প্রবাহিত হয় কিন্তু সাধারণ আলো সমস্ত দিকে ছড়িয়ে পড়ে।

৪. উজ্জ্বলতা: আলোকমিতিক কোন উৎসের উজ্জ্বলতা বলতে উৎসের পৃষ্ঠতলের একক ক্ষেত্রফল হতে প্রতি একক ঘনকোণের মধ্য দিয়ে নির্গত ক্ষমতাকে বোঝায়। একটি লেজার উৎস এমনকি মাঝারি ক্ষমতা সম্পন্ন উৎসের যে উজ্জ্বলতা থাকে তারা মানের কমো প্রচলিত উৎসের তুলনায় অধিক হয়। লেজার রশ্মির উচ্চমানের দিকবর্তিতার কারণে এমনটি হয়।

৫. সমান্তরালতা:- লেজার রশ্মি খুবই সমান্তরাল, যার ফলে এটি অনেক

দূর পর্যন্ত প্রায় বিচ্যুতি ছাড়াই যেতে পারে। কিন্তু সাধারণ আলো সমান্তরাল না হয়ে বিভিন্ন দিকে ছড়িয়ে পড়ে।

৫. উচ্চ তীব্রতা :- লেজার আলো একটি খুব সংকীর্ণ রশ্মিতে কেন্দ্রীভূত থাকে, যার ফলে এটি খুব উচ্চ তীব্রতা প্রদর্শন করে। সাধারণ আলোর তীব্রতা তুলনামূলকভাবে অনেক কম হয়।

প্র-৫:- পপুলেশন ইনভারশন কী? 2-স্তরের সিস্টেমে পপুলেশন ইনভারশন অর্জন করা কি সম্ভব? তোমার উত্তরের ব্যাখ্যা দাও।

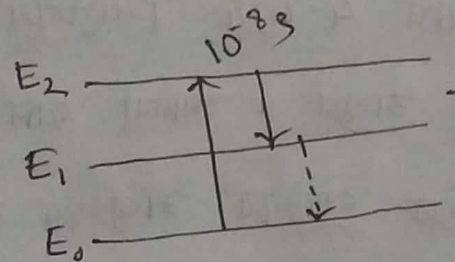
সমাধান

জনসংখ্যা বৈপরীত্য বা Population Inversion:- তাপীয় সাম্যাবস্থায় উত্তেজিত অবস্থার জনসংখ্যা কোন ক্রমেই নিম্নতর অবস্থার চেয়ে বেশি হতে পারে না। অথচ উদ্দিপিত নিঃসরন বা আলোকের বিবর্ধনের জন্য অসাম্য বন্টন সৃষ্টি করা দরকার, যেন উচ্চতর শক্তিস্তরের জনসংখ্যা ~~নিম্নতর~~ অপেক্ষা অধিক হয়। আর এটি সংঘটনের কৌশলকেই জনসংখ্যা বৈপরীত্য বলা হয়।

দ্বিতীয় স্তরের সিস্টেমে হলো একটি সরল সিস্টেম যেখানে দুটি শক্তিস্তর থাকে: ১. নিম্ন শক্তিস্তর ও (২) উচ্চ শক্তিস্তর। দ্বিতীয় স্তরের সিস্টেমে পপুলেশন ইনভারশন সম্ভব নয় কারন:।

দুটি স্তরের মধ্যে স্থায়ী অবস্থা পৌঁছানোর ~~সময়~~ সময়, উভয় স্তরে পার্টিকেলের সংখ্যা সমতা করতে চায়। সাধারণত নিম্ন শক্তিস্তরে পার্টিকেলের সংখ্যা সবসময় বেশি থাকে। উচ্চ স্তরে থাকা পার্টিকেলের গুলি খুব সহজেই স্টিমুলেটেড বা স্পন্টেনিয়াস ইমিশনের

মাধ্যমে নিম্ন স্তরের চলে যায়। ফলে উচ্চ স্তরে পর্যাপ্ত সংখ্যক পার্টিকেল ধরে রাখা কঠিন। অ্যাবসর্পশন এবং এমিশনের রেট সমান হলে, উচ্চ স্তরে পার্টিকেলের সংখ্যা সর্বোচ্চ নিম্ন স্তরের সংখ্যায় সমান হতে পারে, তবে তা কখনোই বেশি হতে পারে না। সাধারণত ভূমি অবস্থায় E_0 থেকে উচ্চতর শক্তিস্তর E_2 তে শোষণ করা স্থানান্তরিত হয়। প্রায় 10^{-8} সেকেন্ডের মধ্যে এই পরমাণুগুলো E_2 শক্তিস্তরে থেকে স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরণের মাধ্যমে অন্য একটি শক্তিস্তর যা মেটাস্থায়ী E_1 শক্তিস্তরে স্থানান্তরিত হয়ে সমতা বজায় রাখে। যা হয় শক্তিস্তরে এই E_1 শক্তিস্তর থাকে না যায় ফলে পপুলেশন ইনভারশন সম্ভব হয়না।



পরিশেষে বলা যায় দ্বিতীয় স্তরের সিস্টেমে পপুলেশন ইনভারশন অর্জন সম্ভব নয় কারণ এ সিস্টেমে শক্তি স্তরগুলির মধ্যে সমতা বজায় রাখার প্রক্রিয়া এবং এমিশন মেকানিজম বাধা সৃষ্টি করে। পপুলেশন ইনভারশন অর্জনের জন্য কমপক্ষে তিনটি শক্তিস্তর প্রয়োজন, যেখানে মধ্যবর্তী স্তরটি ট্রানজিশন নিয়ন্ত্রণে সাহায্য করে।

Qn-5:- সক্রিয় পদার্থ বলতে কী বুঝ? চারস্তর ব্যবস্থায় উৎপন্ন ইনভারশন তিন-স্তর ব্যবস্থা থেকে সুবিধাজনক কেন?

সমাধান

সক্রিয় পদার্থ:- সক্রিয় পদার্থ বলতে এমন পদার্থকে বোঝায় যা রাসায়নিক

বিক্রিয়ায় অংশগ্রহন করতে অক্ষম এবং অহতে অন্য পদার্থের সাথে বিক্রিয়া করে। এগুলো সাধারনত অল্প শক্তিতে বিক্রিয়ায় অংশ নেয় এবং দ্রুত কোনো পরিবর্তন ঘটায়। অক্রিয় পদার্থ সাধারনত শক্তিশালী এবং দ্রুত প্রতিক্রিয়াশীল হয়।

আমরা জানি, 2-স্তরের সিস্টেমে পপুলেশন ইনভারশন সম্ভব নয়। 2য় স্তরের সিস্টেম থেকে লেজার উৎপন্ন হবে না।

আবার আমরা জানি, 3-স্তর এবং 4-স্তর সিস্টেম থেকে লেজার উৎপন্ন সম্ভব যেহেতু উভয় ক্ষেত্রেই পপুলেশন ইনভারশন ঘটে। কিন্তু 3-স্তর সিস্টেম এর তুলনায় 4-স্তর সিস্টেমে খুবই সহজে পপুলেশন ইনভারশন তৈরি করা সম্ভব। আমরা জানি উভয় 3-স্তর ও 4-স্তর সিস্টেমের বিভিন্ন শক্তিস্তর গুলোর মধ্যকার শক্তির পার্থক্য KT এর চেয়ে অনেক বেশি। Boltzmann সূত্রানুসারে আমরা দেখতে পাই যে, সাম্যাবস্থায় অধিক এটমই ভূমি অবস্থায় থাকে। যদি আমরা বিবেচনা করি পদার্থে এটমের ঘনত্ব হলো N_i -তাতে -3-স্তর এর ক্ষেত্রে প্রাথমিকভাবে অধিক এটমই level-1 আছে। ধরি এটমসমূহ level-1 এ আছে এবং এটম সমূহ level-1 থেকে level-3 এ উন্নীত হওয়া শুরু করল। তাহলে ইহারা level-2 এ পতিত করবে এবং যদি এই পতন খুবই দ্রুত হয় তখন level-3 কমবেশি খালি থাকবে। এবার আমরা বিবেচনা করি যে (সহজ বোঝার জন্য) দুটি লেভেলই Non-degenerate (অর্থাৎ $g_1 = g_2 = 1$ বা এক্ষেত্রে

ডিজেনারেসি অবস্থা বিদ্যমান। অতঃপর সমীকরণ

$$dF = \sigma_{21} F \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] dz$$

অনুসারে যখন $N_2 = N_1$ হবে তখন absorption lossers compensated হবে। এই যুক্তি থেকে আমরা বলতে পারি, যে পরবর্তি যে কোন এটমকে উত্তেজিত করা হলে তারা পপুলেশন ইনভারশন এ অবদান রাখবে। 4-level লেজার এর ক্ষেত্রে যেহেতু level-1 খালি থাকে যেকোন এটমকে level 2 এ উত্তেজিত করা হলে তারা সাথে সাথে পপুলেশন ইনভারশন প্রদান করবে। এই ব্যাখ্যা হতে আমরা বলতে পারি যে লেজার প্রোডাক্ট করার জন্য 3-level সিস্টেমের তুলনায় 4-level সিস্টেম তুলনামূলকভাবে বেশি সুবিধাজনক।

Qn-6: আইনস্টাইনের A এবং B সহগগুলো কী কী? A ও B সহগ গুলোর গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন কর?

সমাধান:

আইনস্টাইন A ও B সহগ বলতে বোঝানো হয় স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরণ এমিশন এবং স্টিমুলেটেড এমিশনের সাথে সম্পর্কিত কোয়ান্টাম সহগ। এগুলো 1917 সালে আইনস্টাইন তার কোয়ান্টাম থিওরি অফ রেডিয়েশন -এ প্রস্তাব করেছিলেন। A ও B মোট তিনটি সহগ রয়েছে A_{21}, B_{12} এবং B_{21}।

1. A_{21}: এটা হলো স্বতঃস্ফূর্ত এমিশন সহগ, যা নির্দেশ করে উচ্চতর শক্তিস্তর (E_2) থেকে নিম্নতর শক্তিস্তরে (E_1) স্বতঃস্ফূর্তভাবে ফোটন

নিঃসরণের হার। এর মান নির্ভর করে সিস্টেমের প্রকৃতি এবং ফোটনের ফ্রিকোয়েন্সির উপর।

2. B_{12}: এটা হলো স্টিমুলেটেড আবস শোষন অংশ, যা নির্দেশ করে একটি সিস্টেম কিভাবে একটি ফোটন শোষন করে এবং নিম্নতর শক্তিস্তর (E_1) থেকে উচ্চতর শক্তিস্তরে (E_2) যায়।

3. B_{21}: এটা হলো স্টিমুলেটেড নিঃসরন অংশ, যা নির্দেশ করে উচ্চতর শক্তিস্তর (E_2) থেকে নিম্নতর শক্তিস্তর (E_1) স্টিমুলেটেড ফোটন নিঃসরনের হার।

রাশিমালা প্রতিপাদনঃ- আইনস্টাইন A ও B রাশিমালা বের করার জন্য সম্পূর্ণরূপে তাপগতীয় পদ্ধতিটি ব্যবহার করি। আইনস্টাইনের পদ্ধতি অনুসারে কার্যকর পদার্থটিকে একটি T তাপমাত্রার দেয়াল বিশিষ্ট কৃষ্ণবস্তুর মধ্যে স্থাপন করা হয়। এবার যখন তাপগতীয় সাম্যবস্থায় উপনীত হয় তখন নিম্নরূপে একটি e.m শক্তি ঘনত্ব এর জন্য প্লাঙ্কের কৃষ্ণবস্তুর সূত্রটি পাওয়া যায়:-

$$\rho_{\nu_0} = \frac{8\pi\nu_0^2}{c_R^3} \cdot \frac{h\nu_0}{e^{h\nu/kT}-1} \quad \text{——— (i)}$$

এ অবস্থায় বস্তুটি স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরন, উদ্দিপিত নিঃসরন ও শোষন প্রক্রিয়ার অধীনে হবে। যেহেতু সিস্টেম তাপগতীয় সাম্যবস্থায় রয়েছে তাই স্তর-1 হতে স্তর-2 তে প্রতি সেকেন্ডে স্থানান্তর সংখ্যা অবশ্যই স্তর-2 থেকে স্তর-1 তে প্রতি সেকেন্ডে

ভমানান্তর সংখ্যার সমান হবে। আমরা পাই,

$$W_{21} = B_{21}\rho_{\nu_0} \quad \text{———} \quad (2a)$$

$$W_{12} = B_{12}\rho_{\nu_0} \quad \text{———} \quad (2b)$$

যখন B_{21} ও B_{12} হলো ধ্রুব সহগ। এদের আইনস্টাইনের B সহগ বলে। যদি সাম্যবস্থায় 1 ও 2- স্তরের জনসংখ্যা যথাক্রমে N_1^e ও N_2^e হয়, তাহলে আমরা লিখতে পারি,

$$AN_2^e + B_{21}\rho_{\nu_0}N_2^e = B_{12}\rho_{\nu_0}N_1^e \quad \text{———} \quad (3)$$

বোল্টজম্যান পরিসংখ্যান থেকে, আমরা জানি,

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \quad \text{———} \quad (4)$$

তাহলে সমীকরণ (3) নং হতে পাই,

$$B_{12}\rho_{\nu_0}N_1^e - B_{21}\rho_{\nu_0}N_2^e = AN_2^e$$

$$\text{বা, } \rho_{\nu_0}B_{21}N_2^e\left[\frac{B_{12}N_1^e}{B_{21}N_2^e} - 1\right] = AN_2^e$$

কিন্তু $N_2^e = N_1^e e^{-h\nu_0/kT}$

বা, $\frac{N_1^e}{N_2^e} = e^{h\nu_0/kT}$ এবং $B_{21} = B_{12} = B$ বিবেচনা করি।

কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণের জন্য B_{21} ও B_{12} সমান হয়।

তাহলে আমরা পাই, $\rho_{\nu_0}B\left[\frac{N_1^e}{N_2^e} - 1\right] = A$

$$\text{বা, } \rho_{\nu_0}\left[e^{h\nu_0/kT} - 1\right] = \frac{A}{B} \quad \text{———} \quad (5)$$

এখন সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$\rho_{\nu_0}\left[e^{h\nu/KT}-1\right]=\frac{8\pi h\nu_0^3}{C_n^3}$$

বা, $$\rho_{\nu_0}\left[e^{h\nu/KT}-1\right]=\frac{8\pi h\nu_0^3 n^3}{c^3}$$

এই মানগুলো (5) নং এ বসাই,

$$\frac{A}{B}=\frac{8\pi h\nu_0^3 n^3}{c^3} \quad \text{——} (6)$$

যদি কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণের কারণে শোষণ ও উদ্দীপিত নিঃসরণ সম্ভাব্যতা পরস্পর সমান। এবং যদি B জানা থাকে তাহলে সহজে A সহজে নির্ণয় করা যায়।

কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণের জন্য ধরা যাক ν এবং $(\nu+d\nu)$ এর মধ্যে বিকিরণের শক্তি ঘনত্ব হলো $\rho_\nu d\nu$। $\rho_\nu d\nu$ এর পরিবর্তে ρ বসিয়ে সময় নির্ভর বিচলন তত্ত্ব ব্যবহার করে পাই, $\nu=\nu_0$ এ

$$W=\frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0 h^2}|\mu|^2\rho_{\nu_0} \quad \text{——} (7)$$

এই (7) কে (2a) এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$B=\frac{2\pi^2|\mu|^2}{3n^2\varepsilon_0 h^2} \quad \text{——} (8)$$

সমীকরণ (8) এর মানকে (6) নং এ ব্যবহার করে পাই,

$$A=\frac{8\pi h\nu_0^3 n^3}{c^3}\times B$$

$$A = \frac{8\pi h \nu_0^3 n^3}{c^3} \times \frac{2\pi^2 |\mu|^2}{2n^2 \varepsilon_0 h^2}$$

$$\therefore A = \frac{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2}{3h\varepsilon_0 c^3} \text{ ——— } (9)$$

সমীকরণ (8) এবং (9) কে বলা হয় আইনস্টাইন সহগ।

Qn-7:- 27°c তাপমাত্রায় তাপীয় সাম্যবস্থায় নির্দিষ্ট উপরের লেভেলের ক্ষেত্রে লেভেল পপুলেশন এর অনুপাত $\frac{N_2}{N_1}$ এর মান $\frac{1}{e}$, এই অবস্থায় এর জন্য কম্পাঙ্ক ν নির্ণয় কর?

সমাধান

আমরা জানি,

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(E_2-E_1)/kT}$$

সাম্যবস্থায় $g_1 = g_2$ হয় তাহলে,

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = e^{-(E_2-E_1)/kT}$$

বা, $\frac{1}{e} = e^{-h\nu/kT}$

বা, $\log_e e = \log_e e^{h\nu/kT}$ [ln নিয়ে]

দেওয়া আছে,

পপুলেশন লেভেল এর অনুপাত

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = \frac{1}{e}$$

তাপমাত্রা $T = 27°c$

$= (27+273)k$

$= 300k$

$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.S

$k = 1.38 \times 10^{-23}$ JK^{-1}

বা, $1 = \frac{h\nu}{kT}$

বা, $\nu = \frac{kT}{h} = \frac{300 \times 1.38 \times 10^{-23}}{6.63 \times 10^{-34}}$

$= 6.24 \times 10^{12}$ Ans

CamScanner

প্র-৪: একটি একক মোড Nd:YAG লেজার ($\lambda = 1064\,nm$) এর $5.5\times10^{-9}\,m$ ব্যান্ডউইথ পাওয়া গেল এর কোহিরেন্স দৈর্ঘ্যের আসন্ন মান গণনা কর?

সমাধান

দেওয়া আছে, মূল তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 1064\,nm$

$= 1064\times10^{-9}\,m$

$= 1.064\times10^{-6}\,m$

এবং ব্যান্ডউইথ $\Delta\lambda = 5.5\times10^{-9}\,m$

এখন কোহেরেন্স দৈর্ঘ্য $L_c = ?$

আমরা জানি,

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$= \frac{(1.064\times10^{-6})^2}{5.5\times10^{-9}}$$

$$= 2.058\times10^{-4}\,m$$

$$= 20.58\,cm$$

Ans

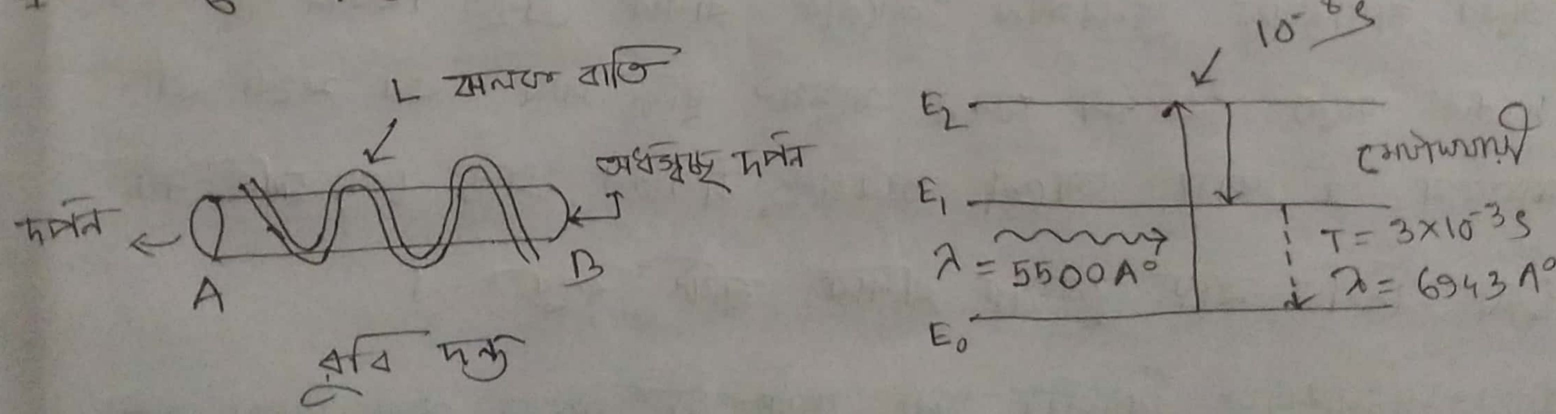
প্র-৫: শক্তিস্তর চিত্রের আশ্রয়ে রুবি লেজারের কার্যনীতি বর্ণনা কর?

সমাধান

রুবি হলো কঠিন অবস্থা লেজারের গোত্রভুক্ত। রুবি হলো Al_2O_3 এর একটি ক্রিস্টাল। এতে কিছু Al^{+3} আয়নের স্থানে Cr^{+2} আয়ন যুক্ত থাকে। এই ক্রোমিয়াম পরমাণুগুলোর শক্তিস্তর চিত্রে দেখানো হয়েছে। চিত্রে প্রদর্শিত তিনটি স্তরের মধ্যে প্রথম উত্তেজিত স্তর E_1 হলো একটি মেটাস্থায়ী স্তর যার অর্ধায়ু $3\times10^{-3}\,s$। E_2 শক্তিস্তর একটি সাধারণ উত্তেজিত স্তর যার অর্ধায়ু প্রায় $10^{-8}\,s$.

রুবি লেসারের কার্যপদ্ধতি বর্ননার জন্য ধরা যাক একটি রুবি দন্ড AB যার দৈর্ঘ্য 4 cm এবং ব্যাসার্ধ 5 cm। এর A প্রান্তে একটি সমতল দর্পন ও B প্রান্তে একটি অর্ধস্বচ্ছ দর্পন যুক্ত করুন। রুবির অভ্যন্তরে উৎপন্ন আলোকরশ্মি A প্রতিফলিত হয়ে B প্রান্ত হতে কিছু অংশ (1%) বেরিয়ে আসতে পারে। রুবি দন্ডকে একটি কুন্ডলী আকৃতির জেনন ঝলক বাতি L-এর মধ্যে রাখা হয়। বাতিটি তড়িৎ শক্তি সরবরাহের ব্যবস্থা থাকে এবং G থেকে 5500A° তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো পাওয়া যায়।

ঝলক বাতি থেকে উৎপন্ন 5500A° তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো দ্বারা উদ্ভাসিত করলে রুবি দন্ডের মধ্যে ক্রোমিয়াম পরমানুগুলোর একটা বৃহৎ অংশ এই আলোর ফোটন কনাগুলো শোষন করে ভূমি অবস্থা E_0 থেকে উচ্চতর শক্তিস্তর E_2-তে স্থানান্তরিত হয়। প্রায় 10^{-8} সেকেন্ডের মধ্যে এই পরমানুগুলো E_2 শক্তিস্তরে থেকে স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরন এর মাধ্যমে মেটাস্থায়ী E_1 শক্তিস্তরে স্থানান্তরিত হয়।



চিত্র: রুবি লেসার।

মেটাস্থায়ী E_1 শক্তিস্তর হতে ভূমিস্তর স্থানান্তরের ফলে 6943A° তরঙ্গদৈর্ঘ্যের লাল আলো নির্গত হয়। যে কোন একটি ক্রোমিয়াম পরমানু থেকে

নিঃসৃত এরূপ একটি ফোটন E_1 শক্তিস্তরের ক্রোমিয়াম পরমাণু থেকে অনুরূপ একটি ফোটনের নিঃসরণকে উদ্দীপিত করে। ফলে আপতিত ও নিঃসৃত ফোটন মিলে দুটি দশা সুসংগত ফোটন নির্গত হয় যা আবার দুটি পরমাণুকে উদ্দীপিত করে (2+2) = 4টি দশা সুসংগত ফোটনের নিঃসরণ ঘটায়। এভাবে বহু সংখ্যক দশা সুসংগত ফোটন সৃষ্টি আলোর বিবর্ধন ঘটায়।

রুবি লেজারের ক্ষেত্রে রুবি দন্ডের দুই প্রান্তের দর্পনদ্বয়ে বার বার প্রতিফলনের দরুন নিঃসৃত 6943 A° তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোক রশ্মি দন্ডের মধ্যে অনেক দীর্ঘ পথ অতিক্রম করে। ফলত রশ্মির ক্রোমিয়াম অন্তর্গত ফোটনসমূহের অন্যান্য মেটাস্টেবল স্তরে উন্নীত ক্রোমিয়াম পরমাণুর সাথে মিথস্ক্রিয়া করার সম্ভাব্যতা অনেক বৃদ্ধি পায়। শুধুমাত্র সমান্তরাল দর্পনদ্বয়ে অভিলম্বভাবে আপতিত রশ্মিগুলোই এভাবে বার বার প্রতিফলনের সুযোগ পাই। ফলে রুবি দন্ডের অক্ষের সমান্তরালে ভ্রমনশীল আলোক রশ্মির প্রভূত বিবর্ধন ঘটে এবং দন্ডের মধ্যে বিকিরণ ঘনত্ব যথেষ্ট বৃদ্ধি পায়। এর মধ্যে প্রায় শতকরা 1 ভাগ আলো অর্ধস্বচ্ছ দর্পনের প্রান্ত ভেদ রুবি দন্ড থেকে নির্গত হয়ে লেজার রশ্মির সৃষ্টি করে।

প্রশ্ন-10:- আলোক বিবর্ধনের জন্য মেটাস্টেবল স্তরের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

আলোক বিবর্ধন হল এমন একটি প্রক্রিয়া যেখানে আলোর শক্তি বৃদ্ধি পায়, এবং এই প্রক্রিয়াটি লেজার এর মূল ভিত্তি। আলোক বিবর্ধনের জন্য মেটাস্টেবল স্তর খুবই গুরুত্বপূর্ন। এই স্তরটি একটি

মধ্যবর্তি শক্তিস্তর যা আলোকে বিবর্ধিত করতে সহায়তা করে। নিচে মেটাস্তরের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করা হলো:

১. ইলেকট্রনের স্থায়ীত্ব বৃদ্ধি: মেটাস্থায়ী স্তর হলো একটি উচ্চ শক্তির স্তর যেখানে ইলেকট্রন স্বাভাবিকের তুলনায় দীর্ঘ সময় ধরে থাকে। এই স্থায়িত্বের ফলে পর্যাপ্ত সংখ্যক ইলেকট্রন একই সাথে উত্তেজিত অবস্থায় থাকতে পারে। যদি মেটাস্থায়ী স্তর না থাকে, তাহলে ইলেকট্রন দ্রুত নিম্ন শক্তি স্তরে ফিরে আসবে এবং আলোর উদ্দিপিত বিকিরণ কার্যকর হবে না।

২. Population Inversion:- মেটাস্তরে দীর্ঘ সময় ধরে ইলেকট্রন ধরে রাখার কারণে, জনসংখ্যার উল্টাপ্রবাহ তৈরি করা সম্ভব হয়। এর মানে উচ্চ শক্তিস্তরে ইলেকট্রনের সংখ্যা নিম্ন শক্তি স্তরের তুলনায় বেশি থাকে। এই অবস্থাটি আলোক বিবর্ধনের জন্য অপরিহার্য কারন এটি উদ্দিপিত বিকিরণকে প্রভাবিত করে।

৩. আলোক বিকিরণ প্রক্রিয়া:- মেটাস্তরে ইলেকট্রন ধীরে ধীরে নিচের শক্তিস্তরে ফিরে আসে, যেখানে উদ্দিপিত বিকিরণের মাধ্যমে আলোক শক্তি উৎপন্ন হয়। উদ্দিপিত বিকিরণ সুনির্দিষ্ট ফেজ এবং তরঙ্গদৈর্ঘের আলো তৈরি করে যা লেজার আলোর মূল বৈশিষ্ট্য।

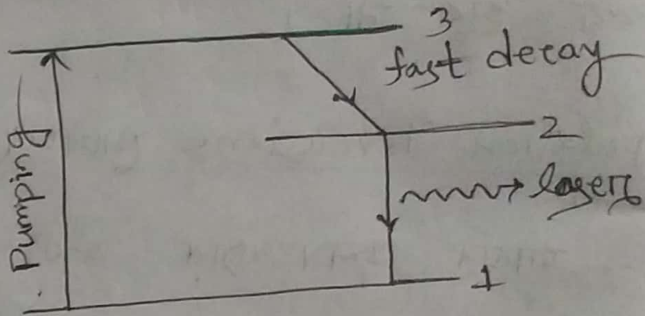
৪. শক্তি ক্ষতি কমানো:- মেটাস্থায়ী স্তরে ইলেকট্রনের দীর্ঘস্থায়ী অবস্থান শক্তির অপচয় কমিয়ে আনে এবং আলোর সুনির্দিষ্ট দিক নির্ধারন করে।

পরিশেষে বলা যায় মেটাস্টেবল স্তর ছাড়া আলোক বিবর্ধন সম্ভব নয় কারণ প্রতি ইলেকট্রনের স্থায়িত্ব, জনসংখ্যার উল্টোপ্রবাহ ~~স্থায়িত্ব~~ এবং সুনির্দিষ্ট আলোর বিকিরণ নিশ্চিত করে। এই স্তরের মাধ্যমে লেজার তৈরি করা সম্ভব হয় যা আধুনিক প্রযুক্তিতে বিস্তৃত ব্যবহৃত হয়।

Qn-11: 3-স্তরের লেজার ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

চিত্রানুযায়ী ৩য়-স্তরের লেজার এর ক্ষেত্রে লেসন একভাবে উৎস অনুসরণে ভূমি স্তরে থেকে ৩য় স্তরে আনায়ন করা হয়। যদি পদার্থটি এমন হয় যে একটি উৎস ৩য়-স্তরে যাওয়ার পর ইহা দ্রুত ২য় স্তরে পতিত হয় এবং তখন স্তর দুই এবং এক এর মধ্যে পপুলেশন ইনভার্শন পাওয়া যায়।

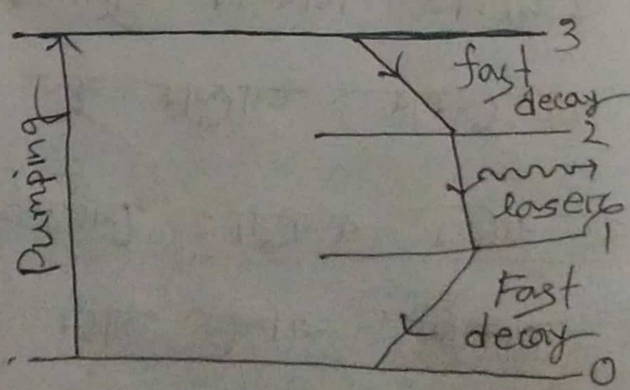


চিত্র: ৩য় স্তরের লেজার।

Qn-12: চতুর্থ-স্তর লেজার ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

চিত্রানুযায়ী চতুর্থ-স্তরের লেজার এর ক্ষেত্রে উৎস অনুসরণে পুনরায় ভূমিস্তর থেকে উচ্চতর স্তর 3-এ আনয়ন করা হয়। সুবিধার জন্য



4- স্তরের এর ক্ষেত্রে ভূমিস্তরকে 0- স্তর বলে অভিহিত করায়। যদি অতঃপর ইলেকট্রন সমূহ দ্রুত 2য় স্তরে পতন হয়ে পুনরায় স্তর 2 ও 3 এর মধ্যে Population Inversion অর্জন করে যেতে পারে। যেইমাত্র এই ধরনের 2য়- স্তরের স্পন্দন শুরু হয় তখন ইলেকট্রন সমূহ স্তর 1- এ স্থানান্তরিত হয় এবং ইহা উদ্দীপিত নিঃসরন সমূহ এর মাধ্যমে ঘটে। অতএব অবিচ্ছিন্ন তরঙ্গ অপারেশন এর জন্য প্রয়োজনীয় স্থানান্তর $1 \to 0$ হতে খুব দ্রুত।

Qn-13: লেজারের বেলায় পরমানুর মৌলিক নিঃসরন ও শোষন প্রক্রিয়া গুলো কি কি? ব্যাখ্যা কর?

সমাধান

পরমানুর মৌলিক নিঃসরন ও শোষন প্রক্রিয়াগুলো তিনটি লেজারের ক্ষেত্রে প্রধান ধাপে বিভক্ত করা যায়:-

1. শোষন:- যখন একটি পরমানু বা অনু স্থিতিশীল (নিম্ন শক্তিস্তর) অবস্থায় থাকে এবং কোন ফোটন তার সাথে সংঘর্ষ করে যায় শক্তি $E = h\nu$ (যেখানে h হচ্ছে প্লাঙ্ক ধ্রুবক এবং ν হচ্ছে) ফোটনের কম্পাঙ্ক) তখন পরমানুটি ঐ ফোটন শোষন করতে পারে। এর ফলে পরমানুটি উত্তেজিত অবস্থায় উঠে যায়। উদাহরন স্বরূপ:-

$$E_1 + h\nu \longrightarrow E_2$$

2. স্বতঃস্ফূর্ত নিঃসরন: উত্তেজিত অবস্থায় যখন পরমানু স্থিতিশীল নয়। এটি স্বাভাবিকভাবে নির্দিষ্ট সময় পর আবার প্রাকৃত দিকে

ফিরে আসে। এ প্রক্রিয়ায় পরমাণু একটি ফোটন নিঃসরন করে। এই ফোটনের শক্তি উত্তেজিত এবং স্থিতিশীল অবস্থার শক্তি পার্থক্যের সমান হয়। এই ফোটনের দিক ও পর্যায় এলোমেলো হয়। উদাহরনস্বরূপঃ-

$$E_2 \to E_1 + h\nu$$

৩. উদ্দীপিত নিঃসরনঃ- এটি লেজারের জন্য সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ন প্রক্রিয়া। যখন উত্তেজিত অবস্থায় থাকা একটি পরমানুর উপর একই শক্তি ($h\nu$) সম্পন্ন আরেকটি ফোটন নিঃসরন করে। এই নতুন ফোটনটি আগের ফোটনের সাথে একই দিক দেয় এবং শক্তি ধারন করে। এর ফলে ফোটনের সংখ্যা বেড়ে যায়, যা লেজারের আলো উৎপন্ন করে। উদাহরনস্বরূপঃ-

$$E_2 + h\nu \longrightarrow E_1 + 2h\nu$$

প্রশ্ন-14ঃ- সচিত্রের চিত্রসহ ND : YAG লেজারের গঠন ও কার্যনীতি বর্ননা কর?

সমাধান

chapter-7

প্রশ্ন-১ঃ- MZI ম্যাট্রিক্স ব্যবহার করে দেখাও যে ম্যাক জেন্ডার ইন্টারফেরোমিটার কোয়ান্টাম নট গেটের সাথে তুলনা করা যায়?

সমাধান

ম্যাক জেন্ডার ইন্টারফেরোমিটার কোয়ান্টাম কম্পিউটেশনে প্রায়ই আলোচ্য হয়, কারন এটি কোয়ান্টাম গেটের মতোই একটি কার্য প্রনালিতে কাজ করতে পারে। এর মাধ্যমে কিভাবে কোয়ান্টাম NOT গেটের সমতুল্য ফাংশন বাস্তবায়ন করা যায় তা দেখাতে আমরা MZI ম্যাট্রিক্স ব্যবহার করব।

ম্যাক জেন্ডার ইন্টারফেরোমিটার এর মূল কাঠামো:-

1. Beam splitters (BS): দুইটি বিম স্প্লিটার ব্যবহৃত হয়, যা কোয়ান্টাম সুপারপজিশন তৈরি করতে সাহায্য করে। বিম স্প্লিটারকে লিখা যায়:

$$BS = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

2. Phase shifter (PS):- একটি ফেজ শিফটার ব্যবহৃত হয়, যা কোয়ান্টাম সুপারপজিশন তৈরি করতে সাহায্য করে। PS কে লিখা যায়,

$$PS(\phi) = \begin{bmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

যদি $\phi = \pi$ হয় তাহলে

$$PS(\pi) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

কোয়ান্টাম নট গেট:- কোয়ান্টাম NOT গেট একটি কিউবিটের অবস্থা $|0\rangle$ থেকে $|1\rangle$ এবং $|1\rangle$ থেকে $|0\rangle$ এর রূপান্তর করে। উক্ত

ম্যাট্রিক্স-এর মাধ্যমে লিখলে পাওয়া যায়:-

$$NOT = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

আবার, ম্যাক জেন্ডার ইন্টার ফেরোমিটার একটি কোয়ান্টাম সিস্টেমের ইনপুট কে প্রসেস করে আউটপুট প্রদান করে। এর জন্য আমরা দুটি বিম স্প্লিটার এবং একটি ফেজ শিফটার ব্যবহার করি,

অর্থাৎ,
$$MZI = BS \cdot PS(\phi) \cdot BS$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

যা কোয়ান্টাম NOT গেটের সমতুল্য রূপ তৈরি করে। সুতরাং, শিফট ফেজ এবং বিম স্প্লিটার ব্যবহার করে ম্যাক জেন্ডার ইন্টারফেরোমিটারকে কোয়ান্টাম NOT গেটের সমতুল্য বিবেচনা করা যায়।

প্রশ্ন-2: কোয়ান্টাম NOT লজিক গেট বর্ণনা কর?

সমাধান

NOT কোয়ান্টাম লজিক গেট (যাকে কোয়ান্টাম কম্পিউটিং-এ Pauli-x গেট বলা হয়) হলো একটি মৌলিক কোয়ান্টাম লজিক গেট যা একটি কিউবিটের অবস্থা পরিবর্তন করে। এটি ক্লাসিক্যাল NOT গেটের সমতুল্য, তবে কোয়ান্টাম প্রক্রিয়ায় এটি কিউবিটের অবস্থা উল্টে দেয়।

NOT গেট কিউবিটের অবস্থা $|0\rangle$ থেকে $|1\rangle$ এবং $|1\rangle$ থেকে $\langle 0\rangle$ - তে পরিবর্তন করে। তবে কোয়ান্টাম সুপারপজিশনকে পরিবর্তন করে।

NOT গেট বা Pauli-X গেটের জন্য ইউনিটারি ম্যাট্রিক্স হবে:-

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

যদি ইনপুট $|0\rangle$ হয় তাহলে আউটপুট $|1\rangle$ হবে এবং ইনপুট $|1\rangle$ হলে আউটপুট $-|0\rangle$ হবে। যদি কিউবিট সুপারপজিশনে থাকে তাহলে

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$X|\psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle \text{ হবে।}$$

প্রশ্ন-৩:- কোয়ান্টাম কম্পিউটিং এবং ক্লাসিক্যাল কম্পিউটিং এর মধ্যে পার্থক্য লিখ?

সমাধান

কোয়ান্টাম কম্পিউটিং এবং ক্লাসিক্যাল ইলেকট্রনিক কম্পিউটিং এর মধ্যে প্রধান পার্থক্যগুলো হলো:-

ক্লাসিক্যাল ইলেকট্রনিক কম্পিউটিং	কোয়ান্টাম কম্পিউটিং
1. তথ্য বিট হিসেবে সংরক্ষন করে, যেখানে প্রতিটি বিটের মান 0 বা 1 হতে পারে।	তথ্য কিউবিট হিসেবে সংরক্ষন করে, যা একসাথে 0 এবং 1 থাকতে পারে।
2. এটি ধারাবাহিক ও নির্দিষ্ট লজিক গেট ব্যবহার করে গননা সম্পন্ন করে।	কোয়ান্টাম গেট এবং কোয়ান্টাম সুপার-পজিশন ব্যবহার করে গননা সম্পন্ন করে।
3. নির্দিষ্ট নির্দেশনাবলী এবং ধাপে ধাপে সমাধান প্রদান করে।	অনেকগুলো সমাধান একই সাথে গননা করতে পারে, যা জটিল সমস্যার দ্রুত সমাধানে কার্যকর।

৭. সিলিকন-ভিত্তিক ট্রানজিস্টর এবং চিপ ব্যবহার করে।	সুপার কন্ডাক্টর বা, আলাদা কনার উপর ভিত্তি করে তৈরি কোয়ান্টাম প্রসেসর ব্যবহার করে।
৫. স্বাভাবিক তাপমাত্রায় কাজ করে।	খুবই নিম্ন তাপমাত্রা এবং নিয়ন্ত্রিত পরিবেশ প্রয়োজন।
৬. সাধারন অ্যাপ্লিকেশন যেমন ডকুমেন্ট প্রসেসিং, ওয়েব ব্রাউজিং, গেমিং ইত্যাদির জন্য উপযুক্ত।	জটিল সমস্যা সমাধানে ব্যবহৃত হয়, যেমন ক্রিপ্টোগ্রাফি, ড্রাগ ডিজাইন আর্টিফিশিয়াল ইন্টেলিজেন্স, ডেটা বিশ্লেষন
৭. সীমিত গতি এবং ধারাবাহিক প্রসেসিং ক্ষমতা।	নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে অসাধারন গতি ও ক্ষমতা প্রদান করতে সক্ষম।
৮. ক্লাসিক্যাল ফিজিক্সের উপর ভিত্তি করে কাজ করে।	কোয়ান্টাম মেকানিক্সের নিয়ম মেনে কাজ করে।

i নং: হিলবার্ট স্পেস বা স্পেস:- কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় হিলবার্ট স্পেস হলো অসীম মাত্রার একটি গানিতিক স্পেস যাকে কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় ভেক্টর জগতও বলা হয়। কোন কোয়ান্টাম অবস্থা নির্দেশকারী ব্রাকেট ভেক্টর বা ব্রাকেট ভেক্টর দ্বারা গঠিত ভেক্টর জগৎ হলো একটি হিলবার্ট জগৎ।

(ii) কোয়ান্টাম ডটস:- কোয়ান্টাম ডটস হলো অত্যন্ত ক্ষুদ্রাকার সেমিকন্ডাক্টর ন্যানোকনিকা, যেগুলোর ব্যাস সাধারনত ২ থেকে ১০ ন্যানোমিটারের মধ্যে থাকে। এগুলো বিশেষ ধরনের ন্যানোম্যাটেরিয়াল যা বিদ্যুৎ বা আলোক রশ্মি দ্বারা উত্তেজিত হয়ে নির্দিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো বিকিরন করতে সক্ষম।

(iii) সিগন্যাল নয়েজ অনুপাত:- কোন সিগনালের শক্তি এবং সেটির সাথে উপস্থিত নয়েজ বা অবাঞ্ছিত সংকেতের শক্তির অনুপাত। এটি একটি পরিমাপ যা দেখায়, একটি সিস্টেমে আসল সিগন্যাল কতটা স্পষ্ট এবং নয়েজের তুলনায় কতটা শক্তিশালী।

(iv) ফটোগ্রাফিক ফিল্ম:- এটি হলো এক ধরনের পাতলা স্তরবিশিষ্ট উপাদান যা আলোক সংবেদনশীল পদার্থ (যেমন সিলভার হ্যালাইড) দিয়ে প্রলিপ্ত থাকে। এটি ছবি তোলার জন্য ব্যবহৃত হয়। যখন কোনো দৃশ্যের আলো এই ফিল্মে পড়ে, তখন আলোক সংবেদনশীল পদার্থ রাসায়নিক পরিবর্তন ঘটায়। পরে ফিল্মটি নির্দিষ্ট প্রক্রিয়ার মাধ্যমে দৃশ্যমান ছবি তৈরি করে।

হেদামার্ড গেট (The Hadamard gate) :

হেদামার্ড গেট (ফরাসি: [adama]) একটি একক কিউবিটে কাজ করে। এটির ভিত্তি অবস্থার ম্যাপ $|0\rangle \mapsto \frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ এবং $|1\rangle \mapsto \frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ (যেমন–একটি ভিত্তি অবস্থা দেওয়া হলে, একটি উপরিপাতন তৈরি হয়)। এটি ব্লক গোলক অক্ষের $(\hat{x}+\hat{z})/\sqrt{2}$ একটি π ঘূর্ণন বর্ণনা করে। হেদামার্ড ম্যাট্রিক্স এর ক্ষেত্রে,

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

H একটি অনিয়ন্ত্রিত ম্যাট্রিক্স। ঘূর্ণন অপারেটর ব্যবহার করে, $Ry(\pi/2)Z = H \quad XR_y(\pi/2) = H$ আইডেন্টিটি পাওয়া যায়। Controlled-H গেটকেও সংজ্ঞায়িত করা যেতে পারে যা controlled গেটের অংশে ব্যাখ্যা করা হয়েছে।

হেদামার্ড গেটকে একটি ঐকিক রূপান্তর হিসেবে ভাবা যেতে পারে অক্ষে কিউবিট কার্যক্রমে x- অক্ষের বিপরীতে ম্যাপ করে।

উদাহরণস্বরূপ, $HZH = X$, $H\sqrt{X}H = \sqrt{Z} = S$, এবং $HR_z(\theta)H = R_x(\theta)$.

৩.৭.২ গুরুত্বপূর্ণ কোয়ান্টাম গেট্স (Some important quantum gates)

অগণিত অসীম সংখ্যক কোয়ান্টাম গেট আছে। কোয়ান্টাম গেটগুলোকে কর্মপদ্ধতি অনুসারে বিভিন্ন নামে আখ্যায়িত করা হয়েছে। সাধারণত ব্যবহৃত হয় এমন কতিপয় গেটগুলো হলো-

১. আইডেন্টিটি গেট (Identity gate),

২. পাউলি গেট (Pauli gates- X, Y, Z),

৩. NOT গেট এর বর্গমূল (Square root of NOT gate ($\sqrt{}$ NOT)),

৪. Controlled গেট (Controlled gates),

৫. ফেজ শিফ্ট গেট (Phase shift gates),

৬. কন্ট্রোলড ফেজ শিফ্ট (Controlled phase shift),

৭. ঘূর্ণন অপারেটর গেট (Rotation operator gates),

৮. Swap গেট (Swap gate),

৯. হেদামার্ড গেট (The Hadamard gate),

১০. টফোলি (CCNOT) গেট (Toffoli (CCNOT) gate),

১১. ফ্রেডকিন (CSWAP) গেট (Fredkin (CSWAP) gate),

১২. আইসিং কাপলিং গেট (Ising coupling gates),

১৩. কল্পিত SWAP (*iSWAP*),

১৪. ডয়েচ গেট (Deutsch gate),

১৫. সর্বজনীন কোয়ান্টাম গেট (Universal quantum gates)

৭.৪.১ কিউবিট এবং ডিজিটাল বিটের পার্থক্য (Comparison of qubit and digital bit)

কিউবিট	ডিজিটাল বিট
১. কোয়ান্টাম কম্পিউটিং এর মাধ্যমে কোন ক্রিপ্টোগ্রাফিক বা বিশাল গণনীয় কাজগুলো কিউবিটের সাহায্যে নিখুঁত করা যায়।	১. যদিও গণনাগত এবং ক্রিপ্টোগ্রাফিক কাজগুলো প্রথাগত কম্পিউটিংয়ে করা যেতে পারে, কিন্তু ক্রিপ্টোগ্রাফিতে পূর্ণতা স্তরটি কিউবিট হিসাবে সঠিক হয় না।

কিউবিট	ডিজিটাল বিট
২. আবহাওয়ার জন্য বাতাসের জটিল প্রশস্ততা এবং গ্লোবাল পজিশনিং সিস্টেমে স্কেলিংকে অবহিত করার জন্য কোয়ান্টাম কম্পিউটিংয়ের প্রয়োগ। এছাড়াও, সুপারপজিশনের সাহায্যে, প্রযুক্তির সমস্ত সম্ভাবনার জন্য বিভিন্ন পদ্ধতি চেষ্টা করা যেতে পারে।	২ এটি ব্যবসায়ের স্টক মূল্য বা একটি সিস্টেমে আবহাওয়ার পূর্বাভাস পরীক্ষা করতে বা সীমান্তে বিভিন্ন সুরক্ষা স্তর পর্যবেক্ষণ করতে সহায়তা করে।
৩. কোয়ান্টাম স্টেটের সাহায্যে কিউবিটসকে প্রতিনিধিত্ব করা হয় এবং মানগুলোকে পরিবর্ধন করা হয়; যা বাইনারি মানের সুপারপজিশন।	৩. বিট প্রতিনিধিত্বকারী ভেক্টর হলো সম্ভাব্যতা ভেক্টর এবং ভেক্টরের মান শূন্য এবং এক। এখানে উভয় মান শূন্য হতে পারে না, এবং এটি ভেক্টরের বর্তমান অবস্থা উপস্থাপন করে।
৪. একটি গোলকের চারপাশে সরানো হলে কিউবিটের মানগুলো পরিমাপ করা হয় এবং এটি সিস্টেমের সমস্ত মান বিবেচনা করতে সাহায্য করে।	৪. মানগুলো শুধুমাত্র দুটি অবস্থায় নেওয়া হয়, এবং এটি 0 এবং 1 হিসাবে বিবেচিত হয় যখন গোলকটি বিবেচনা করা হয়, মানটি উপরে এবং নীচে থেকে নেওয়া হবে।
৫. পরিমাপ একটি বৈশ্বিক পর্যায় এবং একটি আপেক্ষিক পর্যায় আকারে নেওয়া হয়, যেখানে আপেক্ষিক পর্যায়টি কোয়ান্টাম সিস্টেমের পরিমাপের জন্য সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ। বৈশ্বিক পর্যায়টি বেশিরভাগ উপেক্ষা করা হয়।	৫. পরিমাপ শুধুমাত্র আপেক্ষিক পর্যায় আকারে নেওয়া হয়, এবং এটি সিস্টেমের স্বাভাবিক মান নেয়। মানগুলো জটিল নয় এবং যে কেউ বুঝতে পারে।
৬. কিউবিট নিয়ে আলোচনা করার সময়, আমরা বলতে পারি যে মানগুলো কোয়ান্টাম কম্পিউটিং, কম্পিউটার এবং গণিতের উপর নির্ভর করে লজিক্যাল প্রোগ্রামিং প্রয়োগ করে।	৬. বিট লজিক্যাল কম্পিউটিং সহ শুধুমাত্র কম্পিউটার এবং গণিত বিবেচনা করে। এটি কম হিসাবের সাথে প্রক্রিয়াটিকে সহজ করে এবং কিউবিটগুলোর সাথে তুলনামূলকভাবে কম গতি।
৭. সমস্ত ভৌত গণনা কিউবিটের সাহায্যে করা যেতে পারে, যা গবেষকদের এবং পদার্থবিজ্ঞানীদের প্রথাগত (traditional) কম্পিউটিংয়ের তুলনায় দ্রুততর গবেষণা করতে সাহায্য করে।	৭. সাধারণ কম্পিউটারে ভৌত গণনা করা সহজ নয়, এবং গণনা সম্পন্ন করতে এবং ফলাফল প্রণয়নে অনেক সময় লাগবে।

সময় আইডেন্টিটি গেটটি সবচেয়ে বেশি কার্যকরী ভূমিকা পালন করে।

৭.৫ ২. পাউলি গেট (Pauli gates-X, Y, Z) :

পাউলি গেট (X, Y, Z) হলো, একক কিউবিটে কাজ করে এমন তিনটি পাউলি ম্যাট্রিক্স $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ । পাউলি X, Y এবং Z যথাক্রমে রেডিয়ান π দ্বারা ব্লক গোলকের এবং x, y এবং z অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণনের সমীকরণ বর্ণনা করে।

পাউলি- X গেট হলো, আদর্শ ভিত্তিতে $|0\rangle, |1\rangle$ চিরায়ত কম্পিউটারের জন্য NOT গেট কোয়ান্টাম সমতুল্য; যা ব্লক গোলকের z- অক্ষকে আলাদা করে। এটিকে এর ম্যাপ $|0\rangle$ হতে $|1\rangle$ এবং $|1\rangle$ হতে $|0\rangle$ এর জন্য কখনও কখনও বিট-ফ্লিপ (bit-flip) বলা হয়। একইভাবে, পাউলি- Y ম্যাপ $|0\rangle$ হতে $i|1\rangle$ এবং $|1\rangle$ হতে $i|1\rangle$ তৈরি করা হয়। পাউলি Z ভিত্তি অবস্থা $|0\rangle$ অপরিবর্তিত রেখে এবং ম্যাপগুলোতে $|1\rangle$ হতে $-|1\rangle$ তৈরি করা হয়। পাউলি Z এর এই নিয়মের কারণে একে কখনও কখনও ফেজ-ফ্লিপ (phase-flip). বলা হয়। এই মেট্রিক্সগুলো সাধারণত নিম্নের পদ্ধতিতে সমাধান করা হয়,

$$X = \sigma_z = NOT = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y = \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ o & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z = \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

পাউলি ম্যাট্রিক্সগুলো অনিয়ন্ত্রিত (involutory) হয়ে থাকে। যার অর্থ হলো, একটি পাউলি ম্যাট্রিক্সের বর্গকে আইডেন্টিটি ম্যাট্রিক্স(identity matrix) হিসেবে ধরা হয়।

$$I^2 = X^2 = Y^2 = Z^2 = -iXYZ = I$$

পাউলি ম্যাট্রিক্সগুলো অবিনিময় কারক (anti-commute) হিসেবে কাজ করে। উদাহরণস্বরূপ,

$$ZX = iX = -XZ$$

১০. টফোলি (CCNOT) গেট (Toffoli (CCNOT) gate) :

টমাসো টফোলি (Tommaso Toffoli) এর নামানুসারে টফোলি গেট নামকরণ হলেও এটি CCNOT গেট বা ডয়েচ গেট $D(\pi/2)$ নামেও পরিচিত। এটি একটি 3-বিট গেট; যা চিরায়ত গণনার জন্য সর্বজনীন হলেও কোয়ান্টাম গণনার জন্য প্রযোজ্য নয়। কোয়ান্টাম টফোলি গেট একই গেট, যা 3 কিউবিটের জন্য সংজ্ঞায়িত। যদি শুধুমাত্র ইনপুট কিউবিট $|0\rangle$ এবং $|1\rangle$ গ্রহণের মধ্যে সীমাবদ্ধ রাখা হয় তখন প্রথম দুটি বিট $|1\rangle$ অবস্থায় থাকে, তবে এটি তৃতীয় বিটে একটি পউলি -$\dot{X}$ (বা NOT) প্রয়োগ করে, অন্যথায় এটি কিছুই করে না। এটি একটি controlled গেট এর উদাহরণ। যেহেতু এটি একটি চিরায়ত গেটের কোয়ান্টাম এনালগ সেহেতু এটি সম্পূর্ণরূপে এর সত্য সারণী দ্বারা নির্দিষ্ট করা হয়েছে। যখন একক কিউবিট হাদামার্ড গেট (the single qubit Hadamard gate) এর সাথে টফোলি গেট মিলিত হয় তখন এটি সার্বজনীনভাবে কাজ করে।

Truth table

INPUT			OUTPUT		
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Toffoli গেট চিরায়ত AND ( ) এবং XOR ( ) অপারেশনগুলোর সাথে সম্পর্কিত হওয়ার কারণ হলো এটি গণনার ভিত্তিতে অবস্থার ম্যাপিং করে।

৭.৮.৩ বিম স্প্লিটার (Beam Splitter)

অপটিক্যাল ক্ষেত্রটি একই পথ বরাবর ভ্রমণকারী দুটি অরথোগোনালি পোলারাইজড উপাদান নিয়ে গঠিত। পোলারাইজিং বিম স্প্লিটারের সাহায্যে এই দুটি উপাদানকে নিবিড়ভাবে পৃথক করা যায়। মৌলিক দৃষ্টিকোণ থেকে, এই রূপান্তরের আগে এবং পরে ক্ষেত্রের মধ্যে কোন ধারণাগত পার্থক্য নেই। বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রের অনুভূমিক এবং উল্লম্ব উপাদানগুলোর বর্ণনা করার জন্য আমাদের দুটি জটিল সংখ্যার প্রয়োজন হওয়ার আগে, এখন আমাদের পৃথক নিবিড়ভাবে চলা ক্ষেত্রগুলোর প্রশস্ততা বর্ণনা করার জন্য দুটি জটিল সংখ্যারও প্রয়োজন হয়। একটি প্রাথমিক অপটিক্যাল ডিভাইস যা দুটি পৃথক মোডগুলোকে নিবিড়ভাবে একত্রিত করে তা হলো, একটি বিম স্প্লিটার যা আংশিকভাবে প্রতিফলিত হয় এবং আংশিকভাবে প্রতিটি ঘটনার রশ্মি প্রেরণ করে। যদি একটি বিস্তার (amplitude) E_1 সহ একটি রশ্মি উপরের পোর্ট (upper port) দিয়ে প্রবেশ করে তখন একটি ভগ্নাংশ (fraction) R_1 E_1 উপরের আউটপুট পোর্টে প্রতিফলিত হয়ে একটি ভগ্নাংশ (fraction) T_1 E_1 প্রেরিত হবে।

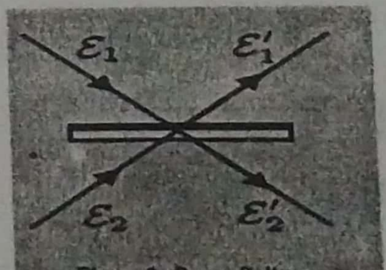


Figure1. Beam-Splitter

চিত্র : বিম স্প্লিটার।

একইভাবে, নিচের পোর্ট (lower port) দিয়ে প্রবেশ করা একটি বিস্তার E2 সহ একটি বিম যথাক্রমে T2 E2 এবং উপরের আউটপুট পোর্টে এবং R2 E2 নিম্নের মধ্যে স্প্লিট হবে। যেখানে R এবং T যথাক্রমে প্রতিফলন

এবং প্রেরক সূচক উপস্থাপন করে। বিম স্প্লিটারে প্রবেশকারী ইনপুট মোডগুলোকে একটি দুই-উপাদান জটিল ভেক্টর $\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$ দিয়ে বর্ণনা করা যায়; যা বিম স্প্লিটারে $\begin{pmatrix} \varepsilon_1' \\ \varepsilon_2' \end{pmatrix}$ রূপান্তরিত হয়।

ইনকামিং এবং আউটগোয়িং মোডের বিস্তারের নির্ভরতা রৈখিক হতে পারে; যা ম্যাট্রিক্স আকারে,

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1' \\ \varepsilon_2' \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} R_1 & T_2 \\ T_1 & R_2 \end{pmatrix}$$

যেহেতু ,শক্তি সংরক্ষণ সীমাবদ্ধতার কারণে ম্যাট্রিক্স B স্বেচ্ছাধীন (arbitrary) নয়। সেহেতু ,আলোর তীব্রতা রশ্মি আনুপাতিকভাবে $|\varepsilon|^2$ শক্তি সংরক্ষণ করা হয়। যদি : $|\varepsilon_1'|^2 + |\varepsilon_2'|^2 = |\varepsilon_1|^2 + |\varepsilon_2|^2$

এই সমতা স্বেচ্ছাধীন ইনপুট ক্ষেত্র E1, E2 এর জন্য সঠিক হওয়া উচিত; যা B ম্যাট্রিক্স এন্ট্রির নিম্নলিখিত সীমাবদ্ধতায় অগ্রণী ভূমিকা পালন করে:

$$|R_1|^2 + |T1|^2 = |R_2|^2 + |T_2|^2$$

এই শর্তগুলো থেকে বোঝায়,

$$|R_1| = |R_2| \;, |T_1|^2 = |T_2|^2$$

যেখানে শর্তের সমতুল্য B হলো, ঐকিক ম্যাট্রিক্স $B^{\perp}B = 1$ অর্থাৎ ,

$$B(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\frac{2}{\theta} & \sin\frac{\theta}{2} \\ -\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

যেখানে, পাওয়ার ট্রান্সমিশনসহ একটি স্ট্যান্ডার্ড বিম স্প্লিটার রয়েছে, $T = \sin^2(\theta/2)$ এবং প্রতিফলন ক্ষমতা

$R = \cos^2(\theta/2)$

B (θ) এর একক নিশ্চিত করার জন্য উপরের সূচকে বিয়োগ চিহ্নটির প্রয়োজনীয়তা বোঝানো সহজ। বিশেষ করে সামঞ্জস্যপূর্ণ বিম স্প্লিটারের সঙ্গে, $T = R = 50\%$ অনুসঙ্গী $B(\pi/2)$ হলে:

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$