Nguyễn Minh Chiến 21020054.

18,

a, Hệ được sắp xếp lại để có đường chéo chính khác 0

b, Sử dụng prj mid-term

(i) Jacobi

f[ ] = (-0,002651; -6339,744637; -3660,255363;

-8965,752847; 6339,748258; 10000; -7320,506545;

6339,748258).

(ii) Gauss Seidel

x[ ] = (0,003621; -6339,744637; -3660,253273,

-8965,755814; 6339,7446367; 10000; -730,508959; 6339,74672

16,

Sử dụng prj mid-term

13,

a, L là ma trận Δ dưới.

⇒ D là ma trận đường chéo chính của A ($d_{ii} = a_{ii}$: $1 \le i \le n$)

⇒ D - L có đường chéo chính là đường chéo chính của A & có dạng ma trận Δ.

⇒ $\det(D-L) \neq 0$.

⇒ $(D-L)^{-1}$ ∃ ⇒ D - L khả nghịch.

b, $\begin{cases} (T_g^T A T)^T = T_g^T A^T (T_g^T)^T = T_g^T A T \\ A \text{ đối xứng} \end{cases}$

⇒ P đối xứng

c, $(A + L^T)^{-1} (A + L^T) = I$

⇔ $(D - L)^{-1} (L^T + A) = I$.

⇔ $(D-L)^{-1} \cdot L^T + (D-L)^{-1} A = I$.

⇔ $T_g + (D-L)^{-1} A = I$

⇔ $T_g = I - (D-L)^{-1} A$.

d, $T = I - Q = I - (D-L)^{-1} A$. ($Q^{-1}$ tồn tại.)

$P = A - T_g A T_g^T$

$= A(I - T_g T_g^T)$.

$= A[(I-T)^T T + I - T]$.

$= A[Q^T(I-Q) + Q)$.

$= A(Q^T - QQ^T + Q)$.

$= AQ^T . Q^{-1} Q - AQQ^T + AQ(Q^T)^{-1} Q^T$

$= Q^T (AQ^{-1} - A + (Q^T)^{-1}) Q$.

e, $\cdot\, Q = (D-L)^{-1} A$.

$\Leftrightarrow Q^{-1} = A^{-1}(D-L)$

$\Leftrightarrow AQ^{-1} = D - L$.

$,\, Q = (D-L)^{-1} A$.

$\Leftrightarrow Q^T = A^T[(D-L)^T]^{-1}$.

$\Leftrightarrow (Q^T)^{-1} A = (D-L)^T A^{-1}$.

$\Leftrightarrow (Q^T)^{-1} A = D - L^T$. ($D$ đối xứng)

$\cdot\, AQ^{-1} - A + (Q^T)^{-1} A$

$= D - L - A + D - L^T$

$= D$. ($D - L - L^T = A$)

$\Rightarrow P = Q^T D Q$

$\begin{cases} Q^{-1} \exists . \\ D \text{ là SPD} \end{cases} \Rightarrow P$ là SPD.

f, $x^T P x$.

$= x^T (A - T_g^T A T_g) x$.

$= x^T A x - x^T T_g^T A T_g x$.

$= x^T A x - \lambda x^T A \lambda x$.

$= x^T A x (1 - \lambda^2)$.

$\cdot\, x^T A x > 0$ (A là SPD)

$\Rightarrow 1 - \lambda^2 > 0$

$\Leftrightarrow |\lambda| < 1$

g, $\rho(T_g) = \max |\lambda| < 1$.

$\Rightarrow \rho(T_g) < 1$

$\Rightarrow T_g$ hội tụ

$\Rightarrow$ Gauss Seidel hội tụ

19,

a, Với sự đa dạng, lượng thức ăn và lượng tiêu thụ này có thể đáp ứng Δb.

b, Nguồn thức ăn b thuở lần lượt là [300, 200, 150].

Số lượng thuận của loài j = ~~min~~ min $(\Delta b_i / a[i][j])$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{loài } 1 = 200 \\ \text{loài } 2 = 150 \\ \text{loài } 3 = 100 \\ \text{loài } 4 = 100 \end{cases}$$

c, Tương tự b. ⇒ (bỏ loài 1)

$$\begin{cases} \text{loài } 2 = 650 \\ \text{loài } 3 = 150 \\ \text{loài } 4 = 150 \end{cases}$$

d, Tương tự b ⇒ (bỏ loài 1,2)

$$\begin{cases} \cancel{\text{loài } 1 = 200} \\ \text{loài } 3 = 150 \\ \text{loài } 4 = 150 \end{cases}$$

15,

a, Tính m_{ji} cần 1 phép tính,

$m_{ji} \cdot E_j$ cần $n-j+1$ phép tính

Với mỗi hàng cần $n-1$ thao tác.

Có n hàng - & n lần tính kq

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} (n-1)(n-j+2)+n = \frac{n^3}{2} + n^2 - \frac{3n}{2} + n = \frac{n^3}{2} + n^2 - \frac{n}{2}$$

b, $E_i - m_{ji} E_j$ cần $n-j+1$ phép trừ.

Mỗi hàng cần $n-1$ thao tác

n hàng

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} (n-1)(n-j+1) = \frac{n^3}{2} - \frac{n}{2}$$

Thứ

	Gauss Jordan		Khử Gauss	
n	M/D	A/S	M/D	A/S
3	21	12	17	11
10	595	495	430	335
50	64975	62475	44150	42875
100	509950	499950	343300	338250

16.

Phần khử thêm có dạng (chỉ khử b_i vì vô dùng đường chéo để tính)

~~for (i := n, n-1 ..., 2).~~

~~for (j := 1 .. i-1)~~

~~$a_{j,i} = a_{j,i} - a_{ji}$~~

~~$b_j = b_j - b_j$~~

Phần khử thêm sẽ thực hiện tại n-1 dòng với n-1-j vòng mỗi dòng mỗi bước cần 2M/D và 1A/S.

$$\Rightarrow \begin{cases} M/D: & n(n-1). \\ A/S: & \dfrac{n(n-1)}{2}. \\ \text{Tính kquả}: & n \cdot M/D \end{cases}$$

($(n-1)+(n-2)+\dots+2+1 = \dfrac{n(n-1)}{2}$ là số lần thực hiện phép tính khử ngược)

$$\Rightarrow M/D = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{6} + n - n + n = \frac{n^3}{3} + \frac{3n^2}{2} - \frac{5n}{6}$$

$$A/S = \frac{n^3-n}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} \cancel{+n} = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{6}$$

Giải thích: Quá trình define matrận của Khử Gauss cho tôi

$$M/D = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{5n}{6} \quad \& \quad A/S = \frac{n^3}{3} - \frac{n}{3}$$

Allocation

	Gauss		Gauss Jordan		Both Hybrid	
n	M/D	A/S	M/D	A/S	M/D	A/S
3	17	11	21	12	20	11
10	430	375	595	495	475	375
50	44150	42875	64975	62475	45375	42875
100	343300	338250	509950	499950	348250	338250