**NHẬP MÔN PHÂN TÍCH ĐỘ PHỨC TẠP THUẬT TOÁN**

**Bài tập 2**

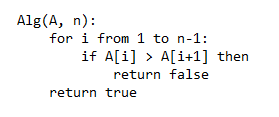
Viết bài thu hoạch phân tích thuật toán kiểm tra một dãy phần tử có phải là dãy tăng hay không.

I. Trình bày đề bài và thuật toán

Đề bài: Cho mảng A[n], với n phần tử trong A lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ tập B có m phần tử khác nhau (), giả sử rằng các phần tử trong B đều có tính thứ tự, mỗi phần tử chỉ có thể nhỏ hơn hoặc lớn hơn khi so sánh với phần tử khác trong B. Viết một thuật toán để kiểm tra xem A có phải là dãy tăng hay không. Tức kiểm tra điều kiện

có đúng hay không.

Thuật toán Alg giải quyết bài toán trên trình bày như sau:



Dễ thấy thuật toán có độ phức tạp thời gian bởi vòng lặp có thể lặp tối đa n-1 lần (khi mảng được sắp tăng sẵn hoặc sai 1 vị trí cuối cùng), và trong vòng lặp for thì ta chỉ thực hiện 1 lượng constant các lệnh gồm so sánh và return.

Nhưng trong thực tế độ phức tạp trung bình của thuật toán có lẽ không hẳn là . Để ý thấy độ phức tạp của Alg có cùng độ tăng với số vòng lặp for, có cùng độ tăng với số lần so sánh A[i] A[i+1], từ đó liên quan mật thiết tới thứ tự của dữ liệu đầu vào.

Vì vậy mục đích của bài thu hoạch này là tìm ra độ phức tạp trung bình của thuật toán kiểm tra dãy tăng (tức kiểm tra số lần lặp, kiểm tra số phép so sánh) với điều kiện dữ liệu được lấy ngẫu nhiên như trong đề bài.

II. Phân tích lý thuyết

Giả sử số lần lặp của vòng lặp for là f(n), với c là số phép toán trong mỗi lần lặp (), suy ra thuật toán có độ phức tạp . Vậy chỉ cần tìm ra số lần lặp là ta sẽ suy ra được độ phức tạp của thuật toán.

Alg sẽ ngừng ở vòng lặp khi gặp biến cố

Ngoài ra khi Alg ngừng ở vòng lặp có thể do gặp được biến cố (\*) hoặc gặp biến cố A là mảng tăng.

Từ đây nếu đặt là xác suất xảy ra biến cố (\*) và là xác suất A là mảng tăng (ở đây không xuất hiện tham số m, sẽ giải thích ở bổ đề 1 dưới đây) thì số vòng lặp trung bình của thuật toán là:

Bổ đề 1:

Hình thành một mảng A bằng cách rút ngẫu nhiên không hoàn lại n phần tử từ tập B có m phần tử () thì các xác suất không phụ thuộc vào m.

Bổ đề 2:

Khi xáo trộn ngẫu nhiên một mảng A có n phần tử khác nhau thì xác suất để chỉ phần tử đầu tiên được sắp xếp tăng dần là:

Từ bổ đề 1, ta có thể tính độc lập với m qua việc hoán vị ngẫu nhiên một mảng cố định có n phần tử khác nhau. Khi này chỉ có một hoán vị duy nhất trong số hoán vị là được sắp xếp tăng dần. Suy ra

Từ bổ đề 2 ta cũng tính được độc lập với m, thay vào (1) ta có số lần lặp trung bình:

III. Kết quả chạy thực nghiệm