

Câu 1 (2 đ) Trong một lớp học, có 80% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint để trình chiếu, 30% sinh viên biết sử dụng Latex và 15% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên của lớp.

- Tính xác suất sinh viên này biết sử dụng ít nhất một trong hai phần mềm trên.
- Giả sử sinh viên này biết sử dụng PowerPoint. Tính xác suất sinh viên này biết sử dụng Latex.

Biến cố A : sinh viên biết sử dụng PowerPoint

Biến cố B : Sinh viên biết sử dụng Latex.

$$P(A) = 0,8; \quad P(B) = 0,3; \quad P(A \cap B) = 0,15.$$

- Xác suất sinh viên biết sử dụng ít nhất một trong hai phần mềm

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0,8 + 0,3 - 0,15 = 0,95 \end{aligned}$$

- Tính

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \\ &= \frac{0,15}{0,8} = 0,1875. \end{aligned}$$

Câu 2 (1.5 đ) Một loại pin đồng hồ có bảo hành một năm. Gọi X là tuổi thọ của pin (tính bằng năm). Giả sử X là một biến ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

- Tìm c .
- Tính tuổi thọ trung bình của loại pin đó.

- Tìm c .

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_1^{+\infty} \frac{c}{x^3}dx \\ c &= 2 \end{aligned}$$

- Tuổi thọ trung bình của pin

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_1^{+\infty} x \frac{2}{x^3}dx \\ &= 2 \end{aligned}$$

Câu 3 (2 đ) Theo tổ chức Wigtcom (Phần Lan) công bố năm 2022, chỉ số thông minh (IQ) trung bình của người Việt Nam là 109,37 và độ lệch chuẩn là 12,49. Giả sử chỉ số thông minh của người Việt Nam có phân phối chuẩn.

- Có bao nhiêu phần trăm người Việt Nam có chỉ số IQ trên 120?
- Những người Việt Nam có chỉ số IQ cao nhất thuộc top 3% sẽ có chỉ số IQ thấp nhất là bao nhiêu?

Đặt X là chỉ số thông minh của người Việt Nam. Theo đề bài $X \sim N(109,37; 12,49^2)$ với $\mu = 109,37$ và $\sigma = 12,49$.

a. Số người có chỉ số IQ trên 120.

$$P(X > 120) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{120 - 109,37}{12,49}\right) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > 0,85\right)$$

$$= 1 - \Phi(0,85) = 1 - 0,8023 = 0,1977$$

Có 19,77% người Việt Nam có chỉ số thông minh trên 120.

b. Đặt t là chỉ số IQ thấp nhất để thuộc top 3%. Theo đề bài

$$P(X \geq t) = 0,03$$

hay

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{t - 109,37}{12,49}\right) = 0,03$$

Suy ra

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{t - 109,37}{12,49}\right) = 1 - 0,03 = 0,97$$

Dùng bảng phân phối chuẩn, ta có

$$\frac{t - 109,37}{12,49} = 1,88$$

Câu 4 (1.5 điểm) Cho hai biến ngẫu nhiên X, Y có phân phối xác suất đồng thời như sau

$X \backslash Y$	1	2	3	4
1	0	0,06	0,06	0,1
2	0,1	0,1	0,04	0,04
3	0,4	0,1	0	0

a. X và Y có độc lập không? Vì sao?

b. Tính xác suất $P(X + Y \leq 3)$.

c. Tính $P(X > 1 | Y = 2)$.

a. Ta có $P(X = 1, Y = 1) = 0 \neq P(X = 1)P(Y = 1) = 0,5 \cdot 0,22$.

Do đó X, Y không độc lập.

b.

$$P(X + Y \leq 3) = P(X = 1, Y = 1) + P(X = 1, Y = 2) + P(X = 2, Y = 1)$$

$$= 0,16$$

c.

$$\begin{aligned} P(X > 1 | Y = 2) &= \frac{P(X > 1 \cap Y = 2)}{P(Y = 2)} \\ &= \frac{0,2}{0,26} = \frac{10}{13} \end{aligned}$$

Câu 5 (1.5 đ) Trọng lượng của gói cà phê xuất khẩu do máy đóng gói tự động là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn có độ lệch chuẩn là 2,08 gam/gói. Bộ phận kiểm tra thu thập mẫu 20 gói cà phê do máy đóng và tính được trọng lượng trung bình là 99 gam/gói.

Hãy ước lượng trọng lượng trung bình của một gói cà phê do máy đóng với độ tin cậy 95%.

Theo đề bài, $n = 20$; $\bar{x} = 99$ và $\sigma = 2,08$

Độ tin cậy $1 - \alpha = 0,95$. Suy ra $z_{\alpha/2} = 1,96$.

Độ chính xác $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{2,08}{\sqrt{20}} = 0,9116$

Khoảng tin cậy cần tìm: $[98,0884; 99,9116]$.

Câu 6 (1.5 đ) Khảo sát số lần du lịch trong năm 2021 của một số hộ gia đình trong một thành phố nọ như sau

Số lần đi du lịch	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Số hộ gia đình	5	8	9	7	6	6	4	2	1	2

Giám đốc một công ty du lịch nói rằng trung bình số lần đi du lịch trong năm 2021 của các hộ gia đình là nhiều hơn 3. Hãy kiểm tra phát biểu của giám đốc với mức ý nghĩa 5%.

Đặt μ là số lần du lịch trung bình của các hộ gia đình của thành phố.

Ta kiểm định: giả thuyết $H_0 : \mu = 3$ và đối thuyết $H_1 : \mu > 3$.

Trung bình mẫu $\bar{x} = 3,3$; kích thước mẫu $n = 50$

Độ lệch chuẩn mẫu $s = 2,3755$.

Mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ ta có $t_\alpha = 1,645$

Ta có

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = 0,893.$$

Vì $t < t_\alpha$ nên chấp nhận H_0 .

Do đó, ta không đồng ý với phát biểu của giám đốc.