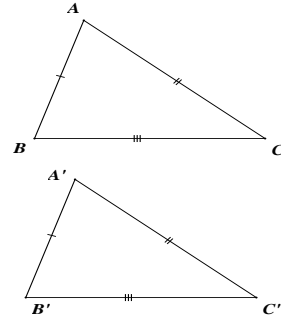


### ③. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC: CẠNH – CẠNH – CẠNH (C.C.C)

#### I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

• Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' (c.c.c)$$



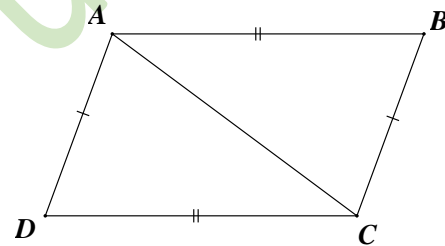
#### II. BÀI TẬP

**Bài 1:** Cho hình vẽ

a) Chứng minh  $\Delta ACB = \Delta CAD$

b) Chứng minh  $\angle BAC = \angle DCA$  và suy ra  $AB \parallel DC$ .

c) Chứng minh  $AD \parallel BC$ .



**Bài 2:** ( Bài toán vẽ tia phân giác bằng thước thẳng và compa ). (Vẽ lại hình vào bài làm)

Cho góc  $\angle xAy$ . Lấy A làm tâm, vẽ đường tròn bán kính  $r$  cắt Ax tại B, cắt Ay tại D.

Lần lượt lấy B và D làm tâm vẽ hai đường tròn cùng có bán kính bằng  $r$ , hai đường tròn này cắt nhau tại C ( C khác A ). Chứng minh :

a) AC là tia phân giác của góc  $\angle xAy$ .

b) BD là tia phân giác của góc  $\angle ABC$ .

c)  $AD \parallel BC$ .

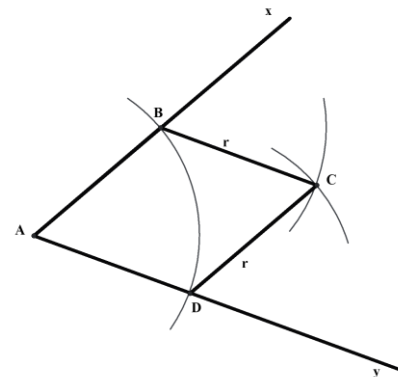
d)  $AC \perp DB$ .

**Bài 3:**

Cho tam giác ABC có  $AB = AC$ ; D, E thuộc cạnh BC sao cho  $BD = DE = EC$  Biết  $AD = AE$

a. Chứng minh  $\angle EAB = \angle DAC$

b. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh AM là phân giác của  $\angle DAE$ .



c. Giả sử  $DAE = 60^\circ$ . Tính các góc còn lại của tam giác  $DAE$ .

HẾT

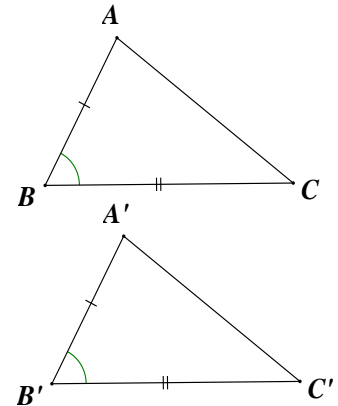
### ④. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC:

#### CẠNH – GÓC – CẠNH (C.G.C)

#### I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ B = B' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' \quad c.g.c$$



**Hệ quả:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

#### II. BÀI TẬP

**Bài 1:** Cho  $xOy$  có  $Om$  là tia phân giác,  $C \in Om$  ( $C \neq O$ ). Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $A$ , trên tia  $Oy$  lấy điểm  $B$  sao cho  $OA = OB$ . Chứng minh:

a)  $\triangle OAC = \triangle OBC$ .

b)  $\angle OAC = \angle OBC$  và  $CA = CB$ .

**Bài 2:** Cho tam giác  $ABC$ , kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H \in BC$ ). Trên tia đối của tia  $HA$ , lấy điểm  $K$  sao cho  $HK = HA$ . Nối  $KB, KC$ . Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình vẽ.

**Bài 3:** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} = 90^\circ$ , trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = BA$ . Tia phân giác góc  $B$  cắt  $AC$  ở  $D$ .

a) Chứng minh:  $\triangle ABD = \triangle EBD$ .

b) Chứng minh:  $DA = DE$ .

c) Tính số đo  $\angle BED$ .

**Bài 4:** Cho hai đoạn thẳng  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại trung điểm  $O$  của mỗi đoạn thẳng.

a) Chứng minh:  $AC = DB$  và  $AC \parallel DB$ .

b) Chứng minh:  $AD = CB$  và  $AD \parallel CB$ .

c) Chứng minh:  $\angle ACB = \angle BDA$ .

d) Vẽ  $CH \perp AB$  tại  $H$ . Trên tia đối của tia  $OH$  lấy điểm  $I$  sao cho  $OI = OH$ . Chứng minh:  $DI \perp AB$ .

**Bài 5:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 50^\circ$ . Vẽ đoạn thẳng  $AI$  vuông góc và bằng  $AB$  ( $I$  và  $C$  khác phía đối với  $AB$ ). Vẽ đoạn thẳng  $AK$  vuông góc và bằng  $AC$  ( $K$  và  $B$  khác phía đối với  $AC$ ). Chứng minh rằng: a)  $IC = BK$                       b)  $IC \perp BK$

**Bài 6:** Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn. Vẽ  $BD \perp AC$  tại  $D$ ,  $CE \perp AB$  tại  $E$ . Trên tia đối của tia  $BD$  lấy điểm  $F$  sao cho  $BF = AC$ , trên tia đối của tia  $CE$  lấy điểm  $G$  sao cho  $CG = AB$ . Chứng minh:  $AF = AG$  và  $AF \perp AG$ .

**Bài 7:** Cho góc bẹt  $xOy$  có tia phân giác  $Ot$ . Trên tia  $Ot$  lấy hai điểm  $A, B$  ( $A$  nằm giữa  $O$  và  $B$ ). Lấy điểm  $C \in Ox$  sao cho  $OC = OB$ , lấy điểm  $D \in Oy$  sao cho  $OD = OA$ .

a) Chứng minh  $AC = BD$  và  $AC \perp BD$

b) Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ . Chứng minh  $OM = ON$

c) Tính các góc của tam giác  $MON$

d) Chứng minh  $AD \perp BC$

HẾT

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### ③. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC:

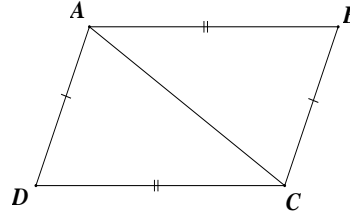
#### CẠNH – CẠNH – CẠNH (C.C.C)

#### HDG

##### Bài 1:

a) Xét  $\triangle ACB$  và  $\triangle CAD$  có :

$$\left. \begin{array}{l} AB=CD \\ AD=BC \\ AC \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACB = \triangle CAD (c - c - c)$$



b) Vì  $\triangle ACB = \triangle CAD$  cmt  $\Rightarrow \angle BAC = \angle DCA$  (cặp góc tương ứng) mà hai góc này ở vị trí so le trong nên  $AB \parallel CD$

c) Vì  $\triangle ACB = \triangle CAD \Rightarrow \angle DAC = \angle BCA$  (cặp góc tương ứng) mà hai góc này ở vị trí so le trong nên  $AD \parallel BC$

##### Bài 2:

a) Nối  $A$  với  $C$ . Chứng minh được  $\triangle ABC = \triangle ADC$  ( $c - c - c$ )

$\Rightarrow \angle BAC = \angle DAC$  (cặp góc tương ứng) mà  $AC$  là tia nằm trong  $\angle BAD$

$\Rightarrow AC$  là tia phân giác của  $\angle BAD \Rightarrow AC$  là tia phân giác của góc  $\angle xAy$  ( Vì  $B \in Ax$ ;  $D \in Ay$  )

b)  $BD$  là tia phân giác của góc  $\angle ABC$ .

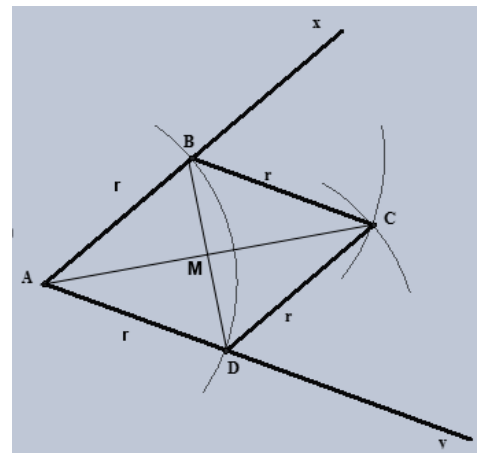
Nối  $B$  với  $D$ . Chứng minh được  $\triangle ABD = \triangle CBD$  ( $c - c - c$ )

$\Rightarrow \angle ABD = \angle CBD$  (cặp góc tương ứng) mà  $BD$  là tia nằm trong  $\angle ABC \Rightarrow BD$  là tia phân giác của  $\angle ABC$

c) Vì  $\triangle ABC = \triangle ADC$  ( $c - c - c$ )

$\Rightarrow \angle BCA = \angle DAC$  (cặp góc tương ứng) mà hai góc này ở vị trí so le trong  $\Rightarrow AD \parallel BC$ .

d) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BD$



\* Chứng minh được  $\triangle ABM = \triangle ADM$  (c-c-c)

$$\Rightarrow \angle AMB = \angle AMD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

\* Chứng minh được  $\triangle CBM = \triangle CDM$  (c-c-c)

$$\Rightarrow \angle CMB = \angle CMD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

\* Cộng góc ta được  $\angle AMC = 180^\circ \Rightarrow A, M, C$  thẳng hàng

$\Rightarrow AC \perp BD$  tại  $M$ .

### Bài 3:

a)  $\triangle ABE = \triangle ACD$  (c.c.c)

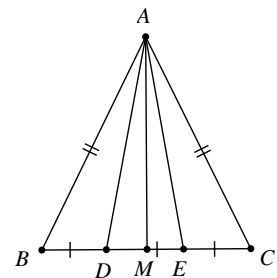
$$\Rightarrow \angle EAB = \angle DAC$$

b)  $\triangle ADM = \triangle AEM$  (c.c.c)

$$\Rightarrow \angle DAM = \angle EAM \Rightarrow AM \text{ là phân giác của } \angle DAE.$$

c)  $\triangle ADB = \triangle AEC$  (c.c.c)

$$\Rightarrow \angle ADB = \angle AEC \Rightarrow \angle ADE = \angle AED = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$



## ④. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC:

### CẠNH – GÓC – CẠNH (C.G.C)

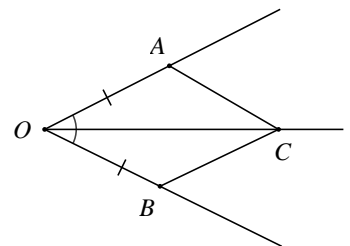
#### HDG

**Bài 1:** a) Có  $OA = OB$ ;  $\angle AOC = \angle COB$ ;  $OC$  là cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle OAC = \triangle OBC$$
 (c.g.c)

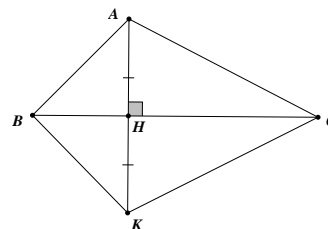
suy ra  $\angle OAC = \angle OBC$  (hai góc tương ứng)

suy ra  $AC = AB$  (hai cạnh tương ứng)



**Bài 2:**  $\triangle AHB = \triangle KHB$  (c.g.c);

$$\triangle AHC = \triangle KHC$$
 (c.g.c);



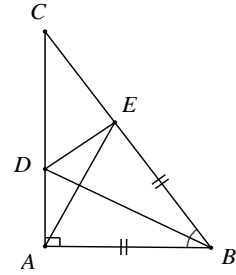
$$\triangle ABC = \triangle KBC \text{ (c.g.c) hoặc (c.c.c)}$$

**Bài 3:**

a)  $\triangle ABD = \triangle EBD$  (c.g.c)

b)  $\Rightarrow DA = DE$  (Cặp cạnh tương ứng)

c)  $A = E = 90^\circ$  (Cặp góc tương ứng)



**Bài 4:** a) Chứng minh:  $AC = DB$  và  $AC \parallel DB$ .

\* Xét hai tam giác  $\triangle AOC$  và  $\triangle BOD$  có:

$OA = OB$  (gt)

$\angle AOC = \angle BOD$  (hai góc đối đỉnh)

$OC = OD$  (gt)

$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$  (c.g.c)

$\Rightarrow AC = DB$ . (2 cạnh tương ứng bằng nhau)

Vì  $\triangle AOC = \triangle BOD$  nên  $\angle OCA = \angle ODB$  (2 góc tương ứng bằng nhau)

Mà  $\angle OCA$  và  $\angle ODB$  là hai góc ở vị trí so le trong  $\Rightarrow AC \parallel DB$ .

b) Chứng minh:  $AD = CB$  và  $AD \parallel CB$ .

\* Xét hai tam giác  $\triangle AOD$  và  $\triangle BOC$  có:

$OA = OB$  (gt)

$\angle AOD = \angle BOC$  (hai góc đối đỉnh)

$OD = OC$  (gt)

$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle BOC$  (c.g.c)

$\Rightarrow AD = CB$  (2 cạnh tương ứng bằng nhau).

Vì  $\triangle AOD = \triangle BOC$  nên  $\angle OCB = \angle ODA$  (2 góc tương ứng bằng nhau)

Mà  $\angle OCB$  và  $\angle ODA$  là hai góc ở vị trí so le trong, cát tuyến  $CD \Rightarrow AD \parallel CB$ .

c) Chứng minh:  $\angle ACB = \angle BDA$ .

Ta có:  $\angle OCA = \angle ODB$  (cmt)

$\angle OCB = \angle ODA$  (cmt)

$\Rightarrow \angle OCA + \angle OCB = \angle ODB + \angle ODA$

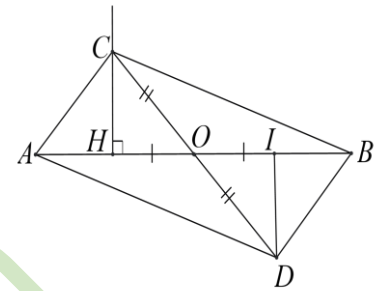
$\Rightarrow \angle ACB = \angle BDA$  (đpcm)

d) Vẽ  $CH \perp AB$  tại  $H$ . Trên tia đối của tia  $OH$  lấy điểm  $I$  sao cho  $OI = OH$ . Chứng minh:

$DI \perp AB$ .

\* Xét hai tam giác  $\triangle HOC$  và  $\triangle IOD$  có:

$OH = OI$  (gt)



$\angle HOC = \angle IOD$  (hai góc đối đỉnh)

$OC = OD$  (gt)

$\Rightarrow \triangle HOC = \triangle IOD$  (c.g.c)

$\Rightarrow \angle OIC = \angle OHD = 90^\circ$  hay  $DI \perp AB$ .

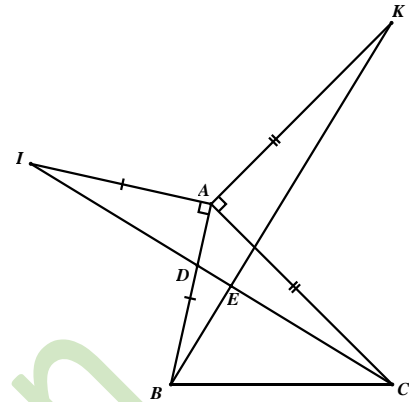
**Bài 5:** a)  $\angle IAC = \angle BAK$  ( $=140^\circ$ )

$\triangle IAC = \triangle BAK$  (c.g.c)  $\Rightarrow IC = BK$ .

b) Gọi  $D$  là giao điểm của  $AB$  và  $IC$ , gọi  $E$  là giao điểm của  $IC$  và  $BK$ .

Xét  $\triangle AID$  và  $\triangle EBD$ , ta có  $\angle AID = \angle EBD$  (do  $\angle IAC = \angle BAK$ ), (đối đỉnh) nên  $\angle IAD = \angle BED$ .

Do  $\angle IAD = 90^\circ$  nên  $\angle BED = 90^\circ$ . Vậy  $IC \perp BK$ .



**Bài 6:**

Vì  $\triangle ADB$  vuông tại  $D$  nên  $\angle ABD = 90^\circ - \angle DAB$  hay  $\angle ABD = 90^\circ - \angle DAE$  (1)

Vì  $\triangle AEC$  vuông tại  $E$  nên  $\angle ACE = 90^\circ - \angle EAC$  hay  $\angle ACE = 90^\circ - \angle EAD$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\angle ABD = \angle ACE$

Mặt khác, ta lại có  $\angle FBA + \angle ABD = 180^\circ$

$\angle ACG + \angle ACE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle FBA = \angle ACG$

\* Xét hai tam giác  $\triangle FBA$  và  $\triangle ACG$  có:

$FB = AC$  (gt)

$\angle FBA = \angle ACG$  (theo chứng minh trên)

$BA = CG$  (gt)

$\Rightarrow \triangle FBA = \triangle ACG$  (c.g.c)

$\Rightarrow AF = AG$  (2 cạnh tương ứng bằng nhau).

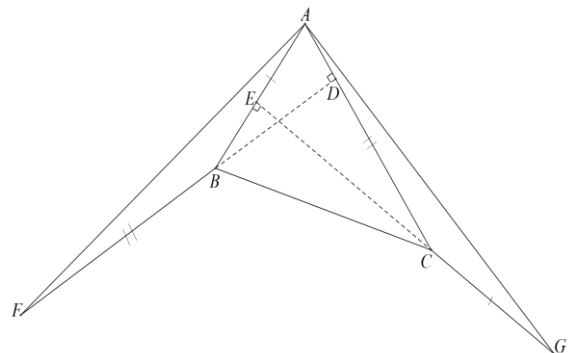
Vì  $\triangle FBA = \triangle ACG$  nên  $\angle FAB = \angle AGC$  (2 góc tương ứng bằng nhau)

Ta có  $\angle FAG = \angle FAB + \angle BAC + \angle CAG$

$\Rightarrow \angle FAG = \angle AGC + \angle BAC + \angle CAG$

$= \angle BAC + (\angle AGC + \angle CAG)$

$= \angle BAC + \angle ACE$  ( $\angle ACE$  là góc ngoài tại đỉnh  $C$  của  $\triangle ACG$ )



$$= EAC + ACE = 90^\circ \text{ (} \triangle AEC \text{ vuông tại E)}$$

Vậy  $FAG = 90^\circ$  hay  $AF \perp AG$ .

**Bài 7:**

a) Vì góc xOy bẹt có Ot là tia phân giác

$$\Rightarrow Ot \perp xy \Rightarrow COA = DOB = 90^\circ$$

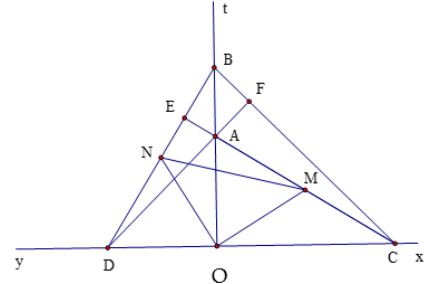
Chứng minh  $\triangle AOC = \triangle DOB$  (c - g - c)

$$\Rightarrow DB = AC \text{ (2 cạnh tương ứng)}$$

Gọi E là giao điểm của AC và BD. Có

$$EAB + EBA = OCA + OAC = 90^\circ \Rightarrow \triangle AEB \text{ vuông tại E}$$

$$\Rightarrow AC \perp BD$$



b) Vì  $\triangle AOC = \triangle DOB \Rightarrow DBO = ACO$ .

Chứng minh  $\triangle ONB = \triangle OMC$  (c - g - c)  $\Rightarrow OM = ON$ ; và  $NOB = MOC$

c)  $NOB = MOC$  (cmt) từ đó chỉ ra được  $NOB + BOM = BOM + MOC = 90^\circ$

Gọi P là trung điểm của MN từ đó chỉ ra  $\triangle NOP = \triangle MOP$  (c - c - c) từ đó chỉ ra

$$ONM = MON = \frac{180^\circ - NOM}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

d) Vận dụng tương tự câu c, gọi Q, T lần lượt là trung điểm của BC và AD, chỉ ra

$$OBC = DAO = 45^\circ; DAO = BAF = 45^\circ$$

Từ đó suy ra  $BFA = 90^\circ$  hay  $AD \perp BC$

**HẾT**