

## CHƯƠNG I: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Họ tên: ..... Lớp: 9A1/9A2 ..... Ngày: .... / ... / 20....

### BÀI 1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

#### I. Tóm tắt lý thuyết

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ , ta có:

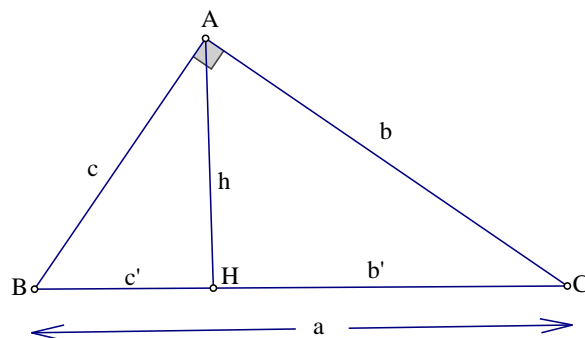
1)  $a^2 = b^2 + c^2$ .

2)  $b^2 = a.b'$ ;  $c^2 = a.c'$

3)  $h^2 = b'.c'$

4)  $a.h = b.c$ .

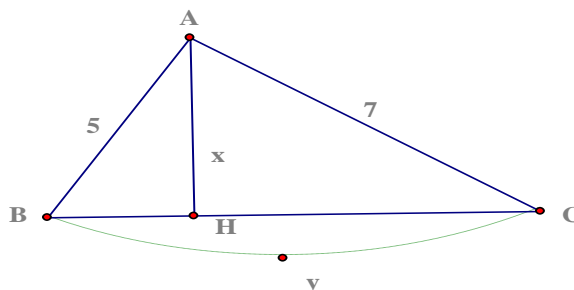
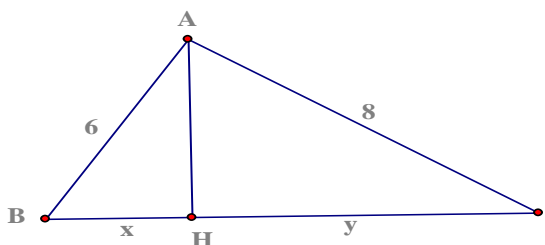
5)  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ .



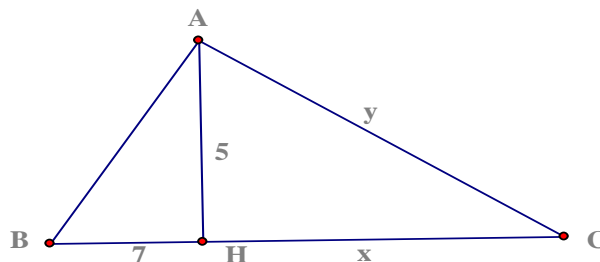
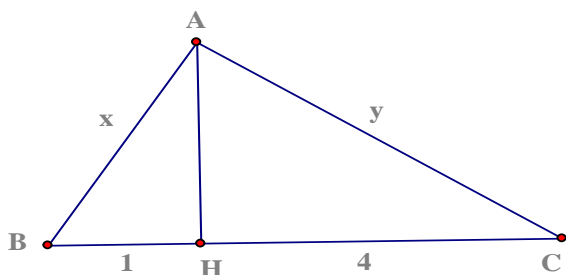
Chú ý: Diện tích tam giác vuông:  $S = \frac{1}{2}bc$

#### II. Bài tập vận dụng

**Bài 2.1.** Tính  $x, y$  trong mỗi hình vẽ sau



**Bài 2.2.** Tính  $x, y$  trong mỗi hình vẽ sau



**Bài 2.3:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  ( $H$  thuộc  $BC$ ),

a) Cho biết  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ . Tính  $BH$ ,  $CH$ ,  $AC$  và  $AH$

b) Cho biết  $BH = 9\text{cm}$ ,  $CH = 16\text{cm}$  Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  và  $AH$

**Bài 2.4:** Cho tam giác  $ABC$  có 3 góc nhọn, đường cao  $CH$ . Chứng minh rằng:

a.  $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$

b. Vẽ trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$ , chứng minh rằng:

$$+) AB^2 + AC^2 = \frac{BC^2}{2} + 2AM^2 \quad +) AC^2 - AB^2 = 2.BC.HM (AC > AB)$$

### III. Bài tập bổ sung

**Bài 3.1:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ , phân giác trong và ngoài tại đỉnh  $B$  cắt  $AC$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Tính  $BM$ ,  $BN$ ?

**Bài 3.2:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có góc nhọn  $A$ . Gọi  $I$ ,  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $B$ ,  $D$  trên đường chéo  $AC$ . Gọi  $M$ ,  $N$  là hình chiếu của  $C$  trên các đường thẳng  $AB$ ,  $AD$ . Chứng minh rằng:

a.  $AK = IC$

b. Tứ giác  $BIDK$  là hình bình hành

c.  $AC^2 = AD.AN + AB.AM$

## BÀI 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

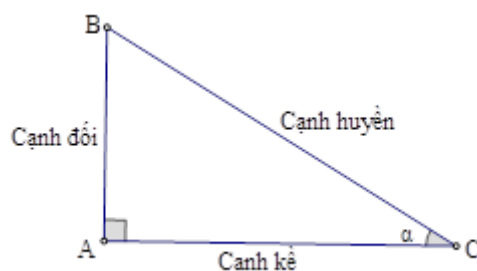
### I. Tóm tắt lý thuyết

**1. Định nghĩa:** Cho góc nhọn  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ).

Dựng tam giác ABC vuông tại A sao cho

$\alpha = \widehat{ACB}$ . Từ đó ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}; \cos \alpha = \frac{AB}{BC}; \tan \alpha = \frac{AC}{AB}; \cot \alpha = \frac{AB}{AC}$$



### 2. Các tính chất (tỉ số lượng giác hai góc phụ nhau)

a. Nếu  $\alpha + \beta = 90^\circ$  thì:  $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta$

b. Với góc nhọn  $\alpha$  bất kỳ ta có:

$$+) 0 < \sin \alpha < 1$$

$$+) 0 < \cos \alpha < 1$$

$$+) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$+) \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$+) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$+) \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$+) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$+) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

c. Khi góc nhọn  $\alpha$  tăng từ  $0^\circ$  đến  $90^\circ$  thì:

+)  $\sin \alpha$  và  $\tan \alpha$  tăng

+)  $\cos \alpha$  và  $\cot \alpha$  giảm

### 3. Bảng tỉ số lượng giác của một số góc đặc biệt

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

### II. Bài tập vận dụng

**Bài 2.1.** Tìm các tỉ số lượng giác còn lại của góc  $\alpha$ , biết:

a.  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

b.  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$

c.  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$

**Bài 2.2.** Tìm góc nhọn  $\alpha$ , biết:

a.  $\sin \alpha = \cos \alpha$

b.  $\tan \alpha = \cot \alpha$

**Bài 2.3.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ( H thuộc BC ), hãy tính  $\sin B$  và  $\sin C$  làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư trong các trường hợp sau

a.  $AB = 13m, BH = 0,5dm$

b.  $BH = 3cm, CH = 4cm$

**Bài 2.4.** Cho tam giác ABC vuông tại A,  $AB = 5cm, \cot B = \frac{5}{8}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC

a) Chứng minh tam giác ABC vuông

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc B Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A

**Bài 2.5:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao  $AH = 6cm$  ( H thuộc BC ), biết  $\tan \hat{C} = \frac{2}{3} cm$ .

Hãy tính độ dài các cạnh: HB, HC, AB, AC

### III. Bài tập bổ sung

**Bài 3.1.** Cho tam giác ABC vuông tại A, có:  $AB = 10cm, AC = 15cm$

a. Tính góc B

b. Phân giác trong của góc B cắt AC tại I. Tính AI

c. Vẽ AH vuông góc với BI tại H. Tính AH

**Bài 3.2\*.** Cho tam giác ABC vuông tại A,  $AB < AC, \hat{C} = \alpha < 45^\circ$ , đường trung tuyến AM, đường cao AH,  $MA = MB = MC = a$ . Chứng minh rằng:

a.  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$

b.  $1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$

c.  $1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$

## BÀI TẬP VỀ NHÀ

**Bài 1.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

- Biết  $AH = 6\text{cm}$ ,  $BH = 4,5\text{cm}$ . Tính AB, AC, BC, HC
- Biết  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BH = 3\text{cm}$ . Tính AH và tính chu vi của các tam giác vuông.

**Bài 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

Tính diện tích tam giác ABC, biết  $AH = 12\text{cm}$ ,  $BH = 9\text{cm}$

**Bài 3.** Cho hình thang ABCD vuông tại A và D. Cho biết  $AB = 15\text{cm}$ ,  $AD = 20\text{cm}$ , các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại O. Tính

- Độ dài các đoạn thẳng OB và OD
- Độ dài đoạn thẳng AC
- Diện tích hình thang ABCD.

**Bài 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 60\text{mm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Tính các tỉ số lượng giác của góc B Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C

**Bài 5.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc C biết rằng  $\cos B = 0,6$

**Bài 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tính Sin B, Sin C, biết

- $AB = 13\text{cm}$ ,  $BH = 5\text{cm}$
- $BH = 3\text{cm}$ ,  $CH = 4\text{cm}$

**Bài 7:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH, kẻ EH, HF lần lượt vuông góc với AB, AC. Chứng minh rằng

$$\text{a. } \frac{EB}{FC} = \left( \frac{AB}{AC} \right)^3$$

$$\text{b. } BC \cdot BE \cdot CF = AH^3$$

---- Hết ----