ĐỀ THI THỬ VÀO 10 – ĐÁP ÁN

Họ tên học sinh: …………………………………………………………… Lớp: 9B1/ …… Ngày: …. / … / 20….

Bài I: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-9}{x-9}$ (Với $x>0, x\neq 9$).

a) Rút gọn biểu thức B.

b) Tính giá trị của A khi $x=\sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

c) Tìm x để biểu thưc $\frac{A}{B}=1$.

Đáp án:

$A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ TXD: $D_A=(0;+\infty)$

$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-9}{x-9}$ TXD: $D_B=[0;+\infty)\backslash\{9\}$

a) Rút gọn biểu thức B.

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-9}{x-9}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\frac{7\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$
$$=\frac{x+2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\frac{7\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$
$$=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$

b) Tính giá trị của A khi $x=\sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

Ta có:

$x=\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{3}-1$ thỏa mãn điều kiện

$$\Rightarrow A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{\sqrt{3}-1}-2}{\sqrt{\sqrt{3}-1}}=\frac{\left(\sqrt{\sqrt{3}-1}-2\right)\sqrt{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{\sqrt{3}-1}.\sqrt{\sqrt{3}+1}}=\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{2}}=1-\sqrt{2\sqrt{3}+2}$$

Vậy với $x=\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ thì $A=1-\sqrt{2\sqrt{3}+2}$.

c) Tìm x để biểu thức $\frac{A}{B}=1$.

Ta có:

$$\frac{A}{B}=1 \qquad\qquad \text{TXD: } D=\left[0;+\infty\right)\backslash\left\{9\right\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}:\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}=1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+3=\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3=0 \qquad \text{(luôn sai)}$$

Vậy không tồn tại giá trị của x để $\frac{A}{B}=1$

Bài II: *(2,5 điểm).*

(1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể?

(2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao $1{,}75\ m$ và diện tích đáy là $0{,}32\ m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước ? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Đáp án:

(1)

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ). (Điều kiện $x, y>0$)

Trong 1 giờ: vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Trong 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5}$ bể.

Vì hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5} \qquad (1)$$

Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nên ta có phương trình:

$$3.\frac{1}{x}+4.\frac{1}{y}=\frac{2}{3} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{2}{15}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{15}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7{,}5\\ y=15\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 15 giờ.

(2)

Thể tích của bồn nước là: $V = 0,32.1,75 = 0,56\ (m^3)$

Vậy bồn nước chứa được 0,56 mét khối nước.

Bài III: *(2,0 điểm)*

(1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{5}{x+y} = 2 \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{x+y} = 1,7 \end{cases}$

(2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d):\ y = -2ax - 4a$ (với a là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $a = -\dfrac{1}{2}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 3$.

Đáp án:

(1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{5}{x+y} = 2 \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{x+y} = 1,7 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{5}{x+y} = 2 \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{x+y} = 1,7 \end{cases}$ DK: $x \neq 0; x \neq -y$

Đặt: $\begin{cases} \dfrac{1}{x} = a \\ \dfrac{1}{x+y} = b \end{cases}$ DK: $a, b \neq 0$

Ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} 2a + 5b = 2 \\ 3a + b = 1,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a + 15b = 6 \\ 6a + 2b = 3,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13b = 2,6 \\ 3a + b = 1,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0,2 \\ a = 0,5 \end{cases}$ thỏa mãn

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+y} = 0,2 \\ \dfrac{1}{x} = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$ thỏa mãn

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $T = \{(2;\ 3)\}$.

(2) a)

Với $a = -\dfrac{1}{2}$ ta có: $\begin{cases} (P): y = x^2 \\ (d): y = x + 2 \end{cases}$

Phương trình hoành độ giao điểm của *(P)* và *(d)*:

$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$ thỏa mãn

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1$

Với $x = 2 \Rightarrow y = 4$

Vậy giao điểm cần tìm là: $M_1(-1;\ 1)$ và $M_2(2;\ 4)$ thỏa mãn đề bài

(2) b)

Phương trình hoành độ giao điểm của *(P)* và *(d)*:

$x^2 = -2ax - 4a \Leftrightarrow x^2 + 2ax + 4a = 0$

Để *(P)* cắt *(d)* tại 2 điểm phân biệt thì $\Delta = b^2 - 4ac > 0$

$\Rightarrow (2a)^2 - 4.1.4a > 0 \Leftrightarrow 4a^2 - 16a > 0 \Leftrightarrow 4a(a-4) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a < 0 \\ a > 4 \end{array}\right.$

Theo định lý vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2a \\ x_1.x_2 = 4a \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$|x_1| + |x_2| = 3$

$\Rightarrow (|x_1| + |x_2|)^2 = 9$

$\Leftrightarrow x_1{}^2 + x_2{}^2 + 2|x_1.x_2| = 9$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 + 2|x_1.x_2| = 9$

$\Leftrightarrow (-2a)^2 - 2.4a + 2.|4a| = 9$

$\Leftrightarrow 4a^2 - 8a + 8|a| - 9 = 0$

Với $a < 0$:

$\Rightarrow 4a^2 - 8a - 8a - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 4a^2 - 16a - 9 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = -0,5 & \text{thỏa mãn} \\ a = 4,5 & \text{loại} \end{array}\right.$

Với $a > 4$:

$\Rightarrow 4a^2 - 8a + 8a - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 4a^2 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = -1,5 & \text{loại} \\ a = 1,5 & \text{loại} \end{array}\right.$

Vậy $a = -0,5$ thỏa mãn đề bài.

Bài IV: *(3,0 điểm)*

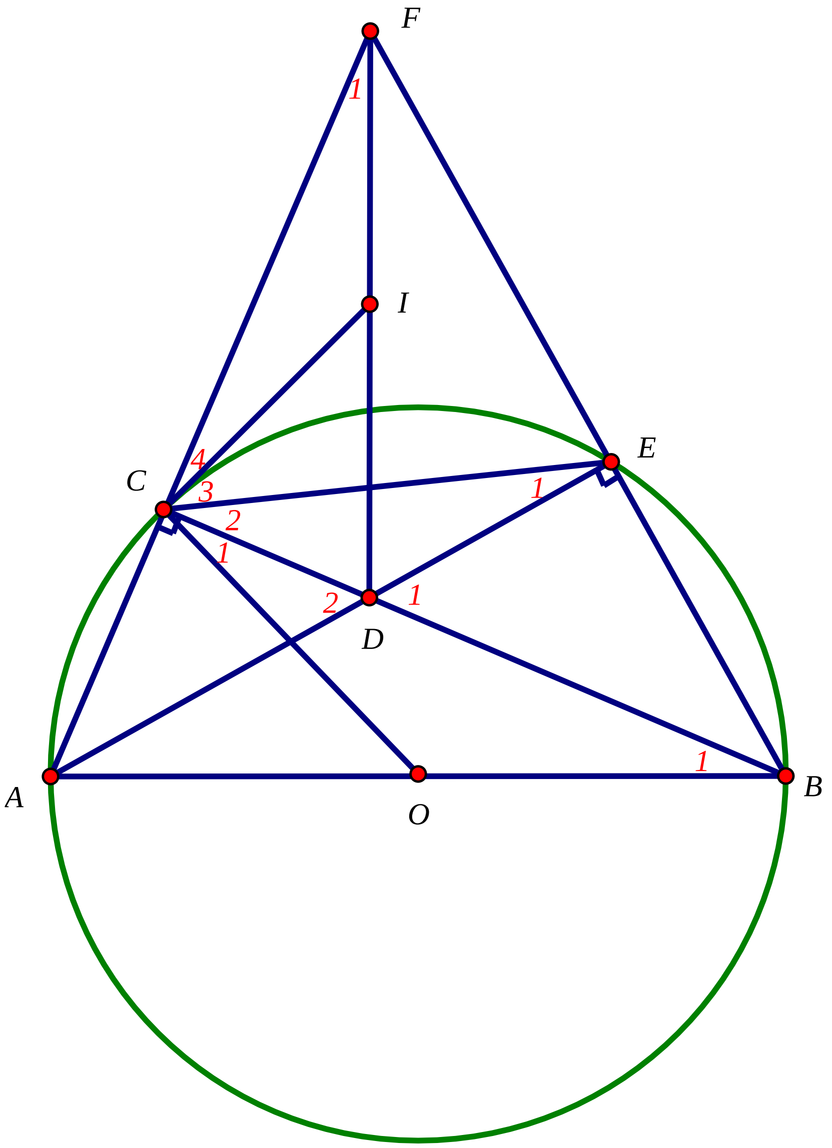
Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh DA.DE = DB.DC.

3) Chứng minh $CFD = OCB$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Đáp án:



1) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

Ta có: AB là đường kính, C và E đều thuộc (O)

$\Rightarrow ACB = AEB = 90^o \Rightarrow FCD = FED = 90^o$

Xét tứ giác FCDE có $FCD + FED = 90^o + 90^o = 180^o$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nhau

$\Rightarrow$ FCDE nội tiếp.

2) Chứng minh DA.DE = DB.DC.

Xét $\triangle ADC$ và $\triangle BDE$ ta có:

$FCD = FED = 90^o$

$D_1 = D_2$ (Vì đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BDE$

$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DE} \Rightarrow DA.DE = DB.DC$

3) Chứng minh $CFD = OCB$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Ta có tứ giác ABEC nội tiếp (O) $\Rightarrow E_1 = B_1$ (cùng chắn cung AC)

Tứ giác FCDE nội tiếp $\Rightarrow E_1 = F_1$ (cùng chắn cung CD)

$\Rightarrow B_1 = F_1$ (1)

Xét $\triangle OBC$ ta có:

$OB = OC = R \Rightarrow \triangle OBC$ cân tại O

$\Rightarrow B_1 = C_1$ (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow C_1 = F_1$ hay $CFD = OCB$

I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, mà $FCD = FED = 90^o$

$\Rightarrow$ I là trung điểm của FD $\Rightarrow IF = ID = IC$

$\Rightarrow \triangle IFC$ cân tại I $\Rightarrow F_1 = C_4 \Rightarrow C_1 = C_4$

Lại có: $C_2 + C_3 + C_4 = 90^o \Rightarrow C_2 + C_3 + C_1 = 90^o$ hay $OCI = 90^o$

$\Rightarrow$ IC vuông góc với OC hay IC là tiếp tuyến của (O) tại C

Bài V: *(0,5 điểm)* Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab$ với a,b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P.

Đáp án:

Ta có $a^2 + b^2 + ab = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3 - ab$ thay vào P ta được.

$P = a^4 + b^4 - ab = \left(a^2 + b^2\right)^2 - 2a^2b^2 - ab = \left(3 - ab\right)^2 - 2a^2b^2 - ab = 9 - 6ab + a^2b^2 - 2a^2b^2 - ab$

$= 9 - 7ab - a^2b^2 = -\left[\left(ab\right)^2 + 2.ab.\frac{7}{2} + \frac{49}{4}\right] + \frac{49}{4} + 9 = -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4}$.

Vì $a^2 + b^2 = 3 - ab$, mà $\left(a + b\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Rightarrow 3 - ab \geq -2ab \Leftrightarrow ab \geq -3$. (1)

Và $\left(a - b\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 3 - ab \geq 2ab \Leftrightarrow ab \leq 1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $-3 \leq ab \leq 1 \Leftrightarrow -3 + \frac{7}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{7}{2} + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq \left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{81}{4} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} + \frac{85}{4} \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq -\frac{1}{4} + \frac{85}{4}$

$\Leftrightarrow 1 \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq 21$

Vậy $\text{Max}\, P = 21$. Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} ab = -3 \\ a^2 + b^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = -\sqrt{3} \end{cases} v \begin{cases} b = \sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3} \end{cases}$.

$\text{Min}\, P = 1$. Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} ab = 1 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$.

---- *Hết* -----