CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

Họ tên: Lớp: 9A1/9A2 Ngày: / ... / 20....

BÀI 6. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

I. Bài tập vận dụng

Bài 2.1. Cho biểu thức
$$A = \frac{15\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$$

- a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa
- b. Rút gọn A
- c. Tìm x để $A = \frac{3}{2}$
- d. So sánh A với $\frac{2}{3}$
- e. Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên

Bài 2.2. Cho biểu thức
$$M = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}} (x \ge 0; x \ne 4; x \ne 9)$$

- a. Rút gọn M
- b. Tính giá trị của M khi $x = 11 6\sqrt{2}$
- c. Tìm các giá trị thực của x để M = 2
- d. Tìm các giá trị thực của x để M < 1
- e. Tìm x nguyên để M có giá trị nguyên

Bài 2.3: Cho biểu thức
$$Q = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} (x \ge 0; x \ne 1)$$

- a. Rút gọn Q
- b. Tính giá trị của Q khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$
- c. Tìm các giá trị của x để Q = 3
- d. Tìm các giá trị của x để $Q > \frac{1}{2}$
- e. Tìm x nguyên để Q có giá trị nguyên

Bài 2.4: Cho
$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{x-\sqrt{x}}; B = \frac{1}{\sqrt{x-1}}(x > 0; x \neq 1)$$

- a. Tính giá trị biểu thức B khi x = 9
- b. Rút gọn C = A : B
- c. Tìm giá trị của x để C = 3
- d. So sánh C với $\frac{1}{4}$

- e. Chứng minh C > 2
- f. Tìm x nguyên để biểu thức C có giá trị nguyên
- g. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C
- h. Tìm các giá trị của m để nghiệm x thỏa mãn bất phương trình: $-\sqrt{x}.C > \sqrt{x} + m 3$

Bài 2.5: Cho
$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} (x \ge 0; x \ne 1)$$

- a. Rút gọn biểu thức A
- b. Tính giá trị của A khi x = 9
- c. Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{2}$
- d. Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên
- e. Tìm m để phương trình $mA = \sqrt{x} 2$ có hai nghiệm phân biệt
- f. Tính các giá trị của x để A < 1
- g. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A

II. Bài tập bổ sung

Bài 3.1: Cho biểu thức
$$P = (\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1}) : (\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x + 1})(x \ge 0; x \ne 1)$$

- a. Rút gọn P
- b. Tìm giá trị của x để $P < \frac{1}{2}$
- c. Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{3}$
- d. Tìm x nguyên để P nguyên
- e. Tìm GTNN của P

BÀI 7. CĂN BẬC BA

I. Tóm tắt lý thuyết

1. Định nghĩa: Căn bậc ba của một số a là số x sao cho x^3 = a.

Hay căn bậc ba của một số a, kí hiệu là: $\sqrt[3]{a}$ là một số mà lũy thừa bậc ba của nó bằng a

$$x = \sqrt[3]{a} \Leftrightarrow x^3 = a \Rightarrow (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

2. Tính chất

- a. Mỗi số a có duy nhất một căn bậc ba: $\sqrt[3]{a^3} = a$
- b. Nếu a > 0 thì : $\sqrt[3]{a} > 0$
- Nếu a < 0 thì : $\sqrt[3]{a}$ < 0
- Nếu a = 0 thì : $\sqrt[3]{a} = 0$

3. Các công thức liên quan đến căn bậc ba

- +) A < B $\Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$
- +) $\sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}} (B \neq 0)$

- +) A < B $\sqrt[3]{A.B} = \sqrt[3]{A}.\sqrt[3]{B}$
 - +) A < B $\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{B} \Leftrightarrow A = B$

II. Bài tập vận dụng

Bài 2.1. Hãy tính

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

c) $\sqrt[3]{64a^3}$

d) $\sqrt[3]{-8a^3b^6}$

e) ³√729

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$

g) $\sqrt[3]{343a^3}$

h) $\sqrt[3]{-512a^3b^6}$

Bài 2.2. Rút gọn biểu thức

a)
$$A = \sqrt[3]{125x^3 + 75x^2 + 15x + 1} - 5x$$

b)
$$B = \sqrt[3]{x\sqrt{x} + 1} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x} - 1} - \sqrt[3]{1 - x^3}$$

Bài 2.3: So sánh cặp số sau

a)
$$2\sqrt[3]{3}$$
 và $\sqrt[3]{23}$

b) 15 và
$$3\sqrt[3]{126}$$

c) 7 và
$$2\sqrt[3]{43}$$

d)
$$5\sqrt[3]{6}$$
 và $6\sqrt[3]{5}$

Bài 2.4: Giải các phương trình sau

a.
$$\sqrt[3]{2x+1} = 3$$

b.
$$\sqrt[3]{5+x} - x = 5$$

c.
$$\sqrt[3]{2-3x} = -2$$

d.
$$\sqrt[3]{x-1} = x-1$$

III. Bài tập bổ sung

Bài 3.1: Thực hiện phép tính

a)
$$A = \frac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54}.\sqrt[3]{4}$$

b)
$$B = (\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2})$$

Bài 3.2: Rút gọn các biểu thức sau

a)
$$A = 3x - \sqrt[3]{27x^3 + 27x^2 + 9x + 1}$$

b)
$$B = \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1} - \sqrt[3]{x^3}$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho
$$A = (\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4}) : \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-x}$$

- a. Rút gọn A
- b. Tìm các giá trị của x để A > 0; A < 0
- c. Tìm các giá trị của x sao cho |A|=1

Bài 2. Cho
$$A = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x}\right) (x \ge 0; x \ne 1; x \ne 4)$$

- a. Rút gọn A
- b. Tìm các giá trị của x thỏa mãn $A < \frac{1}{2}$
- c. Tìm giá trị nhỏ nhất của A

Bài 3. Cho
$$A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x - 1)}{\sqrt{x} - 1} (x > 0; x \neq 1)$$

- a. Rút gọn A
- b. Tìm giá trị nhỏ nhất của A
- c. Tìm x để biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x}}{A}$ nhận giá trị nguyên

Bài 4. Giải các phương trình sau

- a) $\sqrt[3]{2x+1} = 1$
- b) $\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} = x + 2$

---- Hết ----