

CHUYÊN ĐỀ III: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Họ tên học sinh: Lớp: 9B1/ Ngày: / ... / 20....

I. Kiến thức cơ bản

Các bước để giải toán bằng cách lập phương trình – hệ phương trình:

Bước 1: Lập phương trình

- Đặt ẩn số và điều kiện cho ẩn phù hợp.
- Biểu diễn các dữ kiện bài toán chưa biết thông qua ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình – hệ phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình – hệ phương trình đã lập.

Bước 3: Kiểm tra điều kiện và đưa ra kết luận của bài toán

II. Bài tập vận dụng

Bài 1. Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 5 đơn vị và tăng mẫu số lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số mới là nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó.

Đáp án:

Gọi tử số của phân số của phân số cần tìm là x thì mẫu số của phân số cần là $x+11$

(DK: $x \in \mathbb{Z} \setminus \{0; -11\}$)

Phân số cần tìm là: $\frac{x}{x+11}$

Khi bớt tử số đi 5 đơn vị và tăng mẫu số 4 đơn vị ta được phân số: $\frac{x-5}{x+15}$ (Điều kiện : $x \neq -15$)

Theo bài ra ta có phương trình : $\frac{x}{x+11} = \frac{x+15}{x-5}$

Giải PT tìm $x = -5$ vậy phân số cần tìm là $\frac{-5}{6}$.

Bài 2. Tìm một số có hai chữ số nếu chia số đó cho tổng hai chữ số thì ta được thương là 6. Nếu cộng tích hai chữ số với 25 ta được số nghịch đảo.

Đáp án:

Gọi chữ số hàng chục là x chữ số hàng đơn vị là y (DK: $x, y \in \mathbb{N}, 0 < x, y \leq 9$)

Nếu chia số đó cho tổng 2 chữ số ta được thương là 6 nên có phương trình: $\frac{10x+y}{x+y} = 6$

Nếu lấy tích 2 chữ số cộng thêm 25 ta được số nghịch đảo nên ta có phương trình $xy + 25 = 10y + x$

Theo bài ra ta có HPT:
$$\begin{cases} \frac{10x+y}{x+y} = 6 & (1) \\ xy + 25 = 10y + x & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có : $10x + y = 6x + 6y \Leftrightarrow 4x = 5y \Leftrightarrow x = \frac{5y}{4}$

Thay vào phương trình (2) ta có : $\frac{5y \cdot y}{4} + 25 = 10y + \frac{5y}{4}$

$$\Leftrightarrow 5y^2 + 100 = 40y + 5y \Leftrightarrow 5y^2 - 45y + 100 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 9y + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = 4 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$\text{Với } y_1 = 5 \Rightarrow x_1 = \frac{5 \cdot 5}{4} \quad (\text{loại})$$

$$\text{Với } y_2 = 4 \Leftrightarrow x_2 = \frac{5 \cdot 4}{4} = 5 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy chữ số hàng chục là 5, chữ số hàng đơn vị là 4. Số cần tìm là 54.

Bài 3: Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36 km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Đáp án:

Gọi vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là x km/h, $x > 0$.

Thời gian của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là $\frac{36}{x}$ (giờ)

Vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ B đến A là $x+3$ (km/h)

Thời gian của người đi xe đạp khi đi từ B đến A là $\frac{36}{x+3}$ (giờ)

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{36}{60}$$

$$\text{Giải phương trình này ra hai nghiệm } \begin{cases} x = 12 \\ x = -15 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h

Bài 4: Lúc 6 giờ một ô tô chạy từ A về B. Sau đó nửa giờ, một xe máy chạy từ B về A. Ô tô gặp xe máy lúc 8 giờ. Biết vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h và khoảng cách $AB = 195$ km. Tính vận tốc mỗi xe.

Đáp án:

Gọi vận tốc ô tô là x (km/h) ($x > 0$).

Gọi vận tốc xe máy là y (km/h) ($y > 0$).

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên ta có phương trình: $x - y = 10$

Thời gian ô tô đã đi cho đến lúc gặp xe máy là: $8 - 6 = 2$ (giờ).

Thời gian xe máy đã đi cho đến lúc gặp ô tô là: $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (giờ).

Quãng đường ô tô chạy trong 2 giờ là $2x$ (km).

Quãng đường xe máy chạy trong $\frac{3}{2}$ giờ là $\frac{3y}{2}$ (km).

Vì quãng đường AB dài 195 km nên ta có phương trình $2x + \frac{3}{2}y = 195$ hay $4x + 3y = 390$.

Do đó ta có hệ hai phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 10 \\ 4x + 3y = 390. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 60$; $y = 50$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy vận tốc ô tô là 60 km/h, vận tốc xe máy là 50 km/h.

Bài 5: Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Đáp án:

Gọi số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là x (sản phẩm). (ĐK: $x > 10$; $x \in \mathbb{N}$)

Do đó:

Số sản phẩm tổ dự định làm trong mỗi ngày là: $x - 10$ (sản phẩm).

Thời gian tổ hoàn thành công việc trong thực tế là: $\frac{240}{x}$ (ngày)

Thời gian tổ hoàn thành công việc theo dự định là: $\frac{240}{x-10}$ ngày

Vì tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày, do đó ta có phương trình:

$$\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} = 2 \Leftrightarrow \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 1$$

$$\Rightarrow 120x - 120(x-10) = x^2 - 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0 \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -30 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là 40 sản phẩm.

Bài 6: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch ?.

Đáp án:

Gọi x, y là số sản phẩm của tổ I, II theo kế hoạch. (ĐK: $x, y \in \mathbb{N}$; $x, y < 600$)

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm nên ta có phương trình: $x + y = 600$ (1)

Số sản phẩm tăng của tổ I là: $\frac{18}{100}x$ (sp), Số sản phẩm tăng của tổ II là: $\frac{21}{100}y$ (sp).

Do số sản phẩm của hai tổ vượt mức 120(sp) nên ta có phương trình: $\frac{18}{100}x + \frac{21}{100}y = 120$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{18}{100}x + \frac{21}{100}y = 120 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 200, y = 400$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy số sản phẩm được giao theo kế hoạch của tổ I là 200, của tổ II là 400.

Bài 7: Một hình chữ nhật ban đầu có chu vi bằng 2010 cm. Biết rằng nếu tăng chiều dài của hình chữ nhật thêm 20 cm và tăng chiều rộng thêm 10 cm thì diện tích hình chữ nhật ban đầu tăng lên 13 300 cm². Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Đáp án:

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x (cm), chiều rộng là y (cm) (DK: $x, y > 0$)

Chu vi hình chữ nhật ban đầu là 2010 cm. Ta có phương trình:

$$2(x + y) = 2010 \Leftrightarrow x + y = 1005 \quad (1)$$

Khi tăng chiều dài 20 cm, tăng chiều rộng 10 cm thì kích thước hình chữ nhật mới là:

Chiều dài: $x + 20$ (cm), chiều rộng: $y + 10$ (cm)

Khi đó diện tích hình chữ nhật mới là: $(x + 20)(y + 10) = xy + 13300$

$$\Leftrightarrow 10x + 20y = 13100 \Leftrightarrow x + 2y = 1310 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ:
$$\begin{cases} x + y = 1005 \\ x + 2y = 1310 \end{cases}$$

Trừ từng vế của hệ ta được: $y = 305$ (thỏa mãn). Thay vào phương trình (1) ta được: $x = 700$

Vậy chiều dài hình chữ nhật ban đầu là: 700 cm, chiều rộng là 305 cm.

III. Bài tập tự luyện

Bài 1: Cho số tự nhiên có hai chữ số, tổng của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị bằng 14. Nếu đổi chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị cho nhau thì được số mới lớn hơn số đã cho 18 đơn vị. Tìm số đã cho.

Bài 2: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng chữ số hàng đơn vị hơn chữ số hàng chục là 5 đơn vị và khi viết chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số của số đó thì ta được số mới lớn hơn số đó là 280 đơn vị.

Bài 3: Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 48 km. Một canô đi từ bến A đến bến B, rồi quay lại bến A. Thời gian cả đi và về là 5 giờ (không tính thời gian nghỉ). Tính vận tốc của canô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Bài 4: Một ca nô xuôi dòng một quãng sông dài 12km rồi ngược dòng quãng sông đó mất 2 giờ 30 phút. Nếu cũng quãng đường sông ấy, ca nô xuôi dòng 4km rồi ngược dòng 8km thì hết 1 giờ 20 phút. Biết rằng vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước là không đổi, tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước.

Bài 5 : Lớp 9A và lớp 9B cùng lao động tổng vệ sinh sân trường thì sau 6 giờ sẽ hoàn thành xong công việc. Nếu làm riêng thì lớp 9A mất nhiều thời gian hơn lớp 9B là 5 giờ mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng, mỗi lớp cần bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc ?

Bài 6: Tháng đầu, hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu, vì vậy, hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy ?

Bài 7: Cho mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45 m. Nếu giảm chiều dài 2 lần tăng chiều rộng lên 3 lần thì chu vi không đổi. Tính diện tích mảnh đất.

Bài 8 : Trên một vùng biển được xem như bằng phẳng và không có chướng ngại vật. Vào lúc 6 giờ có một tàu cá đi thẳng qua tọa độ X theo hướng Từ Nam đến Bắc với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ một tàu du lịch cũng đi thẳng qua tọa độ X theo hướng từ Đông sang Tây với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá 12 km/h. Đến 8 giờ khoảng cách giữa hai tàu là 60 km. Tính vận tốc của mỗi tàu.

---- *Hết* ----