

TỔNG HỢP CÁC CÂU KHÓ – ĐỀ THI HỌC KÌ 1 TOÁN 7

Bài 1. (Amsterdam 2018 – 2019)

Thực hiện phép tính: $\left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+2018}\right)$.

Bài 2. (Nguyễn Trường Tộ - Đống Đa 2018 – 2019)

Cho biểu thức: $P = -(x+5)^2 - |x-y+1| + 2018$. Hãy tìm GTLN (P).

Bài 3. (Lê Ngọc Hân – Hai Bà Trưng 2018 – 2019)

Tìm ba số thực $x, y, z \neq 0$, biết: $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$ và $x^{2018} - y^{2019} = 0$.

Bài 4. (Mễ Trì 2018 – 2019)

Cho a, b, c, d là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh:

$M = \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+t} + \frac{z}{y+z+t} + \frac{t}{x+z+t}$ có giá trị không phải số tự nhiên.

Bài 5. (Mỹ Đình 1 năm 2018 – 2019)

Cho a, b, c là 3 số thực dương thỏa mãn $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$. Tính giá

trị của biểu thức $M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.

Bài 6. (Lương Thế Vinh 2018 – 2019)

Tìm giá trị của x thỏa mãn: $|2x+3| + |2x-1| = \frac{8}{3(x+1)^2 + 2}$.

Bài 7. (Vinschool 2018 – 2019)

Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($b, d \neq 0; a \neq -c; b \neq -d$). Chứng minh: $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$.

Bài 8. (Kinh Môn – Hải Dương 2018 – 2019)

Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc \mathbb{R} . Biết rằng với mọi x , ta đều có:

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2. \text{ Tính } f\left(\frac{1}{3}\right).$$

Bài 9. (Vũ Thư – Thái Bình 2018 – 2019)

Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho $2018^x + 2019^y = 2020^z$.

Bài 10. (Cầu Giấy 2018 – 2019)

Cho $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$. Chứng minh rằng:

$$P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z} \text{ có giá trị nguyên.}$$

Bài 11. (Amsterdam 2017 – 2018)

a) Cho các số a, b, c, x, y, z thỏa mãn $a + b + c = a^2 + b^2 + c^2 = 1$ và $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ (các tỉ số đều có nghĩa). Chứng minh $x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2$.

b) Cho tam giác ABC có $AB = 2\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho $BD = BC$, trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tính diện tích tứ giác ACED.

Bài 12. (Đan Phượng 2017 – 2018)

Cho các số $a, b, c > 0$ và $\frac{a+b}{3} = \frac{b+c}{4} = \frac{c+a}{5}$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = 10a + b - 7c + 2017.$$

Bài 13. (Thanh Trì 2017 – 2018)

Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$, so sánh A với 1 biết: $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

Bài 14. (Nam Định 2017 – 2018)

Cho ba số a, b, c dương. Chứng tỏ rằng $M = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ không là số nguyên.

Bài 15. (Amsterdam 2016 – 2017)

Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2016a+b+c+d}{a} = \frac{a+2016b+c+d}{b} = \frac{a+b+2016c+d}{c} = \frac{a+b+c+2016d}{d}$$

Tính giá trị biểu thức: $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$.

Bài 16. (Lương Thế Vinh 2016 – 2017)

Cho $a, b, c, x, y, z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{x}{a-2b+c} = \frac{y}{2a-b-c} = \frac{z}{4a+4b+c}$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{x+2y+z} = \frac{b}{z-y-2x} = \frac{c}{4x-4y+z}$.

Bài 17. (Vĩnh Bảo – Hải Phòng 2017 – 2018)

a) Tính $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{19.20}$

b) Chứng minh $A = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} < \frac{1}{2}$.

Bài 18. (Cự Khôi – Long Biên 2017 – 2018)

Có ba chiếc đồng hồ có kim. Chiếc thứ nhất là một chiếc đồng hồ chết, chiếc thứ hai là một chiếc đồng hồ treo tường, mỗi ngày chậm 1 phút, chiếc thứ 3 là một đồng hồ treo tay, mỗi giờ chậm 1 phút. Hỏi chiếc đồng hồ nào chỉ đúng giờ nhiều lần nhất?

Bài 19. (Nam Trực – Nam Định 2017 – 2018)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = |x - 2018| - |x - 2017|$.

Bài 20. (Vĩnh Yên – Vĩnh Phúc 2016 – 2017)

So sánh $2^{30} + 3^{30} + 4^{30}$ và 3.24^{10} .

Bài 21. (TP Thái Bình 2016 – 2017)

Cho tam giác ABC. Tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Tia phân giác của góc C cắt AB tại N. Giả sử $BN + CM = BC$. Hãy tính số đo góc A?

Bài 22. (Hồng Phương – Yên Lạc – VP 2017 – 2018)

Biết $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$. Tính tổng: $S = 2^2 + 4^2 + \dots + 20^2$.

Bài 23. (Trung Kiên – Yên Lạc – VP 2017 – 2018)

Cho $\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ (với $a, b, c \neq 0, b \neq c$). Chứng minh rằng $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{c-b}$.

Bài 24. (Yên Lạc – VP 2017 – 2018)

Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết $3^{x+2} \cdot 5^y = 45^x$.

Bài 25. (Cầu Giấy 2014 – 2015)

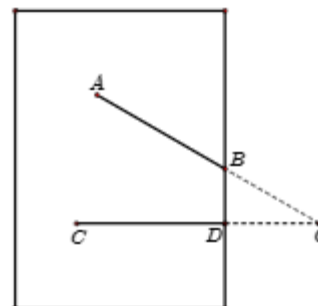
a) Cho các số x, y, z thỏa mãn $\frac{x}{2013} = \frac{y}{2014} = \frac{z}{2015}$. Chứng tỏ rằng:

$$(x-z)^3 = 8(x-y)^2(y-z).$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x+22| + |x+12| + |x+1944|$.

Bài 26. (Quận 1 – TP.HCM 2018 – 2019)

Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau ở ngoài phạm vi của tờ giấy (hình vẽ). Làm thế nào để biết được góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng ấy?



Bài 27. (Dịch Vọng 2018 – 2019)

Cho $\frac{3x-2y}{4} = \frac{4y-3z}{2} = \frac{2z-4a}{3}$ và $x-2y+3z=8$. Tính x, y, z .