

## THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG

Họ tên học sinh: ..... Lớp: 8B1/ ..... Ngày: .... / ... / 20....

**Câu 1:** (2 điểm) Giải phương trình và bất phương trình sau:

1)  $2 \cdot (3x - 1) - 3x = 10$

2)  $\frac{3}{x-7} + \frac{2}{x+7} = \frac{5}{x^2-49}$

3)  $\frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} < -2$

4)  $|5x-2| = 7x+3$

Đáp án:

1)  $2 \cdot (3x - 1) - 3x = 10$  (DK:  $x \in R$ )

$$\Leftrightarrow 6x - 2 - 3x = 10$$

$$\Leftrightarrow 3x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $T = \{4\}$

2)  $\frac{3}{x-7} + \frac{2}{x+7} = \frac{5}{x^2-49}$  (DKXD:  $x \neq \pm 7$ )

$$\Leftrightarrow \frac{3(x+7)}{(x-7)(x+7)} + \frac{2(x-7)}{(x+7)(x-7)} - \frac{5}{(x-7)(x+7)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x+2}{(x+7)(x-7)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{5} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $T = \left\{ \frac{-2}{5} \right\}$

3)  $\frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} < -2$  (DKXD:  $x \in R$ )

$$\frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} < -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x+2)}{15} - \frac{3(3x-1)}{15} + \frac{30}{15} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{43-4x}{15} < 0$$

$$\Leftrightarrow 43-4x < 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{43}{4} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm  $T = \left( \frac{43}{4}; +\infty \right)$

4)  $|5x - 2| = 7x + 3$  (DKXD:

$$\text{Ta có : } |5x - 2| = \begin{cases} 5x - 2 & \text{khi } x \geq \frac{2}{5} \\ 2 - 5x & \text{khi } x < \frac{2}{5} \end{cases}$$

\* Nếu  $x \geq \frac{2}{5} \Rightarrow$  Phương trình  $\Leftrightarrow 5x - 2 = 7x + 3 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{2}$  ( loại)

\* Nếu  $x < \frac{2}{5} \Rightarrow$  Phương trình  $\Leftrightarrow 5x - 2 = -7x - 3 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{12}$  ( thỏa mãn)

Vậy phương trình có tập nghiệm  $T = \left\{ -\frac{1}{12} \right\}$

**Câu 2:** (2 điểm) Cho hai biểu thức:  $A = \frac{x^2 + x}{3x + 9}$  và  $B = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{2x+2}{x^2-1}$  (DKXD:  $x \neq -3; x \neq -1$ )

a) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 2$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Đặt  $P = A.B$ . Tìm x để  $P < 1$

**Đáp án:**

$$A = \frac{x^2 + x}{3x + 9} \quad \text{TXD: } D_A = R \setminus \{-3\}$$

$$B = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{2x+2}{x^2-1} \quad \text{TXD: } D_B = R \setminus \{-1; 1\}$$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 2$

Ta có  $x = 2 \in D_A$

$$\Rightarrow A = \frac{2^2 + 2}{3 \cdot 2 + 9} = \frac{6}{15}$$

Vậy với  $x = 2$  thì  $A = \frac{6}{15}$

b) Rút gọn biểu thức B

$$B = \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{2x+2}{x^2-1}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{2x+2}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{2x+2+3x-3-2x-2}{(x-1)(x+1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{3}{x+1}$$

Vậy  $B = \frac{3}{x+1}$

c) Đặt  $P = A.B$ . Tìm  $x$  để  $P < 1$

Ta có:

$$P = A.B < 1$$

$$\text{TXD: } D = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + x}{3x + 9} \cdot \frac{3}{x + 1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{3(x+3)} \cdot \frac{3}{x+1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x+3} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x+3} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - x - 3}{x + 3} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{x + 3} < 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow x > -3$$

$$\text{Kết hợp với DKXD} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Vậy với giá trị  $\begin{cases} x > -3 \\ x \neq -1 \end{cases}$  thì  $P < 1$

**Câu 3 :** (2 điểm) Giải bài toán sau đây bằng cách lập phương trình:

Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ sản xuất được 65 sản phẩm. Do đó tổ đã hoàn thành trước kế hoạch 3 ngày và còn vượt mức 255 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

**Đáp án:**

Gọi số sản phẩm tổ phải sản xuất theo kế hoạch là  $x$  (sản phẩm). (ĐK:  $x > 255; x \in \mathbb{N}$ )

Do đó:

Thời gian tổ hoàn thành công việc trong thực tế là:  $\frac{x + 225}{65}$  (ngày)

Thời gian tổ hoàn thành công việc theo dự định là:  $\frac{x}{50}$  (ngày)

Vì tổ đã hoàn thành trước kế hoạch 3 ngày, do đó ta có phương trình:

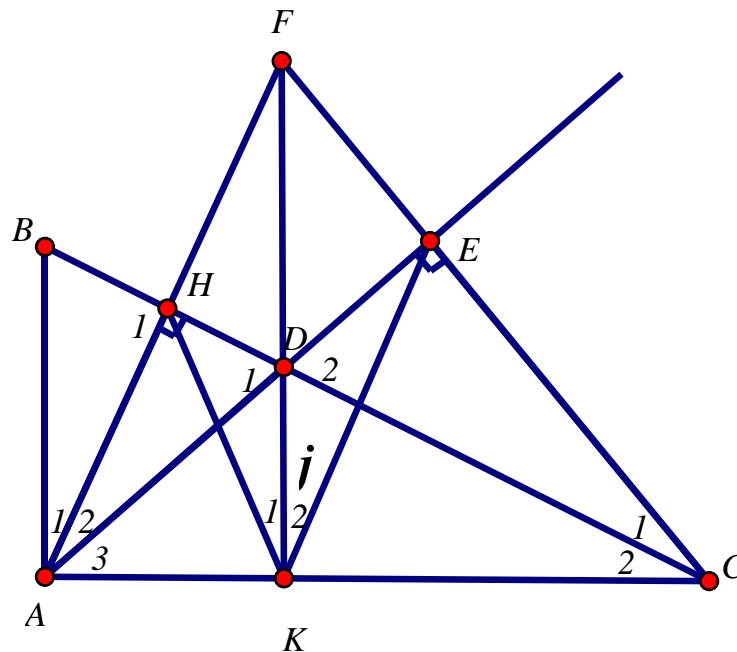
$$\begin{aligned}\frac{x}{50} - \frac{x+255}{65} &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{50} &= \frac{x+255+195}{65} \\ \Leftrightarrow 65x &= 50(x+450) \\ \Leftrightarrow x &= 1500 \text{ (thỏa mãn)}\end{aligned}$$

Vậy số sản phẩm tổ phải sản xuất theo kế hoạch là 1500 (sản phẩm).

**Câu 4 :** (3,5 điểm) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ). Vẽ đường cao  $AH$  ( $H$  thuộc  $BC$ ). Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $H$ .

- Chứng minh  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle HAB$
- Từ  $C$  kẻ đường thẳng vuông góc với tia  $AD$ ; cắt  $AD$  tại  $E$ . Chứng minh rằng:  $AH \cdot CD = CE \cdot AD$
- Chứng minh  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle EDC$  và diện tích  $\triangle EDC$  biết  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ .
- Biết  $AH$  cắt  $CE$  tại  $F$ . Tia  $FD$  cắt cạnh  $AC$  tại  $K$ . Chứng minh  $KD$  là tia phân giác của góc  $HKE$ .

Đáp án:



- Chứng minh  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle HAB$

Ta có: 
$$\begin{cases} A_1 + B = 90^\circ \\ B + C_2 = 90^\circ \end{cases} \quad A_1 = C_2$$

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle HAB$  ta có:

$$A_1 = C_2$$

$$H_1 = A = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle HAB$

b) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với tia AD; cắt AD tại E. Chứng minh rằng:  $AH \cdot CD = CE \cdot AD$   
Xét  $\triangle AHD$  và  $\triangle CED$  ta có:

$$H = E = 90^\circ$$

$$D_1 = D_2 \quad (\text{vì đối đỉnh})$$

$$\Rightarrow \triangle AHD \text{ đồng dạng } \triangle CED \Rightarrow \frac{AH}{CE} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AH \cdot CD = CE \cdot AD$$

c) Chứng minh  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle EDC$  và diện tích  $\triangle EDC$  biết  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ .

Ta có:  $BH = DH$  (theo giả thiết)

$$\Rightarrow \triangle ABD \text{ cân tại A} \Rightarrow B = D_1 = D_2$$

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle EDC$  ta có:

$$B = D_2$$

$$A = E = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ đồng dạng } \triangle EDC$$

Ta có:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24(\text{cm}^2)$$

Áp dụng định lý Pytago cho  $\triangle ABC$  vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10(\text{cm})$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại A, đường cao AH} \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6(\text{cm}) \Rightarrow CD = 10 - 2 \cdot 3,6 = 2,8(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{\triangle CED} = \frac{CD}{BC} \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{2,8}{10} \cdot 24 = 6,72(\text{cm}^2)$$

d) Biết AH cắt CE tại F. Tia FD cắt cạnh AC tại K. Chứng minh KD là tia phân giác của góc  $HKE$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CH \perp AF \\ AE \perp CF \\ CH \cap AE = D \end{cases} \Rightarrow D \text{ là trực tâm của } \triangle AFC$$

$$\Rightarrow FK \perp AC$$

Xét tứ giác AKDH ta có:

$$AKD = AHD = 90^\circ \Rightarrow AKD + AHD = 180^\circ$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện

$$\Rightarrow AKDH \text{ nội tiếp một đường tròn}$$

$$\Rightarrow K_1 = A_2 \quad (\text{cùng chắn cung HD})$$

Tương tự với tứ giác KCED ta có  $\Rightarrow K_2 = C_1$

Mặt khác, ta có:  $\triangle AHD$  đồng dạng  $\triangle CED \Rightarrow C_1 = A_2 \Rightarrow K_1 = K_2$

$\Rightarrow KD$  là tia phân giác của góc  $HKE$ .

**Câu 5:** (0,5 điểm) Tìm GTNN, GTLN của biểu thức  $A = \frac{3+8x}{4x^2+1}$

Đáp án:

\* Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3+8x}{4x^2+1} \\ &= 1 + \frac{3+8x}{4x^2+1} - 1 \\ &= \frac{4x^2+1+3+8x}{4x^2+1} - 1 \\ &= \frac{4(x+1)^2}{4x^2+1} - 1 \end{aligned}$$

Ta thấy:

$$\begin{aligned} \frac{4(x+1)^2}{4x^2+1} &\geq 0 \forall x \in R \\ \Rightarrow \frac{4(x+1)^2}{4x^2+1} - 1 &\geq -1 \forall x \in R \\ \Rightarrow \text{Min } A &= -1 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \end{aligned}$$

\* Mặt khác ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3+8x}{4x^2+1} \\ &= \frac{4(4x^2+1) - (16x^2-8x+1)}{4x^2+1} \\ &= 4 - \frac{(4x-1)^2}{4x^2+1} \end{aligned}$$

Ta thấy:

$$\begin{aligned} -\frac{(4x-1)^2}{4x^2+1} &\leq 0 \forall x \in R \\ \Leftrightarrow 4 - \frac{(4x-1)^2}{4x^2+1} &\leq 4 \forall x \in R \\ \Rightarrow \text{Max } A &= 4 \Leftrightarrow 4x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Vậy GTNN của  $A = -1 \Leftrightarrow x = -1$

$$\text{GTLN của } A = 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

**---- Hết ----**