

## CHUYÊN ĐỀ I: RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Họ tên học sinh: ..... Lớp: 9B1/ ..... Ngày: .... / ... / 20....

### I. Kiến thức cơ bản

Các công thức biến đổi căn thức:

1.  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0 \end{cases}$
2.  $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$  (Với  $A \geq 0; B \geq 0$ )
3.  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$  (Với  $A \geq 0; B > 0$ )
4.  $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$  (Với  $B \geq 0$ )
5.  $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$  (Với  $A \geq 0; B \geq 0$ )
6.  $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$  (Với  $A < 0; B \geq 0$ )
7.  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB}$  (Với  $A \geq 0; B > 0$ )
8.  $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$  (Với  $B > 0$ )
9.  $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \pm B})}{A - B^2}$  (Với  $A \geq 0; A \neq B^2$ )
10.  $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \pm \sqrt{B})}{A - B}$  (Với  $A \geq 0; B \geq 0; A \neq B$ )
11.  $(\sqrt[3]{A})^3 = \sqrt[3]{A^3} = A$

Điều kiện xác định của một số hàm cơ bản:

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\sqrt{A}$ ĐKXĐ: $A \geq 0$   | 2. $\frac{A}{B}$ ĐKXĐ: $B \neq 0$                      |
| 3. $\frac{A}{\sqrt{B}}$ ĐKXĐ: $B > 0$  | 4. $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ĐKXĐ: $A \geq 0; B > 0$ |
| 5. $\sqrt{\frac{A}{B}}$ ĐKXĐ: $\begin{cases} A \leq 0 \\ B < 0 \\ A \geq 0 \\ B > 0 \end{cases}$ |  |

Cho  $a > 0$  ta có:

- |  |   |
|--|---|
| 6. $x^2 > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{a} \\ x < -\sqrt{a} \end{cases}$ | 7. Cho $a > 0$ ta có:<br>$x^2 < a \Leftrightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$ |
|--|---|

## II. Bài tập vận dụng

**Bài 1.** Thực hiện phép tính:

a)  $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

b)  $B = \sqrt{6-4\sqrt{2}}$

c)  $C = \sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

**Bài 2.** Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $P$  nhận giá trị nguyên

a)  $P = \frac{5}{\sqrt{x+1}}$

b)  $P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$

**Bài 3.** Với  $x > 0$ , cho hai biểu thức  $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ .

c) Tìm  $x$  để  $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$

**Bài 4.** (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2016 – 2017)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$ .

c) Tìm  $x$  để biểu thức  $P = A.B$  có giá trị là số nguyên

**Bài 5.** Cho biểu thức  $P = \frac{3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-3}{3-\sqrt{x}} - \frac{3(3\sqrt{x}-5)}{x-2\sqrt{x}-3}$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $P$ , biết  $x = 4 + 2\sqrt{3}$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

## III. Bài tập tự luyện

**Bài 1:** Thực hiện phép tính

a)  $A = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$

b)  $B = \sqrt{19-6\sqrt{2}} - \sqrt{19+6\sqrt{2}}$

c)  $C = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{17-12\sqrt{2}}}$

d)  $D = \left( \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{3-\sqrt{3}}$

e\*)  $E = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{49}}$

(Gợi ý: sử dụng trục căn thức ở mẫu)

**Bài 2:** Cho  $M = (1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}) : (\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6})$

a) Rút gọn  $M$

b) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $M$  nhận giá trị là số nguyên

**Bài 3. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2017 – 2018)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ , với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$ .

c) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $A = B|x-4|$ .

**Bài 4. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2018 – 2019)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ .

c) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$ .

**Bài 5. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2019 – 2020)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$  và  $B = \left( \frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ .

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $P = A.B$  đạt giá trị nguyên lớn nhất.

---- Hết ----