

## CHUYÊN ĐỀ III: TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Họ tên học sinh: ..... Lớp: 9B1/ ..... Ngày: .... / ... / 20....

### I. Tứ giác nội tiếp

**Bài 1:** Cho đường tròn tâm  $O$  và điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$ ) là tiếp điểm. Trên cung nhỏ  $BC$  lấy một điểm  $M$  rồi kẻ các đường vuông góc  $MI, MH, MK$  xuống các cạnh  $BC, CA, AB$ . Gọi giao điểm của  $BM$  và  $IK$  là  $P$ ; giao điểm của  $CM, IH$  là  $Q$ .

- Chứng minh rằng các tứ giác  $BIMK, CIMH$  nội tiếp được;
- Chứng minh  $MI^2 = MH \cdot MK$ ;
- Chứng minh tứ giác  $IPMQ$  nội tiếp rồi suy ra  $PQ \perp MI$ ;

**Bài 2:** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB = 2R$  và tia tiếp tuyến  $Ax$  cùng phía với nửa đường tròn đối với  $AB$ . Từ điểm  $M$  trên  $Ax$  kẻ tiếp tuyến thứ hai  $MC$  với nửa đường tròn ( $C$  là tiếp điểm).  $AC$  cắt  $OM$  tại  $E$ ;  $MB$  cắt nửa đường tròn ( $O$ ) tại  $D$  ( $D$  khác  $B$ ).

- Chứng minh:  $AMCO$  và  $AMDE$  là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $MBCD$  là tứ giác nội tiếp

**Bài 3:** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ , kẻ tiếp tuyến  $Bx$  và lấy hai điểm  $C$  và  $D$  thuộc nửa đường tròn. Các tia  $AC$  và  $AD$  cắt  $Bx$  lần lượt ở  $E, F$  ( $F$  ở giữa  $B$  và  $E$ )

- Chứng minh:  $ABD = DFB$ .
- Chứng minh rằng  $CEFD$  là tứ giác nội tiếp.

**Bài 4:** Cho nửa đường tròn đường kính  $BC = 2R$ . Từ điểm  $A$  trên nửa đường tròn vẽ  $AH \perp BC$ . Nửa đường tròn đường kính  $BH, CH$  lần lượt có tâm  $O_1, O_2$  cắt  $AB$  và  $CA$  thứ tự tại  $D$  và  $E$ .

- Chứng minh tứ giác  $ADHE$  là hình chữ nhật, từ đó tính  $DE$  biết  $R = 25$  và  $BH = 10$
- Chứng minh tứ giác  $BDEC$  nội tiếp đường tròn.

**Bài 5:** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Lấy điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $OA$ , điểm  $N$  thuộc nửa đường tròn ( $O$ ). Từ  $A$  và  $B$  vẽ các tiếp tuyến  $Ax$  và  $By$ . Đường thẳng qua  $N$  và vuông góc với  $NM$  cắt  $Ax, By$  thứ tự tại  $C$  và  $D$ .

- Chứng minh  $ACNM$  và  $BDNM$  là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $\triangle ANB$  đồng dạng với  $\triangle CMD$  từ đó suy ra  $IMKN$  là tứ giác nội tiếp.

**Bài 6:** Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp ( $O$ ),  $M$  là điểm chính giữa của cung  $AB$ . Nối  $M$  với  $D$ ,  $M$  với  $C$  cắt  $AB$  lần lượt ở  $E$  và  $P$ . Chứng minh tứ giác  $PEDC$  nội tiếp được đường tròn.

**Bài 7:** Tứ giác  $ABCD$  nội tiếp ( $O$ ) Chứng minh:  $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

### II. Chứng minh các điểm cùng thuộc đường tròn

**Bài 1:** Cho hình thoi  $ABCD$  có góc  $A$  bằng  $60^\circ$ ,  $AB = a$ . Gọi  $E, F, G, H$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh rằng 6 điểm  $E, F, G, H, B, D$  cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn đó theo  $a$ .

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AC lấy điểm D. Hình chiếu của D lên BC là E, điểm đối xứng của E qua BD là F. Chứng minh 5 điểm A, B, E, D, F cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn đó.

**Bài 3:** Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến AB, AC. Cát tuyến ADE không đi qua tâm O (D nằm giữa A và E). Gọi I là trung điểm của DE.

Chứng minh 5 điểm O, B, A, C, I cùng thuộc một đường tròn.

---- Hết ----