

LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP CÔNG, PHÉP NHÂN

Họ tên học sinh: Lớp: 8B1/8B2 Ngày: / ... / 20....

I. Kiến thức cơ bản

Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

- Không cộng **cùng một số** vào cả hai vế của một bất đẳng thức ta được bất đẳng thức mới **cùng chiều** với bất đẳng thức đã cho.

$$\text{Tổng quát: } \begin{cases} a > b \\ c \in R \end{cases} \Rightarrow a + c > b + c$$

Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

- Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với **cùng một số dương** ta được bất đẳng thức mới **cùng chiều** với bất đẳng thức đã cho.

- Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với **cùng một số âm** ta được bất đẳng thức mới **ngược chiều** với bất đẳng thức đã cho.

$$\text{Tổng quát: } a > b \Rightarrow \begin{cases} a.c > b.c \text{ nếu } c > 0 \\ a.c < b.c \text{ nếu } c < 0 \end{cases}$$

II. Bài tập vận dụng

Bài 1: Hãy chứng minh các khẳng định sau:

- Nếu $a > b$ thì $a - b > 0$
- Nếu $a - b > 0$ thì $a > b$

Bài 2: Cho biết $a - 1 = b + 2 = c - 3$. Hãy sắp xếp các số a, b, c theo thứ tự tăng dần.

Bài 3: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

- $a^4 - 2a^3 + a^2 \geq 0$
- $x^2 + 2x + y^2 - 2y + 2 \geq 0$
- $(x + y)^2 \geq 4xy$
- $a^2 + 5 > 4a$
- $a^2 + 1 > a$
- $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$

Bài 4: Cho $m > n$, chứng minh rằng:

- $3m + 2 > 3n + 2$
- $5(m - 1) > 5(n - 1)$
- $4 - 7m < 4 - 7n$

Bài 5: So sánh m^2 và m nếu:

a) $m > 1$

b) $0 < m < 1$

Bài 6: Cho $a > b > 0$. Chứng minh rằng:

a) $a^2 > ab$

b) $ab > b^2$

c) $a^2 > b^2$

Bài 7: Chứng minh các bất đẳng thức sau với $a, b > 0$:

a) $a^3 + b^3 - ab^2 - a^2b \geq 0$

b) $a^5 + b^5 - a^4b - ab^4 \geq 0$

Bài 8: Cho tích $A = (x^2 - 4)(x^2 - 14)(x^2 - 24)$. Biết rằng x là số nguyên dương và $A < 0$

a) Hãy sắp xếp ba thừa số của tích A theo thứ tự nhỏ đến lớn.

b) Tìm số nguyên dương x .

III. Bài tập bổ sung

Bài 1: Chứng minh rằng: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ với $x, y > 0$.

Bài 2: Cho $x + y > 1$ chứng minh rằng: $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $A = \frac{2x^2 - 4x + 7}{x^2 - 2x + 2}$

b) $B = s\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) - \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 1$ với $x, y \neq 0; xy > 0$

IV. Bài tập tự luyện

Bài 1: Chứng minh rằng nếu $2x - a > 0$ thì $x > \frac{a}{2}$ với $a \in \mathbb{R}$

Bài 2: Chứng minh bất đẳng thức: $4(a^3 + b^3) \geq (a + b)^3$ với a và b là các số dương.

Bài 3: Chứng minh bất đẳng thức sau với a, b là các số dương: $\frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$

Bài 4: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $A = 2x^2 - 8x + 7$

b) $B = 3x^2 - 3x + 1$

c) $C = 3 - 4x^2 - 4x$

d) $D = \frac{1}{x^2 - 6x + 11}$

Bài 5*: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) > \frac{1}{2}$ với số tự nhiên $n \geq 2$

b) $B = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 0,3$

c) $C = \frac{1}{1^2 + 2^2} + \frac{1}{2^2 + 3^2} + \dots + \frac{1}{n^2 + (n+1)^2} < 0,45$ với số nguyên dương n

---- **Hết** ----