CHUYÊN ĐỀ IV: HÀM SỐ BẬC HAI

Họ tên học sinh: …………………………...……………………… Lớp: 9B1/ ...... Ngày: .... / ... / 20....

Bài 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$

a) Vẽ đồ thị của (P)

b) Gọi $A\left(x_1;y_1\right)$ và $B\left(x_2;y_2\right)$ lần lượt là các giao điểm của $P)$ với (d). Tính giá trị biểu thức $T=\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}$.

Hướng dẫn giải

a) HS tự vẽ.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của $P)$ và (d): $\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A(2;2) \\ x=-\frac{3}{2} \Rightarrow y=\frac{9}{8} \Rightarrow B\left(\frac{-3}{2};\frac{9}{8}\right)\end{array}\right.$. Vậy $T=\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}=\frac{2+\left(\frac{-3}{2}\right)}{2+\frac{9}{8}}=\frac{4}{25}$

Bài 2: Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=(2m-1)x-m+2$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng d luôn cắt $P)$ tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng d luôn cắt $P)$ tại hai điểm phân biệt $A\left(x_1;y_1\right)$ $B\left(x_2;y_2\right)$ thỏa $x_1y_1+x_2y_2=0$.

Hướng dẫn giải

a) Phương trình hoành độ giao điểm $x^2=(2m-1)x-m+2 \Leftrightarrow x^2-(2m-1)x+m-2=0(*)$

Ta có $\Delta=(2m-1)^2-4.1\cdot(m-2)=4m^2-8m+9=4(m-1)^2+5\geq 5>0$

Vậy Parabol luông cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.

b) Vì là nghiệm của phương trình nên theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m-1 \\ x_1x_2=m-2\end{cases}$.

Mặt khác $\begin{cases} y_1=x_1^2 \\ y_2=x_2^2\end{cases}$.

Ta có $x_1y_1+x_2y_2=0 \Leftrightarrow x_1^3+x_2^3=0 \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)\left(x_1^2-x_1x_2+x_2^2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1+x_2=0 \\ x_1^2-x_1x_2+x_2^2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m-1=0 \\ \left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{2} \\ 4m^2-7m+7=0 \text{ (vn)}\end{array}\right.$

Vậy $m=\frac{1}{2}$.

Bài 3: Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=-2ax-4a$ (với a là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và $P)$ khi $a=-\frac{1}{2}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng (d) cắt $P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1|+|x_2|=3$.

Hướng dẫn giải

a) Phương trình hoành độ (d) và $P)$ là $x^2+2ax+4a=0$

Khi $a=-\frac{1}{2}$ thì phương trình trở thành $x^2-x-2=0$

Có $a-b+c=0$ nên phương trình có 2 nghiệm là $x=-1;\ x=2$.

b) Phương trình hoành độ (d) và $P)$ là $x^2+2ax+4a=0$ (*)

để đường thẳng (d) cắt $P)$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=a(a-4)>0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a<0 \\ a>4 \end{array}\right.$

Với $\left[\begin{array}{l} a<0 \\ a>4 \end{array}\right.$ theo Viét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-2a \\ x_1x_2=4a \end{cases}$

Vì $|x_1|+|x_2|=3 \Leftrightarrow \left(|x_1|+|x_2|\right)^2=9 \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+2|x_1x_2|=9 \Rightarrow 4a^2-8a+|8a|=9$

Với $a<0$: $4a^2-8a+|8a|=9 \Leftrightarrow 4a^2-16a-9=0 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$

Với $a>4$: $4a^2-8a+|8a|=9 \Leftrightarrow 4a^2=9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=\frac{3}{2} \notin dk \\ a=\frac{-3}{2} \notin dk \end{array}\right.$

Vậy $a=-\frac{1}{2}$.

Bài 4: Cho hai hàm số $y=x^2$ và $y=mx+4$, với m là tham số.

a) Khi $m=3$, tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị m, đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1\left(x_1;y_1\right)$ và $A_2\left(x_2;y_2\right)$ Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $\left(y_1\right)^2+\left(y_2\right)^2=7^2$.

Hướng dẫn giải

a) Phương trình hoành độ giao điểm của $y=x^2$ và $y=mx+4$ là $x^2-mx-4=0$ (1)

Thay $m=3$ vào phương trình (1) ta có: $x^2-3x-4=0$

Ta có: $a-b+c=1-(-3)+(-4)=0$

Vậy phương trình $x^2-3x-4=0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$

Với $x=-1 \Rightarrow y=1 \Rightarrow A(-1;1)$

Với $x=4 \Rightarrow y=16 \Rightarrow B(4;16)$

Vậy với $m=3$ thì hai đồ thị hàm số giao nhau tại 2 điểm $A(-1;1)$ và $B(4;16)$.

b) Ta có số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là số nghiệm của phương trình (1)

Phương trình (1) có: $\Delta = m^2 - 4\cdot(-4) = m^2 + 16 > 0 \forall m \in \mathbb{R}$

Do đó (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

Vậy đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1\left(x_1; y_1\right)$ và $A_2\left(x_2; y_2\right)$ với mọi m

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$

Ta lại có: $\begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$

Theo đề, ta có: $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$

$\Rightarrow \left(x_1^2\right)^2 + \left(x_2^2\right)^2 = 49 \Leftrightarrow \left[\left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2\right]^2 - 2\left(x_1x_2\right)^2 = 49 \Leftrightarrow \left[m^2 - 2.(-4)\right]^2 - 2\left(-4\right)^2 = 49$

$\Leftrightarrow (m^2 + 8)^2 = 81 \Leftrightarrow m^2 + 8 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 1$ (trường hợp $m^2 + 8 = -9$ vô nghiệm vì $m^2 \geq 0$)

Vậy với $m = 1; m = -1$ thì $\left(y_1\right)^2 + \left(y_2\right)^2 = 7^2$.

Bài 5: Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

b) Cho đường thẳng $y = mx + n$ (Δ). Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với đồ thị (P).

Hướng dẫn giải

a) HS tự vẽ đồ thị hàm số.

b) Δ song song với $y = -2x + 5$ suy ra $\begin{cases} m = -2 \\ n \neq 5 \end{cases}$

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (P): $-\frac{1}{2}x^2 = -2x + n$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2n = 0$ (*)

Để Δ và (P) có một điểm chung duy nhất thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất thì

$\Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2n = 0 \Leftrightarrow n = 2$ (thỏa mãn)

Vậy $m = -2; n = 2$.

Bài 6: Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = x + 2$ và parabol (P) có phương trình $y = x^2$

a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

b) Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A và B (với A có hoành độ âm, B có hoành độ dương). Bằng tính toán hãy tìm tọa độ các điểm A và B.

Hướng dẫn giải

a) HS tự vẽ đồ thị hàm số (d) và (P)

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -1$

Với $x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(2;4)$ (vì B có hoành độ dương)

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1;1)$ (vì A có hoành độ âm)

Vậy $A(-1;1)$; $B(2;4)$

Bài 7: Cho hai hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ và đồ thị hàm số (P) và $y=x+4$ có đồ thị (d)

a) Vẽ đồ thị (P)

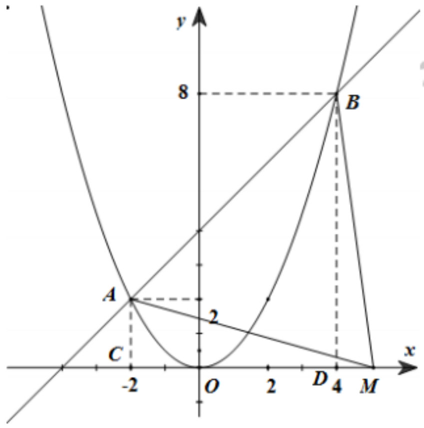
b) Gọi A, B là các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) Biết rằng đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét, tìm tất cả các điểm M trên tia Ox sao cho diện tích tam giác MAB bằng $30\,\text{cm}^2$.

Hướng dẫn giải

a) Vẽ đồ thị: HS tự vẽ

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$\frac{1}{2}x^2=x+4 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0$



$\Delta'=(-1)^2-(-8)=9>0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x=4; x=-2$

Với $x=-2$ ta có $y=2 \Rightarrow A(-2;2)$

Với $x=4$ ta có $y=8 \Rightarrow B(4;8)$

Gọi $M(m;0)$ thuộc tia $Ox(m>0)$ Gọi $C(-2;0), D(4;0)$

Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: M thuộc đoạn OD: Ta có $S_{AMB}=S_{ABDC}-S_{ACM}-S_{BDM}$

Có $ABDC$ là hình thang, $AC=2cm, BD=8cm, CD=6cm$

$\Rightarrow S_{ABDC}=\frac{(2+8)\cdot 6}{2}=30\left(\text{cm}^2\right)$

Suy ra $S_{AMB}<30\ \text{cm}^2$ (loại)

Trường hợp 2: M thuộc tia Dx $(M \neq D) \Rightarrow m>4$

Ta có : $S_{AMB}=S_{ABDC}-S_{ACM}+S_{BDM}$

Có $S_{ABCD}=30cm^2, MC=m+2(cm), MD=m-4(cm)$

Suy ra

$S_{ACM}=\frac{1}{2}AC.CM=\frac{1}{2}.2.(m+2)=m+2(cm^2)$

$S_{BDM}=\frac{1}{2}BD.DM=\frac{1}{2}.8.(\text{m}-4)=4(\text{m}-4)(cm^2)$

$\Rightarrow \text{S}_{AMB}=30cm^2 \Leftrightarrow S_{ACM}=S_{BDM} \Leftrightarrow m+2=4(m-4) \Leftrightarrow m=6$

m = 6 (thỏa mãn). Vậy $M(6;0)$ là điểm cần tìm.

Bài 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=3x+m-1$ và parabol $(P): y=x^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi *m*.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$

Hướng dẫn giải

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$x^2 = 3x + m^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0(*)$

$\Delta = 9 + m^2 - 1 = 8 + m^2 > 0 \forall m$

Suy ra phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi *m* hay (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Ta có: $(x_1+1)(x_2+1)=1 \Leftrightarrow x_1x_2 + (x_1 + x_1) = 0$ (**)

Áp dụng hệ thức Vi-et cho (*): $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$

$(**) \Leftrightarrow -m^2 + 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Vậy $m = \pm 2$.

Bài 9: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P): y = -x^2$

a) Vẽ parabol (P)

b) Xác định toạ độ các giao điểm A, B của đường thẳng $(d): y = -x - 2$ và (P) Tìm toạ điểm M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M.

Hướng dẫn giải

a) HS tự vẽ đồ thị hàm số.

b) Viết phương trình đường trung trực (d') của AB, tìm giao điểm của (d') và (P) ta tìm được giao điểm M.

Hoành độ các giao điểm A, B của đường thẳng $(d): y = -x - 2$ và (P) là nghiệm của phương trình:

$-x^2 = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$

+ Với $x = -1$, thay vào (P) ta có: $y = -(-1)^2 = -1$, ta có: $A(-1;-1)$

+ Với $x = 2$, thay vào (P) ta có: $y = -(2)^2 = -4$, ta có: $B(2;-4)$

Suy ra trung điểm của AB là: $I\left(\frac{1}{2}; \frac{-5}{2}\right)$

Đường thẳng (d') vuông góc với *(d)* có dạng: $y = x + b$

Vì (d') đi qua I nên: $\frac{-5}{2} = \frac{1}{2} + b \Leftrightarrow b = -3$

Vậy $(d'): y = x - 3$.

Phương trình hoành độ của (d') và (P) là: $x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

+ Với $x = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7-\sqrt{13}}{2}$

+ Với $x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7+\sqrt{13}}{2}$

Vậy có hai điểm M cần tìm là: $\left(\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2};\dfrac{-7-\sqrt{13}}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2};\dfrac{-7+\sqrt{13}}{2}\right)$.

Bài 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;1)$

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 x_2 thỏa mãn: $4\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\right)-x_1x_2+3=0$.

Hướng dẫn giải

a) Thay $x=0; y=1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta được: $m=2$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - x - (m-1) = 0 (*)$

Để (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{3}{4}$

Khi đó theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -(m-1) \end{cases}$

Theo đề bài: $4\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\right)-x_1x_2+3=0 \Leftrightarrow 4\left(\dfrac{x_1+x_2}{x_1.x_2}\right)-x_1x_2+3=0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{-m+1}+m+2=0$

$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$ (Điều kiện: $m \neq 1$)

$\Leftrightarrow m = -3$ (loại) hoặc $m = 2$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx - 3$ (với m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;3)$

b) Xác định các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho tổng 2 tung độ của hai giao điểm đó bằng -10

Hướng dẫn giải

a) Đường thẳng (d) đi qua $A(1;3)$ nên $3 = 3m \cdot 1 - 3 \Leftrightarrow m = 2$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$-x^2 = 3mx - 3 \Leftrightarrow x^2 + 3mx - 3 = 0 (*)$

Ta có $\Delta = 9m^2 + 12 > 0$, với mọi m nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -3m; x_1 \cdot x_2 = -3$

Theo bài ra ta có:

$y_1 + y_2 = -10 \Leftrightarrow -x_1^2 - x_2^2 = -10$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

$\Leftrightarrow 9m^2 + 6 = 10$

$\Leftrightarrow m = \pm\dfrac{2}{3}$

Vậy $m=\pm\dfrac{2}{3}$ là giá trị cần tìm.

Bài 12: Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y=2(m+1)x-3m+2$

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với $m=3$.

b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B với mọi m.

c) Gọi $x_1;x_2$ là hoành độ giao điểm của A và B. Tìm m để $x_1^2+x_2^2=20$.

Hướng dẫn giải

a) Thay $m=3$ ta được $(d): y=8x-7$

Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) khi $m=3$ là

$x^2=8x-7 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$

Giải phương trình ta được $x_1=1; x_2=7$. Với $x_1=1 \Rightarrow y_1=1;\ x_2=7 \Rightarrow y_2=49$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1;1);(7;49)$

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$x^2-2(m+1)x+3m-2=0 \quad (1)$

$\Delta' = m^2+2m+1-3m+2=m^2-m+3=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}>0 \forall m$

Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\forall m$ suy ra (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A,B với mọi m.

c) Ta có: $x_1;x_2$ là nghiệm phương trình (1) vì $\Delta'>0\ \forall m$. Theo Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=2m+2 \\ x_1x_2=3m-2 \end{cases}$$

$x_1^2+x_2^2=20 \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=20 \Leftrightarrow (2m+2)^2-2(3m-2)=20$

$\Leftrightarrow 2m^2+m-6=0 \Leftrightarrow (m-2)(2m+3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$

Vậy $m=2$ hoặc $m=\dfrac{-3}{2}$ là giá trị cần tìm.

Bài 13: Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2(m+3)x-2m+2$ (m là tham số).

a) Với $m=-5$, tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d)

b) Chứng minh rằng: với mọi m parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm m sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.

c) Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi m

Hướng dẫn giải

a) Với $m=-5$ (d) có phương trình $y=-4x+12$

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$x^2=-4x+12 \Leftrightarrow x^2+4x-12=0 \Leftrightarrow (x+6)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \\ x=2 \end{array}\right.$

$+x=-6 \Rightarrow y=36$

$+x=2 \Rightarrow y=4$

Vậy với $m=-5$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm $(-6;36),(2;4)$

b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$x^2=2(m+3)x-2m+2 \Leftrightarrow x^2-2(m+3)x-2m-2=0(1)$

$\Delta^{'}=(m+3)^2-(2m-2)=m^2+4m+11=(m+2)^2+6>0\forall m$

Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m suy ra (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lý Viet ta có:

$\begin{cases} x_1+x_2=2(m+3) \\ x_1x_2=2m-2 \end{cases}$

Hai giao điểm đó có hoành độ dương khi và chỉ khi

$\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1x_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m+3)>0 \\ 2m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-3 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow m>1$

Vậy với $m>1$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với hoành độ dương.

c) Gọi điểm cố định mà đường thẳng (d) đi qua với mọi m là $\left(x_0;y_0\right)$ ta có:

$y_0=2(m+3)x_0-2m+2\ \forall m$

$\Leftrightarrow m\left(2x_0-2\right)+6x_0-y_0+2=0\ \forall m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0-2=0 \\ 6x_0-y_0+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=1 \\ y_0=8 \end{cases}$

Vậy với mọi m thì đường thẳng (d) luôn đi qua $(1;8)$

Bài 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=mx-3$ tham số m và Parabol $(P): y=x^2$

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;0)$

b) Tìm m m để đường thẳng (d) $\left(d\right)$ cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1;x_2$ thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|=2$.

Hướng dẫn giải

a) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;0)$ nên có $0=m\cdot1-3 \Leftrightarrow m=3$.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và (P): $x^2-mx+3=0$

Có $\Delta=m^2-12$

(d) cắt $P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1,x_2 khi

$\Delta=m^2-12>0 \Leftrightarrow m^2>12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2\sqrt{3} \\ m>-2\sqrt{3} \end{array}\right.$

Áp dụng hệ thức Vi – Ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=3 \end{cases}$

Theo bài ra ta có

$\left|x_1-x_2\right|=2 \Leftrightarrow \left(x_1-x_2\right)^2=4 \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=4$

$\Leftrightarrow m^2-4.3=4 \Leftrightarrow m^2=16 \Leftrightarrow m=\pm4$

Vậy $m=\pm4$ là giá trị cần tìm.

Bài 15: Cho hàm số $y=ax^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y=mx+m-3$

a) Tìm a để đồ thị $P)$ đi qua điểm $B(2;-2)$.

Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m

b) Gọi x_C và x_D lần lượt là hoành độ của hai điểm C và D. Tìm các giá trị của m sao cho

$x_C^2+x_D^2-2x_Cx_D-20=0$

Hướng dẫn giải

a) (P) đi qua điểm $B(2;-2)$ nên ta có: $-2=a.2^2 \Leftrightarrow a=\dfrac{-1}{2}$

Vậy (P): $y=\dfrac{-1}{2}x^2$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$\dfrac{-1}{2}x^2=mx+m-3 \Leftrightarrow x^2+2mx+2m-6=0$ (*)

$\Delta'=m^2-(2m-6)=m^2-2m+6=(m-1)^2+5>0\ \forall m$

Do đó, đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m.

b) Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_C+x_D=-2m \\ x_Cx_D=2m-6 \end{cases}$

Theo giả thiết

$x_C^2+x_D^2-2x_Cx_D-20=0 \Leftrightarrow \left(x_C+x_D\right)^2-4x_Cx_D-20=0$

$\Leftrightarrow (-2m)^2-4(2m-6)-20=0 \Leftrightarrow 4m^2-8m+4=0$

$\Leftrightarrow 4(m-1)^2=0 \Leftrightarrow m=1$. Vậy với $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---- *Hết* -----