ÔN TẬP HỌC KÌ 2 LỚP 7 HÌNH HỌC - BUỔI 1

Họ tên: ………………………..…..…………………… Lớp: 7B1/ …... Ngày: …. / … / 20….

Bài 1.1. *(Nguyễn Trãi -2013):* Cho ΔABC có $AC < AB$, phân giác AM. Trên tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AC$. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng AC và MN. Chứng minh rằng

a) $MC = MN$ *(c-g-c)*

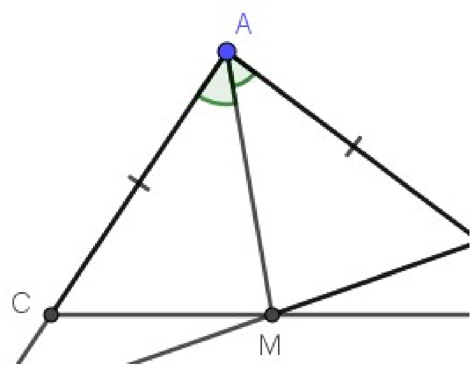
b) $\Delta MCK = \Delta MNB$ *(g-c-g)*

c) $AM \perp KB$ và $CN \,//\, KB$ *(Phân giác trong tam giác cân -> đường cao hoặc chứng minh A, M thuộc trung trực của KB)*

d) $AB - AC > MB - MC$ *(xét tg MNB ->ĐS)*

e*) Nếu $AB = 2AC$, $BC = 24cm$. Tính BM. *(N là trung điểm của AB -> M là trọng tâm của tg ABK ->BM = 2/3BC ->ĐS)*

Lời giải



a) Ta có $\Delta MAC = \Delta MAN\left(c.g.c\right)$

suy ra $MC = MN$ (cặp cạnh tương ứng)

b) Vì $\Delta MAC = \Delta MAN$ nên $\widehat{MCA} = \widehat{MNA}$

suy ra $\widehat{MCK} = \widehat{MNB}$ (hai góc kề bù của hai góc bằng nhau).

Ta có $\Delta MCK = \Delta MNB\left(g.c.g\right)$.

c) Vì $\Delta MCK = \Delta MNB$ nên $CK = NB$ và $MK = MB$ (cặp cạnh tương ứng)

suy ra M thuộc trung trực của KB. (1)

Ta có $AC = AN$ và $CK = NB$ suy ra $AK = AB$ do vậy A thuộc trung trực của KB. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AM là trung trực của KB suy ra $AM \perp KB$.

Chứng minh tương tự AM là trung trực của CN. Do vậy $KB \,//\, CN$.

d) Ta có $AB - AC = AB - AN = NB$.

Áp dụng bất đẳng thức trong ΔMNB có $MB < MN + NB = MC + NB \Rightarrow MB - MC < NB = AB - AC$.

e) Từ giả thiết $AB = 2AC$ suy ra $AN = NB = AC = CK$ suy ra M là trọng tâm ΔAKB.

Do đó $BM = \dfrac{2}{3}BC = 18$ (cm).

Bài 1.2. (*Lê Ngọc Hân-2010*) Cho ΔABC vuông tại A. BD là đường phân giác. Kẻ $DE \perp BC$ tại E.

a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$. *(Cạnh huyền – góc nhọn)*

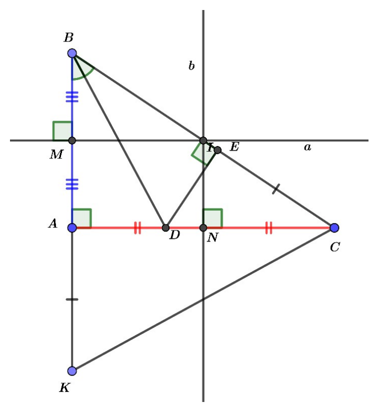
b) Trên tia đối của tia AB lấy điểm K sao cho $AK = CE$. Chứng minh $AD < CD$. *(Trong tam giác vuông DEC)*

c) Chứng minh ba điểm K, D, E thẳng hàng. *(D là giao điểm của ba đường cao trong tg BCK)*

d) Các đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC. *(Gọi Q là giao điểm của đường trung trực AB và BC, chứng minh Q cũng thuộc đường trung trực của AC)*

(Vẽ hình ghi GT-KL được 1 điểm).

Lời giải



a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$.

Xét ΔABD và ΔEBD có

+) $\widehat{BAD} = \widehat{BED} = 90°$

+) $\widehat{ABD} = \widehat{EBD}$ (BD là phân giác góc $\widehat{B}$)

+) BD là cạnh chung

Suy ra $\Delta ABD = \Delta EBD$ (Trường hợp đặc biệt cạnh huyền góc nhọn)

Suy ra $AD = ED$

b) Chứng minh $AD < CD$.

Xét ΔCED có $\widehat{CED} > \widehat{ECD} \Rightarrow ED < CD$ (Tính chất)

Mà $AD = ED \Rightarrow AD < CD$.

c) Chứng minh ba điểm K, D, E thẳng hàng.

Ta có $\Delta ABD = \Delta EBD \Rightarrow AB = EB$

Mà $AK = CE \Rightarrow BK = BC$

Xét ΔBCK có $BK = BC$

Mà BD là phân giác góc $\widehat{B}$

Suy ra BD là đường cao của ΔBCK

$\Rightarrow BD \perp KC$.

Vậy KD là đường cao của ΔBCK

Suy ra $KD \perp BC$

Mà $DE \perp BC$

Vậy ba điểm K, D, E thẳng hàng.

d) Các đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.

Xét ΔABC có

$a // AC$. Mà a đi qua trung điểm của cạnh AB nên a đi qua trung điểm của cạnh BC.

$b // AB$. Mà b đi qua trung điểm của cạnh AC nên b đi qua trung điểm của cạnh BC.

Vậy trung trực của AB và AC là a và b cắt nhau tại I, I là trung điểm của BC.

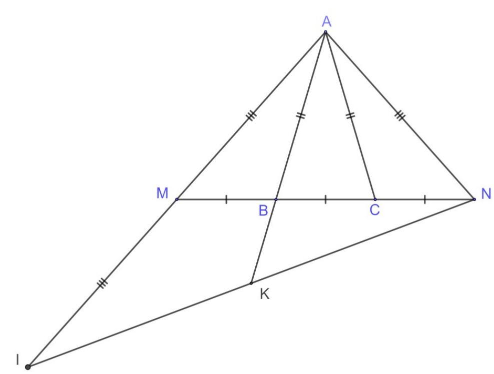
Bài 1.3. *(Hoài Đức -2017):* Cho ΔABC cân tại A. Lấy điểm M trên tia đối của tia BC và điểm N trên tia đối của tia CB sao cho $BM = CN$

a) Chứng minh $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$. *(kề bù với 2 góc bằng nhau)*

b) Chứng minh ΔAMN cân. *(Hai tam giác bằng nhau theo c-g-c)*

c) So sánh độ dài các đoạn thẳng AM và AC. *(Xét tg AMC có góc AMC < ACM ->ĐS)*

d) Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho $MI = AM$. Chứng minh rằng nếu $MB = BC = CN$ thì tia AB đi qua trung điểm đoạn thẳng IN. *(NB = 2/3 NM -> B là trọng tâm của tg ANI ->ĐS)*



Lời giải

a) Xét ΔABC cân tại A (gt) có $AB = AC$;

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (t/c)

$\widehat{ABC} + \widehat{ABM} = 180°$ (2 góc kề bù)

$\widehat{ACB} + \widehat{ACN} = 180°$ (2 góc kề bù)

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (cmt) nên

$\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (đpcm)

b) Xét ΔABM và ΔACN có

$AB = AC$ (cmt)

$\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (cmt)

$BM = CN$ (gt)

$\Rightarrow \Delta ABM = \Delta ACN$ (c.g.c)

$\Rightarrow AM = AN$ (2 cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \Delta AMN$ cân tại A (dhnb)

c) Xét ΔABM có $\widehat{ABC}$ là góc ngoài tại đỉnh B nên $\widehat{ABC} > \widehat{AMB}$.

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (cmt)

Nên $\widehat{ACB} > \widehat{AMB}$ hay $\widehat{ACM} > \widehat{AMC}$

Xét ΔAMC có $\widehat{ACM} > \widehat{AMC}$ (cmt) nên $AM > AC$ (đ/l quan hệ giữa cạnh và góc trong một tam giác)

d) Gọi K là giao của AB và IN

Xét ΔANI có M là trung điểm của AI nên NM là đường trung tuyến ứng với AI.

Ta có:

$MB = BC = CN$ (gt) nên $NB = \dfrac{2}{3}NM$

$\Rightarrow B$ là trọng tâm ΔANI

$\Rightarrow AK$ là đường trung tuyến ứng với NI

$\Rightarrow K$ là trung điểm của NI

Vậy AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng IN (đpcm)

* **<u>Bài tập bổ sung</u>**

Bài 2.1. *(Đan Phượng -2019):* Cho đa thức $f\left(x\right)=ax^5+bx^3+2019x+1$ biết $f\left(2019\right)=2$. Tính $f\left(-2019\right)$.

Lời giải

Ta có $f\left(2019\right)=a.2019^5+b.2019^3+2019^2+1$.

$f\left(-2019\right)=a.\left(-2019\right)^5+b.\left(-2019\right)^3-2019^2+1=-a.2019^5-b.2019^3-2019^2+1$.

Vậy $f\left(-2019\right)+f\left(2019\right)=2 \Leftrightarrow f\left(-2019\right)+2=2 \Leftrightarrow f\left(-2019\right)=0$.

Bài 2.2. *(Đống Đa -2018):* Cho đa thức f(x) thỏa mãn: $\left(x-1\right)f\left(x\right)=\left(x+2\right)f\left(x+3\right)$ với mọi x. Tìm 5 nghiệm của đa thức f(x).

Bài 2.3. *(Mễ Trì -2019):* Cho đa thức $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$. Biết rằng $f\left(0\right); f\left(1\right); f\left(-2\right)$ đều chia hết cho 17. Chứng minh $\left(a^{2016}+b^{2017}+c^{2018}\right) \vdots 17$

$f(0)=a.0^2+b.0+c\Rightarrow f(0)=c \quad (1)$

Ta có: $f(1)=a.1^2+b.1+c\Rightarrow f(1)=a+b \quad (2)$

$f(-2)=a.(-2)^2+b.(-2)+c\Rightarrow f(-2)=4a-2b \quad (3)$

Vì $\begin{matrix} f(0)\,\vdots\,17\Rightarrow c\,\vdots\,17 \\ f(1)\,\vdots\,17\Rightarrow -4f(1)\,\vdots\,17\Leftrightarrow(-4a-4b)\,\vdots\,17 \quad (4)\end{matrix}$

Mà $f(-2)\,\vdots\,17$ nên từ (3) và (4) ta có $f(-2)-4f(1)$ chia hết cho 17 hay $-6b\,\vdots\,17$ vì $(6;17)=1 \Rightarrow b\,\vdots\,17$

$\Rightarrow a\,\vdots\,17$

Đặt $\begin{cases} a=17.m \\ b=17.n \quad (m,n,p\in Z) \\ c=17.p \end{cases}$

Khi đó: $\left(a^{2016}+b^{2017}+c^{2018}\right)=(17m)^{2016}+(17n)^{2017}+(17p)^{2018}=17^{2016}\left(m^{2016}+17n^{2017}+17^2p^{2018}\right)\,\vdots\,17$

Bài 2.4. *(Tân Định -2018):* Cho đa thức $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, d là các số nguyên). Chứng minh rằng không thể tồn tại đồng thời f(7) 53 và f(3) = 35.

Gợi ý: Xét hiệu, chia hết cho 4

Bài 2.5. *(Nghĩa Tân -2019):* Tìm giá trị lớn nhất của đa thức $P(x)=\left(5-x^2\right)\left(x^2+1\right)$

Lời giải

$P(x)=\left(5-x^2\right)\left(x^2+1\right)$

$=5x^2+5-x^4-x^2$

$=-(x^4-2x^2-2x^2+4)+9$

$=-\left[x^2(x^2-2)-2(x^2-2)\right]+9$

$=-\left(x^2-2\right)^2+9$

Có

$\left(x^2-2\right)^2\geq 0$

$\Leftrightarrow -\left(x^2-2\right)^2\leq 0$

$\Leftrightarrow -\left(x^2-2\right)^2+9\leq 9$

Vậy giá trị lớn nhất của P =9 $\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

* **Bài tập về nhà**

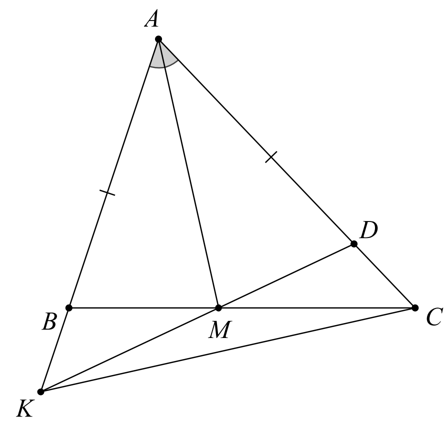
Bài 3.1. *(Hoài Đức -2016):* Cho ΔABC có $AB<AC$ và AM là tia phân giác của $\widehat{A}$ $(M\in BC)$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD=AB$.

a) Chứng minh rằng $BM = MD$ *(c-g-c)*

b) Gọi K là giao điểm của AB và MD. Chứng minh rằng $\Delta DAK = \Delta BAC$ *(c-g-c)*

c) Chứng minh ΔAKC cân *(Theo câu b)*

d) So sánh KM và CM *(c-g-c)*



Lời giải

a) Xét ΔABM và ΔADM có:

$AB = AD$

$\widehat{BAM} = \widehat{DAM}$ (AM là tia phân giác của $\widehat{A}$)

AM chung

$\Rightarrow \Delta ABM = \Delta ADM$ (c.g.c)

$\Rightarrow BM = MD$ (cạnh tương ứng) ; $\widehat{ABM} = \widehat{ADM}$ (góc tương ứng)

b) Xét ΔDAK và ΔBAC có:

$\widehat{ADM} = \widehat{ABM}$ (cmt)

$AD = AB$

$\widehat{BAC}$ chung

$\Rightarrow \Delta DAK = \Delta BAC$ (g.c.g)

c) $\Delta DAK = \Delta BAC(cmt)$ (g.c.g)

$\Rightarrow AK = AC$ (cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \Delta AKC$ cân tại A.

d) Xét ΔAKM và ΔACM có:

$AK = AC$ (cmt)

$\widehat{KAM} = \widehat{CAM}$ (AM là tia phân giác của $\widehat{A}$)

AM chung

$\Rightarrow \Delta AKM = \Delta ACM$ (c.g.c)

$\Rightarrow KM = CM$ (cạnh tương ứng)

Bài 3.2. *(Ba Đình -2013):* Cho ΔABC vuông tại B ($AB < AC$), phân giác AE $(E \in BC)$. Từ E, kẻ

$ED \perp AC$ $(D \in AC)$

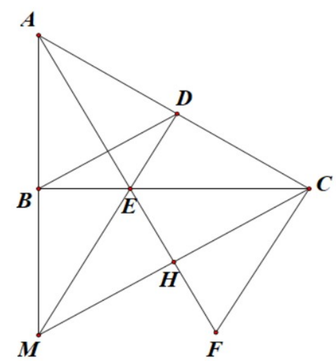
a) Chứng minh $AB = AD$ và AE là trung trực của BD. *(Cạnh huyền – góc nhọn -> điểm A và E lần lượt thuộc trung trực của BD nên AE là trung trực của BD)*

b) So sánh EB và EC. *(Xét tam giác vuông DCE ->EC > EB)*

c) Kẻ $CH \perp AE$ $(H \in AE)$. Trên tia đối của tia HA, lấy điểm F sao cho $HF = HE$. Chứng minh ΔCEF cân và BD // CH *(Theo tính chất của tam giác cân, trung tuyến đồng thời là đường cao)*

d) Chứng minh ba đường thẳng CH, DE, AB đồng quy. *(Gọi M là giao điểm của AB và CH, xét các đường cao trong tam giác ACM)*

Lời giải



a) Ta có: ΔABC vuông tại B (gt)

$\Rightarrow \Delta ABE$ vuông tại B

Có: $ED \perp AC(gt) \Rightarrow \Delta ADE$ vuông tại D;

ΔCDE vuông tại D

Xét ΔABE vuông tại B và ΔADE vuông tại D có:

AE chung

$\widehat{BAE} = \widehat{DAE}$ (AE là tia phân giác $\widehat{BAC}$)

Vậy $\Delta ABE = \Delta ADE(ch - gn)$

$\Rightarrow AB = AD$ (hai cạnh tương ứng); $BE = DE$ (hai cạnh tương ứng)

Ta có: $AB = AD$ (cmt) $\Rightarrow A$ nằm trên đường trung trực của BD

$BE = DE$ (cmt) $\Rightarrow E$ nằm trên đường trung trực của BD

$\Rightarrow AE$ là trung trực của BD $\Rightarrow AE \perp BD$ (tc)

b) Xét ΔCDE vuông tại D có: $EC > ED$

Mà $BE = DE$ (cmt) $\Rightarrow EB < EC$

c) Xét ΔCEF có:

CH là đường cao ($CH \perp AE$)

CH là đường trung tuyến ($HF = HE$)

$\Rightarrow \Delta CEF$ cân (tc của tam giác cân)

+) Ta có: $AE \perp BD$ (cmt) và $CH \perp AE$ (gt) $\Rightarrow BD // CH$ (quan hệ giữa tính vuông ....)

d) Giả sử AB cắt CH tại M

Xét ΔAMC có:

AH là đường cao ($CH \perp AE$)

AB là đường cao ($CB \perp AB$)

AH cắt CB tại E

$\Rightarrow E$ là trực tâm của ΔAMC

$\Rightarrow ME \perp AC$

Mà: $ED \perp AC(gt)$ $\Rightarrow M, E, D$ thẳng hàng

$\Rightarrow$ Ba đường thẳng CH, DE, AB đồng quy

Bài 3.3. *(Nghĩa Tân -2019):* Cho ΔABC cân tại A và trung tuyến AM.

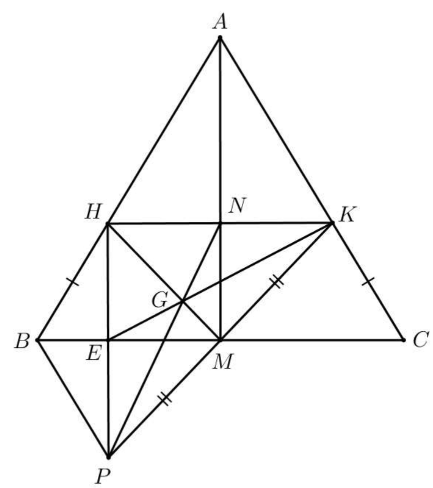
a) Chứng minh rằng $AM \perp BC$ và $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$. *(Tam giác cân, trung tuyến là đường cao, đường phân giác)*

b) Lấy hai điểm H, K lần lượt nằm trên hai cạnh AB, AC sao cho $BH = CK$. Trên tia đối của tia MK lấy điểm P sao cho $MP = MK$. Chứng minh rằng $BP // CK$ và $BP = CK$. *(tg bằng nhau c-g-c)*

c*) Chứng minh rằng $HP \perp HK$. *(tg HKP có MH = MK = MP -> 2 tg cân -> tổng số đo 1 góc 180 ->ĐS)*

d*) HP cắt BC tại E. HM cắt EK tại G. AM cắt HK tại N. Chứng minh rằng N, G, P thẳng hàng. *(G là trọng tâm của tg HKP; N là tdiem của HK; E là tdiem của HP)*

Lời giải



a) ΔABC cân tại A và có trung tuyến AM (gt)

$\Rightarrow$ AM đồng thời là đường cao và đường phân giác

$\Rightarrow$ $AM \perp BC$ và $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$

b) Xét ΔBMP và ΔCMK có :

$BM = CM$ (AM là trung tuyến)

$\widehat{BMP} = \widehat{CMK}$ (đối đỉnh)

$PM = MK$ (gt)

$\Rightarrow$ $\Delta BMP = \Delta CMK$ (c.g.c)

$\Rightarrow$ $\widehat{MBP} = \widehat{MCK}$ (hai góc tương ứng)

Mà hai góc ở vị trí so le trong nên $BP // CK$.

Từ $\Delta BMP = \Delta CMK$ (cmt)

$\Rightarrow BP = CK$ (hai cạnh tương ứng)

c) Ta có $AH = AB - BH$, $AK = AC - CK$

Mà $AB = AC$ (ΔABC cân tại A), $BH = CK$ (gt)

Nên $AH = AK$

$\Rightarrow \Delta AHK$ cân tại A (định nghĩa)

Mặt khác ΔABC cân tại A (gt)

$\Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{ABC}$ (các góc đáy bằng nhau)

Mà hai góc ở vị trí đồng vị nên $HK // BC$ (1).

Ta có $BP = CK$ (cmt), $BH = CK$ (gt)

Nên $BP = BH$ $\Rightarrow$ ΔBHP cân tại B

Lại có $\widehat{MBP} = \widehat{MCK}$ (cmt), $\widehat{HBM} = \widehat{MCK}$ (2 góc ở đáy)

$\Rightarrow \widehat{HBM} = \widehat{MBP}$ hay BM là đường phân giác của góc B.

Do đó ΔBHP cân tại B có BM đồng thời là đường cao hay $BM \perp HP$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $HP \perp HK$.

d) $HK \,//\, BC$ (cmt), $AM \perp BC$ (cmt)

$\Rightarrow AM \perp HK$ (tính chất từ vuông góc đến song song)

ΔAHK cân tại $A \Rightarrow AN$ đồng thời là trung tuyến hay N là trung điểm của HK

ΔBHP cân tại B có BM là đường phân giác

$\Rightarrow BM$ là đường trung tuyến hay E là trung điểm của HP

$MK = MP$ (gt) hay M là trung điểm của PK

Xét ΔPHK có hai đường trung tuyến HM và KE cắt nhau tại G, mà G là trọng tâm nên G nằm trên đường trung tuyến PN.

Vậy ba điểm P, N, G thẳng hàng.

Bài 2.4. *(Hoài Đức -2015):* Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = -10 - (x-3)^2 - |y-5|$.

Bài 2.5.*(Hoài Đức -2016):* Cho $f(x) = x^8 - 101x^7 + 101x^6 - 101x^5 + ... + 101x^2 - 101x + 25$. Tính $f(100)$.

---- Hết -----