ĐỀ THI THỬ VÀO 10

Họ tên học sinh: ……………………....………………………… Lớp: 9B1/ ...... Ngày: .... / ... / 20....

Bài I *(2,5 điểm)* Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\ge 0, x\ne 25$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.\left|x-4\right|$.

Bài II *(2,5 điểm)* Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Số tiền mua 1 quả dừa và một quả thanh long là 25 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả dừa và 4 quả thanh long là 120 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi quả dừa và giá mỗi quả thanh long là bao nhiêu? Biết rằng mỗi quả dừa có giá như nhau và mỗi quả thanh long có giá như nhau.

Bài III *(1,0 điểm)* Cho phương trình $x^2+2\left(m+1\right)x+2m=0.\qquad (1)$

1) Giải phương trình với $m=0$.

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào m.

Bài IV *(3,5 điểm)* Cho (O;R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

1) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

2) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE.OA=R^2$

3) Trên cung nhỏ BC của (O; R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của (O; R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

4) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh PM + QN ≥ MN

Bài V *(0,5 điểm)*

Chứng minh rằng: $S=\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}}>4$

---- *Hết* -----

Hướng dẫn giải

Bài I *(2,5 điểm)* Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\ge 0, x\ne 25$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Đáp án:

$A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ TXD: $D_A=[0;\ +\infty)\setminus\{25\}$

$B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ TXD: $D_B=[0;\ +\infty)\setminus\{25\}$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

Ta có: $x=9\in D_A$

$$\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{9}=3\Rightarrow A=\frac{3+2}{3-5}=-\frac{5}{2}$$

Vậy với $x=9$ thì $A=-\dfrac{5}{2}$

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

Ta có:

$$\begin{aligned}B&=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}\\&=\frac{3\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right).\left(\sqrt{x}-5\right)}+\frac{20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right).\left(\sqrt{x}-5\right)}\\&=\frac{3\sqrt{x}-15}{\left(\sqrt{x}+5\right).\left(\sqrt{x}-5\right)}+\frac{20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right).\left(\sqrt{x}-5\right)}\\&=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+5\right).\left(\sqrt{x}-5\right)}\\&=\frac{1}{\sqrt{x}+5}\end{aligned}$$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Ta có:

$A = B.\left|x-4\right| \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} = \frac{1}{\sqrt{x}-5}.\left|x-4\right|$ TXD: $D = \left[0;\ +\infty\right)\backslash\left\{25\right\}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}+2 = \left|x-4\right|$

- Với $x \geq 4$:

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \sqrt{x}+2 = x-4\\
&\Leftrightarrow x-\sqrt{x}-6 = 0\\
&\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-3\right).\left(\sqrt{x}+2\right) = 0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9\ (\textit{thỏa mãn})\\ \sqrt{x} = -2\ (\textit{loại})\end{array}\right.
\end{aligned}$$

- Với $x < 4$:

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \sqrt{x}+2 = -x+4\\
&\Leftrightarrow x+\sqrt{x}-2 = 0\\
&\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+2\right).\left(\sqrt{x}-1\right) = 0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1\ (\textit{thỏa mãn})\\ \sqrt{x} = -2\ (\textit{loại})\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy tập giá trị của x thỏa mãn đề bài là: $T = \left\{1;\ 9\right\}$

Bài II *(2,5 điểm)* Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Số tiền mua 1 quả dừa và một quả thanh long là 25 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả dừa và 4 quả thanh long là 120 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi quả dừa và giá mỗi quả thanh long là bao nhiêu? Biết rằng mỗi quả dừa có giá như nhau và mỗi quả thanh long có giá như nhau.

Đáp án:

Gọi giá mỗi quả dừa và thanh long lần lượt là x và y *(nghìn đồng)* (DK: $x, y \in R^{+}$)

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} x+y = 25\\ 5x+4y = 120\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4y = 100\\ 5x+4y = 120\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20\\ x+y = 25\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20\ (\textit{thỏa mãn})\\ y = 5\ (\textit{thỏa mãn})\end{cases}$$

Vậy giá tiền mua mỗi quả dừa và thanh long lần lượt là 20 nghìn đồng và 5 nghìn đồng.

Bài III *(1,0 điểm)* Cho phương trình $x^2+2\left(m+1\right)x+2m = 0.$ (1)

1) Giải phương trình với $m = 0$.

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào m.

Đáp án:

1) Giải phương trình với $m = 0$.

Với m = 0 phương trình (1) trở thành:

$$x^2+2x=0 \qquad (\text{TXD: } D=R)$$

$$\Leftrightarrow x(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $T=\{-2;\ 0\}$

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào m.

$$x^2+2(m+1)x+2m=0$$

Đề phương trình có 02 nghiệm phân biệt thì: $\blacktriangle=b^2-4ac>0$

$$\Rightarrow 4(m+1)^2-4.2m>0$$
$$\Leftrightarrow m^2+2m+1-2m>0$$
$$\Leftrightarrow m^2+1>0 \qquad \textit{luôn đúng } \forall m\in R$$

$\Rightarrow$Phương trình luôn có 02 nghiệm phân biệt $\forall m\in R$

Áp dụng định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-2(m+1) \\ x_1.x_2=2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-2m-2 \\ x_1.x_2=2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-x_1.x_2-2 \\ x_1.x_2=2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_1.x_2+2=0 \\ x_1.x_2=2m \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Hệ thức liên hệ x_1, x_2 không phụ thuộc vào m là: $x_1+x_2+x_1.x_2+2=0$

Vậy hệ thức cần tìm là: $x_1+x_2+x_1.x_2+2=0$

Bài IV *(3,5 điểm)* Cho (O;R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

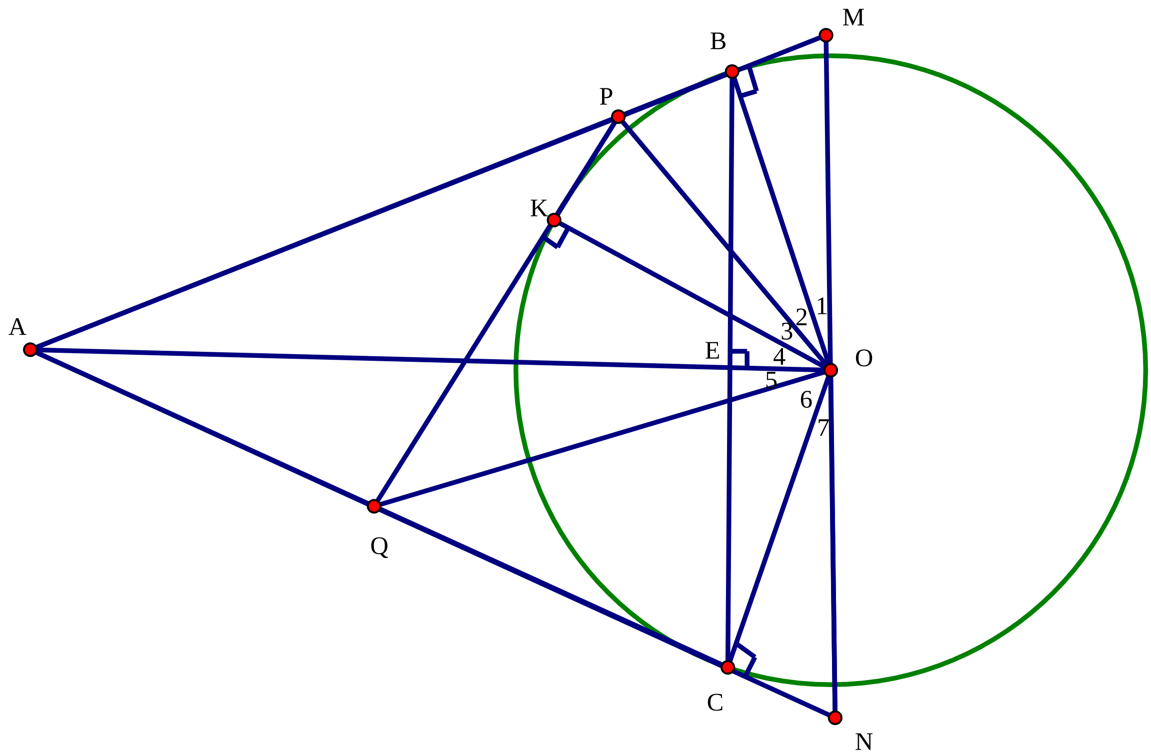
1) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

2) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE.OA=R^2$

3) Trên cung nhỏ BC của (O; R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của (O; R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

4) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh PM + QN ≥ MN

Đáp án:



1) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

Xét tứ giác ABOC ta có:

$\widehat{ABO} = 90^o$ (do AB là tiếp tuyến với đường tròn)

$\widehat{ACO} = 90^o$ (do AC là tiếp tuyến với đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^o$

$\Rightarrow$Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.

2) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE.OA = R^2$

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B ta có:

$OE.OA = OB^2$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow OE.OA = R^2$

3) Trên cung nhỏ BC của (O; R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của (O; R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

Xét $\triangle APQ$ có:

Chu vi: $C = AP + AQ + PQ = AP + AQ + KP + KQ$

Mặt khác ta có:

PB và PK là các tiếp tuyến xuất phát từ đỉnh P tới đường tròn (O; R) nên PB = PK

Tương tự: QK = QC

$$\Rightarrow C = AP + AQ + KP + KQ = AP + AQ + PB + QC$$
$$= \left(AP + PB\right) + \left(AQ + QC\right)$$
$$= AB + AC \qquad \textit{không đổi}$$

Vậy chu vi $\triangle APQ = AB + AC$ không đổi khi K thay đổi trên cung BC

4) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh PM + QN ≥ MN

Do $MN \perp AO$ nên $BC // MN$ và $\triangle AMN$ cân tại A.

Xét $\triangle BOM$ và $\triangle CON$ ta có:

$\widehat{B} = \widehat{C} = 90^o$

OB = OC = R

$\widehat{M} = \widehat{N}$ (do $\triangle AMN$ cân tại A)

$\Rightarrow \triangle BOM = \triangle CON$

$\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_7}$ (2 góc tương ứng)

Do PB và PK là các tiếp tuyến từ P đến (O; R) nên $\widehat{O_2} = \widehat{O_3}$

Ta có:

$$2.\widehat{MOP} = 2\left(\widehat{O_1} + \widehat{O_3}\right) = \left(\widehat{O_1} + \widehat{O_2}\right) + \left(\widehat{O_7} + \widehat{O_3}\right) = 180^o - \widehat{KOC} \qquad (1)$$

Xét tứ giác OKQC có:

$\widehat{OKQ} = \widehat{OCQ} = 90^o$ (Do QK và QC là tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{KQC} + \widehat{KOC} = 180^o$

$\Rightarrow \widehat{KQC} = 180^o - \widehat{KOC}$ (2)

Mà: $\widehat{Q_1} = \widehat{Q_2}$ (Do QK và QC là tiếp tuyến) (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow 2\widehat{Q_1} = 2\widehat{MOP} \Leftrightarrow \widehat{Q_1} = \widehat{MOP}$

Xét $\triangle MOP$ và $\triangle NQO$ ta có:

$\widehat{MOP} = \widehat{OQN}$

$$\widehat{M} = \widehat{N}$$

$$\Rightarrow \triangle MOP \sim \triangle NQO$$

$$\Rightarrow \frac{MP}{ON} = \frac{OM}{NQ} \Rightarrow MP.NQ = OM.ON = \frac{MN}{2}.\frac{MN}{2}$$

$$\Rightarrow 4MP.NQ = MN^2$$

Lại có:

$$4MP.NQ \le \left(MP + NQ\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(MP + NQ\right)^2 \ge MN^2$$

$$\Leftrightarrow MP + NQ \ge MN \qquad dpcm$$

Bài V *(0,5 điểm)*

Chứng minh rằng: $S = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + ... + \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}} > 4$

Đáp án:

Xét:

$$\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\left(\sqrt{k}+\sqrt{k+1}\right).\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right)} = \sqrt{k+1}-\sqrt{k} \qquad \forall k \ge 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} > \frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k+2}}$$

Ta có:

$$2S = 2.\left(\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + ... + \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + ... + \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}} + \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}}$$

$$> \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + ... + \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}} + \frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$$

$$= \sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{4}+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{6}+...+\sqrt{80}-\sqrt{79}+\sqrt{81}-\sqrt{80}$$

$$= \sqrt{81}-\sqrt{1}$$

$$= 8$$

$$\Rightarrow S > 4 \qquad dpcm$$