

CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

Họ tên: Lớp: 9A1/9A2 Ngày: / ... / 20....

BÀI 5. BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

I. Tóm tắt lý thuyết

1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} (B \geq 0) = \begin{cases} A\sqrt{B} (A \geq 0; B \geq 0) \\ -A\sqrt{B} (A < 0; B \geq 0) \end{cases}$$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} (khi A \geq 0; B \geq 0) \\ -\sqrt{A^2B} (khi A < 0; B \geq 0) \end{cases}$$

3. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} (B \neq 0; AB \geq 0)$$

4. Trục căn thức ở mẫu

$$\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} (B > 0)$$

$$\frac{m}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{m(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$$

$$\frac{m}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{m(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2} (A \geq 0; A \neq B^2)$$

II. Bài tập vận dụng

Bài 2.1. Viết gọn các biểu thức sau

a. $\sqrt{25.90}$

b. $\sqrt{96.125}$

c. $\sqrt{75.54}$

d. $\sqrt{245.35}$

Bài 2.2. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a. $\sqrt{27x^2} (x \geq 0)$

b. $\sqrt{8xy^2} (x \geq 0; y \leq 0)$

c. $\sqrt{25x^3} (x > 0)$

d. $\sqrt{48xy^4} (x \geq 0; y \in R)$

Bài 2.3: Đưa thừa số vào trong dấu căn

a. $a\sqrt{13} (a \geq 0)$

b. $a\sqrt{\frac{-15}{a}} (a < 0)$

c. $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{12}{a}} (a > 0)$

d. $a\sqrt{2} (a \leq 0)$

Bài 2.4: So sánh các cặp số dưới đây

a) $2\sqrt{29}$ và $4\sqrt{3}$ b) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ và $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

Bài 2.5: Trục căn thức ở mẫu và rút gọn

a. $\frac{1}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$ b. $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$ c. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ d. $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

Bài 2.6: Trục căn thức và thực hiện phép tính

a. $A = \left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) (\sqrt{6}+11)$ b. $B = \left(1 - \frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \right) \left(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} - 1 \right)$

c. $C = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2}+\sqrt{3})$ d. $C = \left(\frac{5-2\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} - 2 \right) \left(\frac{5+3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} - 2 \right)$

Bài 2.7: Giải phương trình:

a. $\sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$ b. $\frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6$

c. $\sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16$ d. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-1} + 2 = 0$

e. $\sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5+\sqrt{x-2})$ f*. $\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 1$

III. Bài tập bổ sung

Bài 3.1: Chứng minh rằng

a. $\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 (a, b > 0)$

b. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+b}{a-b} (a, b \geq 0; a \neq b)$

c. $\frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab}^3}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = b (a, b > 0)$

Bài 3.2: Giải phương trình: $25\sqrt{\frac{a-3}{25}} - 7\sqrt{\frac{4a-12}{9}} - 7\sqrt{a^2-9} + 18\sqrt{\frac{9a^2-81}{81}} = 0$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

- a) $\sqrt{5a^2} (a \leq 0)$ b) $\sqrt{18a^2} (a \geq 0)$ c) $\sqrt{-9b^3} (b \leq 0)$ d) $\sqrt{24a^4b^8} (a, b \in \mathbb{R})$

Bài 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

- a) $x\sqrt{7} (x \geq 0)$ b) $x\sqrt{15} (x \leq 0)$ c) $\frac{1}{y}\sqrt{19y} (y > 0)$ d) $\frac{1}{3}y\sqrt{\frac{27}{y^2}} (y \leq 0)$

Bài 3. So sánh

- a) $2\sqrt{6}$ và $3\sqrt{3}$ b) $\frac{2}{5}\sqrt{6}$ và $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}$ c) $2\sqrt{23}$ và $3\sqrt{10}$ d) $2\sqrt{\frac{1}{5}}$ và $\frac{1}{5}\sqrt{21}$

Bài 4. Tìm x, biết

- a. $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$ b. $\frac{2}{3}\sqrt{9x-9} - \frac{1}{4}\sqrt{16x-16} + 27\sqrt{\frac{x-1}{81}} = 4$

Bài 5: Tìm x, y, z biết: $\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

Bài 6*: Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n} - 1$

---- Hết ----