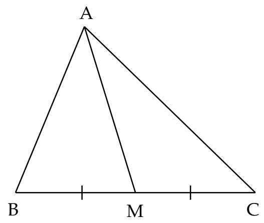
CHƯƠNG III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC – CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

Họ tên: ………………………..…..…………………… Lớp: 7B1/ …... Ngày: …. / … / 20….

BÀI 4. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

1. Đường trung tuyến của tam giác



- Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là đường trung tuyến của tam giác ABC.

- Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.

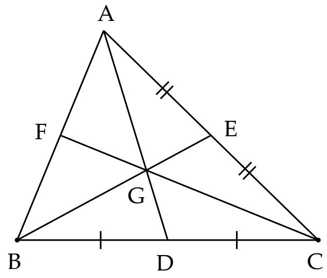
2. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

<u>Định lí</u>: Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm.

Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng cách bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

- Điểm gặp nhau của ba đường trung tuyến gọi là *trọng tâm của tam giác.*

• G là trọng tâm tam giác ABC thì $\frac{AG}{AD}=\frac{BG}{BE}=\frac{CG}{CF}=\frac{2}{3}$.



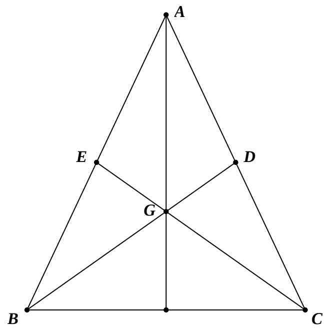
<u>Lưu ý:</u> *Trọng tâm chia tam giác thành ba tam giác nhỏ có diện tích bằng nhau.*

Bài 1.1. Cho tam giác ABC với các đường trung tuyến BD và CE. Chứng minh rằng:

a) Nếu AB = AC thì BD = CE *(tgCEB = tgBDC (c-g-c)*

b) Nếu BD = CE thì AB = AC. *(tgBGE = tgCGD ->BE = CD)*

Gợi ý: (Sách CB&NC) Xét các tam giác bằng nhau a) c-g-c; b) c-g-c



HD câu b: Gọi G là giao điểm của BD và CE, ta có

$BG=\frac{2}{3}BD,\ CG=\frac{2}{3}CE$. Do $BD=CE$

nên $BG=CG,\ GD=GE$

$\Delta BGE=\Delta CGD\left(c.g.c\right)\Rightarrow BE=CD$

Ta lại có $BE=\frac{1}{2}AB,\ CD=\frac{1}{2}AC$ nên $AB=AC$. Vậy ΔABC là tam giác cân.

Bài 1.2. Cho tam giác ABC có AB = AC = 5cm, BC = 8cm. Gọi G là trọng tâm của tam giác. Tính GA, GB, GC.

Gợi ý: (CB&NC) CM tam giác AHB vuông->AH ->GH, sử dụng pitago tính các cạnh còn lại->ĐS: 2; căn17

Bài 1.3. Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến AD và BE cắt nhau tại K. Gọi I là trung điểm của AK, O là giao điểm của BE và IC, F là trung điểm của AB.

a) Chứng minh rằng ba điểm C, K, F thẳng hàng.

b) Tính OE, biết BE = 18cm.

Gợi ý: (CB&NC) Trong tam giác ABC có K là là giao điểm của 2 đường trung tuyến nên K là trọng tâm của tam giác -> C, F, K thẳng hàng

b) O là trọng tâm của tam giác AKC ->ĐS: 2cm

Bài 1.4. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM và trọng tâm G. Trên tia đối của tia MA, lấy các điểm I và K sao cho MI = MG, IK = IG. Gọi N là trung điểm của CK. Chứng minh rằng ba điểm B, I, N thẳng hàng. *(Lưu ý: Trọng tâm của tam giác là giao điểm của 3 đường trung tuyến)*

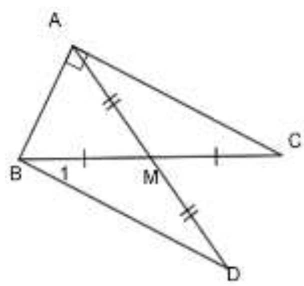
Gợi ý: (CB&NC) Tam giác KBC có KM là trung tuyến và MI = 1/2IK nên I là trọng tâm -> BI đi qua trung điểm N của CK.

Bài 1.5*. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM. Chứng minh rằng:

a) Nếu ΔABC vuông ở A thì $AM = \frac{1}{2}BC$ *(Định lí: Trong tam giác vuông, trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền – Kỳ 1 lớp 8)*

Gợi ý: (BT&NC) Trên tia đối của tia MA lấy D sao cho MA = MD; Xét 2 lần tam giác bằng nhau -> BC = AD)

HD: Xét ΔABC vuông tại A, đường trung tuyến AM.



Ta sẽ chứng minh $AM = \frac{1}{2}BC$

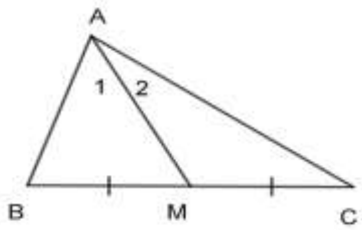
Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. Ta có $MA = \frac{1}{2}AD$, cần chứng minh. Dễ thấy

$\Delta BMD = \Delta CMA$ (c.g.c) $\Rightarrow BD = AC,\ B_1 = C$ do đó $BD // AC$. Ta lại có $BAC = 90^\circ$ nên $ABD = 90^\circ$. Do đó $\Delta CAB = \Delta DBA$ (vì cạnh AB chung, $CAB = DBA = 90^\circ$, $AC = BD$), suy ra $BC = AD$. Vậy $AM = \frac{1}{2}BC$

b) Ngược lại, nếu $AM = \frac{1}{2}BC$ thì ΔABC vuông tại A. *(Định lí: Nếu một tam giác có trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông– Kỳ 1 lớp 8)*

Gợi ý: (BT&NC), tổng 3 góc trong 1 tam giác bằng 180 độ, và xét các cặp tam giác cân ->ĐPCM)

HD: Xét ΔABC, đường trung tuyến AM có $AM = \frac{1}{2}BC$.



Ta sẽ chứng minh $BAC = 90°$. Dễ thấy $MA = MB = MC$.

Các tam giác MAB, MAC cân tại M nên: $B = A_1$, . $C = A_2$

Do đó $B + C = A_1 + A_2 = BAC$

Ta lại có $B + C + BAC = 180°$ nên $BAC = 90°$

* **<u>Bài tập về nhà</u>**

Bài 3.1. Chứng minh định lí: *Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau.*

Gợi ý: Xét 2 tam giác bằng nhau (c-g-c)

Bài 3.2. Cho tam giác DEF cân tại D với đường trung tuyến DI.

a) Chứng minh rằng $\Delta DEI = \Delta DFI$

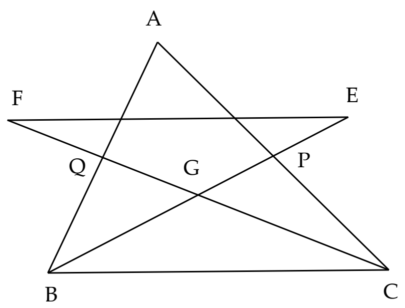
b) Cho biết số đo hai góc DIE và DIF

c) Biết DE = DF = 13cm, EF = 10cm, hãy tính độ dài đường trung tuyến DI.

Gợi ý: SGK tr67, Xét các tam giác bằng nhau và sử dụng pitago (bài toán cơ bản)

Bài 3.3. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BP, CQ cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia PB lấy điểm E sao cho $PE = PG$. Trên tia đối của tia QG lấy điểm F sao cho $QF = QG$. Chứng minh rằng: a) $GB = GE, GC = GF$; b) $EF = BC$ và $EF // BC$.

HD:



a) Vì G là trọng tâm ΔABC nên : $BG = 2GP, CG = 2GQ$.

Lại có $PE = PG, QF = QG$ nên : $GE = 2GP, GF = 2GQ$.

Do đó $BG = GE, CG = GF$.

b) Suy ra : $\Delta GBC = \Delta GEF$ (c.g.c)

Từ đó ta có $EF = BC$ và $GEF = GBC \Rightarrow EF // BC$.

Bài 3.4. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến BM. Gọi D là trung điểm của MC. Trên tia đối của tia DB lấy điểm E sao cho DE = DB. Gọi K là trung điểm của AE. Chứng minh rằng ba điểm B, M, K thẳng hàng. *(Lưu ý: Trọng tâm của tam giác là giao điểm của 3 đường trung tuyến)*

Nhận xét: Bài toán cơ bản, qua cách vẽ và tính chất của đường trung tuyến, ta xác định được M là trọng tâm của tam giác ABE ->ĐPCM

Bài 3.5. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho MN = MA. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của ND, NE với BC. Chứng minh rằng BI = IK = KC.

Nhận xét: Bài toán cơ bản, qua cách vẽ ta xác định được I là trọng tâm của tam giác ABN; K là trọng tâm của tam giác CAN ->ĐPCM)

---- Hết -----