

CHƯƠNG I: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

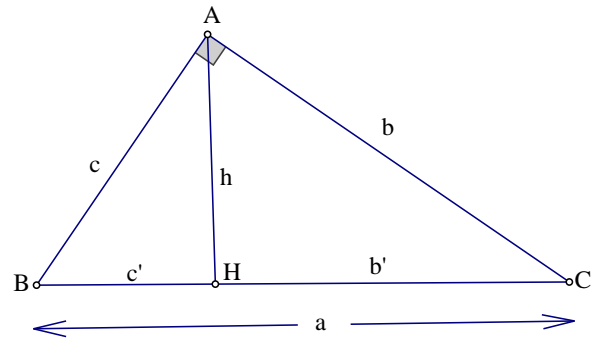
Họ tên: Lớp: 9A1/9A2 Ngày: / ... / 20....

BÀI 1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

I. Tóm tắt lý thuyết

Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , ta có:

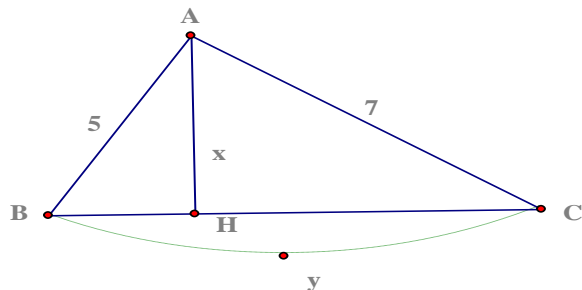
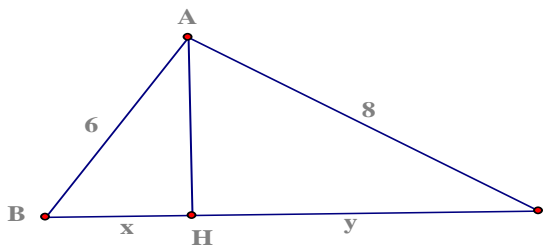
- 1) $a^2 = b^2 + c^2$.
- 2) $b^2 = a.b'$; $c^2 = a.c'$
- 3) $h^2 = b'.c'$
- 4) $a.h = b.c$.
- 5) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.



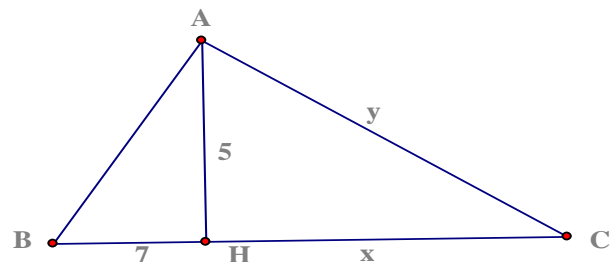
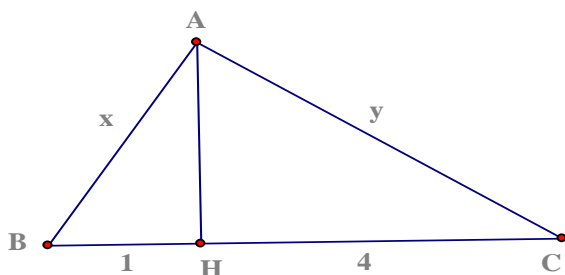
Chú ý: Diện tích tam giác vuông: $S = \frac{1}{2}bc$

II. Bài tập vận dụng

Bài 2.1. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



Bài 2.2. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau



Bài 2.3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH (H thuộc BC),

a) Cho biết $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Tính BH , CH , AC và AH

b) Cho biết $BH = 9\text{cm}$, $CH = 16\text{cm}$ Tính độ dài các đoạn thẳng AB , AC , BC và AH

Bài 2.4: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, đường cao CH . Chứng minh rằng:

a. $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$

b. Vẽ trung tuyến AM của tam giác ABC , chứng minh rằng:

$$+) AB^2 + AC^2 = \frac{BC^2}{2} + 2AM^2 \quad +) AC^2 - AB^2 = 2.BC.HM (AC > AB)$$

III. Bài tập bổ sung

Bài 3.1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, phân giác trong và ngoài tại đỉnh B cắt AC lần lượt tại M và N . Tính BM , BN ?

Bài 3.2: Cho hình bình hành $ABCD$ có góc nhọn A . Gọi I , K lần lượt là hình chiếu của B , D trên đường chéo AC . Gọi M , N là hình chiếu của C trên các đường thẳng AB , AD . Chứng minh rằng:

a. $AK = IC$

b. Tứ giác $BIDK$ là hình bình hành

c. $AC^2 = AD.AN + AB.AM$

BÀI 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

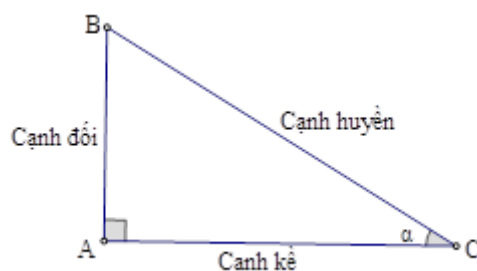
I. Tóm tắt lý thuyết

1. Định nghĩa: Cho góc nhọn α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

Dựng tam giác ABC vuông tại A sao cho

$\alpha = \widehat{ACB}$. Từ đó ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}; \cos \alpha = \frac{AB}{BC}; \tan \alpha = \frac{AC}{AB}; \cot \alpha = \frac{AB}{AC}$$



2. Các tính chất (tỉ số lượng giác hai góc phụ nhau)

a. Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì: $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta$

b. Với góc nhọn α bất kỳ ta có:

$$+) 0 < \sin \alpha < 1$$

$$+) 0 < \cos \alpha < 1$$

$$+) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$+) \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$+) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$+) \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$+) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$+) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

c. Khi góc nhọn α tăng từ 0° đến 90° thì:

+) $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ tăng

+) $\cos \alpha$ và $\cot \alpha$ giảm

3. Bảng tỉ số lượng giác của một số góc đặc biệt

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

II. Bài tập vận dụng

Bài 2.1. Tìm các tỉ số lượng giác còn lại của góc α , biết:

a. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

b. $\cos \alpha = \frac{12}{13}$

c. $\tan \alpha = \frac{4}{3}$

Bài 2.2. Tìm góc nhọn α , biết:

a. $\sin \alpha = \cos \alpha$

b. $\tan \alpha = \cot \alpha$

Bài 2.3. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (H thuộc BC), hãy tính $\sin B$ và $\sin C$ làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư trong các trường hợp sau

a. $AB = 13\text{cm}$, $BH = 0,5\text{dm}$

b. $BH = 3\text{cm}$, $CH = 4\text{cm}$

Bài 2.4. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 5\text{cm}$, $\cot B = \frac{5}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC

a) Chứng minh tam giác ABC vuông

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc B Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A

Bài 2.5: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao $AH = 6\text{cm}$ (H thuộc BC), biết $\tan \hat{C} = \frac{2}{3}$ cm.

Hãy tính độ dài các cạnh: HB, HC, AB, AC

III. Bài tập bổ sung

Bài 3.1. Cho tam giác ABC vuông tại A, có: $AB = 10\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$

a. Tính góc B

b. Phân giác trong của góc B cắt AC tại I. Tính AI

c. Vẽ AH vuông góc với BI tại H. Tính AH

Bài 3.2*. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB < AC$, $\hat{C} = \alpha < 45^\circ$, đường trung tuyến AM, đường cao AH, $MA = MB = MC = a$. Chứng minh rằng:

a. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$

b. $1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$

c. $1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

- Biết $AH = 6\text{cm}$, $BH = 4,5\text{cm}$. Tính AB, AC, BC, HC
- Biết $AB = 6\text{cm}$, $BH = 3\text{cm}$. Tính AH và tính chu vi của các tam giác vuông.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

Tính diện tích tam giác ABC, biết $AH = 12\text{cm}$, $BH = 9\text{cm}$

Bài 3. Cho hình thang ABCD vuông tại A và D. Cho biết $AB = 15\text{cm}$, $AD = 20\text{cm}$, các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại O. Tính

- Độ dài các đoạn thẳng OB và OD
- Độ dài đoạn thẳng AC
- Diện tích hình thang ABCD.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 60\text{mm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc C biết rằng $\cos B = 0,6$

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tính Sin B, Sin C, biết

- $AB = 13\text{cm}$, $BH = 5\text{cm}$
- $BH = 3\text{cm}$, $CH = 4\text{cm}$

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH, kẻ EH, HF lần lượt vuông góc với AB, AC. Chứng minh rằng

$$\text{a. } \frac{EB}{FC} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^3$$

$$\text{b. } BC \cdot BE \cdot CF = AH^3$$

---- Hết ----