

CHUYÊN ĐỀ: PHÂN SỐ

Họ tên: Lớp: 6B1/6B2 Ngày: / ... / 20....

QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN SỐ. SO SÁNH PHÂN SỐ

I. Tóm tắt lý thuyết

1. Muốn quy đồng mẫu nhiều phân số với mẫu dương ta làm như sau:

Bước 1: Tìm một bội chung của các mẫu (thường là BCNN) để làm mẫu chung.

Bước 2: Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu (bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu).

Bước 3: Nhân tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

2. Trong hai phân số có cùng mẫu dương, phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

3. Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi so sánh các tử với nhau. Phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

4. Phân số lớn hơn 0 là phân số dương. Phân số nhỏ hơn 0 là phân số âm.

5. Hai phân số có mẫu dương, cùng tử dương, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó lớn hơn.

II. Bài tập vận dụng

Bài 1. Quy đồng mẫu các phân số: $\frac{7}{-14}$; $\frac{-3}{40}$; $\frac{-13}{-455}$.

Đáp án:

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{7}{-14} &= \frac{7}{-7 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \\ \frac{-13}{-455} &= \frac{-13}{-5 \cdot 7 \cdot 13} = \frac{1}{5 \cdot 7} = \frac{1}{35} \\ BCNN(2; 40; 35) &= 280 \\ \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{2} &= -\frac{140}{2 \cdot 140} = -\frac{140}{280} \\ \frac{1}{35} &= \frac{8}{35 \cdot 8} = \frac{8}{280} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Vậy các phân số sau khi quy đồng là: $-\frac{140}{280}$; $-\frac{21}{280}$; $\frac{8}{280}$

Bài 2. Rút gọn rồi quy đồng mẫu số các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{-51}{136}; \frac{-60}{108}; \frac{26}{-156} \qquad \text{b) } \frac{-165}{270}; \frac{-91}{156}; \frac{-210}{1134}$$

Đáp án:

$$\text{a) } \frac{-27}{72}; \frac{-40}{72}; \frac{-12}{72} \qquad \text{b) } \frac{-66}{108}; \frac{-63}{108}; \frac{-20}{108}$$

Bài 3. Tìm số nguyên x thỏa mãn:

$$a) \frac{x}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$b) \frac{x}{10} = \frac{3}{5}$$

$$c) \frac{2x}{49} = \frac{-2}{7}$$

$$d) \frac{x+1}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$e) \frac{x-3}{49} = \frac{-2}{7}$$

$$f) \frac{x}{4} = \frac{x+1}{8}$$

Đáp án:

$$a) \frac{x}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -1.6$$

$$\Leftrightarrow 2x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = -6 : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Vậy $x = -3$

$$d) \frac{x+1}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2.(x+1) = -1.6$$

$$\Leftrightarrow 2.x + 2 = -6$$

$$\Leftrightarrow 2.x = -6 - 2$$

$$\Leftrightarrow 2.x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = -8 : 2$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

Vậy $x = -4$

$$b) \frac{x}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5x = 3.10$$

$$\Leftrightarrow 5x = 30$$

$$\Leftrightarrow x = 30 : 5$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

Vậy $x = 6$

$$e) \frac{x-3}{49} = \frac{-2}{7}$$

$$\Leftrightarrow 7.(x-3) = -2.49$$

$$\Leftrightarrow 7x - 21 = -98$$

$$\Leftrightarrow 7x = -98 + 21$$

$$\Leftrightarrow 7x = -77$$

$$\Leftrightarrow x = -77 : 7$$

$$\Leftrightarrow x = -11$$

Vậy $x = -11$

$$c) \frac{2x}{49} = \frac{-2}{7}$$

$$\Leftrightarrow 7.2x = -2.49$$

$$\Leftrightarrow 14x = -98$$

$$\Leftrightarrow x = -98 : 14$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

Vậy $x = 7$

$$f) \frac{x}{4} = \frac{x+1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 8x = 4.(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 8x = 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 8x - 4x = 4$$

$$\Leftrightarrow 4x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 4 : 4$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $x = 1$

Bài 4. Tìm phân số có mẫu bằng 11, biết rằng khi cộng tử với 4 và nhân mẫu với 3 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

Đáp án:

Gọi tử số của phân số cần tìm là a ($a \in \mathbb{Z}$)

\Rightarrow Phân số hiện tại là: $\frac{x}{11}$

\Rightarrow Phân số sau khi thêm tử số 4 đơn vị và nhân mẫu số với 3 là: $\frac{x+4}{11.3}$

Vì giá trị của phân số không thay đổi nên:

$$\frac{x+4}{11.3} = \frac{x}{11}$$

$$\Leftrightarrow 11.(x+4) = 33.x$$

$$\Leftrightarrow 11x + 44 = 33.x$$

$$\Leftrightarrow 22x = 44$$

$$\Leftrightarrow x = 44 : 22$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy phân số cần tìm là: $\frac{2}{11}$

Bài 5. So sánh hai phân số bằng cách quy đồng mẫu:

a) $\frac{1}{3}$ và $\frac{5}{6}$;

b) $\frac{4}{5}$ và $\frac{3}{7}$;

c) $\frac{-3}{11}$ và $\frac{-4}{13}$;

d) $\frac{-5}{6}$ và $\frac{63}{-70}$

Đáp án:

a) $\frac{1}{3}$ và $\frac{5}{6}$;

b) $\frac{4}{5}$ và $\frac{3}{7}$;

Ta có:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Vì $\frac{2}{6} < \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{5}{6}$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{4}{5} = \frac{4.7}{5.7} = \frac{28}{35} \\ \frac{3}{7} = \frac{3.5}{7.5} = \frac{15}{35} \end{cases}$$

Vì $\frac{28}{35} > \frac{15}{35} \Rightarrow \frac{4}{5} > \frac{3}{7}$

c) $\frac{-3}{11}$ và $\frac{-4}{13}$;

d) $\frac{-5}{6}$ và $\frac{63}{-70}$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{-3}{11} = \frac{-3.13}{11.13} = \frac{-39}{143} \\ \frac{-4}{13} = \frac{-4.11}{13.11} = \frac{-44}{143} \end{cases}$$

Vì $\frac{-39}{143} > \frac{-44}{143} \Rightarrow \frac{-3}{11} > \frac{-4}{13}$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{-5}{6} = \frac{-5.35}{6.35} = \frac{-175}{210} \\ \frac{63}{-70} = \frac{63.3}{-70.3} = \frac{-189}{210} \end{cases}$$

Vì $\frac{-175}{210} > \frac{-189}{210} \Rightarrow \frac{-5}{6} > \frac{63}{-70}$

Bài 6: So sánh hai phân số bằng cách dùng số trung gian

a) $\frac{26}{27}$ và $\frac{97}{96}$;

b) $\frac{102}{103}$ và $\frac{106}{105}$;

c) $\frac{16}{-19}$ và $\frac{15}{17}$;

d) $\frac{419}{-723}$ và $\frac{-697}{-313}$

e) $\frac{311}{256}$ và $\frac{199}{203}$

Đáp án:

a) $\frac{26}{27}$ và $\frac{97}{96}$;

b) $\frac{102}{103}$ và $\frac{106}{105}$;

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{26}{27} < 1 \\ \frac{97}{96} > 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{97}{96} > \frac{26}{27}$$

c) $\frac{16}{-19}$ và $\frac{15}{17}$;

d) $\frac{419}{-723}$ và $\frac{-697}{-313}$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{16}{-19} < 0 \\ \frac{15}{17} > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{16}{-19} < \frac{15}{17}$$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{419}{-723} < 0 \\ \frac{-697}{-313} > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{419}{-723} < \frac{-697}{-313}$$

e) $\frac{311}{256}$ và $\frac{199}{203}$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{311}{256} > 1 \\ \frac{199}{203} < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{311}{256} > \frac{199}{203}$$

Bài 7: So sánh các phân số sau bằng cách hợp lí nhất:

a) $\frac{13}{19}$ và $\frac{47}{53}$;

b) $\frac{31}{40}$ và $\frac{186}{241}$;

c) $\frac{33}{131}$ và $\frac{53}{217}$;

d) $\frac{41}{91}$ và $\frac{411}{911}$.

Đáp án:

a) $\frac{13}{19}$ và $\frac{47}{53}$;

$$\frac{13}{19} = \frac{19-6}{19} = 1 - \frac{6}{19};$$

$$\frac{47}{53} = \frac{53-6}{53} = 1 - \frac{6}{53}.$$

Vì $\frac{6}{19} > \frac{6}{53}$ suy ra $\frac{13}{19} < \frac{47}{53}$.

c) $\frac{33}{131}$ và $\frac{53}{217}$;

$$\frac{33}{131} > \frac{33}{132} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{53}{217} < \frac{53}{212} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{33}{131} > \frac{53}{217}$.

b) $\frac{31}{40}$ và $\frac{186}{241}$;

$$\frac{31}{40} = \frac{186}{240} > \frac{186}{241}.$$

d) $\frac{41}{91}$ và $\frac{411}{911}$.

$$\frac{41}{91} = \frac{410}{910} = \frac{910-500}{910} = 1 - \frac{500}{910} \quad (1)$$

$$\frac{411}{911} = \frac{911-500}{911} = 1 - \frac{500}{911} \quad (2)$$

Vì $\frac{500}{910} > \frac{500}{911}$ nên từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{41}{91} < \frac{411}{911}.$$

Bài 8: Cho phân số $A = \frac{2012}{x-99}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

a) A có giá trị lớn nhất.

b) A có giá trị nhỏ nhất.

Đáp án:

a) Điều kiện $x \neq 99$.

Nếu $x < 99$ thì $x - 99 < 0$, do đó $A < 0$.

Nếu $x > 99$ thì $x - 99 > 0$. Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x - 99 \geq 1$.

$$\text{Do đó } A = \frac{2012}{x-99} \leq 2012.$$

$$A = 2012 \text{ khi } x - 99 = 1 \text{ hay } x = 100.$$

Vậy với $x = 100$ thì A có giá trị lớn nhất là 2012.

b) Điều kiện $x \neq 99$.

Nếu $x > 99$ thì $x - 99 > 0$, do đó $A > 0$.

Nếu $x < 99$ thì $99 - x > 0$.

Vì $a \in \mathbb{Z}$ nên $99 - x \geq 1$.

$$\text{Do đó } \frac{2012}{99-x} \leq 2012 \text{ nên } \frac{2012}{x-99} \geq -2012 \text{ hay } A \geq -2012.$$

$$A = -2012 \text{ khi } 99 - x = 1 \text{ hay } x = 98.$$

Vậy với $x = 98$ thì A có giá trị nhỏ nhất là -2012.

III. Bài tập bổ sung

Bài 1. Rút gọn rồi qui đồng mẫu các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{4.5+4.11}{8.7+4.3} ; \frac{-15.8+10.7}{5.6+20.3} \text{ và } \frac{2^4.5^2.7}{2^3.5.7^2.11}$$

$$\text{b) } \frac{-5^2-5.3^2}{5^3+5^2.3^2} ; \frac{4^6.9^5+6^9.120}{8^4.3^{12}-6^{11}} \text{ và } \frac{2929-101}{2.1919+404}$$

Bài 2. Tìm phân số biết mẫu bằng 9, khi cộng tử với 10 và nhân mẫu với 3 thì giá trị của phân số không thay đổi.

$$\text{Bài 3: So sánh: } A = \frac{98^{99}+1}{98^{89}+1} \text{ và } B = \frac{98^{98}+1}{98^{88}+1}$$

Bài 4:

a) Có thể bớt đi ở tử và mẫu của phân số $\frac{a}{b}$ những số khác 0 nào mà không làm thay đổi phân số?

$$\text{b) Cho phân số } A = \frac{1+2+3+\dots+9}{11+12+13+\dots+19}.$$

Hãy xóa một số hạng ở tử và một số hạng ở mẫu để được một phân số mới có giá trị bằng phân số cũ.

IV. Bài tập về nhà

Bài 1. Quy đồng mẫu các phân số: $\frac{-17}{12}; \frac{-31}{-18}; \frac{8}{-15}$.

Bài 2. Rút gọn rồi quy đồng mẫu số các phân số sau:

$$\text{a) } \frac{15}{-50}; \frac{7}{10} \text{ và } \frac{24}{-20} \quad \text{b) } \frac{7}{-8}; \frac{-3}{-9} \text{ và } \frac{14}{17}$$

Bài 3. Tìm số nguyên x thỏa mãn:

$$\text{a) } \frac{x}{8} = \frac{-1}{4} \quad \text{b) } \frac{x}{25} = \frac{3}{5} \quad \text{c) } \frac{2x}{125} = \frac{-2}{25}$$

$$d) \frac{x-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$e) \frac{x+3}{42} = \frac{-1}{7}$$

$$f) \frac{x-1}{3} = \frac{x+4}{8}$$

Bài 4. Tìm một phân số có mẫu là 15 biết rằng giá trị của nó không thay đổi khi lấy tử trừ đi 2 và lấy mẫu nhân với 2

Bài 5. So sánh hai phân số bằng cách quy đồng mẫu:

$$a) \frac{3}{4} \text{ và } \frac{6}{7};$$

$$b) \frac{17}{-21} \text{ và } \frac{51}{-31};$$

$$c) \frac{-4}{9} \text{ và } \frac{-3}{13};$$

$$d) \frac{-4}{-11} \text{ và } \frac{-6}{-19}.$$

Bài 6: So sánh hai phân số bằng cách dùng số trung gian

$$a) \frac{2015}{2016} \text{ và } \frac{2019}{2018};$$

$$b) \frac{73}{64} \text{ và } \frac{44}{45}.$$

$$c) \frac{30}{235} \text{ và } \frac{168}{1323}$$

$$d) \frac{19}{60} \text{ và } \frac{31}{90}$$

$$e) \frac{15}{23} \text{ và } \frac{70}{117}$$

Bài 7*: Tìm các giá trị của $a \in \mathbb{N}$ để:

a) Phân số dương $\frac{2a-3}{4}$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Phân số dương $\frac{5}{3a-7}$ có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.