# CHUYÊN ĐỂ I: RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Họ tên học sinh: ...... Lớp: 9B1/ ..... Ngày: .... / ... / 20....

#### I. Bài tập vận dụng

Bài 1. Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 7x - 2y = 1\\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = 1\\ \frac{3}{7}x - \frac{1}{3}y = -5 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 0,75x-3,2y=10\\ x\sqrt{3}-y\sqrt{2}=4\sqrt{3} \end{cases}$$

Đáp án:

a) 
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

DK: 
$$x, y \in R$$

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \Rightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$$
 (thỏa mãn)  
$$\Rightarrow y = 7 - 2x = 7 - 2.3 = 1$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = \{(3; 1)\}$ 

b) 
$$\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$
 DK:  $x, y \in R$  
$$\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 6x + 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow 13x = 13 \Leftrightarrow x = 1$$
 (thỏa mãn) 
$$\Rightarrow y = 6 - 3x = 6 - 3.1 = 3$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = \{(1; 3)\}$ 

c) 
$$\begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = 1 \\ \frac{3}{7}x - \frac{1}{3}y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = 1 \\ \frac{3}{5}x - \frac{1}{3}y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 10y = 15 \\ 9x - 7y = -105 \end{cases} \Rightarrow 17y = 120 \Rightarrow y = \frac{120}{17}$$
 thỏa mãn 
$$\Rightarrow \frac{3}{7}x - \frac{1}{3} \cdot \frac{120}{17} = -5 \Rightarrow x = -\frac{105}{17}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = \left\{ \left( -\frac{105}{17}; \frac{120}{17} \right) \right\}$ 

d) 
$$\begin{cases} 0,75x-3,2y=10\\ x\sqrt{3}-y\sqrt{2}=4\sqrt{3} \end{cases}$$

DK: 
$$x, y \in R$$

$$\begin{cases} 0,75x - 3,2y = 10 \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{16}{5}y = 10 \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 64y = 200 \\ x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 4\sqrt{3} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15\sqrt{3}x - 64\sqrt{3}y = 200\sqrt{3} \\ 15\sqrt{3}x - 15\sqrt{2}y = 60\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \left(15\sqrt{2} - 64\sqrt{3}\right)y = 140\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow y = \frac{140\sqrt{3}}{15\sqrt{2} - 64\sqrt{3}} \quad \text{thoa man}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(4\sqrt{3} + y\sqrt{2}\right) = \frac{200\sqrt{2} - 256\sqrt{3}}{15\sqrt{2} - 64\sqrt{3}}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = \left\{ \left( \frac{200\sqrt{2} - 256\sqrt{3}}{15\sqrt{2} - 64\sqrt{3}}; \frac{140\sqrt{3}}{15\sqrt{2} - 64\sqrt{3}} \right) \right\}$ 

#### **Bài 2.** Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} 4x - 3y + 5(x - y) = 1 \\ 2x - 4(2y - 1) = 1 \end{cases}$$
b) 
$$\begin{cases} 2(x + 1) - 15(y - 1) = 8 \\ 3(x + 1) - 2(y - 1) = 1 \end{cases}$$
c) 
$$\begin{cases} \frac{x - y}{2} + \frac{x - 3y}{4} = 0 \\ \frac{3x - 5y + 1}{2} - 1 = 0 \end{cases}$$
d) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x + 2)(y + 3) = \frac{1}{2}xy + 50 \\ \frac{1}{2}(x - 2)(y - 2) = \frac{1}{2}xy - 32 \end{cases}$$

DK:  $x, y \in R$ 

a) 
$$\begin{cases} 4x - 3y + 5(x - y) = 1 \\ 2x - 4(2y - 1) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 8y = 1 \\ 2x - 4(2y - 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 8y = 1 \\ 2x - 4(2y - 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 8y = 1 \\ 2x - 8y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 8y = 1 \\ 7x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9x - 1}{8} = \frac{29}{56} \\ x = \frac{4}{7} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x;y) = \left\{ \left( \frac{4}{7}; \frac{29}{56} \right) \right\}$ 

b) 
$$\begin{cases} 2(x+1)-15(y-1) = 8\\ 3(x+1)-2(y-1) = 1 \end{cases}$$
 DK:  $x, y \in R$ 

$$\begin{cases} 2(x+1)-15(y-1) = 8 \\ 3(x+1)-2(y-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-15y = -9 \\ 3x-2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-45y = -27 \\ 6x-4y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 41y = 19 \\ x = \frac{2y-4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{19}{41} \\ x = -\frac{42}{41} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x;y) = \left\{ \left( -\frac{42}{41}; \frac{19}{41} \right) \right\}$ 

c) 
$$\begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{x-3y}{4} = 0 \\ \frac{3x-5y+1}{2} - 1 = 0 \end{cases}$$
 DK:  $x, y \in R$  
$$\begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{x-3y}{4} = 0 \\ \frac{3x-5y+1}{2} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y=0 \\ 3x-5y=1 \end{cases} \Rightarrow \text{Hệ phương trình vô nghiệm}$$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm

d) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+2)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 50 \\ \frac{1}{2}(x-2)(y-2) = \frac{1}{2}xy - 32 \end{cases}$$

$$DK: x, y \in R$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+2)(y+3) = \frac{1}{2}xy + 50 \\ \frac{1}{2}(x-2)(y-2) = \frac{1}{2}xy - 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}xy + \frac{3}{2}x + y + 3 = \frac{1}{2}xy + 50 \\ \frac{1}{2}xy - x - y + 2 = \frac{1}{2}xy - 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x + y = 47 \\ x + y = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x;y) = \{(26;8)\}$ 

#### Bài 3. Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases}$$
b) 
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = -1 \end{cases}$$
c) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2y} - \frac{2}{x-2y} = 1 \\ \frac{2}{x+2y} + \frac{3}{x-2y} = 11 \end{cases}$$
d) 
$$\begin{cases} \frac{2x}{y-1} + \frac{3y}{x-1} = 1 \\ \frac{2y}{x-1} - \frac{5x}{y-1} = 2 \end{cases}$$

#### Đáp án:

a) 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases}$$

$$DK: x \neq 0, y \neq 2$$

$$DK: x \neq 0, y \neq 2$$

$$\frac{1}{x} = a \ (a \neq 0)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = a \ (a \neq 0) \\ \frac{1}{y-2} = b \ (b \neq 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 4 \\ 4a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 4 \\ 4a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a = 7 \\ b = 4a - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y - 2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = \{(2; 3)\}$ 

b) 
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1\\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = -1 \end{cases}$$
 DK:  $x \neq 1, y \neq 0$ 

Đặt: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} = a \ (a \neq 0) \\ \frac{1}{y} = b \ (b \neq 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3b=-1 \\ 2a+5b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=-1 \\ 2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=0 \end{cases}$$
 (loại)

Vậy hệ phương trình vô nghiệm

c) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2y} - \frac{2}{x-2y} = 1\\ \frac{2}{x+2y} + \frac{3}{x-2y} = 11 \end{cases}$$
 DK:  $x, y \in R, x \neq 2y, x \neq -2y$ 

Đặt: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2y} = a & (a \neq 0) \\ \frac{1}{x-2y} = b & (b \neq 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 1 \\ 2a + 3b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 1 \\ 7b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{7} \\ b = \frac{9}{7} \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+2y} = \frac{25}{7} \\ \frac{1}{x-2y} = \frac{9}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y = \frac{7}{25} \\ x-2y = \frac{7}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y = \frac{7}{25} \\ x-2y = \frac{7}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{119}{225} \\ y = -\frac{28}{225} \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x;y) = \left\{ \left( \frac{119}{225}; -\frac{28}{225} \right) \right\}$ 

d) 
$$\begin{cases} \frac{2x}{y-1} + \frac{3y}{x-1} = 1\\ \frac{2y}{x-1} - \frac{5x}{y-1} = 2 \end{cases}$$
 DK:  $x, y \neq 1$ 

Đặt: 
$$\begin{cases} \frac{x}{y-1} = a \ (a \in R) \\ \frac{y}{x-1} = b \ (a \in R) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3b=1 \\ -5a+2b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=1 \\ -5a+2b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+15b=5 \\ -10a+4b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=1 \\ 19b=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{4}{19} \\ b=\frac{9}{19} \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{y-1} = -\frac{4}{19} \\ \frac{y}{x-1} = \frac{9}{19} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x + 4y = 4 \\ 9x - 19y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{112}{397} \\ y = -\frac{135}{397} \end{cases}$$
 (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x;y) = \left\{ \left( \frac{112}{397}; -\frac{135}{397} \right) \right\}$ 

#### Bài 4. Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} - \sqrt{2y+1} = 1\\ 2\sqrt{3x-1} + 3\sqrt{2y+1} = 12 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{3}{\sqrt{y-1}} = 5\\ \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases}$$

### Đáp án:

a) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$
 ĐK:  $x \ge 0; y \ge 1$ 

Đặt 
$$\begin{cases} \sqrt{x} = a \\ \sqrt{y - 1} = b \end{cases} (a \ge 0; b \ge 0) \text{ ta có hệ phương trình mới:}$$

$$\begin{cases} a+2b=5 \\ 4a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2(4a-2)=5 \\ b=4a-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a=9 \\ b=4a-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} (tho \ a \ m \ a \ n)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y - 1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} (thỏa mãn)$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: (x; y) = (1; 2)

Đặt 
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} = a \\ \sqrt{2y+1} = b \end{cases} (a \ge 0; b \ge 0) \text{ ta có hệ phương trình mới:}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ 2a+3b=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1+b \\ 2(1+b)+3b=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1+b \\ 5b=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} (thỏa mãn)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3x-1}=3 \\ \sqrt{2y+1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=9 \\ 2y+1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{10}{3} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} (thỏa mãn)$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là:  $(x; y) = \left(\frac{10}{3}; \frac{3}{2}\right)$ 

Đặt  $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = a \\ \frac{1}{\sqrt{y-1}} = b \end{cases}$  (a > 0; b > 0) ta có hệ phương trình mới:

$$\begin{cases} 2a+3b=5 \\ 3a-2b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5-3b}{2} \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = 1\\ \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 1\\ \sqrt{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0\\ y = 2 \end{cases} (thoa man)$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: (x; y) = (0; 2)

#### II. Bài tập tư luyên

Bài 1: Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{x+8}{y+4} = \frac{9}{4} \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x + 2y = 1\\ 4x - (\sqrt{2} + 1)y = 3 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$$

Bài 2: Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} 5(x-y) - 3(2x+3y) = 12\\ 3(x+2y) - 4(x+2y) = 5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{2x+3}{y-1} = \frac{4x+1}{2y+1} \\ \frac{x+2}{y-1} = \frac{x-4}{y+2} \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} (x+2)(y-2) = xy \\ (x+4)(y-3) = xy + 6 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} (x-1)(y-2)-(x+1)(y-3)=4\\ (x-3)(y+1)-(x-3)(y-5)=18 \end{cases}$$

**Bài 3:** Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} \frac{4}{x+2y} - \frac{1}{x-2y} = 1\\ \frac{20}{x+2y} + \frac{3}{x-2y} = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{y+4} = 4\\ \frac{2x}{x+1} - \frac{5}{y+4} = 9 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{2}{3x - y} - \frac{5}{x - 3y} = 3\\ \frac{1}{3x - y} + \frac{2}{x - 3y} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} \frac{6x-3}{y-1} - \frac{2y}{x+1} = 5\\ \frac{4x-2}{y-1} - \frac{4y}{x+1} = 2 \end{cases}$$

Bài 4: Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} \sqrt{x-2} + \sqrt{y-3} = 3\\ 2\sqrt{x-2} - 3\sqrt{y-3} = -4 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = 2\frac{1}{6} \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{10}{\sqrt{12x-3}} + \frac{5}{\sqrt{4y+1}} = 1\\ \frac{7}{\sqrt{12x-3}} + \frac{8}{\sqrt{4y+1}} = 1 \end{cases}$$

**Bài 5:** Giải hệ phương trình:

a) 
$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18\\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$$

a) 
$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$$
 b) 
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + x - 2y + 3 = 0 \\ y^2 - x^2 + 2xy + 2x - 2 = 0. \end{cases}$$
 c) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 4\sqrt{xy} = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + 4\sqrt{xy} = 16 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 11 \\ x + xy + y = 3 + 4\sqrt{2} \end{cases}$$

## III. Một số đề thi các năm

(Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2018 – 2019)

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 4x - |y+2| = 3\\ x+2|y+2| = 3 \end{cases}$$

(Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2017 – 2018)

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}.$$

(Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2014 – 2015)

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5\\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$$

## (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2013 – 2014)

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$

---- Hết ----