

CHUYÊN ĐỀ I: RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Họ tên học sinh: Lớp: 9B1/ Ngày: / ... / 20....

I. Kiến thức cơ bản

Các công thức biến đổi căn thức:

1. $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$
2. $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ (Với $A \geq 0; B \geq 0$)
3. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ (Với $A \geq 0; B > 0$)
4. $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$ (Với $B \geq 0$)
5. $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$ (Với $A \geq 0; B \geq 0$)
6. $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$ (Với $A < 0; B \geq 0$)
7. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB}$ (Với $A \geq 0; B > 0$)
8. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ (Với $B > 0$)
9. $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \pm B})}{A - B^2}$ (Với $A \geq 0; A \neq B^2$)
10. $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \pm \sqrt{B})}{A - B}$ (Với $A \geq 0; B \geq 0; A \neq B$)
11. $(\sqrt[3]{A})^3 = \sqrt[3]{A^3} = A$

Điều kiện xác định của một số hàm cơ bản:

1. \sqrt{A} ĐKXĐ: $A \geq 0$
2. $\frac{A}{B}$ ĐKXĐ: $B \neq 0$
3. $\frac{A}{\sqrt{B}}$ ĐKXĐ: $B > 0$
4. $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ĐKXĐ: $A \geq 0; B > 0$
5. $\sqrt{\frac{A}{B}}$ ĐKXĐ: $\begin{cases} A \leq 0 \\ B < 0 \\ A \geq 0 \\ B > 0 \end{cases}$

Cho $a > 0$ ta có:

6. $x^2 > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{a} \\ x < -\sqrt{a} \end{cases}$
7. Cho $a > 0$ ta có:
 $x^2 < a \Leftrightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$

II. Bài tập vận dụng

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

b) $B = \sqrt{6-4\sqrt{2}}$

c) $C = \sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

Bài 2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên

a) $P = \frac{5}{\sqrt{x+1}}$

b) $P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$

Bài 3. Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$

Bài 4. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2016 – 2017)

Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên

Bài 5. Cho biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-3}{3-\sqrt{x}} - \frac{3(3\sqrt{x}-5)}{x-2\sqrt{x}-3}$.

a) Rút gọn P .

b) Tìm giá trị của P , biết $x = 4+2\sqrt{3}$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

III. Bài tập tự luyện

Bài 1: Thực hiện phép tính

a) $A = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$

b) $B = \sqrt{19-6\sqrt{2}} - \sqrt{19+6\sqrt{2}}$

c) $C = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{17-12\sqrt{2}}}$

d) $D = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{3-\sqrt{3}}$

e*) $E = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{49}}$

(Gợi ý: sử dụng trục căn thức ở mẫu)

Bài 2: Cho $M = (1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}) : (\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6})$

a) Rút gọn M

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị là số nguyên

Bài 3. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2017 – 2018)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x \geq 0, x \neq 25$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $A = B|x-4|$.

Bài 4. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2018 – 2019)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Bài 5. (Trích đề thi vào 10 Hà Nội 2019 – 2020)

Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

---- Hết ----