

# Bayesian network

# Xác suất

- Luật xác suất có điều kiện:

$$p(B \mid A) = \frac{p(A \wedge B)}{p(A)} = \frac{p(A, B)}{p(A)}$$

# Xác suất

- Luật nhân tổng quát:

$$p(A, B) = p(A) p(B | A)$$

- Độc lập xác suất:

A, B : hai sự kiện độc lập , nếu :

$$p(B | A) = p(B)$$

- Luật nhân cụ thể:

$$p(A, B) = p(A) p(B)$$

# Luật Bayes, định lý Bayes

- **Luật nhân:**

$$p(A, B) = p(B, A) = p(A)p(B|A) = p(B)p(A|B)$$

- **Luật Bayes:**

$$p(B|A) = \frac{p(B)p(A|B)}{p(A)}$$

$$p(B|A, E) = \frac{p(B|E)p(A|B, E)}{p(A|E)}$$

## ● Sử dụng luật Bayes:

- Sự kiện:

S: Bệnh nhân có triệu chứng cứng cổ.

M: Bệnh nhân bị bệnh viêm màng não.

- Các xác suất biết trước:

- $P(S|M) = 0.5$

- $P(M) = 1/50000$

- $P(S) = 1/20$

- Sử dụng Bayes' rule suy ra: “Khả năng bị bệnh viêm màng khi thấy bệnh nhân có triệu chứng cứng cổ”

$$p(M | S) = \frac{p(S|M) p(M)}{p(S)} = \frac{0.5 \times 1/50000}{1/20} = 0.0002$$

# Bayes Networks(tt.)

- Chuẩn hoá:

$$p(M \mid S) = \frac{p(S \mid M) p(M)}{p(S)}$$

$$p(\neg M \mid S) = \frac{p(S \mid \neg M) p(\neg M)}{p(S)}$$

$$p(M \mid S) + p(\neg M \mid S) = 1$$

$$p(S) = p(S \mid M) p(M) + p(S \mid \neg M) p(\neg M)$$

$$p(M \mid S) = \frac{p(S \mid M) p(M)}{p(S \mid M) p(M) + p(S \mid \neg M) p(\neg M)}$$

Tổng quát:

$$p(Y \mid X) = \alpha p(X \mid Y) p(Y)$$

# Bayes network

- **Bayes Networks:**

- Đồ thị có hướng (DAG) – directed, acyclic graph.
- Đỉnh: các biến ngẫu nhiên.
- $V_i$ : node
- $A(V_i)$ : tập nodes không đứng sau node  $V_i$ .
- $P(V_i)$ : tập các nodes cha trực tiếp của  $V_i$ .
- Mạng biểu diễn rằng:  
 $V_i$  là độc lập xác suất cùng với  $A(V_i)$  với điều kiện  $P(V_i)$ .  
(Nghĩa là độc lập xác suất có điều kiện)

# Bayes Networks(tt.)

- **Xác suất kết hợp của các nodes trong mạng:**

- Mạng có K nodes:  $V_1, V_2, \dots, V_K$ .

$$p(V_1, V_2, \dots, V_K) = \prod_{i=1}^K p(V_i \mid P(V_i))$$

- **Mô tả mạng:**

- Tập các nodes.
- Xác suất biết trước cho các nodes không có node cha.
- Bảng xác suất có điều kiện cho các nodes khác trong mạng.



# Bayes Networks(tt.)

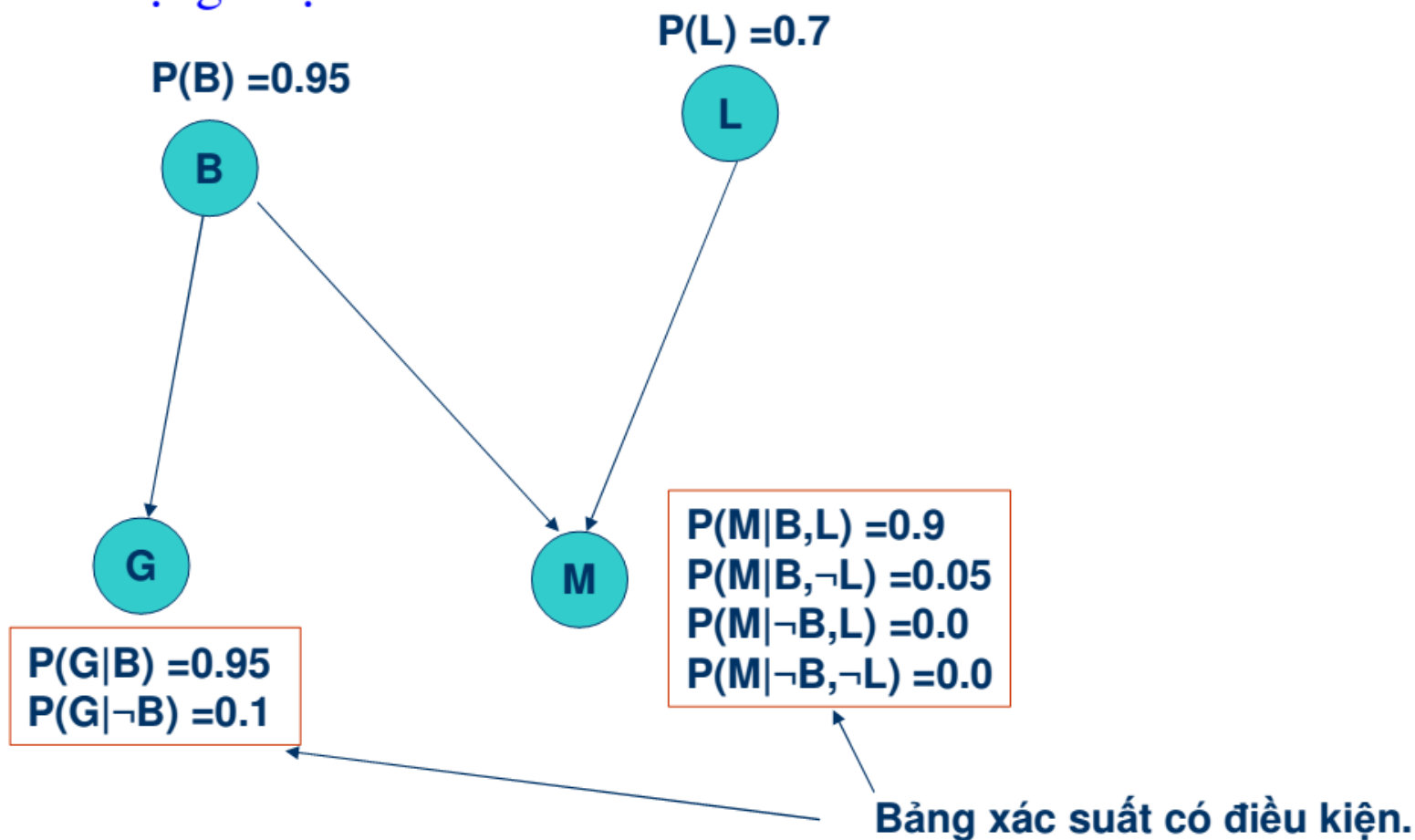
- **Ví dụ:**

- Xét bài toán “block-lifting”:  
Có 4 biến:
- B: the battery is charged.
- L: the block is liftable.
- M: the arm moves.
- G: the gauge indicates that the battery is charged

# Bayes Networks(tt.)

- Ví dụ: (tt.)

- Mạng được mô tả:



# Các hình thức suy luận trên BN

- **Suy luận nhân quả (top-down)**

Ví dụ:

- Tính xác suất cánh tay máy di động khi block là liftable.
- Nghĩa là;
  - **L : evidence.**
  - **M : query node.**
  - **Tính :  $p(M | L)$**
- Giải:
  - $p(M|L) = p(M,B|L) + p(M,\neg B|L)$   
 $= p(M|B,L)p(B|L) + p(M|\neg B,L)p(\neg B|L)$
  - $p(B|L) = p(B)$  : B không có node cha.
  - $p(\neg B|L) = p(\neg B) = 1 - p(B)$

➔  $p(M|L) = 0.855$

# Các hình thức suy luận trên BN

- **Suy luận nhân quả (top-down)**

Thủ tục:

1. Viết lại xác suất có điều kiện của query node,  $V$ , dưới dạng xác suất kết hợp của  $V$  với tất cả các parent của  $V$ .
2. Biểu diễn lại xác suất kết hợp trên thành xác suất có điều kiện của  $V$  và các parent của  $V$ .

- **Suy luận chuẩn đoán: (bottom-up):**

Ví dụ:

- Tính xác suất block không thể nhấc, khi biết trước cánh ta không di chuyển.
- Nghĩa là:
  - **Quan sát thấy: cánh ta không di chuyển.,**
  - **Tình xác suất:  $p(\neg L | \neg M)$**

# Các hình thức suy luận trên BN

- **Suy luận chuẩn đoán: (bottom-up):**

$$p(\neg L \mid \neg M) = \frac{p(\neg M \mid \neg L) p(\neg L)}{p(\neg M)} \text{ (Bayes' rule)}$$

- $p(\neg M \mid \neg L) = 0.9525$  (tính !) - sử dụng SD nhân quả
- **Tính:**

$$p(\neg L \mid \neg M) = \frac{0.9525 * 0.3}{p(\neg M)} = \frac{0.28575}{p(\neg M)}$$

$$p(L \mid \neg M) = \frac{0.0595 * 0.7}{p(\neg M)} = \frac{0.03665}{p(\neg M)}$$

$$\Rightarrow p(\neg L \mid \neg M) = 0.88632$$

# Các hình thức suy luận trên BN

- **Suy luận giải thích:**

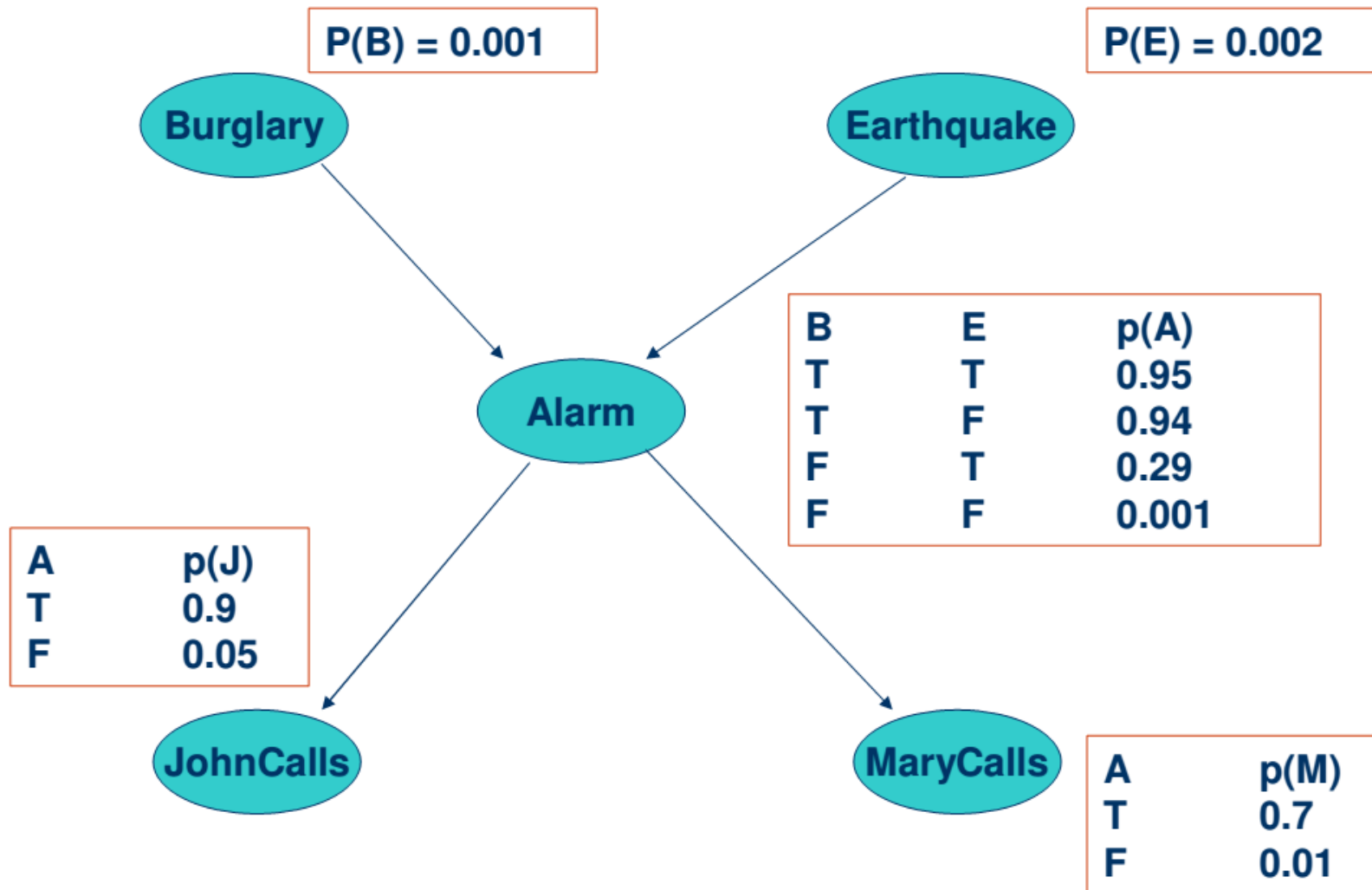
Ví dụ:

- Khi biết thêm  $\neg B$  (the battery is not charged)
- Tính  $p(\neg L \mid \neg B, \neg M)$ . nhỏ hơn  $p(\neg L \mid \neg M)$

$$\begin{aligned} p(\neg L \mid \neg B, \neg M) &= \frac{p(\neg M, \neg B \mid \neg L) p(\neg L)}{p(\neg B, \neg M)} \text{ (Bayes' rule)} \\ &= \frac{p(\neg M \mid \neg B, \neg L) p(\neg B \mid \neg L) p(\neg L)}{p(\neg B, \neg M)} \\ &= \frac{p(\neg M \mid \neg B, \neg L) p(\neg B) p(\neg L)}{p(\neg B, \neg M)} \\ &= 0.03 \end{aligned}$$

# Các hình thức suy luận trên BN

- Bài tập: thực hiện suy luận trên mạng sau



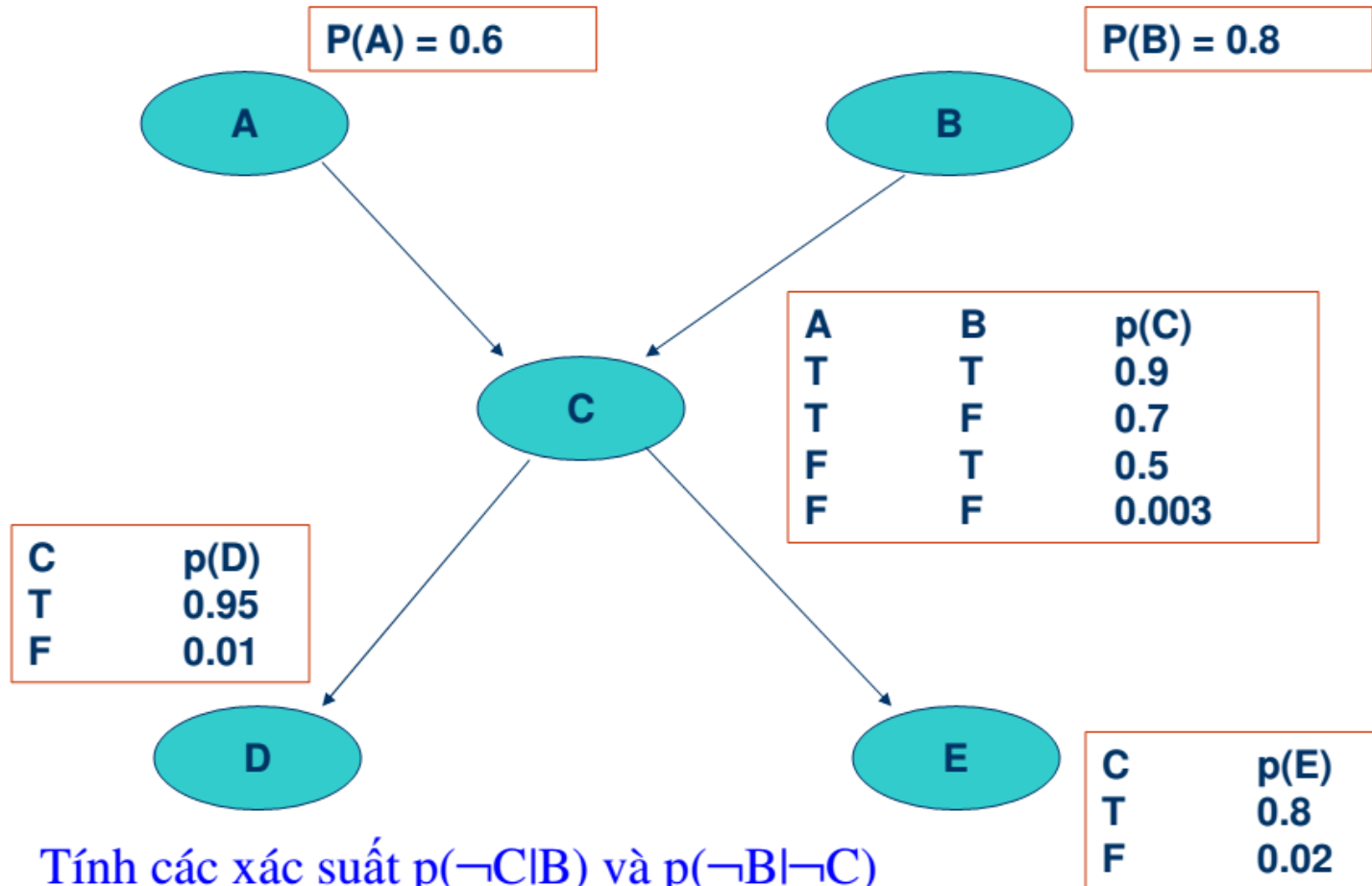
# Bài tập 1

- Các bác sĩ nhận xét rằng:
  - Người đau bao tử hay người nuốt phải hóa chất lạ đều có thể dẫn đến viêm loét bao tử cấp.
  - Người bị thủng bao tử thì có thể nguyên nhân là do viêm loét bao tử cấp. Theo số liệu thống kê trong một cộng đồng dân cư thì tỉ lệ người bị đau bao tử khoảng 40%; còn số người nuốt phải hóa chất lạ tương đối thấp, khoảng 5%. Nếu bệnh nhân vừa đau bao tử và nuốt phải hóa chất lạ thì tỉ lệ viêm loét bao tử cấp rất cao 95%. Nếu bệnh nhân chỉ bị một trong hai trường hợp này thì tỉ lệ vào khoảng 80%. Thực tế cũng có những trường hợp bệnh nhân bị viêm loét bao tử cấp mà không phải nguyên nhân là đau bao tử hay nuốt phải hóa chất lạ, tỉ lệ này vào khoảng 5%.
  - Mặt khác, nếu bệnh nhân bị viêm loét bao tử cấp thì hầu như bị thủng bao tử, tỉ lệ này có thể lên đến 98%. Tuy nhiên cũng có trường hợp bị thủng bao tử nhưng không do viêm loét, tỉ lệ này khoảng 10%.
  - Xây dựng mạng Bayes từ mô tả trên.
  - Khi một người nuốt phải hóa chất lạ thì xác suất bị thủng bao tử là bao nhiêu ?



# Bài tập 2

- Cho mạng Bayes như hình:



# Bài tập 3

- Cho mạng Bayes như hình:

