

# Phép chia hết và phép chia có dư

## I. Phép chia hết

### 1. Định nghĩa

- "chia hết": chia mà **không dư**

- Xét  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $b \neq 0$

- Khi  $b \mid a \rightarrow \begin{cases} b \text{ là ước của } a \\ a \text{ là bội của } b \end{cases} \leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z} \text{ sao cho } a = b \cdot q$

### 2. Ký hiệu

$b \mid a$  <sup>bội</sup>  $a$  <sub>ước</sub>  $\exists q \in \mathbb{Z}$  sao cho  $a = b \cdot q \leftrightarrow a : b$

- Cách đọc: "b chia hết a" "a chia hết cho b"  
"b là ước của a" "a là bội của b"

Ví dụ: 3 chia hết 6 không?

$$3 \mid 6 \rightarrow \exists 2 \in \mathbb{Z}, 6 = 3 \cdot 2$$

### 3. Nhận xét

- Với mọi  $b \neq 0$  thì:

+ 0 chia hết cho  $\forall b$  vì  $0 = b \cdot 0 \Rightarrow 0$  là bội của mọi số nguyên  $b \neq 0$

- Với mọi  $a$  thì:

+  $1 \mid a$  vì  $a \in \mathbb{Z}, a = 1 \cdot a \Rightarrow 1$  là ước của mọi số nguyên  $a$

### 4. Tính chất của phép chia hết

1.  $b \mid a \leftrightarrow \pm b \mid \pm a$

2.  $\forall a \neq 0$  thì  $a \mid a$

3.  $\forall a$  thì  $\pm 1 \mid a$

4.  $\forall a \neq 0$  thì  $a \mid 0$

5.  $(\forall a \neq 0, \forall b \neq 0, a \mid b \text{ và } b \mid a) \leftrightarrow \begin{cases} a = \pm b \\ b = \pm a \end{cases}$

6. Nếu  $(a \mid b \text{ và } b \mid c)$  thì  $a \mid c$  (tính chất bắc cầu)

7. Nếu  $b \mid a$  thì  $b \mid ax$

8. Nếu  $a \mid x$  và  $b \mid y$  thì  $ab \mid xy$

9. Nếu  $c \mid a$  và  $c \mid b$  thì  $c \mid (a \pm b)$

10. Nếu  $c \mid a$  và  $c \mid b$  thì  $c \mid (ax \pm by) \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}$

11. Nếu  $b \mid a_1, a_2, a_3, \dots$  thì  $b \mid (x_1 a_1 \pm x_2 a_2 \pm x_3 a_3 \pm \dots) \quad \forall x_i \in \mathbb{Z}$

## II. Phép chia có dư

### 1. Định lý:

- Cho  $a, b \in \mathbb{Z}$  với  $b \neq 0$
- $\exists$  duy nhất cặp số nguyên  $q$  và  $r$  sao cho:

$$\begin{cases} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{cases}$$

Trong đó:  $q$  được gọi là thương (quotient)

$r$  được gọi là số dư (remainder)

- Khi  $r = 0 \rightarrow$  ta có phép chia hết

Ví dụ: Hãy tìm  $q$  và  $r$ ?

$$a = 7, \quad b = 2 \quad \longrightarrow \quad 7 = 2q + r \Rightarrow q = 3, \quad r = 1$$

$$a = 10, \quad b = 5 \quad \longrightarrow \quad 10 = 5q + r \Rightarrow q = 2, \quad r = 0$$