TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

ĐỀ THI VÀ BÀI LÀM

Tên học phần: Toán ứng dụng CNTT
Mã học phần: Hình thức thi: *Tự luận có giám sát*
Đề số: **Đ0003** Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian chép/phát đề)*

Họ tên: Đinh Minh Tuệ **Lớp**:23T_DT1 **MSSV**: 102230223

Sinh viên làm bài trực tiếp trên tệp này, lưu tệp với định dạng MSSV_HọTên.pdf và nộp bài thông qua MS Teams.

Câu 1 (*2.0 điểm*): Viết chương trình (có sử dụng hàm) thực hiện công việc sau, biết rằng n=100:

$$F(1) = F(2) = 1;\ F(n) = F(n-1) + F(n-2),\ (n > 2).$$

a) *(1.0 điểm)* Kiểm tra F(n) có phải số nguyên tố hay không?

 # Trả lời: Dán code bên dưới:

```
PS C:\Nam3\ToanUD\CuoiKi> .\cau1a
F(100) = 3736710778780434371
F(100) khong la so nguyen to
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

unsigned long long F(int n)
{
    if (n == 1 || n == 2) return 1;

    unsigned long long f1 = 1, f2 = 1, fn;
    for (int i = 3; i <= n; i++)
    {
        fn = f1 + f2;
        f1 = f2;
        f2 = fn;
```

```
    }
    return f2;
}

int isPrime(unsigned long long x)
{
    if (x < 2) return 0;
    if (x == 2) return 1;
    if (x % 2 == 0) return 0;

    for (unsigned long long i = 3; i * i <= x; i += 2)
        if (x % i == 0)
            return 0;

    return 1;
}

int main()
{
    int n = 100;
    unsigned long long fn = F(n);

    printf("F(%d) = %llu\n", n, fn);

    if (isPrime(fn))
        printf("F(%d) la so nguyen to\n", n);
    else
        printf("F(%d) khong la so nguyen to\n", n);

    return 0;
```

```
}
```

b) *(1.0 điểm)* Trong n số Fibonacci đầu tiên, hãy liệt kê các số nào là số nguyên tố và đếm tổng số đó.

```
# Trả lời: Dán code vào bên dưới:
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int F(int n) {
    if (n == 1 || n == 2) return 1;
    return F(n - 1) + F(n - 2);
}

int isPrime(int x) {
    if (x < 2) return 0;
    if (x == 2) return 1;
    if (x % 2 == 0) return 0;
    for (int i = 3; i <= sqrt(x); i += 2)
        if (x % i == 0) return 0;
    return 1;
}

int main() {
    int n;
    printf("Nhap n: ");
    scanf("%d", &n);

    int count = 0;
    printf("Cac so Fibonacci la so nguyen to:\n");
```

```
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        int fib = F(i);
        if (isPrime(fib)) {
            printf("F(%d) = %d\n", i, fib);
            count++;
        }
    }

    printf("Tong so: %d\n", count);
    return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

```
PS C:\Nam3\ToanUD\CuoiKi> .\cau1b.exe
Nhap n: 100
Cac so Fibonacci la so nguyen to:
F(3) = 2
F(4) = 3
F(5) = 5
F(7) = 13
F(11) = 89
F(13) = 233
F(17) = 1597
F(23) = 28657
F(29) = 514229
```

Câu 2 (*1.5 điểm*): Cho ma trận A. Viết chương trình (có sử dụng hàm) thực hiện phân rã ma trận A bằng phương pháp SVD.

 # Trả lời: Dán code vào bên dưới

```
#include <cstdio>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <algorithm>
#include <Eigen/Dense>
```

```
using namespace std;

void print(const char* name, const vector<vector<double>>& M)
{
   printf("%s =\n", name);
   for (auto& r : M) {
      printf("[ ");
      for (double x : r)
         printf("% .6f ", x);
      printf("]\n");
   }
   printf("\n");
}

vector<vector<double>> transpose(const vector<vector<double>>& A)
{
   int m = A.size(), n = A[0].size();
   vector<vector<double>> T(n, vector<double>(m));
   for(int i=0;i<m;i++)
      for(int j=0;j<n;j++)
         T[j][i] = A[i][j];
   return T;
}

vector<vector<double>> multiply(
   const vector<vector<double>>& A,
   const vector<vector<double>>& B)
{
   int m = A.size(), n = B[0].size(), p = B.size();
```

```
    vector<vector<double>> C(m, vector<double>(n, 0));
    for(int i=0;i<m;i++)
        for(int j=0;j<n;j++)
            for(int k=0;k<p;k++)
                C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];
    return C;
}

vector<vector<double>> ATA(const vector<vector<double>>& A)
{
    return multiply(transpose(A), A);
}

int main()
{
    int m, n;
    printf("Nhap m n: ");
    scanf("%d%d", &m, &n);

    vector<vector<double>> A(m, vector<double>(n));
    for(int i=0;i<m;i++)
        for(int j=0;j<n;j++)
            scanf("%lf", &A[i][j]);

    print("A", A);

    vector<vector<double>> AtA = ATA(A);

    Eigen::MatrixXd M(n,n);
    for(int i=0;i<n;i++)
```

```
    for(int j=0;j<n;j++)
        M(i,j) = AtA[i][j];

Eigen::SelfAdjointEigenSolver<Eigen::MatrixXd> es(M);

vector<double> sigma(n);
vector<vector<double>> V(n, vector<double>(n));

for(int i=0;i<n;i++)
{
    sigma[i] = sqrt(max(0.0, es.eigenvalues()(n-1-i)));
    for(int j=0;j<n;j++)
        V[j][i] = es.eigenvectors()(j, n-1-i);
}

vector<vector<double>> U(m, vector<double>(n, 0));
for(int i=0;i<n;i++)
    if(sigma[i] > 1e-12)
        for(int r=0;r<m;r++)
            for(int c=0;c<n;c++)
                U[r][i] += A[r][c]*V[c][i]/sigma[i];

vector<vector<double>> S(n, vector<double>(n,0));
for(int i=0;i<n;i++) S[i][i] = sigma[i];

print("U", U);
print("Sigma", S);
print("V^T", transpose(V));

print("U*Sigma*V^T", multiply(multiply(U,S), transpose(V)));
```

```
    return 0;
}
```

Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới biết rằng $A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 6\\ 1 & 3 & 8\\ 2 & 6 & 8\end{bmatrix}$, sai số $\varepsilon = 10^{-5}$.

```
PS C:\Nam3\ToanUD\CuoiKi> .\phanramatran.exe
Nhap m n: 3 3
1 3 6
1 3 8
2 6 8
A =
[  1.000000  3.000000  6.000000 ]
[  1.000000  3.000000  8.000000 ]
[  2.000000  6.000000  8.000000 ]

U =
[  0.456509  0.172321 -0.000000 ]
[  0.572480  0.694111 -0.000000 ]
[  0.681077 -0.698939  0.000000 ]

Sigma =
[  14.838633  0.000000  0.000000 ]
[  0.000000  1.953196  0.000000 ]
[  0.000000  0.000000  0.000000 ]

V^T =
[  0.161143  0.483429  0.860424 ]
[ -0.272090 -0.816270  0.509579 ]
[  0.948683 -0.316228 -0.000000 ]

U*Sigma*V^T =
[  1.000000  3.000000  6.000000 ]
[  1.000000  3.000000  8.000000 ]
[  2.000000  6.000000  8.000000 ]
```

Câu 3 (*3.0 điểm*): Cho 18 điểm trong không gian Oxy như sau: *(1,0), (4,0), (6,2), (5,5), (3,6), (0,3), (2,0), (0,2), (3,3), (4,1), (2,2),(4,4), (2,4), (1,2),(1,5),(3,1),(3,5),(5,3).*

a) *(0.5 điểm) Mô tả thuật toán xác định bao lồi của tập điểm trên (dạng sơ đồ khối hoặc mã giả).*

 # Trả lời: dán sơ đồ khối hoặc mã giả:

- Sắp xếp các điểm trong P: sắp xếp tăng đần theo x, nếu x bằng y thì sắp xếp theo y

```
    if (p1->x == p2->x)
        return (p1->y > p2->y) - (p1->y < p2->y);
    return (p1->x > p2->x) - (p1->x < p2->x);
```

- Khởi tạo danh sách H rỗng để tạo bao lồi dưới
- For mỗi điểm Pi trong P theo thứ tự đã sắp xếp:
- While H có ít nhất 2 điểm và 3 điểm (H[k-2], H[k-1], Pi) không tạo thành rẽ trái: loại bỏ điểm H[k-1] khỏi H, thêm Pi vào H

- Lưu vị trí bắt đầu của bao lồi trên là t = số phần tử hiện tại của H + 1

- For mỗi điểm Pi trong P theo thứ tự ngược lại (từ phải sang trái)

- While H có ít nhất t điểm và 3 điểm (H[k-2], H[k-1], Pi) không tạo thành rẽ trái:loại bỏ điểm H[k-1] khỏi H và thêm Pi vào H

- Loại bỏ điểm cuối cùng vì trùng với điểm đầu, trả về danh sách H là bao lồi của tập điểm

b) *(1.0 điểm)* Viết chương trình tìm bao lồi, sau đó tính cạnh nhỏ nhất của đa giác lồi tìm được.

 # Trả lời: Dán code bên dưới:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

typedef struct {
    double x, y;
} Point;

int cmp(const void *a, const void *b) {
    Point *p1 = (Point *)a;
    Point *p2 = (Point *)b;
    if (p1->x == p2->x)
        return (p1->y > p2->y) - (p1->y < p2->y);
    return (p1->x > p2->x) - (p1->x < p2->x);
}

double cross(Point O, Point A, Point B) {
```

```
    return (A.x - O.x)*(B.y - O.y) - (A.y - O.y)*(B.x - O.x);
}

double dist(Point A, Point B) {
    return sqrt((A.x-B.x)*(A.x-B.x) + (A.y-B.y)*(A.y-B.y));
}

//tim bao loi
int convexHull(Point *P, int n, Point *H) {
    qsort(P, n, sizeof(Point), cmp);
    int k = 0;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        while (k >= 2 && cross(H[k-2], H[k-1], P[i]) <= 0) k--;
        H[k++] = P[i];
    }

    int t = k + 1;
    for (int i = n-2; i >= 0; i--) {
        while (k >= t && cross(H[k-2], H[k-1], P[i]) <= 0) k--;
        H[k++] = P[i];
    }

    return k-1;
}
int main() {

    Point P[] = {
        {1,0},{4,0},{6,2},{5,5},{3,6},{0,3},
        {2,0},{0,2},{3,3},{4,1},{2,2},{4,4},
```

```
        {2,4},{1,2},{1,5},{3,1},{3,5},{5,3}
    };

    int n = 18;
    Point H[50];

    int m = convexHull(P, n, H);

    printf("Cac dinh bao loi:\n");
    for (int i = 0; i < m; i++)
        printf("(%.0f, %.0f)\n", H[i].x, H[i].y);

    double minEdge = 1e9;
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        double d = dist(H[i], H[(i+1)%m]);
        if (d < minEdge) minEdge = d;
    }
 printf("\nCanh nho nhat cua bao loi = %.4f\n", minEdge);
 return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

```
Cac dinh bao loi:
(0, 2)
(1, 0)
(4, 0)
(6, 2)
(5, 5)
(3, 6)
(1, 5)
(0, 3)

Canh nho nhat cua bao loi = 1.0000
```

c) *(1.5 điểm)* Xác định diện tích của đa giác bao lồi vừa tìm được. Xác định số lượng các điểm nằm bên trong bao lồi và liệt kê chúng.

 # Trả lời: Dán code bên dưới:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

typedef struct {
    double x, y;
} Point;

int cmp(const void *a, const void *b) {
    Point *p1 = (Point *)a;
    Point *p2 = (Point *)b;
    if (p1->x == p2->x)
        return (p1->y > p2->y) - (p1->y < p2->y);
    return (p1->x > p2->x) - (p1->x < p2->x);
}

double cross(Point O, Point A, Point B) {
    return (A.x - O.x)*(B.y - O.y) - (A.y - O.y)*(B.x - O.x);
}

double dist(Point A, Point B) {
    return sqrt((A.x-B.x)*(A.x-B.x) + (A.y-B.y)*(A.y-B.y));
}

double polygonArea(Point *H, int m) {
    double area = 0;
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        int j = (i+1)%m;
        area += H[i].x*H[j].y - H[j].x*H[i].y;
```

```
    }
    return fabs(area)/2;
}

int isInsideConvex(Point *H, int m, Point P) {
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        Point A = H[i];
        Point B = H[(i+1)%m];
        if (cross(A, B, P) <= 0) return 0;
    }
    return 1;
}

int main() {

    Point P[] = {
        {1,0},{4,0},{6,2},{5,5},{3,6},{0,3},
        {2,0},{0,2},{3,3},{4,1},{2,2},{4,4},
        {2,4},{1,2},{1,5},{3,1},{3,5},{5,3}
    };

    int n = 18;
    Point H[50];



    double area = polygonArea(H, m);
    printf("\nDien tich bao loi = %.4f\n", area);

    int count = 0;
    printf("\nCac diem nam ben trong bao loi:\n");
```

```
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        if (isInsideConvex(H, m, P[i])) {
            printf("(%.0f, %.0f)\n", P[i].x, P[i].y);
            count++;
        }
    }

    printf("\nSo diem nam ben trong bao loi = %d\n", count);

    return 0;
}
```

 # Trả lời: Dán kết quả thực thi vào bên dưới:

```
Cac diem nam ben trong bao loi:
(1, 2)
(2, 2)
(2, 4)
(3, 1)
(3, 3)
(3, 5)
(4, 1)
(4, 4)
(5, 3)

So diem nam ben trong bao loi = 9
```

Câu 4 (*2.0 điểm*): Cho hàm số $f(x,y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$

a) *(0.5 điểm) Trình bày thuật toán tối ưu hàm số đã cho* sử dụng phương pháp *gradient descent với momentum*, biết rằng tham số học (learning rate) γ, hệ số động lượng là α.

 # Trả lời: dán sơ đồ khối hoặc mã giả:

Lặp Gradient Descent với Momentum

For i = 1 đến N do

Tính gradient:

gx ← ∂f/∂x tại (x, y)

gy ← ∂f/∂y tại (x, y)

Cập nhật động lượng:

vx ← α * vx + γ * gx

vy ← α * vy + γ * gy

Cập nhật nghiệm mới:

x_new ← x - vx

y_new ← y - vy

Nếu |x_new - x| < ε và |y_new - y| < ε thì

Dừng thuật toán

Gán:

x ← x_new

y ← y_new

Kết thúc For

Trả về (x, y) là điểm cực tiểu gần đúng

Giá trị nhỏ nhất f(x, y)

b) *(1.5 điểm)* Viết chương trình (có dùng hàm) tính giá trị bé nhất của f(x,y) sử dụng phương pháp *gradient descent với momentum* với số bước lặp N và sai số ε.

 # Trả lời: **Dán code vào bên dưới:**

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

//ham fx
```

```
double f(double x, double y)
{
   return pow(x*x + y - 11, 2)
        + pow(x + y*y - 7, 2);
}

void grad(double x, double y, double *gx, double *gy)
{
   *gx = 4*x*(x*x + y - 11) + 2*(x + y*y - 7);
   *gy = 2*(x*x + y - 11) + 4*y*(x + y*y - 7);
}

void gradientDescentMomentum(
       double x0, double y0,
       double alpha, double gamma,
       int N, double eps)
{
   double x = x0, y = y0;
   double vx = 0.0, vy = 0.0;   // momentum
   double gx, gy;

   for(int i = 1; i <= N; i++)
   {
      grad(x, y, &gx, &gy);

      vx = gamma * vx + alpha * gx;
      vy = gamma * vy + alpha * gy;

      double x_new = x - vx;
      double y_new = y - vy;
```

```
        if (fabs(x_new - x) < eps && fabs(y_new - y) < eps)
            break;

        x = x_new;
        y = y_new;

        if (i % 100 == 0)
            printf("Lap %d: x = %.6f, y = %.6f, f = %.6f\n",
                i, x, y, f(x,y));
    }

    printf("\nKet qua\n");
    printf("x = %.8f\n", x);
    printf("y = %.8f\n", y);
    printf("f(x,y) = %.10f\n", f(x,y));
}

int main()
{
    double x0 = 0.0;
    double y0 = 0.0;

    double alpha = 0.001;   // learning rate
    double gamma = 0.9;     // momentum
    int N = 2000;
    double eps = 1e-6;

    printf("Diem khoi tao: (%.2f, %.2f)\n", x0, y0);
    printf("Alpha = %.4f, Gamma = %.2f\n", alpha, gamma);
```

```
    printf("So buoc lap N = %d, Sai so eps = %.1e\n\n", N, eps);

    gradientDescentMomentum(x0, y0, alpha, gamma, N, eps);

    return 0;
}
```

Trả lời: **Dán kết quả thực thi** với điểm khởi $x = 0, y = 0$, tham số học học (*learning rate*) $\gamma = 0.001$, hệ số động lượng (*momentum coefficient*) là $\alpha = 0.1$, số bước lặp $N \geq 1000$ và sai số $\varepsilon = 10^{-6}$:

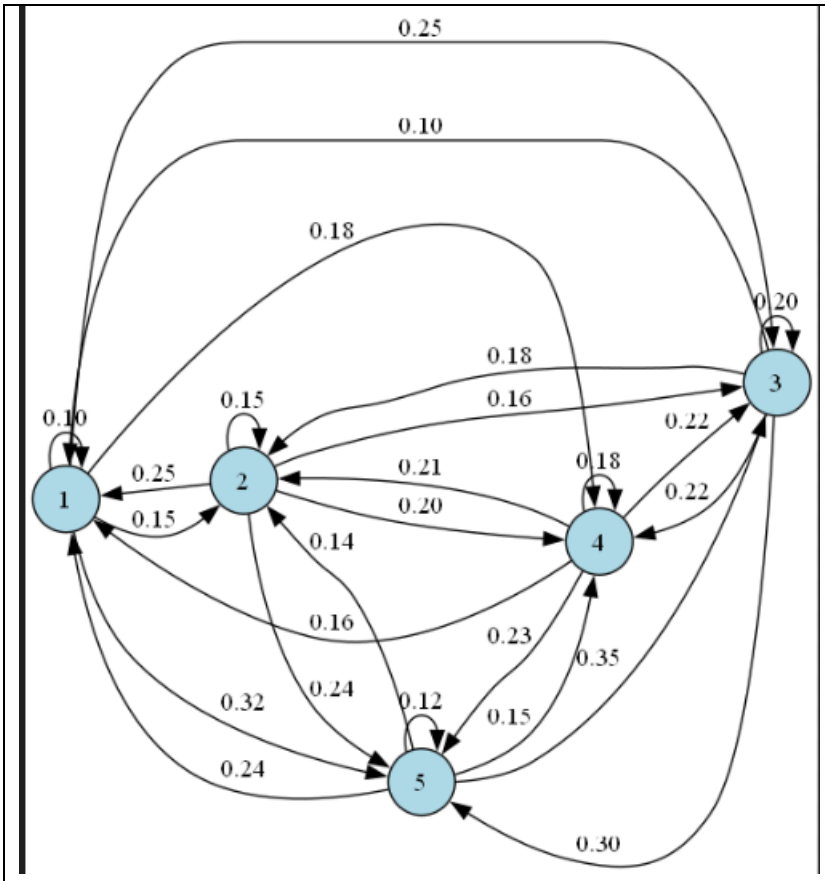
```
Diem khoi tao: (0.00, 0.00)
Alpha = 0.0010, Gamma = 0.90
So buoc lap N = 2000, Sai so eps = 1.0e-06

Lap 100: x = 2.985422, y = 2.022741, f = 0.010076
Lap 200: x = 3.000048, y = 1.999874, f = 0.000000

Ket qua
x = 3.00001046
y = 1.99998776
f(x,y) = 0.0000000040
```

Câu 5 (*1.5 điểm*): Một hệ thống có chế độ làm việc ở mỗi giai đoạn vận hành chỉ với các trạng thái từ 1 đến 5. Chế độ làm việc của hệ thống này được mô tả bằng ma trận chuyển như sau:

$$P = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.15 & 0.25 & 0.18 & 0.32 \\ 0.25 & 0.15 & 0.16 & 0.20 & 0.24 \\ 0.10 & 0.18 & 0.20 & 0.22 & 0.30 \\ 0.16 & 0.21 & 0.22 & 0.18 & 0.23 \\ 0.24 & 0.14 & 0.35 & 0.15 & 0.12 \end{bmatrix}$$

a) (*0.5 điểm*) Vẽ đồ thị biểu diễn chuỗi Markov tương ứng đã cho

 # Trả lời: Dán kết quả vào bên dưới



b) (*1.0 điểm*) Giả sử rằng hệ thống bắt đầu học ở trạng thái 2. Tính xác xuất hệ thống làm việc ở trạng thái 4 *sau 3 bước thời gian vận hành,* và trạng thái 2 *sau 5 bước thời gian vận hành*

 # Trả lời: **Dán kết quả tính toán vào bên dưới:**

```
Ma tran chuyen P:
  0.10   0.15   0.25   0.18   0.32
  0.25   0.15   0.16   0.20   0.24
  0.10   0.18   0.20   0.22   0.30
  0.16   0.21   0.22   0.18   0.23
  0.24   0.14   0.35   0.15   0.12

Danh sach mui ten can ve (tu ma tran P):

Tu 1: 1->1: 0.10, 1->2: 0.15, 1->3: 0.25, 1->4: 0.18, 1->5: 0.32
Tu 2: 2->1: 0.25, 2->2: 0.15, 2->3: 0.16, 2->4: 0.20, 2->5: 0.24
Tu 3: 3->1: 0.10, 3->2: 0.18, 3->3: 0.20, 3->4: 0.22, 3->5: 0.30
Tu 4: 4->1: 0.16, 4->2: 0.21, 4->3: 0.22, 4->4: 0.18, 4->5: 0.23
Tu 5: 5->1: 0.24, 5->2: 0.14, 5->3: 0.35, 5->4: 0.15, 5->5: 0.12

Tong cong 25 cung (bao gom 5 vong lap)

Xac suat o trang thai 4 sau 3 buoc (bat dau tu trang thai 2): 0.185984
Xac suat o trang thai 2 sau 5 buoc (bat dau tu trang thai 2): 0.166010
```

Đà Nẵng, ngày 4 tháng 12 năm 2025

GIẢNG VIÊN BIÊN SOẠN ĐỀ THI

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

(đã duyệt)