

제2교시

## 수학 영역

5지선다형

1.  $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③ 1    ④ 3    ⑤ 9

$$3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}} = 3^{2\sqrt{2}} \times 3^{2(1-\sqrt{2})} = 3^{2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}} = 3^2 = 9$$

3. 함수  $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

$$f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$f'(1) = 3 + 2 = 5$$

2. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = \frac{1}{2}$ ,  $a_3 = 1$  일 때,  $a_5$ 의 값은?

[2점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore a_1 = a$$

$$a_2 = ar = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = ar^2 = 1$$

$$\frac{1}{2}r = 1$$

$$r = 2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$a_5 = ar^4 = \frac{1}{4} \times 2^4 = 2^2 = 4$$

ii)  $a_2$ 를 초항으로 생각

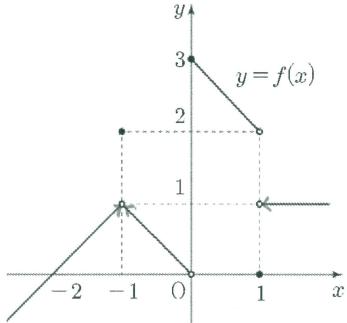
$$b_1 = a_2 = \frac{1}{2}$$

$$b_2 = a_3 = 1$$

$$r = 2$$

$$b_n = \frac{1}{2} \times 2^{(n-1)}$$

$$a_4 = b_4 = \frac{1}{2} \times 2^3 = 2^2 = 4$$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + 1 = 2$$

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1) = 2-1=1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - ax + 3) = 4 - 2a + 3 = 7 - 2a$$

$$f(2) = 4 - 2a + 3 = 7 - 2a$$

$$7 - 2a = 1$$

$$2a = 6$$

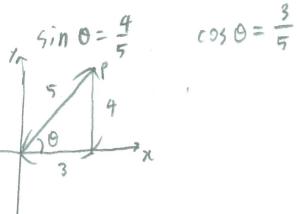
$$a = 3$$

6.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  일 때에 대하여  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{9}{10}$     ② 1    ③  $\frac{11}{10}$     ④  $\frac{6}{5}$     ⑤  $\frac{13}{10}$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \theta > 0, \cos \theta > 0$$



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$$

$$= \cos \theta + \cos \theta = 2 \cos \theta$$

$$= 2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

7. 첫째항이  $\frac{1}{2}$  인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때,  $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

$$a_1 = \frac{1}{2} \geq 0$$

$$a_2 = -2 \times \frac{1}{2} + 1 = -1 + 1 = 0 \geq 0$$

$$a_3 = -2 \times 0 + 1 = 1 \geq 0$$

$$a_4 = -2 \times 1 + 1 = -2 + 1 = -1 < 0$$

$$a_5 = -1 + 1 = 0 \geq 0$$

$$a_6 = -2 \times 0 + 1 = 1 \geq 0$$

$$a_7 = -2 \times 1 + 1 = -2 + 1 = -1 < 0$$

⋮

$$a_{10} = -1$$

⋮

$$a_{20} = 0$$

$$\therefore a_{10} + a_{20} = -1 + 0 = -1$$

$\rightarrow a_2$ 부터 0, 1, -1 순으로  
수렴한다는 규칙 발견

8. 다항함수  $f(x)$  가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때,  $f(3)$  의 값은? [3점]

- ① 11    ② 12    ③ 13    ④ 14    ⑤ 15

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2 \quad f(x) = 2x^2 + bx + c \quad (\because \frac{\infty}{\infty} = \infty \text{ 이면})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

분모와 분자는  
최고차항이 같고  
어느 분모, 분자와  
최고차항의 계수비

$$f(x) = 2(x-1)(x-\alpha) \quad (\because \frac{0}{0} = \infty \text{에서 분모, 분자에 같은  
인자 존재})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(x-\alpha)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} 2(x-\alpha) = 2(1-\alpha) = 3$$

$$1-\alpha = \frac{3}{2}$$

$$f(x) = 2(x-1)(x+\frac{1}{2}) \quad \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$f(3) = 2 \times 2 \times \frac{7}{2} = 14$$

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$  가

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

을 만족시킬 때,  $f'(1)$  의 값은? [4점]

- ① -4    ② -3    ③ -2    ④ -1    ⑤ 0

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

$$f(1) - f(0) = f(2) - f(0) = 0$$

$$f(1) = f(2) = f(0)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x-1)(x-2) + c \\ &= x(x^2 - 3x + 2) + c \\ &= x^3 - 3x^2 + 2x + c \end{aligned}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

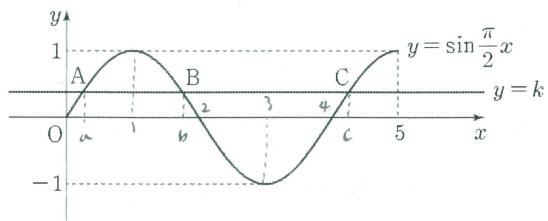
$$f'(1) = 3 - 6 + 2 = -1$$

10. 곡선  $y = \sin \frac{\pi}{2}x$  ( $0 \leq x \leq 5$ ) 가 직선  $y = k$  ( $0 < k < 1$ ) 과

만나는 서로 다른 세 점을  $y$  축에서 가까운 순서대로

A, B, C라 하자. 세 점 A, B, C의  $x$  좌표의 합이  $\frac{25}{4}$  일 때,  
선분 AB의 길이는? [4점]

- ①  $\frac{5}{4}$     ②  $\frac{11}{8}$     ③  $\frac{3}{2}$     ④  $\frac{13}{8}$     ⑤  $\frac{7}{4}$



$$\frac{a+b}{2} = 1$$

$$a+b=2$$

$$\frac{b+c}{2} = 3$$

$$b+c=6$$

$$\begin{cases} a+b+b+c = a+2b+c = 8 \\ a+b+c = \frac{25}{4} \end{cases}$$

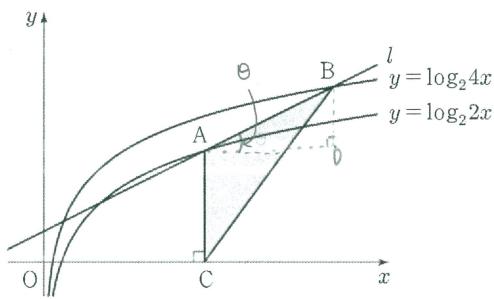
$$b = 8 - \frac{25}{4} = \frac{32-25}{4} = \frac{7}{4}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$\overline{AB} = b-a = \frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

11. 기울기가  $\frac{1}{2}$ 인 직선  $l$ 이 곡선  $y = \log_2 2x$  와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중  $x$  좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선  $l$ 이 곡선  $y = \log_2 4x$  와 만나는 두 점 중  $x$  좌표가 큰 점을 B라 하자.  $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$  일 때, 점 A에서  $x$  축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5      ②  $\frac{21}{4}$       ③  $\frac{11}{2}$       ④  $\frac{23}{4}$       ⑤ 6



$$A(a, \log_2 2a) \quad B(b, \log_2 4b) \quad C(a, 0) \quad D(b, \log_2 2b)$$

$$(l \text{의 기울기}) = \tan \theta = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{1}{2}$$

$$2\overline{BD} = \overline{AD}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 = 4\overline{BD}^2 + \overline{BD}^2 = 5\overline{BD}^2 = 4 \times 5$$

$$\overline{BD} = 2, \overline{AD} = 4$$

$$\overline{BD} = \log_2 4b - \log_2 2a = \log_2 \frac{4b}{2a} = 1 + \log_2 \frac{b}{a} = 2$$

$$\log_2 \frac{b}{a} = 1 \quad \frac{b}{a} = 2 \quad b = 2a$$

$$\overline{AD} = b-a = 4$$

$$2a-a=4$$

$$a=4, b=8$$

$$\Delta ACB = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \log_2 2a \times 4$$

$$= 2 \log_2 8 = 2 \times 3 = 6$$

12. 첫째항이 2인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2}$$

이므로  $3S_n = (n+2) \times a_n$  ( $n \geq 2$ )

이다.

$S_1 = a_1$ 에서  $3S_1 = 3a_1$  이므로

$$3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 1)$$

이다.

$$3a_n = 3(S_n - S_{n-1}) \\ = (n+2) \times a_n - (\boxed{(가)}) \times a_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \boxed{(나)} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$a_{10} = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9} \\ = \boxed{(다)}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 하고,

(다)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

$$\begin{array}{ccccc} ① 109 & ② 112 & ③ 115 & ④ 118 & ⑤ 121 \end{array}$$

$$3S_n = (n+2) \times a_n \quad 3S_{n-1} = (n+1) \times a_{n-1}$$

$$\therefore (나) = n+1$$

$$3a_n = (n+2)a_n - (n+1)a_{n-1}$$

$$(n+1)a_{n-1} = (n+2)a_n - 3a_n = (n-1)a_n$$

$$\frac{n+1}{n-1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad \therefore (나) = \frac{n+1}{n-1}$$

$$a_{10} = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \dots \times \frac{a_{10}}{a_9}$$

$$= 2 \times \frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{7}{5} \times \frac{8}{6} \times \frac{9}{7} \times \frac{10}{9} \times \frac{11}{8}$$

$$= 110 \quad \therefore (나) = 110$$

$$\therefore f(n) = n+1, \quad g(n) = \frac{n+1}{n-1}, \quad p=110$$

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{\frac{n+1}{n-1}}{n-1} = 1 \quad \therefore \frac{f(p)}{g(p)} = \frac{110}{109} = 109$$

13. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=\frac{1}{2}$  인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식  $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + \frac{1}{2}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + bx + \frac{1}{2} & (x < -2) \\ x^3 + ax^2 + bx + \frac{17}{2} & (x \geq -2) \end{cases}$$

$$g(2) = 8 + 4a + 2b + \frac{17}{2} = f(-2) = -8 + 4a - 2b + \frac{1}{2}$$

$$16 + 4b + \frac{16}{2} = 0$$

$$4 + b + \frac{4}{2} = 6 + a = 0$$

$$b = -6$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - 6x + \frac{1}{2}$$

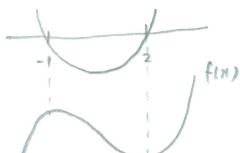
$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 - 6x + \frac{1}{2} & (x < -2) \\ x^3 + ax^2 - 6x + \frac{17}{2} & (x \geq -2) \end{cases}$$

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$$

$$= 3(x^2 - x - 2)$$

$$= 3(x-2)(x+1)$$



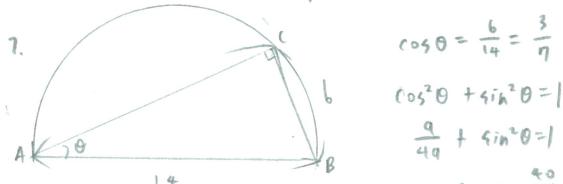
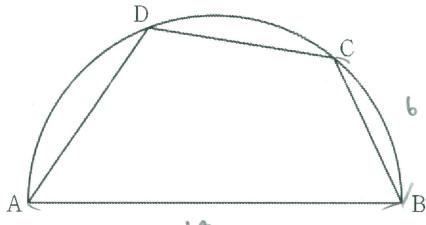
$$f'(-1) = -1 - \frac{3}{2} + 6 + \frac{1}{2} \\ = -2 + 6 = 4$$

$$\therefore (f(x) \text{의 } 2 \text{ 뿐인 } \text{실근}) = 4$$

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를  $\overline{BC} = 6$  이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

- <보기>
- ㄱ.  $\sin(\angle CBA) = \frac{2\sqrt{10}}{7}$  ◉
- ㄴ.  $\overline{CD} = 7$  일 때,  $\overline{AD} = -3 + 2\sqrt{30}$
- ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은  $20\sqrt{10}$  이다.

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$$\cos \theta = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

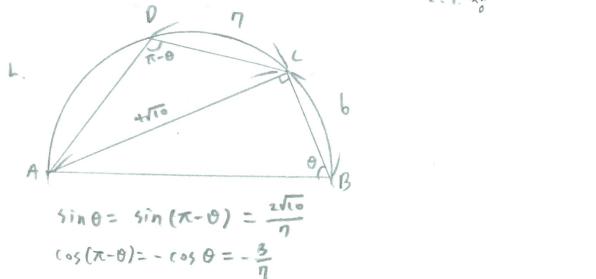
$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\frac{9}{49} + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = \frac{40}{49}$$

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$\therefore \text{ 7. } \frac{2\sqrt{10}}{7}$$



$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta = -\frac{3}{7}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{AO}^2 - 2 \cdot \overline{CO} \cdot \overline{AO} \cos(\pi - \theta)$$

$$16 = 9 + \overline{AO}^2 - 14 \cdot \overline{AO} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = 49 + \overline{AO}^2 + 6\overline{AO}$$

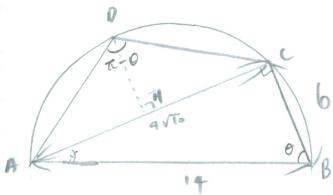
$$\overline{AO}^2 + 6\overline{AO} - 111 = 0$$

$$\overline{AO} = -3 + \sqrt{9 + 111} = -3 + \sqrt{120} = -3 + 2\sqrt{30} \quad (\because \overline{AO} > 0)$$

$$\therefore \text{ L. } \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

14.

c.



$$\triangle ABCD = \underbrace{\triangle ABC}_{\text{2} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}} + \underbrace{\triangle ADC}_{\text{4} \sqrt{10}}$$

$$\triangle ADC \text{ 가 } \overline{CD} \text{ 를 } \angle \text{ 이면 } \rightarrow \triangle ABCD \text{ 가 } \overline{CD} \text{ 를 } \angle \text{ 이}$$

$\triangle ADC$  가  $\overline{CD}$  를  $\angle$  이면 일변이 고정이므로

높이가 최대  $\rightarrow \triangle ACD$  가  $\overline{CD}$  를  $\angle$

$$\text{높이가 최대 이면 } (\text{넓이}) = \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{AD}$$

$$\begin{aligned} 160 &= \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \overline{CD} \overline{AD} \cos(\pi - \theta) \\ &= 2\overline{AD}^2 - 2\overline{AD}^2 \times \left(-\frac{3}{7}\right) \\ &= 2\overline{AD}^2 \left(1 + \frac{6}{7}\right) = 2\overline{AD}^2 \times \frac{13}{7} = \frac{26}{7} \overline{AD}^2 \end{aligned}$$

$$\overline{AD}^2 = 160 \times \frac{7}{26} = 8 \times 7 = 56$$

$$\overline{AD} = 2\sqrt{14}$$

$$\overline{DH}^2 = \overline{AD}^2 - \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 56 - 40 = 16$$

$$\overline{DH} = 4$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DH} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{10} \times 4 = 8\sqrt{10}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{10} \times 6 = 12\sqrt{10}$$

$$\therefore (\triangle ABCD + \text{넓이}) = 8\sqrt{10} + 12\sqrt{10} = 20\sqrt{10}$$

$$\therefore \square$$

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수  $a$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수  $h(x)$ 가  $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수  $k$ 의 개수가 1이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은? [4점]

- Ⓐ  $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$       Ⓑ  $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$       Ⓒ  $-\sqrt{3}$   
 Ⓓ  $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$       Ⓔ  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$f(x), f'(x)$  모두 2에서 0 이므로

$$f(x) = (x-2)^2$$

$$g(x) = \begin{cases} t^2 & (x < 0) \\ \int_0^x t(t-2)^2 dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$g'(x) = \begin{cases} 2t & (x < 0) \\ t(t-2)^2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

$h(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분불가능

$$\therefore g(a) = g(2)$$

( $\because x=2$ 에서  $g'(x)$ 가 0이므로 반지역에서 미분불가능)

$$\therefore a=t \text{ or } a=2$$

$$g(2) = \int_0^2 t(t-2)^2 dt = \int_0^2 (t^3 - 4t^2 + 4t) dt = \left[ \frac{1}{4}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + 2t^2 \right]_0^2$$

$$= \frac{1}{4} \times 2^4 - \frac{4}{3} \times 2^3 + 2 \times 2^2 = 4 - \frac{32}{3} + 8 = 12 - \frac{32}{3} = \frac{4}{3}$$

$$g(t) = \frac{4}{3}$$

$$t^2 = \frac{4}{3} \quad (\because t < 0)$$

$$t = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (\because t < 0)$$

$$\therefore a = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ or } a = 2$$

$$\therefore (\text{모든 } a \text{ 값의 합}) = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \times 2 = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

단답형

16.  $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_3 7 \times \log_7 9 = \frac{\log 7}{\log 3} \times \frac{\log 9}{\log 7} = \log_3 9 = 2$$

답: 2

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고  $f(1) = 3$  일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = \int f'(x) dx = 2x^3 - x^2 - x + C$$

$$f(1) = 2 - 1 - 1 + C = 3$$

$$C = 3$$

$$f(x) = 2x^3 - x^2 - x + 3$$

$$f(2) = 16 - 4 - 2 + 3 = 13$$

답: 13

18. 시각  $t=0$  일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$  가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각  $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

$$(정리) v(t) = \int v(t) dt = t^3 + 3t^2 - at + C$$

$$P(0) = C = 0$$

$$P(t) = t^3 + 3t^2 - at$$

$$P(3) = 27 + 27 - 3a = 54 - 3a = 6$$

$$18 - a = 2$$

$$a = 16$$

$$\text{답: } 16$$

19.  $n \geq 2$  인 자연수 n에 대하여  $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  
 $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$i) n = 2k-1 (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) (\text{반, } k \text{는 홀수})$$

$\alpha$ 의 풀수 제곱근 풀수

실수인 것은 항상 1개가 존재한다.

$$\therefore f(3) = f(5) = 1$$

$$ii) n = 2k (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) (\text{반, } k \text{는 짝수})$$

$$2(2k)^2 - 9 \times 2k$$

$$= 2k(4k - 9)$$

$\alpha$ 의 짝수 제곱근 중 실수인 것은

$\alpha < 0$  일 때

$\alpha > 0$  이면 2개 존재한다.

$$\therefore k \leq 2 \text{ 이면 } f(n) = 0$$

$$k \geq 2 \text{ 이면 } f(n) = 2$$

$$\therefore f(4) = 0$$

$$f(6) = 2$$

$$\therefore f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$$

$$= 1 + 0 + 1 + 2 = 4$$

$$\text{답: } 4$$

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.

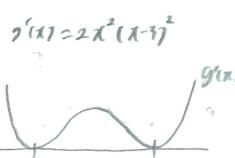
(나) 방정식  $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$$\int_0^3 |f(x)| dx \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

$$f(x) = 3x^2 + ax + b$$

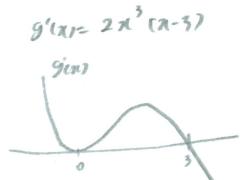
$$\begin{aligned} g'(x) &= 2x \int_0^x f(t) dt + x^2 f(x) - x^2 f(x) \\ &= 2x \int_0^x f(t) dt = 2x \left[ \frac{1}{2}t^3 + \frac{a}{2}t^2 + bt \right]_0^x \\ &= 2x \left( x^3 + \frac{a}{2}x^2 + bx \right) \\ &= 2x^2 \left( x^2 + \frac{a}{2}x + b \right) \\ &= 2x^2 (x-3)(x-a) = 2x^2 (x^2 - (3+a)x + 3a) \\ &\quad a=3 \text{ or } a=0 \end{aligned}$$

$$i) a=3$$



$g(x)$ 는 극값을 갖지 않으므로  
 $a=3$  가능

$$ii) a=0$$



$g(x)$ 가 3-1회 극값을  
 가지므로  $a \neq 0$

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x^2 - (3+a)x + 3a) + c \\ &= x^3 - (3+a)x^2 + 3ax + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^3 - 2(3+a)x^2 + 3ax + c \\ &= 3x^3 - 12x^2 + 9 \\ &= 3(x^2 - 4x + 3) \\ &= 3(x-1)(x-3) \end{aligned}$$



$$\therefore \int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$$

$$= \left[ x^3 - 6x^2 + 9x \right]_0^1 - \left[ x^3 - 6x^2 + 9x \right]_1^3$$

$$= 1 - 6 + 9 - 0 - 27 + 54 - 27 + 1 - 6 + 9$$

$$= 4 + 4 = 8$$

$$\text{답: } 8$$

21. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n \\ \text{(나)} \quad & |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1 \end{aligned}$$

$a_2 = 9$  일 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$  의 값을 구하시오. [4점]

$$\sum_{k=1}^4 a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 17 + a_3 + a_4 = 17 \times 2$$

$$a_1 = 8$$

$$\sum_{k=1}^4 a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 17 + a_3 + a_4 = 17 \times 2$$

$$a_3 + a_4 = 17$$

⋮

$$a_{n+1} + a_n = 17$$

$$\text{i) } a_{n+1} > a_n$$

$$+ \left| \begin{array}{l} a_{n+1} + a_n = 17 \\ a_{n+1} - a_n = 2n-1 \end{array} \right.$$

$$2a_{n+1} = 2n + 16$$

$$a_{n+1} = n + 8$$

$$a_2 = 9$$

$$a_4 = 11$$

$$a_6 = 13$$

⋮

$$a_{2n} = 9 + 2(n-1)$$

$$a_{n+1} + a_n = 17$$

$$- \left| \begin{array}{l} a_{n+1} + a_n = 17 \\ -a_{n+1} + a_n = -2n+1 \end{array} \right.$$

$$2a_{n+1} = 2n + 16$$

$$a_{n+1} = n + 8$$

$$a_2 = 9$$

$$a_4 = 11$$

$$a_6 = 13$$

⋮

$$a_{2n} = 9 + 2(n-1)$$

$$\therefore a_{2n} = 9 + 2(n-1) = 7 + 2n$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} a_{2n} &= \sum_{n=1}^{10} (7+2n) = 70 + 2 \sum_{n=1}^{10} n \\ &= 70 + 2 \times \frac{10 \times (10+1)}{2} = 70 + 110 = 180 \end{aligned}$$

답: 180

22. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을  $y=g(x)$  라 할 때, 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수  $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선  $y=h(x)$  위의 점  $(k, 0)$  ( $k \neq 0$ )에서의 접선의 방정식은  $y=0$ 이다.

(나) 방정식  $h(x)=0$ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$  일 때,  $k \times \{h(6)-h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$\therefore g(x) = cx$$

$$h(x) = |ax^3 + bx^2 + cx| + cx$$

$$h(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + 2cx & (f(x) \geq 0) \\ -ax^3 - bx^2 - 2cx & (f(x) < 0) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} ax(x^2 + bx + 2c) & (f(x) \geq 0) \\ -ax(x^2 + bx + 2c) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x(ax^2 + bx + 2c) & (f(x) \geq 0) \\ -x^2(ax + b) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

$$h'(x) = \begin{cases} 3ax^2 + 2bx + 2c & (f(x) \geq 0) \\ -3ax^2 - 2bx & (f(x) < 0) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3ax^2 + 2bx + 2c & (f(x) \geq 0) \\ -3ax^2 - 2bx & (f(x) < 0) \end{cases}$$

$$h''(x) = \begin{cases} 6ax + 2b & (f(x) \geq 0) \\ -6ax - 2b & (f(x) < 0) \end{cases}$$

$$h(6) = 3ax^2 + 2bx + 2c = 27a + \frac{9}{2} = -\frac{9}{2}$$

$$a = -\frac{1}{6}$$

$$f(x) = -\frac{1}{6}x(x^2 - 12x + 18)$$

$$f(6) = -(36 - 72 + 18) = 0$$

$$\therefore h(6) = 0$$

$$f(11) = -\frac{1}{6}(121 - 12 \times 11 + 18) < 0$$

$$\therefore h(11) = -\frac{1}{6}x(-11) = -\frac{11}{6}$$

$$\therefore f(11) - h(11) = 6 \times (0 - (-\frac{11}{6})) = 12$$

답: 12

$$h(k) = -k^2(ax+k) = 0$$

$$k=0 \text{ or } k = -\frac{b}{a}$$

$$h'(k) = -k(3ak + 2b)$$

$$k=0 \text{ or } k = -\frac{2b}{3a}$$

$$-\frac{16}{3a} \neq -\frac{b}{a}$$

$$\therefore k=0$$

$$\therefore f(k) \geq 0 (\because k \neq 0)$$

$$h(x) = a(x-k)^2(x-\alpha) (\because h(k), h(\alpha) \geq 0)$$

$$= a(x^3 - (2k+\alpha)x^2 + (k^2 + 2ak)x - \alpha k^2)$$

$$\alpha k^2 = 0 \quad \alpha = 0 (\because k \neq 0)$$

$$b = -2ak \quad c = \frac{\alpha k^2}{2}$$

$$\therefore f(k) \geq 0 (\because k \neq 0)$$

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(화학과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

5지선 다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} - n^2)$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{7}{4}$     ② 2    ③  $\frac{9}{4}$     ④  $\frac{5}{2}$     ⑤  $\frac{11}{4}$

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} - n^2) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 5n^2 + 5 - n^4}{\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} + n^2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 5}{\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} + n^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{2}$$

24.  $\int_1^e \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \ln x dx - \int_1^e \frac{2}{x^2} \ln x dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

$$\begin{aligned} & \int_1^e \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \ln x dx - \int_1^e \frac{2}{x^2} \ln x dx \\ &= \int_1^e \frac{3}{x} \ln x dx = 3 \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \\ & \text{Let } u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ & \therefore 3 \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = 3 \int_0^1 t dt \\ &= 3 \left[ \frac{1}{2}t^2 \right]_0^1 = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

25. 대개변수  $t (t > 0)$  으로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 \ln t + 3t, y = 6te^{t-1}$$

에서  $t = 1$  일 때,  $\frac{dy}{dx}$  의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$\frac{dx}{dt} = 2t \ln t + t^2 \times \frac{1}{t} + 3 = 2t \ln t + t + 3$$

$$\frac{dy}{dt} = 6e^{t-1} + 6t e^{t-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6e^{t-1}(1+t)}{t(2\ln t + t + 3)}$$

$$t=1$$

$$\frac{6 \times 2}{1+3} = \frac{12}{4} = 3$$

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 두 함수

$f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x)$  가 함수  $g(x)$  의 역함수이고,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x-2} = \frac{1}{3} \text{ 이다. }$$

함수  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$  라 할 때,  
 $h'(2)$  的 값은? [3점]

- ①  $\frac{7}{6}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{3}{2}$     ④  $\frac{5}{3}$     ⑤  $\frac{11}{6}$

$$f^{-1}(x) = g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x-2} = f'(2) = \frac{1}{3} \quad f(2) = 2$$

$$h(x) = \frac{g(x)f(x) - g(x)f'(x)}{\{f(x)\}^2}$$

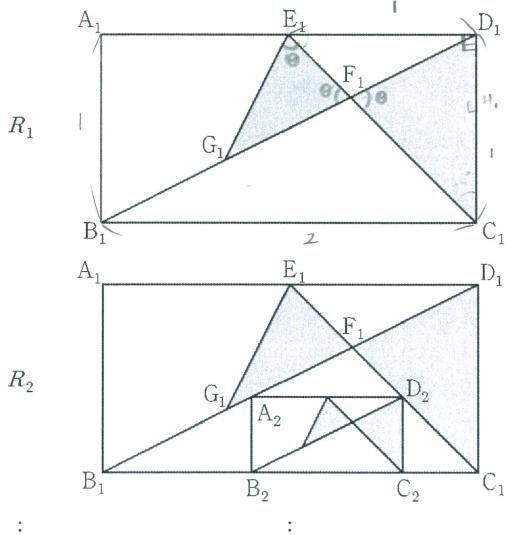
$$g'(2) = \frac{1}{f'(g(2))} = \frac{1}{f'(2)} = 3$$

$$h'(2) = \frac{3 \times 2 - 2 \times \frac{1}{3}}{4} \\ = \frac{3 - \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{8}{3}}{2} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

27. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1} = 1$ ,  $\overline{B_1C_1} = 2$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $A_1D_1$ 의 중점  $E_1$ 에 대하여 두 선분  $B_1D_1$ ,  $C_1E_1$ 가 만나는 점을  $F_1$ 이라 하자.  $\overline{G_1E_1} = \overline{G_1F_1}$ 이 되도록 선분  $B_1D_1$  위에 점  $G_1$ 을 잡아 삼각형  $G_1F_1E_1$ 를 그린다. 두 삼각형  $C_1D_1F_1$ ,  $G_1F_1E_1$ 로 만들어진  $\triangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $B_1F_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $B_1C_1$  위의 두 점  $B_2$ ,  $C_2$ , 선분  $C_1F_1$  위의 점  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하고  $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 2$ 인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로  $\triangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을? [3점]



- ①  $\frac{23}{42}$     ②  $\frac{25}{42}$     ③  $\frac{9}{14}$     ④  $\frac{29}{42}$     ⑤  $\frac{31}{42}$

$\triangle E_1B_1C_1$ 의 이등변 삼각형

$$\angle B_1C_1E_1 = \angle B_1E_1C_1 = 45^\circ$$

$$\therefore \overline{E_1C_1} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$\triangle E_1F_1D_1 \sim \triangle C_1F_1B_1$  (AA 달꼴)

$$\therefore \overline{E_1F_1} : \overline{F_1C_1} = 1 : 2$$

$$\overline{E_1F_1} = \sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \overline{F_1C_1} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\overline{D_1F_1}^2 = \overline{D_1C_1}^2 + \overline{F_1C_1}^2 - 2\overline{D_1C_1}\overline{F_1C_1} \cos \angle D_1C_1F_1$$

$$= 1 + \frac{1}{9} - 2 \times 1 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{17}{9} - \frac{4}{3} = \frac{17-12}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\therefore \overline{D_1F_1} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(-x) = f(x) \Rightarrow f(x)$ 은 짝함수

(나)  $f(x+2) = f(x)$

$$\int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx = \frac{47}{2}, \quad \int_0^1 f(x) dx = 2 \text{ 일 때},$$

$$\int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx \text{의 값은? } [4\text{점}]$$

- ①  $\frac{\pi}{6}$     ②  $\frac{\pi}{4}$     ③  $\frac{\pi}{3}$     ④  $\frac{5}{12}\pi$     ⑤  $\frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx &= \int_{-1}^5 x f(x) dx + \int_{-1}^5 \cos 2\pi x f(x) dx \\ \int_{-1}^5 x f(x) dx &= \int_{-1}^1 x f(x) dx + \int_1^3 x f(x) dx + \int_3^5 x f(x) dx \\ (\because f(x)의 주기 2 이므로 2로 구간을 나누었음) \\ &= \int_{-1}^1 x f(x) dx + \int_{-1}^1 (x+2) f(x+2) dx + \int_{-1}^1 (x+4) f(x+4) dx \\ &= \int_{-1}^1 x f(x) dx + \int_{-1}^1 x f(x) dx + 2 \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_{-1}^1 x f(x) dx + 4 \int_{-1}^1 f(x) dx \\ &= 3 \int_{-1}^1 x f(x) dx + 6 \int_{-1}^1 f(x) dx = 12 \int_0^1 f(x) dx = 24 \\ (\text{제한구간 } x \text{은 짝함수}) \\ &= \text{기능식} \\ \therefore 3 \int_{-1}^1 x f(x) dx &= 0 \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^5 \cos 2\pi x f(x) dx = \int_{-1}^1 \cos 2\pi x f(x) dx + \int_1^3 \cos 2\pi x f(x) dx + \int_3^5 \cos 2\pi x f(x) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \cos 2\pi x f(x) dx + \int_{-1}^1 \cos 2\pi(x+2) f(x+2) dx + \int_{-1}^1 \cos 2\pi(x+4) f(x+4) dx$$

$$(\cos 2\pi(x+h) = 1)$$

$$\therefore \int_{-1}^1 \cos 2\pi(x+h) f(x+h) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \cos 2\pi x f(x) dx$$

$$= 3 \int_{-1}^1 \cos 2\pi x f(x) dx = 6 \int_0^1 \cos 2\pi x f(x) dx = \frac{27}{2} - 24 = -\frac{3}{2}$$

$$\int_0^1 \cos 2\pi x f(x) dx = -\frac{1}{12}$$

$$\therefore \int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx = [\sin 2\pi x f(x)]_0^1 - 2 \int_0^1 \cos 2\pi x f(x) dx$$

$$= -2\pi \times -\frac{1}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{답: } \frac{\pi}{6}$$

$$\angle D_1 F_1 C_1 = \angle E_1 F_1 G_1 = \angle G_1 E_1 F_1 = 0^\circ$$

$$\frac{\overline{G_1 F_1}}{\sin \theta} = \frac{\overline{D_1 F_1}}{\sin \angle D_1 C_1 F_1} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\overline{G_1 F_1} = \overline{G_1 E_1} = a$$

$$\overline{G_1 F_1}^2 = \overline{G_1 E_1}^2 + \overline{E_1 F_1}^2 - 2 \overline{G_1 E_1} \overline{E_1 F_1} \times \cos \theta$$

$$a^2 = a^2 + \frac{2}{9} - 2 \times a \times \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$a^2 = a^2 + \frac{2}{9} - \frac{2a}{3\sqrt{5}}$$

$$\frac{2a}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{9}$$

$$a = \frac{2}{9} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Delta G_1 E_1 F_1 = \frac{1}{2} \times \overline{G_1 E_1} \times \overline{E_1 F_1} \times \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3}{\sqrt{10}}$$

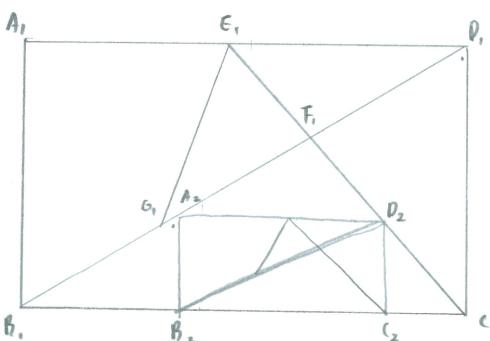
$$= \frac{1}{6}$$

$$\Delta F_1 D_1 C_1 = \frac{1}{2} \times \overline{D_1 F_1} \times \overline{F_1 C_1} \times \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$R_1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



$$\overline{A_2 B_2} = k \quad \overline{B_2 C_2} = 2k$$

$$\Delta A_2 B_2 B_1 \sim \Delta D_1 C_1 B_2 \quad (AA \text{ criterion})$$

$$\overline{A_2 B_2} : \overline{B_2 B_1} = \overline{D_1 C_1} : \overline{B_1 C_2} = 1 : 2$$

$$\overline{B_1 B_2} = 2k$$

$$\angle D_1 C_1 E_1 = 45^\circ \therefore \angle E_1 C_1 B_1 = 45^\circ$$

$$\therefore \overline{D_2 C_2} = \overline{C_2 C_1} = \overline{A_2 B_2} = k$$

$$\therefore \overline{B_1 B_2} + \overline{B_2 C_2} + \overline{C_2 C_1} = \overline{B_1 C_1} = 3k = 2$$

$$k = \frac{2}{5}$$

$$k : \overline{A_1 B_1} = \frac{2}{5} : 1$$

$$r = k^2 = \frac{4}{25}$$

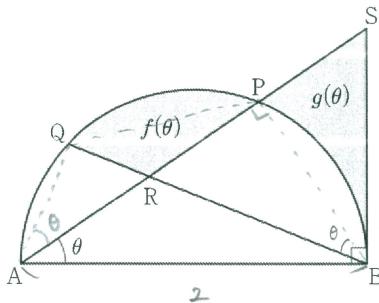
$$R_n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{25}\right)^{n-1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{21}{25}} = \frac{25}{42}$$

## 단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자.  $\angle BAP = \theta$ 라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를  $f(\theta)$ , 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



$$\overline{BS} = 2\tan\theta, \quad \overline{AP} = 2\cos\theta, \quad \overline{PB} = 2\sin\theta$$

$\widehat{QP} = \widehat{PB}$  이므로

$$\angle QAP = \angle PBQ = \theta$$

$$\frac{\overline{PB}}{\overline{BR}} = \cos\theta$$

$$\overline{BR} = \frac{2\sin\theta}{\cos\theta} = 2\tan\theta$$

$\triangle PBR \cong \triangle PBS$  (RHA $\cong$ 등)

$\triangle QP = \triangle PB$

$$\therefore f(\theta) + g(\theta) = \triangle QPB$$

$$\widehat{QP} = \widehat{PB} \text{ 이므로 } \overline{AP} = \overline{PB} = 2\sin\theta$$

$\triangle QPB$ 는 원에 대칭되는 삼각형 이므로

$$\angle QPB = \pi - 2\theta$$

$$\therefore \triangle QPB = \frac{1}{2} \times 2\sin\theta \times 2\sin\theta \times \sin(\pi - 2\theta)$$

$$= 2\sin^2\theta \times \sin 2\theta$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{2\sin^2\theta \times \sin 2\theta}{\theta^3} = \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{2\sin^2\theta}{2\theta} \times 2 = 4$$

30. 최고차항의 계수가 3보다 크고 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = e^x f(x)$$

이다. 양수  $k$ 에 대하여 집합  $\{x | g(x) = k, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합을  $h(k)$ 라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $h(k)$ 가  $k=t$ 에서 불연속인  $t$ 의 개수는 1이다.  
 (나)  $\lim_{k \rightarrow 3e^+} h(k) - \lim_{k \rightarrow 3e^-} h(k) = 2$

$g(-6) \times g(2)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$ ) [4점]

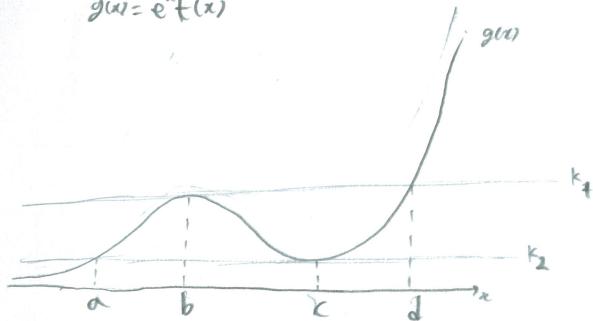
\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

$$f(x) = \alpha x^2 + bx + r$$

$$g(x) = e^x f(x)$$



$k = k_1$  or  $k = k_2$  아니니 물연속

$$\lim_{k \rightarrow k_1+} h(k) - \lim_{k \rightarrow k_1-} h(k) = 2 \quad g'(x) = e^x (\alpha x^2 + (2x+b)x + b+r)$$

$$= \alpha e^x (x-b)(x-c)$$

$$\therefore \lim_{k \rightarrow k_1+} h(k) \neq \lim_{k \rightarrow k_1-} h(k)$$

$\therefore k = 3e$  아니니 물연속

$$i) k_1 = 3e, k_2 \text{ 아니니 물연속}$$

$$ii) k_2 = 3e, k_1 \text{ 아니니 물연속}$$

$$\lim_{k \rightarrow k_1+} h(k) = \lim_{k \rightarrow k_1-} h(k)$$

$$\lim_{k \rightarrow k_1+} h(x) = \lim_{k \rightarrow k_1-} h(x)$$

$$d = 2b + c$$

$$2b = 0$$

$$c = 0$$

$$\lim_{k \rightarrow k_1+} h(k) = \lim_{k \rightarrow k_1-} h(k) = 2$$

$$\lim_{k \rightarrow k_1+} h(x) = \lim_{k \rightarrow k_1-} h(x) = a + 2c - a = 2c = 2$$

$$c = 1$$

$$g'(x) = \alpha e^x f(x-1) = \alpha e^x (x^2 - x)$$

$$g(x) = \alpha e^x (x^2 - x - 1)$$

$$g(1) = \alpha e (1+1-1) = \alpha e = 3e$$

$$\alpha = 3$$

$$g'(x) = \alpha e^x (x+1) \times x$$

$$= \alpha e^x x \times x(x+1) = \alpha e^x (x^2 + x)$$

(이제 물연속이 되도록 하기 위해)  $\alpha e^x$  (이제 물연속이 되도록 하기 위해)  $+ (x^2 + x)$

$$g(x) = \alpha e^x (x^2 - x + 1)$$

$$g(-1) = \frac{\alpha}{e} (1+1+1) = \frac{3}{e} \alpha = 3e$$

$$\alpha = e^2$$

$$\therefore k_1 = 3e \quad (\because \alpha \neq 3)$$

$$\alpha = e^2$$

$$g(x) = e^2 e^x (x^2 - x + 1)$$

$$g(-6) = e^2 e^{-6} (36+6+1) = 43 e^{-4}$$

$$g(2) = e^4 (4-2+1) = 3e^4$$

$$g(-6) \times g(2) = 43 e^{-4} \times 3e^4 = 43 \times 3 = 129$$

