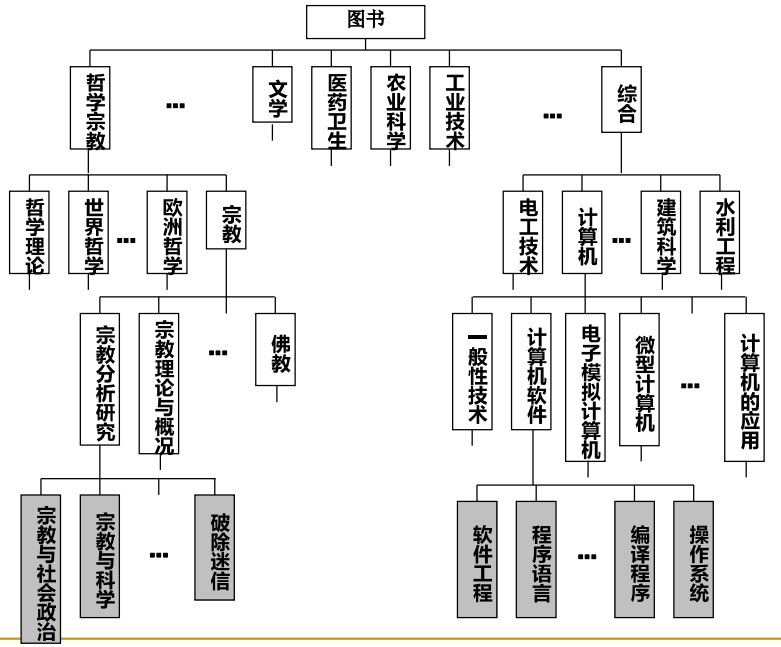
数据结构

深圳技术大学
大数据与互联网学院

第六章 树和二叉树

[例1.1] 该如何摆放书，才能让读者很方便地找到你手里这本《数据结构》？



6.1 树的定义和二叉树

一. 树的定义

- 树是有n(n≥0)个结点的有限集合。
- 每个结点都有唯一的直接前驱，但可能有多个后继

6.1 树的定义和二叉树

一. 树的定义

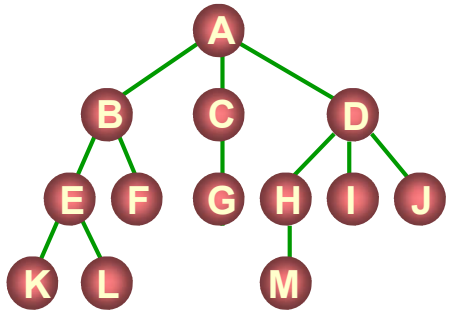
- 如果 n=0，称为空树
- 如果 n>0,称为非空树,对于非空树,有且仅有一个特定的称为根(Root)的节点(无直接前驱)
- 如果 n>1，则除根以外的其它结点划分为 m (m>0)个互不相交的有限集 T1，T2 ,…，Tm，其中每个集合本身又是一棵树，并且称为根的子树(SubTree)。
- 树是可以递归定义的

6.1 树的定义和二叉树

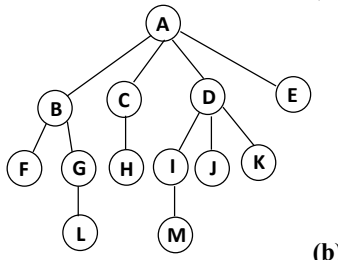
一. 树的定义

- 其中：A是根；其余结点分成三个互不相交的子集
- T1={B,E,F,K,L}； T2={C,G}； T3={D,H,I,J,M},
- T1,T2,T3都是根A的子树，且本身也是一棵树

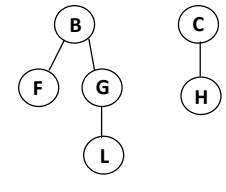
只有根结点的树



❖ 树与非树

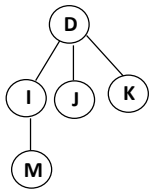


(a) 树T



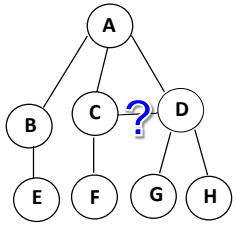
(b) 子树T_{A1}

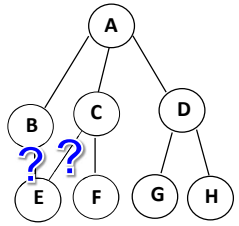
(c) 子树T_{A2}

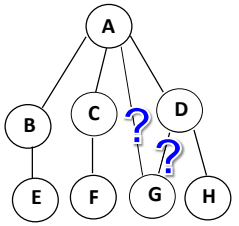


(d) 子树T_{A3}

(e)子树T_{A4}



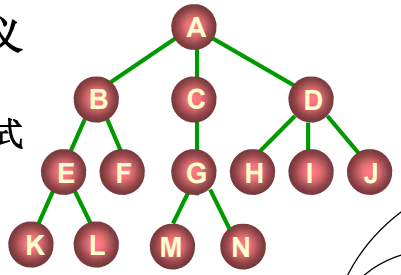




6.1 树的定义和二叉树

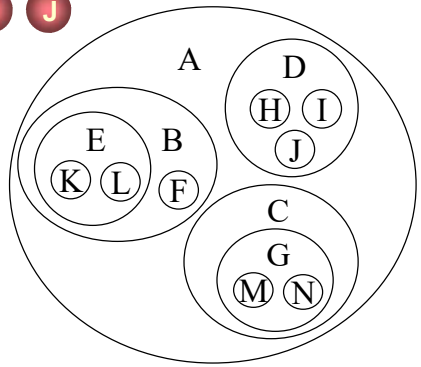
一. 树的定义

- 树状图
- 广义表形式
- 嵌套集合



(A(B(E(K,L),F),C(G(M,N)),D(H,I,J))

(b) 广义表形式

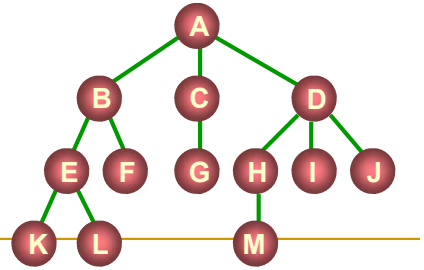


(a) 嵌套集合形式

6.1 树的定义和二叉树

二. 树的术语

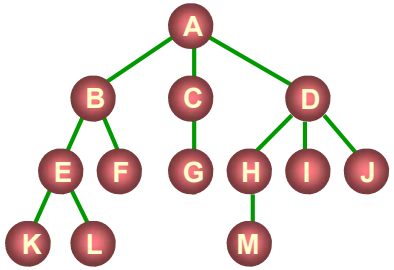
- 结点：包含一个数据元素及若干指向其子树的分支
- 分支：结点之间的连接
- 结点的度：结点拥有的子树数
- 树的度：树中结点度的最大值称为树的度
- 叶结点：度为0的结点[没有子树的结点]
- 分支结点：度不为0的结点[包括根结点]，也称为非终端结点。除根外称为内部结点



6.1 树的定义和二叉树

二. 树的术语

- 双亲
- 孤子
- 兄弟
- 祖先
- 子孙

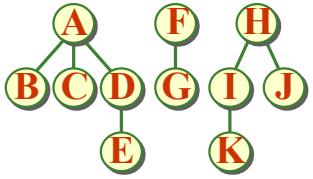


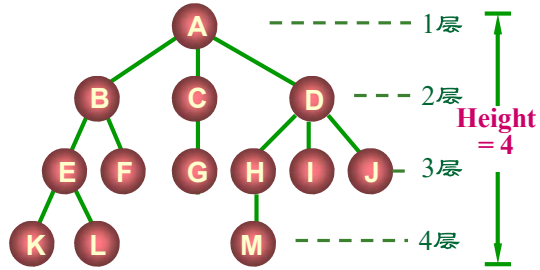
- 有序树/无序树：孩子的位置是否可以交换
  - 关系：孩子是父亲的质因子，例1/2/5-20，用无序树表示
  - 关系：孩子是父亲的递增质因子，例1/2/5-20，用有序树表示

6.1 树的定义和二叉树

二. 树的术语

- 层次：根结点为第一层，其孩子为第二层，依此类推
- 深度：树中结点的最大层次
- 森林：互不相交的树的集合。对树中每个结点而言，其子树的集合即为森林

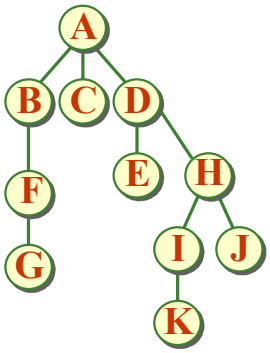




6.1 树的定义和二叉树

二. 概念练习

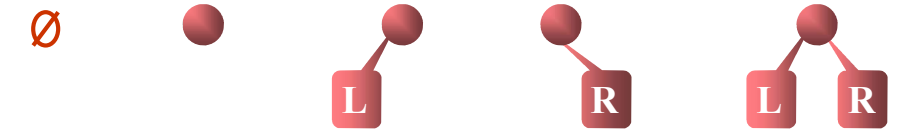
- 已知一颗树如图所示，求
  - 求树的度和深度
  - 求叶子结点和分支结点的数量
  - 求结点H的度
  - 求结点B的子孙
  - 求结点I的祖先



6.2 二叉树

一. 二叉树的定义

- 每个结点最多有 2 棵子树
- 二叉树的子树有左右之分



空树　只有根　只有左子树　只有右子树　有左右子树

6.2 二叉树

二. 二叉树的性质

① 在二叉树的第i层上至多有2^{i-1}个结点

② 深度为k的二叉树至多有2^k-1个结点

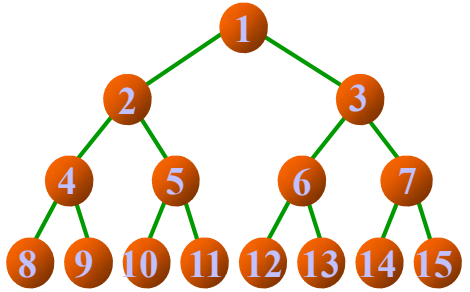
③ 如果二叉树终端结点数为n_0，度为2的结点数为n_2，则 $n_0=n_2+1$

- $n = n_0 + n_1 + n_2$，$n = B+1$，$B = n_1+2n_2$　(B是分支数量)
- $n = n_1+2n_2+1$
- $n_0 + n_1 + n_2 = n_1+2n_2+1$
- $n_0=n_2+1$

6.2 二叉树

三. 满二叉树

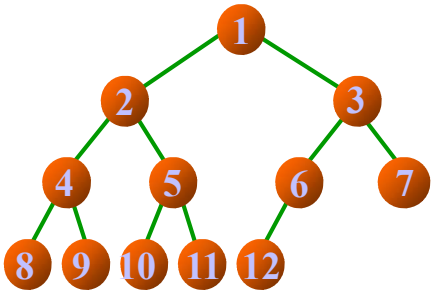
- 一个深度为k且有2^k-1个结点的二叉树
- 每层上的结点数都是最大数、
- 自上而下、自左至右连续编号



6.2 二叉树

四. 完全二叉树

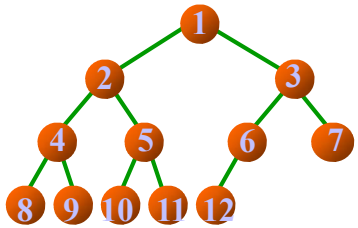
- 当且仅当每一个结点都与深度相同的满二叉树中编号从1到n的结点一一对应的二叉树
- 叶子结点只在最大两层上出现，左子树深度与右子树深度相等或大 1

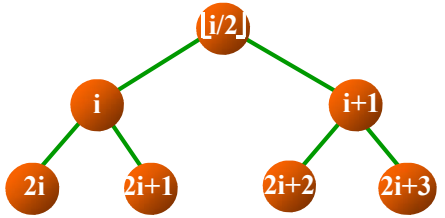


6.2 二叉树

四. 完全二叉树

- 性质4：具有n个结点的完全二叉树，其深度为$\log_2 n$ +1
- 性质5：在完全二叉树中，结点i的双亲为i/2，结点i的左孩子LCHILD(i)=2i，结点i的右孩子RCHILD(i)=2i+1

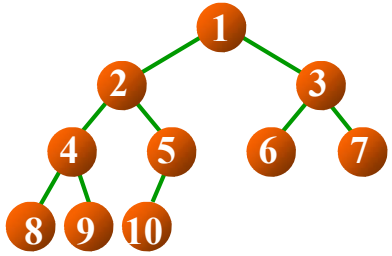




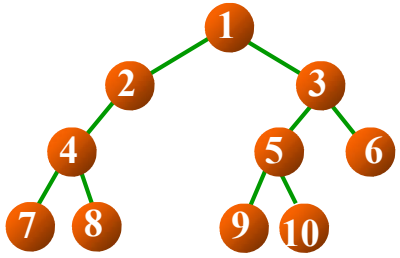
6.2 二叉树

五. 二叉树的顺序存储结构

- 用一组连续的存储单元依次自上而下，自左至右存储结点



完全二叉树的顺序表示



一般二叉树的顺序表示

6.1 树的定义和二叉树

概念练习

- 已知一颗完全二叉树第7层有20个结点，则整棵树的结点数
- 在二叉树中，指针p指向的结点是叶子，则p满足条件？？
- 由4个结点组成的二叉树最多有多少种形态？
- 已知一棵完全二叉树有100个结点，根节点编号为1，按层次遍历编号，则结点45的父亲编号为？结点50的孩子编号情况如何？？

6.2 二叉树

六. 二叉树的链式存储结构

- 采用二叉链表，数据域加上左、右孩子指针

6.2 二叉树

六. 二叉树的链式存储结构

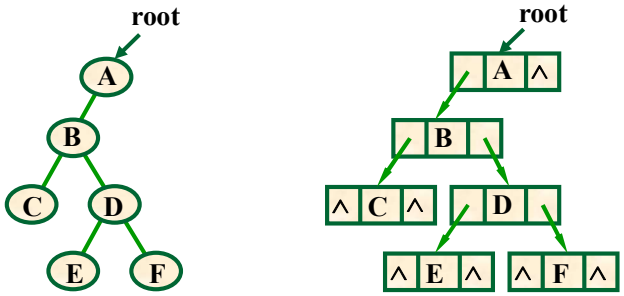
- 二叉链表由一个个结点组成，二叉链表结点由一个数据域和两个指针域组成

```
class BiTNode {
    TElemType data;
    BiTNode *lChild, *rChild;
}
class BinTree {
    BiTNode* root;
    ... //其他成员
}
```

6.2 二叉树

六. 二叉树的链式存储结构

- 二叉链表以及存储表示

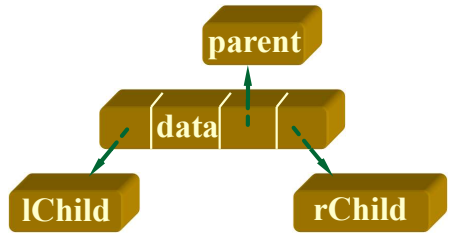


6.2 二叉树

六. 二叉树的链式存储结构

- 三叉链表, 采用数据域加上左、右孩子指针及双亲指针

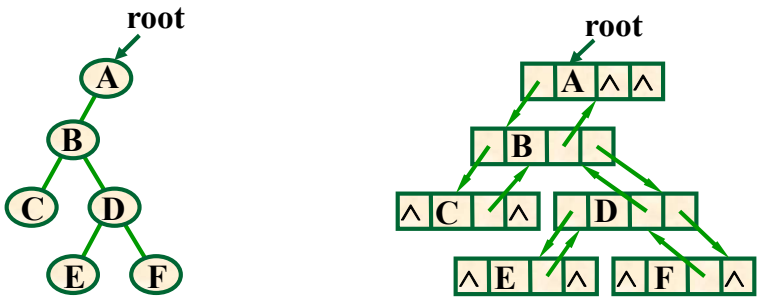
```
class BiTNode {
    TElemType data;
    BiTNode *parent, *lChild, *rChild;
}
class BinTree {
    BiTNode* root;
    ... //其他成员
}
```



6.2 二叉树

六. 二叉树的链式存储结构

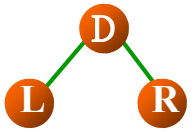
- 三叉链表以及存储表示



6.3 遍历二叉树

一. 遍历的含义

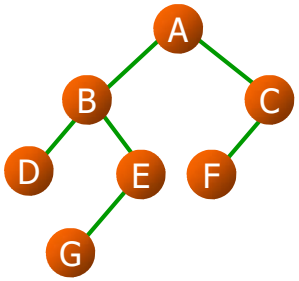
- 树的遍历就是按某种次序访问树中的结点，要求每个结点访问一次且仅访问一次
- 一个二叉树由根节点与左子树和右子树组成
- 设访问根结点用D表示，遍历左、右子树用L、R表示
- 如果规定先左子树后右子树，则共有三种组合
  - DLR［先序遍历］
  - LDR［中序遍历］
  - LRD［后序遍历］



6.3 遍历二叉树

二. 先序遍历

- 递归算法
  - 若二叉树为空，则返回；否则：
  - 访问根节点(D)
  - 先序遍历左子树(L)
  - 先序遍历右子树(R)



如图输出结果：ABDEGCF

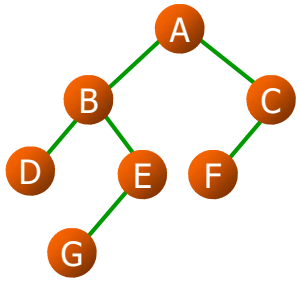
(第一个输出节点必为根节点)

```
void PreOrderTraverse ( BiTNode* T ) {
    if (T) {
        cout << T->data;
        PreOrderTraverse ( T->lChild );
        PreOrderTraverse ( T->rChild );
    }
}
```


6.3 遍历二叉树

三. 中序遍历

- 递归算法
  - 若二叉树为空，则返回；否则：
  - 中序遍历左子树(L)
  - 访问根节点(D)
  - 中序遍历右子树(R)



输出结果：DBGEAFC

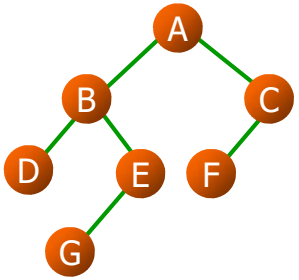
(先于根节点A输出的节点为左子树的节点
后于根节点A输出的节点为右子树的节点)

```
void InOrderTraverse ( BiTNode* T ) {
    if (T) {
        InOrderTraverse ( T->lChild );
        cout << T->data;
        InOrderTraverse ( T->rChild );
    }
}
```

6.3 遍历二叉树

四. 后序遍历

- 算法
  - 若二叉树为空，则返回；否则：
  - 后序遍历左子树(L)
  - 后序遍历右子树(R)
  - 访问根节点(D)



输出结果：DGEBFCA

（最后一个输出节点必为根节点）

```
void PostOrderTraverse ( BiTNode* T ) {
    if (T) {
        PostOrderTraverse ( T->lChild );
        PostOrderTraverse ( T->rChild );
        cout << T->data;
    }
}
```


6.3 遍历二叉树

五. 层次遍历

- 层次遍历二叉树，是从根结点开始遍历，按层次次序“自上而下，从左至右”访问树中的各结点。
- 为保证是按层次遍历，必须设置一个队列，非递归算法：
  - 设T是指向根结点的指针变量，若二叉树为空，则返回；否则，令p=T，p入队，执行以下循环：

(1) 队首元素出队到p；

(2)访问p所指向的结点；

(3)将p所指向的结点的左、右子结点依次入队。直到队空为止。