

## ① Mettologia

Misurare vuol dire acquisire info sul mondo reale  $\rightarrow$  questa info si chiama misura. Quindi possiamo considerare la misura come il procedimento di misurazione che porta all'assegnazione di un valore ad una grandezza fisica detta misurando. Il risultato di una misurazione deve del valore attribuito al misurando e obiettivo anche da una incertezza sulla misura e su un'età di misura.

Il motivo di questa incertezza è dovuto a come misuriamo perché facciamo dei confronti con delle grandezze di riferimento omogenee al misurando e che sono uguali per tutti.

Infatti la misura può essere intesa anche come il rapporto fra una grandezza (posta, che vogliamo misurare) e un campione di riferimento, nato.

Altro inerente sono davute alla mancanza di conoscenza del sistema da misurare.

Nel caso delle misure dirette ottenute confrontando il misurando con lo strumento di misurazione ci possono avere incertezze dovute all'imprecisione dello strumento, la negligenza dell'operatore, le condizioni di misura ecc...

Mentre nel caso delle misure indirette ottenute da relazioni di altre misurazioni gli errori sono dovuti alla incompleta conoscenza del modello, ma anche dalle incertezze delle misure usate per calcolare il misurando.

Altri problemi sono dovuti alle non idealtà degli strumenti che introducono errori per via di rumore, riscaldamento ecc... dovuti ai materiali di cui è formato l'obj di misura.

Qu'è mai una misura esatta non se si può avere ovunque zero per un margine di errore definito come

$$E = V_M - V_U$$

E = errore

V<sub>M</sub> = valore misurato

V<sub>U</sub> = valore vero

Ma il valore vero non lo si può mai conoscere proprio perché non siamo in grado di misurare in modo esatto, dovuta anche al fatto che i campioni di riferimento nel tempo si modificano e cambiano le proprie proprietà.

Allora sostituiamo V<sub>U</sub> con

$$E = V_M - \underline{V_U}$$

dove V<sub>U</sub> è il valore vero convenzionale cioè il valore ottenuto da uno strumento di riferimento migliore di quello che vogliamo per effettuare la misura.

Eseguendo più misurazioni non siamo in grado di annettere l'errore per via di:

① errori sistematici prevedibili

② errori accidentali imprevedibili

## INCERTEZZA

L'incertezza può essere definita quindi come la dispersione dei valori osservabili ed un misurando e come la probabilità che la misura cade in questo range di valori. Una misura si esprime

$$x = (v_m \pm u_c) v_m$$

- assoluta quantità di variazione associata alla misura
- relativa rapporto tra assoluta/valore misurato

In GUM Guide to expression of Uncertainty in Measurement definisce delle regole per calcolare le incertezze e definisce due tecniche

tipo A basata su metodi statistici e probabilistici

tipo B basata sugli strumenti, conoscenze preesistenti degli operatori ecc.

## VALUTAZIONE TIPO A

Si basa sulla ripetizione della misurazione, quindi per una grandezza  $X$  abbiamo  $N$  misure indipendenti ottenute nelle stesse condizioni di misurazione.

Possiamo definire una stima del misurando calcolando il valore medio

$$\text{stima media: } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$$

$$\boxed{E[\bar{x}] = E[x]}$$

$$E[\bar{x}] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[x_k]$$

La media riguarda principalmente da valori estremi, quindi se differiscono di troppo dagli altri li possiamo considerare perturbatori quindi abbiamo bisogno qualche tecnica di cattura

Lo scostamento di singoli valori  $x_k$  dalla media

$$\text{Varianza: } s^2(x) = \frac{\sum}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2$$

scarto quadratico  
medio di tipo  
operamentale  $s = \sqrt{s^2}$

Lo scarto a indicare la dispersione dei campioni  $x_k$  intorno alla media  $\bar{x}$  serve a determinare l'incertezza. Da formula e passaggi vedi si arriva

disersione standard  
campionaria

$$s(x) = \frac{s^2}{N}$$

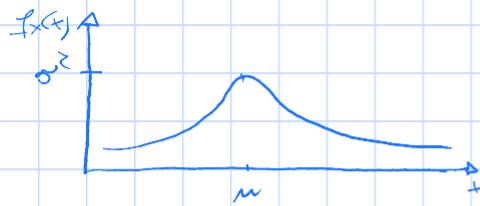
che è l'incertezza di misura

INCERTEZZA TIPO A  $U_A(x) = \sqrt{u^2}$   
oppure

$$U_A(x) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2}$$

È stato notato che le varie misure ripetute, avendo effetti da incertezza, cadono in un certo intervallo e assumono una distribuzione gaussiana.

$$N(\bar{x}, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Integrando fra due valori la PDF

Troviamo la probabilità che la misura si trovi in quell'intervallo di valori.

Se a distanza dalla media, troviamo meno valori e quindi probabilità più bassa. Assumiamo quindi gli estremi per avere maggiore probabilità che una misura ricada in quell'intervallo.

Quelle zone sono dette **livelli di Confidenza** e per le misure è necessario avere un intervallo  $\pm 3\sigma$ .

È importante che nella sezione i campioni questi siano rappresentativi della popolazione.

### VALUTAZIONE TIPO B

È basata su dati acquisiti in passato, sull'esperienza dell'operatore, conoscenza del sistema da misurare, delle info sugli strumenti di misura ecc.

E in base alla conoscenza che abbiamo e alle info associate una distribuzione di probabilità.

### LEGGE DI PROPAGAZIONE DELL'INCERTITUDINE

Le misure indirette possono dipendere da molte altre misure e quindi l'incertezza dipende dalle incertezze di tutte le misure da cui dipende.

$$Y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \Rightarrow \bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

$\bar{x}_i$  = stimatore  
 $x_i$  = stima

Sviluppiamolo in forme di Taylor.

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \bar{x}_i) \quad (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \rightarrow \text{punto di lavoro}$$

$$y - f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} (x_i - \bar{x}_i) \Rightarrow E(y) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} E(x_i)$$

di  $E(x_i)$  sono var. conosciute  
di cui conosciamo le varianze

Sappiamo che  $\sigma^2(\sum a_i \bar{x}_i) = \sum a_i^2 \sigma^2(\bar{x}_i) + \sum a_i a_j \text{cov}(\bar{x}_i \bar{x}_j)$  infatti allora:  
Avendo  $x_i$  indipendenti la cosa è

$$E(y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 V^2(x_i) \quad \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \rightarrow \text{Coefficiente di derivabilità}$$

Se misure  $x_i$  non fossero indipendenti ma esiste una correlazione fra loro, la C<sub>xy</sub> > 0 e

$$E(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 U(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot C(x_i, x_j) \cdot U(x_i) \cdot U(x_j)$$

$$C(x_i, x_j) = \frac{U(x_i, x_j)}{U(x_i)U(x_j)}$$

### INCERTEZZA COMPOSTA

$$\sqrt{U(y)} = U_c(y)$$

### INCERTEZZA TOTALE

$$U(x_i) = \sqrt{U_A^2(x_i) + U_B^2(x_i)} = \sqrt{\frac{S^2(x_i)}{N} + U_B^2(x_i)}$$

### INCERTEZZA ESTESA

Bisogna definire anche per l'incertezza composta dei livelli di confidenza per rendere la misura più affidabile. Definiamo l'incertezza estesa come quel parametro  $k$  e fattore di copertura [2;3] tali che l'incertezza ricada in un intervallo di fiducia P.

$$U(y) = k U_c(y)$$

### REGRESSIONE

Per rappresentare le misure ottenute usiamo dei diagrammi sperimentali dove le assise rappresentano le misure e le ordinate le incertezze. Per trovare la  $f(x)$  che rappresenta la relazione possiamo usare la tecnica della regressione per interpolare e fare previsioni sui dati.

Sostituiamo ad ogni coordinata  $(x_i, y_i)$  di incertezza con una nuova coordinata data dalla media dell'incertezza. Modello l'andamento della media.

Con il metodo dei minimi quadrati troviamo i parametri della funzione che descrive l'andamento dell'incertezza.

Determinare i parametri si rendono minimi la somma dei quadrati degli scarti tra i valori ottenuti e stimati.

$$\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$y_i \rightarrow$  valore vero di  $y$   
 $\hat{y}_i \rightarrow$  valore previsto

$$\hat{y}_i = B_0 + B_1 x_i \rightarrow \text{regressione lineare}$$

$$\sum_{i=1}^m [y_i - (B_0 + B_1 x_i)]^2$$

derivare da  
una funzione composta

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial B_0} \sum_{i=1}^m [y_i - (B_0 + B_1 x_i)]^2 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial B_1} \sum_{i=1}^m [y_i - (B_0 + B_1 x_i)]^2 = 0 \end{array} \right. , \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^m x_i (B_1 x_i + B_0 - y_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^m (B_1 x_i + B_0 - y_i) = 0 \end{array} ; \quad \sum_{i=1}^m (B_1 x_i^2 + B_0 x_i - x_i y_i) = 0$$

$$B_1 \sum_{i=1}^m x_i^2 + B_0 \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m x_i y_i$$

$$\Rightarrow B_1 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_i - (\sum_{i=1}^m x_i)(\sum_{i=1}^m y_i)}{m \sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2}$$

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^m y_i - B_1 \sum_{i=1}^m x_i}{m}$$

omoschedasticità  $\Delta = \text{cost}$   
→ gli errori sono indipendenti

La differenza fra  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  sono i residui. In questo caso assumiamo che gli errori hanno una distribuzione gaussiana e

Per valutare la bontà della regressione cioè quanto il modello si avvicina all'avvenimento reale calcoliamo

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad \hat{y}_i = \text{stima} \quad 0 \leq R^2 \leq 1 \quad \text{più è vicino ad 1 e meglio è}$$

Usare questo indice da solo non basta perché questo misura quanto la relazione è buona essere assente valori maggiori di 1, invece di essere di regressione.

Calcoliamo l'errore standard della stima che indica la variabilità degli scostamenti dei valori osservati da quelli previsti:

$$S_{\text{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n-2}}$$

Allora per scegliere il modello più adatto sulla base sceglieremo il modello con  $R^2$  più alto e  $S_{\text{y}}$  basso calcoliamo le cifre a  $\pm 1, \pm 1,5, \pm 2,5$  per avere maggiori probabilità di trovare quei valori nel range.

Per accuracy si indica quanto una misura sia vicina al valore vero convenzionale - Dipende dagli errori sistematici. Si valuta qualificando l'errore assoluto e relativo.

Misura la precisione molti che la ripetibilità della misurazione, cioè di ottenere risultati simili con le stesse condizioni di misurazione - Si valuta qualificando la deviazione standard.

Ripetibilità ≠ produciibilità perché volendo misurare lo stesso misurando nelle stesse condizioni ma su operazioni e strumenti diversi.

Per riproducibilità si intende la possibilità del risultato di essere messo in relazione con campioni sempre precisi, effettuando confronti.

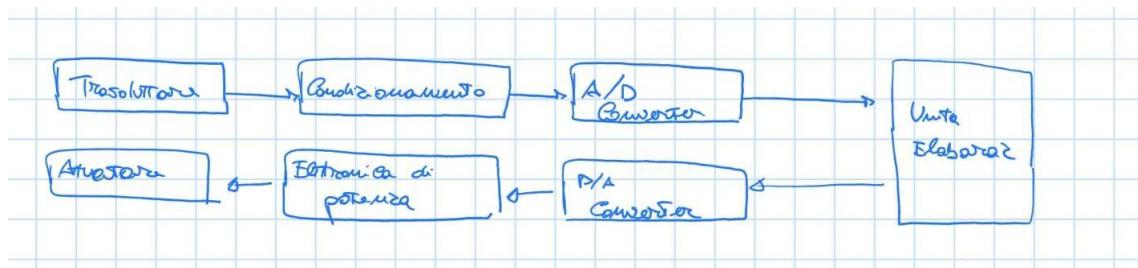
Questa è detta criterio di riportabilità e sulla base di questa possibile anche tarare gli strumenti di misura - Per far sì che una misura sia riportabile è necessario confrontarla con campioni sempre più precisi di cui è nota la loro incertezza.

Ad ogni passo della taratura si valuta l'incertezza dello strumento e la si confronta con quelle del riferimento più preciso. Se le bande di incertezza si sovrappongono parzialmente, allora è riportabile.

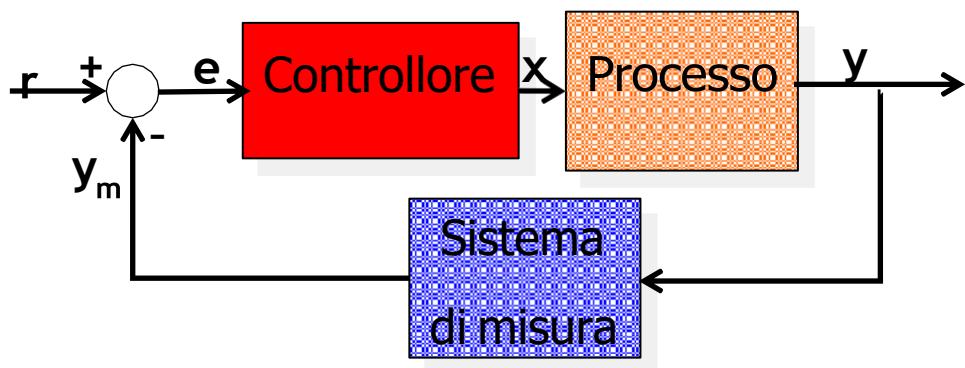
# SISTEMI DI MISURA

Lo schema generale dell'acquisizione di misure è formato da:

1. un **trasduttore** che trasforma la grandezza in ingresso in una grandezza elettrica per poterlo adattare ai circuiti successivi;
2. un **condizionamento** dove il segnale trasmesso viene convertito in tensione e al quale per migliorare il segnale possono essere applicati filtri e amplificatori per amplificare il segnale;
3. un **convertitore A/D** che si occupa di digitalizzare il segnale;
4. un **calcolatore** e in particolare di un **DSP** (Digital Signal Processor) che è un processore dedicato per l'elaborazione di segnali digitali e di una scheda di acquisizione dati (DAQ) per memorizzare questi dati;
5. dopo che il segnale è stato elaborato tramite un **convertitore D/A** viene tradotto in segnale analogico per poi essere amplificato e va ad alimentare un **attuatore** che convertirà il segnale in un movimento fisico



Questo sistema di misure può essere reso automatico, mettendo questo blocco in retroazione al sistema



Il sistema gestito dal PC che controlla le operazioni ed esegue tutte le elaborazioni richieste, provvede alla presentazione e memorizzazione dei risultati. È necessario uniformare le modalità di connessione tra strumenti differenti secondo un sistema di interfacciamento standard.

Per mettere in comunicazione il sistema di misure e il computer possiamo optare per due soluzioni possibili:

1. Protocollo di comunicazione seriale RS-232
2. Protocollo di comunicazione IEEE-488 (GIPB)

## **Protocollo di comunicazione seriale RS-232**

I protocolli seriali la stringa di bit che rappresenta il segnale è inviato su un singol bus e un bit per volta. L'interfaccia RS-232 Trasferisce riceve i dati in sequenza, in parole di un byte trasmesse ai bit per bit. La comunicazione avviene attraverso tre linee

1. RX ricezione
2. TX trasmissione
3. GND a cui sono riferiti i livelli di tensione RX e TX
4. una serie di linee di handshake

## **Protocollo di comunicazione IEEE-488 (GIPB)**

Il protocollo di comunicazione seriale è stato poi sostituito da un'interfaccia IEEE- 488 sviluppato da Hewlett Packard con lo scopo di aumentarne la compatibilità e le modalità di configurazione con tutti i calcolatori, Infatti poi questo protocollo fu standardizzato dall'associazione IEEE. Con questo protocollo era possibile sfruttare la comunicazione parallela in cui il flusso di bit viene inviato su più linee in modo simultaneo.

## **Schede di acquisizione dati**

Oggi invece sono state sviluppate le schede di acquisizione dati Che dispongono gli ingressi di tipo analogico uscite di tipo analogico programmabili e anche linee di ingresso e uscita digitali. Questi possono essere inseriti direttamente nel computer e quindi non esiste più il problema della comunicazione tra il sistema di acquisizione dati e il computer perché i dati vengono memorizzati direttamente dal computer.

È possibile realizzare dei sistemi di misura distribuiti in modo tale da far comunicare più calcolatori anche a distanza fra di loro tramite l'utilizzo della rete. Questi sistemi si basano su più nodi che possono trovarsi in luoghi diversi e che si connettono tra loro attraverso una rete. Visto che ci sono vari calcolatori diversi fra di loro con caratteristiche diverse. Per i sistemi distribuiti si utilizzano particolare architettura l'architettura Harvard che utilizza due memorie separate una per le istruzioni del programma e l'altro per i dati.

## **Strumenti virtuali**

È possibile realizzare anche misurazioni con strumenti virtuali cioè non abbiamo a disposizione lo strumento fisico ma è possibile realizzarlo programmando su un calcolatore. Questo hanno preso un vantaggio perché è possibile implementare più strumenti di misura su uno stesso calcolatore ma anche perché è possibile andare a modificare semplicemente e a un basso costo.

Si basano sull'**architettura SAMI** (System for Advanced Multimedia Integration) è un tipo di architettura progettato per supportare l'elaborazione avanzata di **multimedia** (audio, video, immagini, etc.) in applicazioni ad alte prestazioni, come quelle che richiedono il trattamento in tempo reale di segnali complessi. Se prevede una sezione di acquisizione dati, di analisi e di presentazione.

LabVIEW è un ambiente di sviluppo grafico per la progettazione e l'implementazione di sistemi di misura, controllo e automazione.

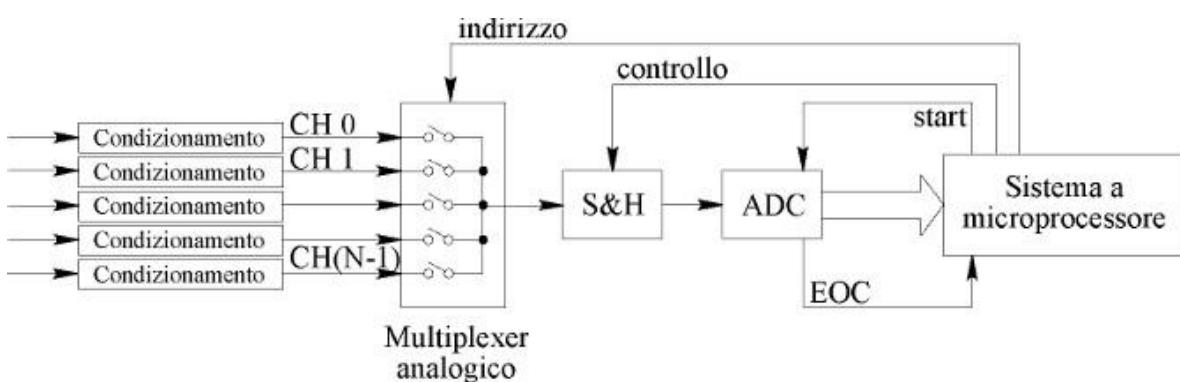
La caratteristica di LabVIEW è la sua **programmazione grafica**, che utilizza diagrammi a blocchi invece di codice scritto. Questi diagrammi rappresentano visivamente il flusso di dati e il controllo del programma. Gli utenti "disegnano" il programma collegando blocchi funzionali. Questi blocchi chiamati **VI** sono composti da:

- **Front Panel:** l'interfaccia utente che consente di interagire con il sistema, visualizzare dati, controllare parametri. Il Front Panel è altamente personalizzabile, consentendo agli utenti di progettare interfacce utente sofisticate con controlli come pulsanti, slider, grafici, indicatori numerici, ecc.
- **Block Diagram:** il diagramma a blocchi che contiene la logica del programma. Qui sono visibili i flussi di dati e le operazioni.

## Sistemi di misura a più ingressi

Se il sistema di misura deve consentire l'acquisizione di più segnali di ingresso possono essere implementate soluzioni diverse

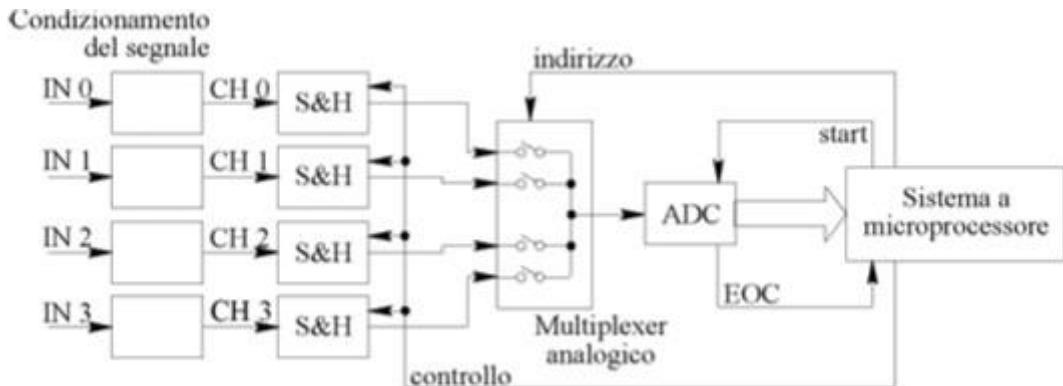
Introducendo il circuito multiplexer, che ha il compito di collegare ciclicamente, tramite il segnale di clock mandato dalla CPU, il campionatore S&H e il convertitore AD ai diversi canali in ingresso CH0, CH1, ... CH(N-1).



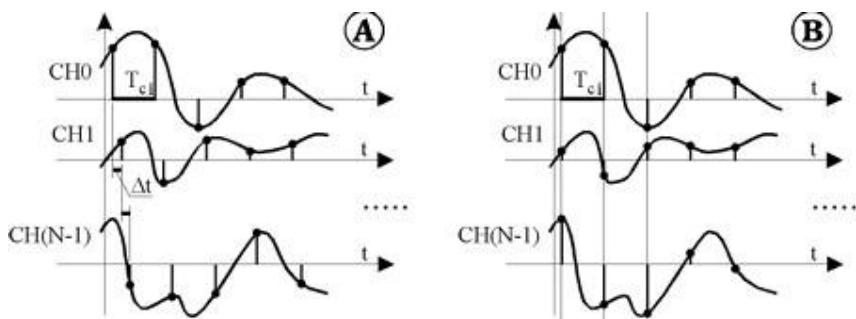
Questa soluzione ha come primo, evidente, effetto la diminuzione della frequenza di campionamento consentita su ciascun segnale di ingresso. Infatti, per un sistema di acquisizione dati che presenta N canali in ingresso, la massima frequenza con cui potrà essere campionato il canale i-esimo, fra gli N utilizzati, risulta

$$f_i = f_c/N \text{ dove } f_i < f_c$$

È possibile realizzare un campionamento simultaneo su tutti i segnali in ingresso al sistema di acquisizione impiegando tanti campionatori S&H quanti sono i canali in ingresso. Tutti i circuiti di campionamento sono pilotati dallo stesso segnale di controllo. In tal modo gli N campioni prelevati dagli N segnali in ingresso in un'acquisizione risultano sincroni. Tali campioni, memorizzati nei singoli S&H, sono poi convertiti in modo sequenziale dall'unico convertitore AD presente.



Consideriamo le differenze fra le due modalità di campionamento. Nella figura sotto sono rappresentate le sequenze temporali dei campioni ottenuti campionando, ciascuno ogni  $T_{ci}$  secondi, i segnali presenti su un gruppo di N canali,  $CH_0, CH_1 \dots CH(N-1)$ .

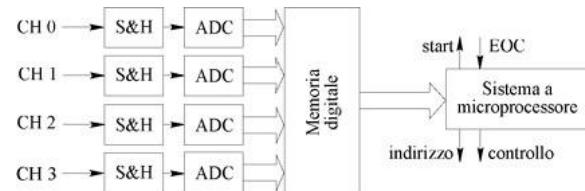


La figura A si riferisce al caso in cui è presente un solo campionatore S&H, si nota, in ciascun gruppo di canali  $CH_0, CH_1 \dots CH(N-1)$ , il ritardo  $\Delta t$  che il campione del generico canale ha rispetto a quello del canale precedente (per esempio il ritardo del campione di  $CH_1$  rispetto a quello di  $CH_0$ , e così via). Il ritardo  $\Delta t$  è il tempo minimo necessario per effettuare la conversione AD e passare al canale successivo.

La figura B si riferisce invece allo schema a blocchi con tanti campionatori SCH quanti sono i canali in ingresso (campionamento simultaneo). In tal caso tutti i campioni del gruppo di canali, CH0, CH1 ... CH(N-1), sono presi contemporaneamente. Le sequenze di campioni di tensione e corrente sono acquisite senza alcuno sfasamento reciproco, in quanto ciascun campione di corrente  $i(t_j)$  è effettivamente contemporaneo, a meno delle piccole incertezze temporali proprie dei singoli SCH, al corrispondente campione di tensione  $v(t_j)$ . Pertanto tale soluzione non consente evidentemente di superare i limiti sulla massima frequenza di campionamento per il canale  $i$ -esimo, che rimane pari a quella stabilita nel caso precedente:

$$f_i < f_c/N.$$

**Sistemi veloci di acquisizione** Per ottenere un campionamento simultaneo su più canali e allo stesso tempo conservare la massima velocità di campionamento sul singolo canale, si può usare presenti un SCH e un ADC per ciascun ingresso. Il flusso dei dati provenienti da tutti i canali e immagazzinati nella memoria digitale sarà opportunamente gestito dal sistema a microprocessore per la ricostruzione dei singoli segnali acquisiti.



## Multiplexer

Il multiplexer è un sistema caratterizzato da molti ingressi e una sola uscita e che presenta in ingresso i segnali provenienti da più reti di acquisizione. Esso trasferisce i segnali di ingresso a un sistema di elaborazione. Possono essere

- **Sequenziali** cioè che sceglie gli output in sequenza. L'input scelto varierà in base al clock;
- **Casuale** cioè l'output è scelto sulla base del valore contenuto nel bus inviatoli sempre dalla CPU.

I multiplexer presentano due tipi di errori.

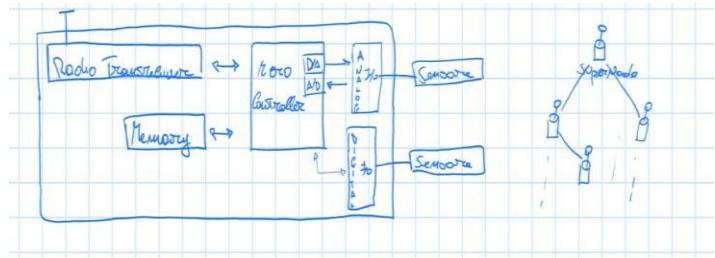
**Iniezione di carica** Si utilizzano transistor MOSFET per commutare i canali. Quando un transistor passa da uno stato "ON" (aperto) a uno stato "OFF" (chiuso) o viceversa, accade che una piccola quantità di carica elettrica accumulata sul **gate** e si trasferisce ai terminali di ingresso o uscita. Questa carica, anche se molto piccola, può influenzare il segnale, causando disturbi o errori. Ad esempio, se stai processando segnali molto piccoli, come nei circuiti di acquisizione dati (tipo ADC o DAC), questa variazione indesiderata può introdurre offset, rumore o persino far leggere valori sbagliati al sistema. Il gate è un terminale separato dal canale di conduzione tramite uno strato isolante. Questo strato crea una sorta di

**capacità parassita** tra il gate e il canale. Quando applichi o rimuovi un segnale al gate per aprire o chiudere il transistor, questa capacità si carica o si scarica.

**Accoppiamento fra canali** L'iniezione di carica può anche disturbare altri canali del multiplexer, detto accoppiamento tra canali. Questo accade perché i canali all'interno del multiplexer condividono percorsi comuni e possono essere collegati da capacità parassite. Quindi, quando un canale viene commutato, il disturbo generato può propagarsi agli altri canali, anche se non sono attivi in quel momento.

## Wireless Sensor

Con lo sviluppo della microelettronica è possibile integrare nei circuiti sempre più sensori. Questo ha permesso di miniaturizzare in un circuito integrato tutta la catena di acquisizione dati in un piccolo chip e permette di creare oggetti che acquisiscono dati e saranno in grado di comunicare fra loro per scambiare dati. Ad esempio il mote è un piccolo dispositivo di calcolo a basso costo e consumo per acquisizione e trasmissione dei dati ambientali. Usati nelle



**wireless sensor network** cioè reti wireless formate da mote ugualmente distribuiti che hanno sensori integrati per acquisire dati. Tutti i mote sono connessi da un mote di gateway che riceve i dati da tutti i nodi che organizza ed invia tramite tecnologie wireless alla centrale. Il vantaggio di questi sistemi è che sono in grado di configurarsi automaticamente e stabilire percorsi ottimali per il trasferimento dati; reindirizzano i dati anche se alcuni mote si rompono. Un problema relativo all'utilizzo di questi mood è l'alimentazione perché per poter funzionare hanno bisogno della batteria e ovviamente la batteria dopo un certo di tempo si scarica.

## **Caratteristiche di un sistema di misura**

Un dispositivo destinato ad eseguire la misurazione di una o più grandezze fisiche deve essere corredata di tutte le informazioni che ne indicano le corrette modalità d'impiego e che permettono all'utilizzatore di valutarne le prestazioni nelle possibili condizioni d'uso, anche per guidare la scelta del sistema di misura più adatto all'applicazione. Tali informazioni sono raggruppate nelle caratteristiche statiche e dinamiche della strumentazione.

**Le caratteristiche statiche** descrivono il comportamento del sistema di misura quando in ingresso vi è una grandezza costante o che varia lentamente nel tempo rispetto alla dinamica del sistema di misura.

Tale comportamento viene descritto mediante dei parametri

### **Specifiche legate alle caratteristiche del misurando**

- Specie del misurando: Natura della grandezza fisica che costituisce il misurando (ad esempio: valore efficace della tensione, valore medio della corrente, frequenza, etc.);
- Campo di misura: Insieme dei valori che può assumere il misurando, entro il quale, se sono rispettate le condizioni operative, lo strumento funziona secondo le specifiche fornite. Spesso si parla di **valore di fondo scala**, riferendosi al limite superiore del campo di misura, oppure di **range**, intendendo l'intervallo dei valori del misurando entro cui lo strumento dà un'indicazione;
- Campo di sicurezza del misurando: Insieme dei valori che può assumere il misurando senza che il funzionamento dello strumento resti alterato rispetto alle specifiche fornite. I valori estremi del campo di sicurezza vengono chiamati **valori di sovraccarico** del misurando.

### **Specifiche legate al segnale di uscita**

- Tipo d'uscita: Natura della grandezza fisica che costituisce il segnale d'uscita;
- Campo di normale funzionamento dell'uscita: Insieme dei valori che assume il segnale d'uscita quando il misurando varia entro il campo di misura;
- Valori di sovraccarico dell'uscita: I valori più elevati assunti dal segnale d'uscita quando il misurando varia entro il campo di sicurezza;
- Potenza erogabile: Il valore limite della potenza che il sistema di misura può fornire al sistema utilizzatore entro il quale il sistema di misura può funzionare secondo le specifiche fornite;
- Impedenza di uscita: Valore dell'impedenza equivalente tra i due morsetti di uscita del sistema di misura;

- Incertezza d'uscita: larghezza della fascia comprendente tutti i valori che potrebbero essere assunti con un certo livello di confidenza a rappresentare il valore dell'uscita corrispondente a una certa condizione di funzionamento;
- Alimentazione ausiliaria: il valore di tensione o corrente da fornire con una sorgente esterna per consentire il corretto funzionamento del sistema di misura.

### **Specifiche legate alla precisione**

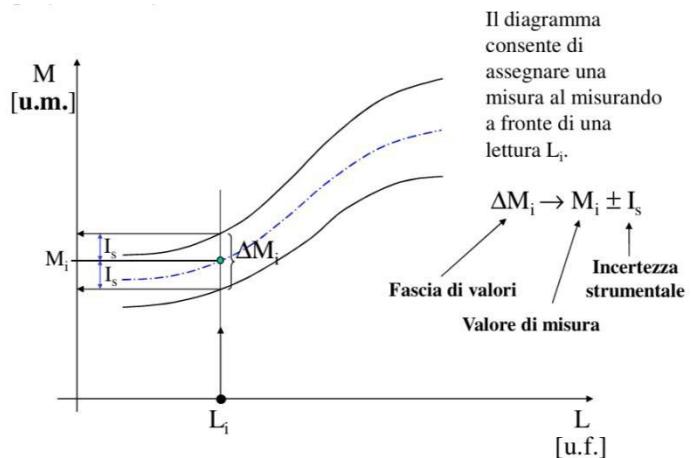
- Risoluzione: E' la più piccola variazione del valore del misurando che provoca una variazione misurabile nel valore della grandezza di uscita. Negli strumenti digitali la risoluzione coincide con la minima variabilità dell'ultima cifra visualizzata;
- Accuratezza: Indicazione della bontà della misura cioè il massimo errore che lo strumento può commettere;
- Ripetibilità: Questo parametro specifica l'attitudine dello strumento a fornire valori della grandezza di uscita poco differenti fra loro, quando è applicato all'ingresso lo stesso misurando più volte consecutivamente, nelle stesse condizioni operative;
- Stabilità: E' la capacità di un dispositivo di misurazione di conservare inalterate le sue caratteristiche di funzionamento per un intervallo di tempo relativamente lungo.
- Isteresi: Indica la tendenza di uno strumento di esibire valori di lettura diversi in corrispondenza dello stesso misurando, quando questo è fatto variare per valori crescenti o decrescenti. L'isteresi è valutata come la massima differenza fra i valori della grandezza d'uscita corrispondenti al misurando, quando si considerano tutti i possibili valori entro il campo di misura, ed ogni valore viene raggiunto, prima partendo dall'estremo inferiore, poi partendo dall'estremo superiore

- Funzione di taratura: E' la relazione che permette di ricavare da ogni valore della grandezza di uscita (valore misurato) la corrispondente fascia di valori attribuibili al misurando (l'ingresso dello strumento).

Fascia di valore -> Insieme limitato di numeri assegnato come misura di un parametro.

Valore di misura->Numero costituente l'elemento rappresentativo della fascia di valore assegnata come misura di un parametro in un determinato stato del sistema

Incertezza strumentale -> Incertezza che viene associata al valore (di misura), assegnato mediante curva di taratura.

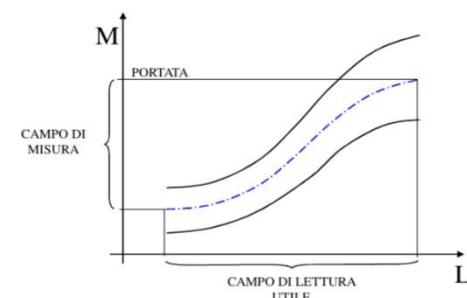
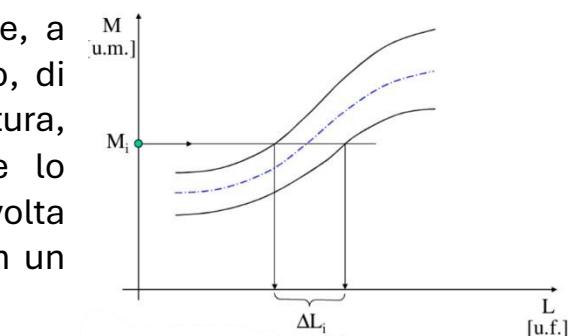


La funzione di taratura consente inoltre, a fronte di un valore  $M_i$  per il misurando, di definire il corrispondente intervallo di lettura, ovvero l'insieme di tutti i valori che lo strumento può fornire in lettura una volta fatto interagire con tale misurando (con un certo livello di fiducia).

Il diagramma di taratura varia al variare delle condizioni d'influenza. Esso viene fornito in corrispondenza dei diversi campi di variabilità di queste ultime.

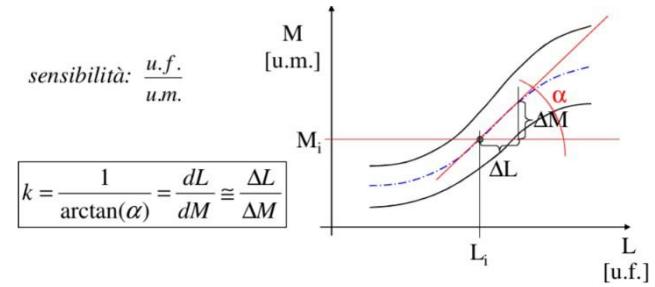
Campo di misura->Intervallo comprendente tutti i valori delle misure che lo strumento può assegnare.

Portata->Limite superiore del campo di misura.

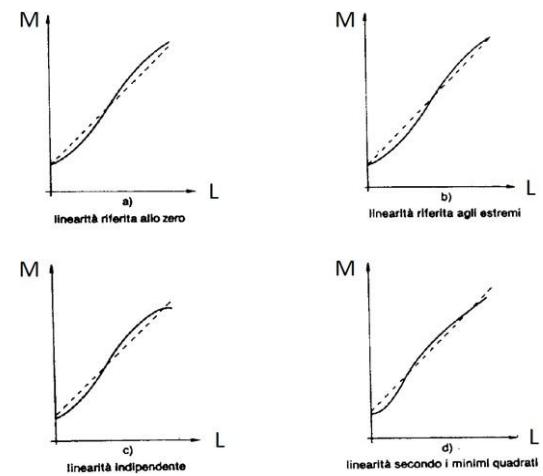


- Sensibilità:** La sensibilità è definita analiticamente come la derivata dell'uscita rispetto l'ingresso, e si può misurare come il rapporto tra la variazione dell'uscita sulla variazione dell'ingresso. Varia al variare del punto di funzionamento del sistema, ed è costante solo per strumenti con caratteristica lineare;

$$k = \frac{1}{\arctan(\alpha)} = \frac{dL}{dM} \cong \frac{\Delta L}{\Delta M}$$



- Linearità: E' un'indicazione di quanto la curva di taratura si discosta dall'andamento rettilineo. E' specificata fornendo il valore massimo dello scostamento dei singoli punti della curva di taratura da una retta di riferimento opportunamente definita. Si definiscono tanti tipi di linearità quanti sono i modi di scegliere la retta di riferimento. Le definizioni utilizzate sono le seguenti:
  - Linearità riferita allo zero: La retta di riferimento passa per l'estremo inferiore della curva di taratura, corrispondente all'estremo inferiore del campo di misura, ed è tracciata in modo da rendere minimo il più elevato (in valore assoluto) degli scostamenti.
  - Linearità riferita agli estremi: La retta di riferimento congiunge i due estremi della curva di taratura corrispondenti ai due estremi del campo di misura.
  - Linearità indipendente: La retta di riferimento è quella che rende minimo il più elevato (in valore assoluto) degli scostamenti.
  - Linearità secondo i minimi quadrati: La retta di riferimento è quella che corrisponde al valor minimo della somma dei quadrati degli scostamenti.



**Le caratteristiche dinamiche** di un dispositivo per misurazione descrivono il comportamento del sistema di misura quando in ingresso vi è una grandezza che varia nel tempo. Esse vengono fornite sia per i dispositivi destinati ad operare con grandezze variabili nel tempo sia per i dispositivi di misura di grandezze costanti. Le caratteristiche dinamiche sono espresse mediante parametri sintetici che si riferiscono al comportamento del sistema nel dominio del tempo o nel dominio della frequenza.

### Nel dominio della frequenza

- Risposta in frequenza (*risposta armonica*): diagrammi di Bode (modulo e fase)
- Campo di frequenza: intervallo di frequenze nel quale la curva di risposta in modulo non esce da una fascia di tolleranza prefissata
- Eventuale frequenza di risonanza

## **Nel dominio del tempo**

**Risposta al gradino** e relativi parametri:

- Tempo morto, tempo di salita, tempo di risposta
- Costante di tempo
- Tempo di assestamento (tipicamente all'1%)
- Sovraelongazione
- Frequenza delle oscillazioni di assestamento
- Fattore di smorzamento

Altre caratteristiche dinamiche:

**Limite di velocità:** massima velocità di variazione del misurando oltre la quale l'uscita non varia corrispondentemente

**Tempo di recupero:** intervallo di tempo richiesto dopo un evento specificato affinché il sensore riprenda a funzionare secondo le caratteristiche specificate

Condizioni di lavoro a cui il sistema può funzionare:

**Reference operating conditions:** insieme delle fasce dei valori delle grandezze di influenza in corrispondenza delle quali sono valide le specifiche metrologiche indicate dal costruttore

**Funzioni di influenza:** informazione su come una grandezza di influenza agisce su una delle caratteristiche metrologiche; può essere espressa attraverso la sensibilità della misura alla grandezza di influenza

**Vita:** durata minima garantita di funzionamento in condizioni di piena validità delle sue caratteristiche metrologiche

## TRASDUTTORI

Il **trasduttore** è un dispositivo che trasforma una grandezza in ingresso in una grandezza in uscita diversa, secondo una certa legge, più adatta alle elaborazioni successive.

Un trasduttore è associato ad altri sistemi fisici

- è collegato a monte con il **sistema misurato**, cioè con il sistema fisico dal quale gli proviene l'informazione, convogliata dal segnale d'ingresso;
- a valle è collegato con il **sistema utilizzatore**, cioè con il sistema fisico al quale trasmette l'informazione e che provvede a ulteriori elaborazioni;
- può essere anche collegato a un dispositivo autonomo, necessario al suo funzionamento, un **sistema ausiliario**;
- e con il **sistema ambiente** che rappresenta tutte le possibili interferenze esterne che non dipendono dal misurando e dal sistema.

Un trasduttore per effettuare la conversione è formato da un:

- **sensore** che entra in contatto diretto con la grandezza fisica da misurare o convertire. La sua funzione principale è rilevare la variazione della grandezza fisica e trasformarla in una variazione di un'altra grandezza che può essere elaborata più facilmente.
- **elemento di conversione** ha il compito di trasformare la variazione fisica rilevata dall'elemento sensibile in un segnale utilizzabile, generalmente elettrico.

Distinguiamo i sensori in base al loro comportamento energetico in:

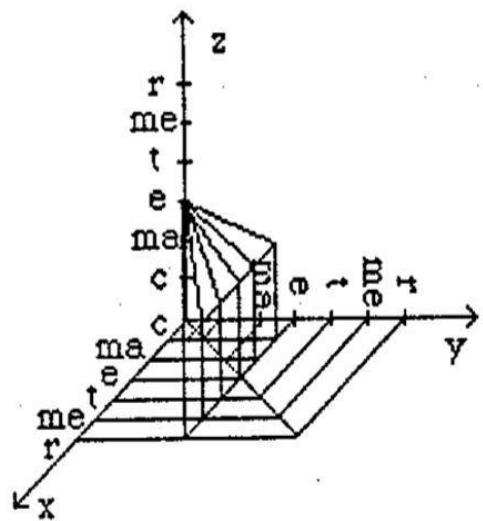
- **Sensori di tipo passivo**: l'energia associata al segnale di uscita proviene in prevalenza da una sorgente ausiliaria;
- **Sensori di tipo attivo**: l'energia appartenente al segnale d'ingresso ricompare direttamente, anche se in forma diversa e a meno delle perdite, associata al segnale d'uscita.

I sensori possono essere rappresentati graficamente in modo tridimensionale con un modello proposto da **Middelhoek e Noorlag (1G81)** che classifica i trasduttori (o sensori) in base a tre parametri fondamentali:

1. **Grandezza di ingresso** → La grandezza fisica da misurare;
2. **Meccanismo di conversione** → Il principio fisico attraverso cui avviene la conversione;
3. **Grandezza di uscita** → Il tipo di segnale prodotto.

- L'asse X rappresenta la grandezza di ingresso (es. forza, temperatura, pressione, ecc.).
- L'asse Y rappresenta il principio fisico di conversione (es. piezoelettrico, termoelettrico, capacitivo).
- L'asse Z rappresenta la grandezza di uscita (es. segnale elettrico, ottico, meccanico).

Questa rappresentazione permette di visualizzare la classificazione dei sensori in modo chiaro facilitando la scelta del trasduttore più adatto a un'applicazione specifica.



La caratterizzazione di un trasduttore è riferibile:

- principio di funzionamento.
- grandezza misurata e grandezza di uscita.
- caratteristiche metrologiche (in regime stazionario e in regime dinamico).
- condizioni operative.

Un sensore opera in regime stazionario quando le variazioni nel tempo del segnale di ingresso sono tali che la funzione di conversione non risulta alterata in modo significativo rispetto a quella che si ha con misurando costante nel tempo; in regime dinamico nel caso contrario.

## PARAMETRI STAZIONARI

- **Sensibilità** è il rapporto tra la variazione del segnale in uscita al trasduttore e la corrispondente variazione della grandezza in ingresso
- **Risoluzione** corrisponde con la più piccola quantità che può essere misurata; ovvero con la minima variazione dell'ingresso che provoca un'apprezzabile variazione in uscita.
- **Taratura** azione che corrisponde con la misurazione della grandezza di uscita per valori noti della grandezza di ingresso al trasduttore stesso.
- **Ripetibilità** Attitudine del trasduttore a fornire valori della grandezza in uscita poco diversi tra loro, a parità di segnale di ingresso, nelle stesse condizioni di lavoro.
- **Stabilità** è la capacità del trasduttore a conservare inalterate le sue caratteristiche di funzionamento per un certo intervallo di tempo

- **Isteresi** Corrisponde con la massima differenza tra i due cammini di andata e di ritorno dell'uscita di un trasduttore durante il ciclo di calibrazione. E' espressa in percentuale del fondo scala (% f.s.).
- **Linearità** Corrisponde con il massimo scostamento, espresso in % di f.s., tra curva di calibrazione e una linea retta di riferimento.

## PARAMETRI DINAMICI

**Tempo di risposta** Quando in ingresso al trasduttore applichiamo una sollecitazione a gradino (cioè un gradino della grandezza da misurare) l'uscita (risposta) varierà fino a raggiungere, dopo un certo tempo, un nuovo valore.

- **tempo di salita**: tempo impiegato per passare dal 10% al 90% del valore finale

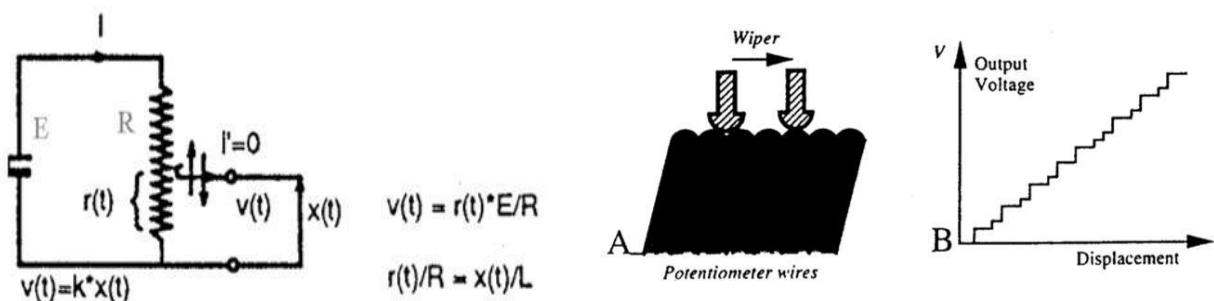
- **tempo di risposta**: tempo impiegato per raggiungere una percentuale prefissata del valore finale.

## PRINCIPALI EFFETTI FISICI COINVOLTI

- Variazione di resistenza, capacità induttanza
- Induzione elettromagnetica
- Effetto termoelettrico (Seebeck) e termoresistivo
- Effetto piezoelettrico, piroelettrico, piezoresistivo
- Effetto Hall
- Effetto fotoconduttivo e fotovoltaico
- Sistemi ad ultrasuoni

## SENSORI RESISTIVI

I **sensori potenziometrici** sono dispositivi che misurano la posizione lineare o angolare di un oggetto convertendo il movimento meccanico in resistenza elettrica che dipende linearmente dalla lunghezza del conduttore.



Sono formati da

1. Un resistore lineare o circolare lungo il quale scorre
2. Un cursore collegato all'oggetto da misurare
3. Un terminale di uscita dal quale è presa la tensione, un terminale preso dal resistore e uno dal cursore.

Restituisce un segnale continuo e la precisione dipende dal cursore e dal resistore. Un problema è che il cursore sfregando con il resistore lo consuma e lo strumento perde di linearità.

## SENSORI TERMORESISTIVI

Un sensore termoresistori è un sensore di temperatura che sfrutta la variazione di resistenza in funzione della temperatura. Si basa sul fatto che alcuni materiali cambiano in modo prevedibili con la temperatura, secondo la legge:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

- **PTC Positive Temperature Coefficient**  $\alpha > 0$  e quindi la resistenza aumenta con l'aumento della temperatura. Usati per la protezione dai sovraccarichi perché quando la corrente aumenta oltre ad una certa soglia, la resistenza PTC aumenta rapidamente, limitando la corrente;
- **NTC Negative Temperature Coefficient**  $\alpha < 0$  e quindi la resistenza diminuisce con l'aumentare della temperatura.

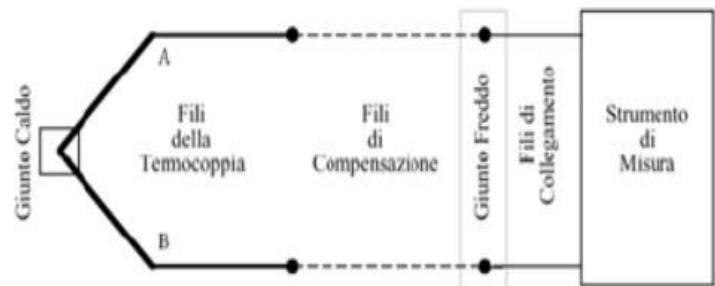
**Effetto Seebeck** Un conduttore, con una estremità posta ad una temperatura  $T_1$  e con l'altra ad una temperatura  $T_2$ , diventa sede di un passaggio di energia dalla parte calda alla parte fredda. Il gradiente termico genera un campo elettrico che si manifesta con un incremento di tensione proporzionale alla variazione della temperatura.

Sulla base questo principio è possibile realizzare la **termocoppia** formata da una giunzione fra i due metalli, esposti alla temperatura  $T$  (giunto caldo) e da una estremità che forma un circuito chiuso con collegamenti elettrici che hanno una temperatura  $T_0$  (giunto freddo).

Se esponiamo il giunto caldo alla temperatura da misurare  $T$  mentre i due terminali non saldati fanno da giunto di riferimento e mantenuti ad una temperatura di riferimento  $T_0$ , la resistenza costituisce il carico della termocoppia e rappresenta l'impedenza di ingresso del dispositivo di misura.

Se  $T \neq T_0$  e  $R$  è elevata, la tensione è data:

$$V_u = a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2 + a_3(T - T_0)^3$$



**Effetto piroelettrico** Alcuni materiali hanno la capacità di generare una variazione di tensione in seguito a una variazione della temperatura. Questo si presenta nei materiali cristallini asimmetrici che hanno una polarizzazione elettrica spontanea quando la temperatura varia. Quando la temperatura cambia

la posizione degli atomi del cristallo cambia modificando la polarizzazione elettrica in quanto alcuni elettroni migrano generando una corrente, detta piroelettricità.

**Effetto piezoelettrico** Alcuni materiali generano cariche elettriche quando sottoposti a stress meccanico, deformazioni ecc. Questo perché le sollecitazioni modificano la struttura a cristallina non simmetrica e deformandosi, alcune cariche si slegano dal cristallo e generano portatori di carica.

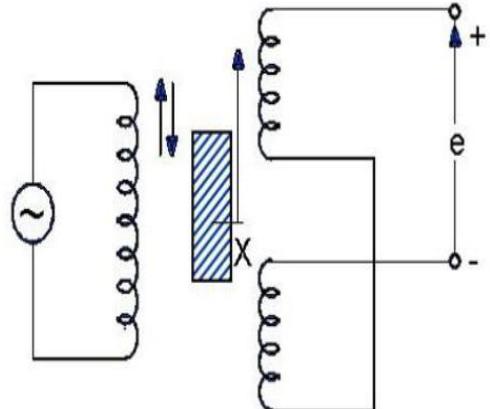
**Effetto piezoresistivo** (Strain-gauge, Strain-gage) E' l'effetto di variazione della resistività di un opportuno materiale quando è soggetto ad una deformazione dovuta ad uno sforzo ad esso applicato. La resistività varia in modo inversamente proporzionale alla forza applicata e alla tensione.

## SENSORI MAGNETICI

Un **LVDT Linear Variable Displacement**

**trasducer** è un sensore formato da un trasformatore primario e da due secondari. Il nucleo ferromagnetico posto in mezzo, viene fatto muovere verso uno dei due secondari che fa variare la resistenza del materiale al passaggio del flusso magnetico. Il flusso del primario si concatena con uno dei due secondari a seconda della posizione del nucleo ferromagnetico.

Si basano sulla legge di induzione di Faraday-Neumann:



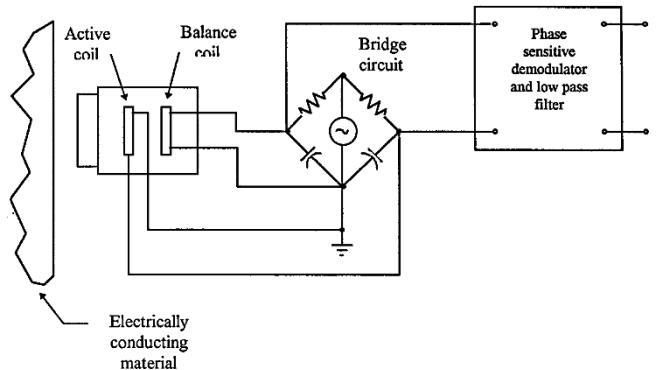
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \iint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Una sorgente (corrente o magnete permanente) genera un campo magnetico; la variazione di flusso magnetico concatenato con una spira genera una tensione proporzionale alla sua variazione.

Tale variazione di flusso può essere generata da:

1. Movimento del campo magnetico della spira
2. Variazione della corrente sorgente del campo magnetico
3. Variazione dell'area racchiusa dalla spira

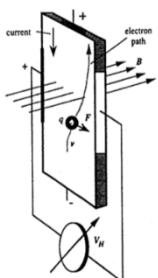
Il **trasduttore di Foucault** è formato da una bobina attiva alimentata da una tensione AC che non è appena percorsa la corrente AC genera un  $B$  variabile che induce correnti parassite sul conduttore. Le correnti indotte sono tanto più grandi se la distanza fra le bobine e il conduttore si riduce. Queste riducono le induttanze delle bobine perché anch'esse  $B$ .



Una particella carica  $q$  che entra con velocità  $v$  in un campo magnetico  $B$  è soggetta alla forza di Lorentz secondo la formula:

$$F = q \vec{v} \times \vec{B}$$

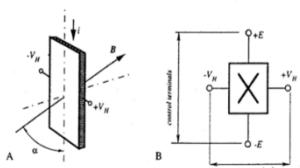
**Effetto Hall** Una conseguenza della forza di Lorentz è che in un materiale conduttore sottoposto ad un campo di induzione magnetica  $B_z$  normale al flusso di una corrente elettrica di intensità  $I_x$ , si manifesta una d.d.p.  $V_H$  in direzione perpendicolare alle direzioni sia di  $B_z$  sia di  $I_x$ . Il fenomeno è dovuto al fatto che le cariche elettriche, in movimento per la presenza della corrente, si accumulano su di una faccia del materiale per effetto del campo magnetico, fino a che non si determina un campo elettrico agente sugli elettroni tale da opporsi e compensare la forza dovuta al campo magnetico.



Su questo effetto si basano i **sensori Hall** sono usati per rilevare campi magnetici, posizione e spostamento di oggetti.

$$E = \frac{kBI}{s}$$

Dove:



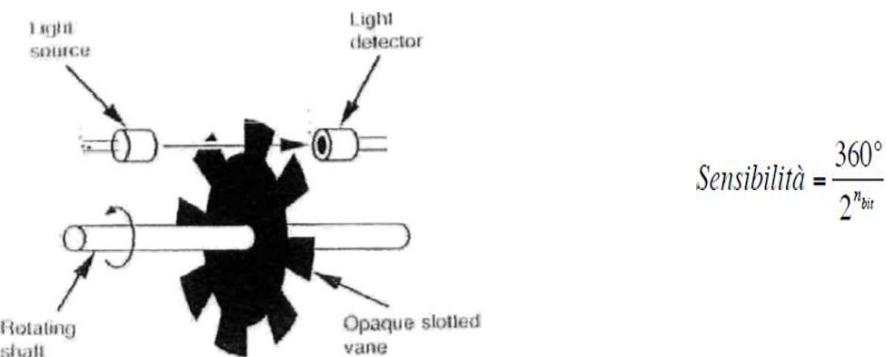
- $k$ : coefficiente di Hall
- $I$ : corrente nel conduttore
- $s$ : spessore del conduttore
- $B$ : campo magnetico applicato,  $E$ : forza elettromotrice generata

## SENSORI OTTICI

**Effetto fotoconduttivo P** Determina un passaggio di corrente elettrica in materiali investiti da radiazioni di varia lunghezza d'onda. Dovuto alla variazione della condutività di materiali isolanti e semiconduttori perché le radiazioni incidenti consentono il passaggio di elettroni da uno stato di legame ad uno libero, questi non hanno energia sufficiente per uscire dal materiale (fotoemissione) ma contribuiscono alla conduzione facendo diminuire la resistività.

**Effetto fotovoltaico A** Conseguente alla conversione dell'energia radiante in energia elettrica che consente la realizzazione di celle solari. Si presenta nelle giunzioni p-n dei semiconduttori, sottoposte a radiazioni che danno luogo alla comparsa di una f.e.m. Illuminando la giunzione si producono coppie elettroni-buche.

Alcuni esempi possono essere gli **encoder** ottici che sono dei trasduttori rotativi di posizione angolare. Il loro funzionamento si basa sul passaggio o meno di un fascio di luce. Un encoder è costituito da un disco seghettato sull'asse di rotazione, avente la codifica binaria (a opaco/trasparente corrisponde 0/1). Tale "marcatura" viene letta da un sistema ottico costituito da una coppia emettitore (LED infrarosso) e rivelatore (FOTODIODO) "affacciati" l'uno verso l'altro fra i quali è

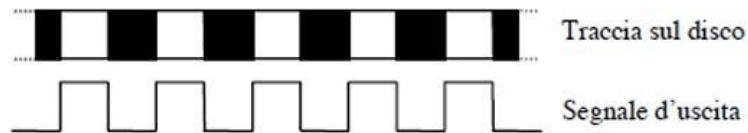


frapposto (trasversalmente) il disco.

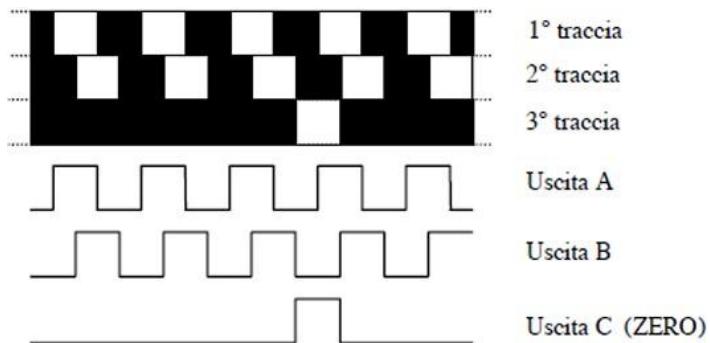
Gli **encoder assoluti** sono formati da N piste con ognuna una diversa distribuzione di tac opache e trasparenti che man mano che andiamo verso l'interno ci permettono di capire in quale parte dell'angolo giro ci troviamo una posizione sempre maggiore.

Le N piste sono colpite contemporaneamente grazie ai LED presenti uno per pista che si accendono o meno a seconda se l'uso passa e forniscono un codice binario decodificato poi con il **codice Grey** in cui due numeri consecutivi differiscono fra loro al più di un solo bit. Il motivo per cui si utilizza questa particolare codifica è per minimizzare gli errori di lettura perché cambia un solo bit per ogni numero, cosa che non accade con il codice binario normale.

Gli **encoders incrementali** si può dire che l'uscita (singola) di questo tipo di trasduttori è un'onda quadra avente frequenza direttamente proporzionale alla velocità angolare di rotazione dell'asse. Un solo trasduttore ottico esegue la lettura di una corona circolare caratterizzata da una “marcatura a tratteggio uniforme”.



In realtà l'encoder incrementale dispone di TRE uscite, due delle quali forniscono in uscita altrettante onde quadre in quadratura (sfasati di 90°) fra loro al fine di poter ricavare il verso di rotazione (cosa impossibile se l'uscita fosse unica); la terza fornisce un singolo “impulso rettangolare” in corrispondenza della posizione angolare di zero (riferimento):



## SENSORI ULTRASUONI

Il trasduttore a tempo di volo misurano la distanza usando un'onda elettromagnetica si basa sull'emettere un segnale che viaggia fino a quando non urta contro un oggetto che fa riflettere onda elettromagnetica e viene rimandata indietro all'emettitore che misura il tempo e ne calcola la distanza.

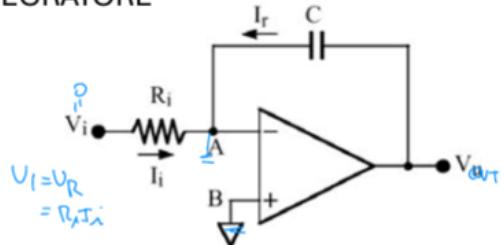
# CONDIZIONAMENTO

L'uscita del trasduttore non può essere collegata direttamente allo stomaco da misurare questo perché essendo loro ideale introduce rumore, non linearità oppure può generare una misura incompatibile o un segnale troppo piccolo che il sistema non riesce a riconoscere.

Quindi a valle del trasduttore troviamo un **circuito di condizionamento** che fa da filtro per rimuovere il disturbo, da amplificatore per amplificarlo e trasforma la grandezza elettrica ottenuta dal trasduttore in una tensione.

Utilizzando gli amplificatori operazionali è possibile creare tutte queste funzioni.

INTEGRATORE

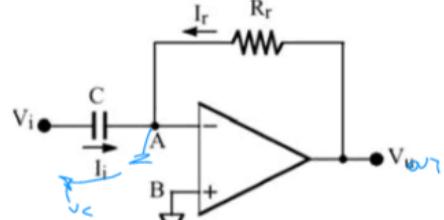


$$I_r = -I_i = -\frac{(V_i - 0)}{R_i}$$

$$I_r = \frac{C dV_c}{dt} \Rightarrow dV_c = \frac{1}{C} I_r dt \Rightarrow V_c = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I_r(t) dt$$

$$V_c = -\frac{V_i}{R_i C} \int_{t_0}^t dt \Rightarrow V_{out} = -V_c = \frac{1}{R_i C} \int_{t_0}^t (V_i - 0) dt$$

DERIVATORE

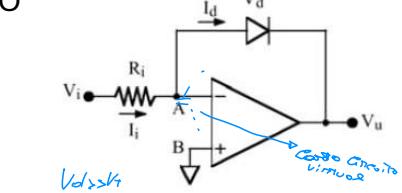


$$I_r = I_i \Rightarrow I_r = C \frac{dV_c}{dt} = C \frac{dV_u}{dt}$$

$$V_{out} = V_u - V_R = -V_R = -R_r I_r$$

$$V_{out} = R_r C \frac{dV_u}{dt}$$

LOGARITMO

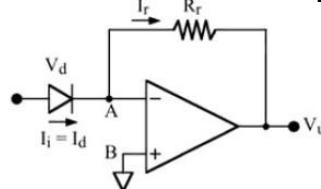


$$\Rightarrow QSS \quad I_d = I_0 \left( e^{\frac{qV_d}{kT}} - 1 \right) \approx I_0 \cdot \frac{qV_d}{kT}$$

$$\frac{V_i}{R_i} = I_i = I_d \quad V_u = -V_d$$

$$V_u \cong k \log \left( \frac{V_i}{R_i I_0} \right)$$

ESPOENZIALE

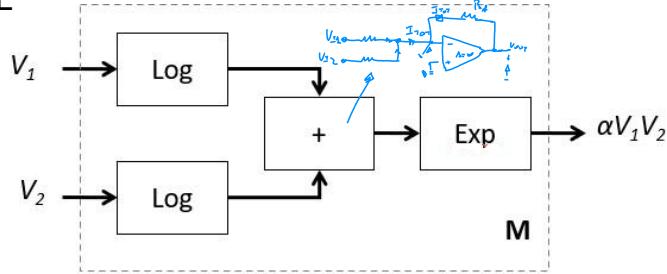


$$I_d = I_i = I_r = -\frac{V_u}{R_r}$$

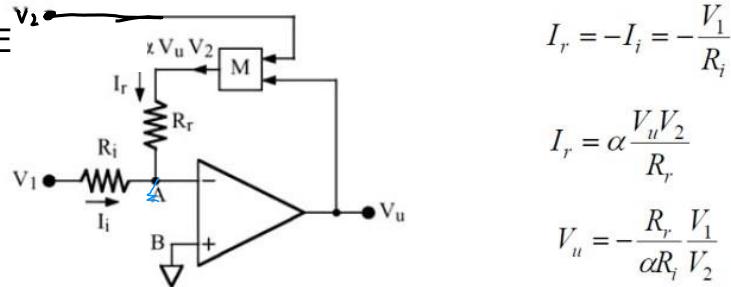
$$V_u = -R_r I_d \quad V_i = V_d$$

$$V_u = -R_r I_0 e^{\frac{qV_i}{kT}}$$

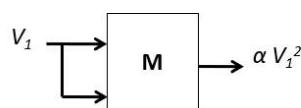
## MOLTIPLICATORE



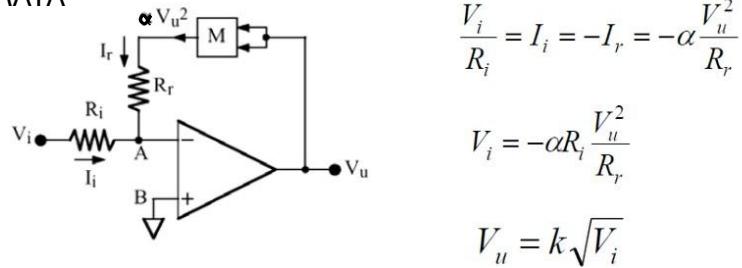
## DIVISORE



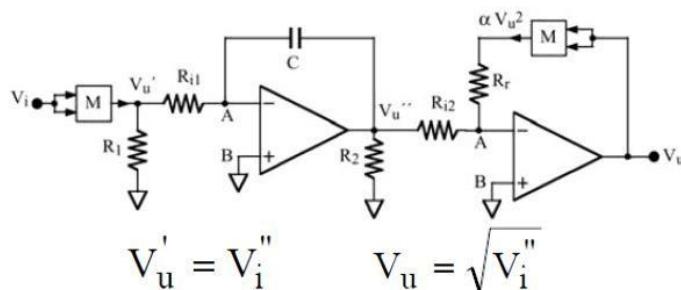
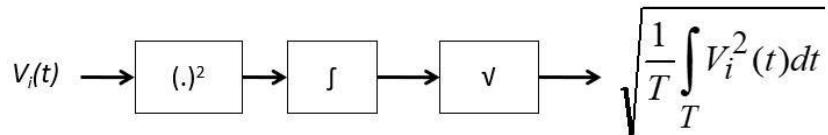
## ESPOENZIALE



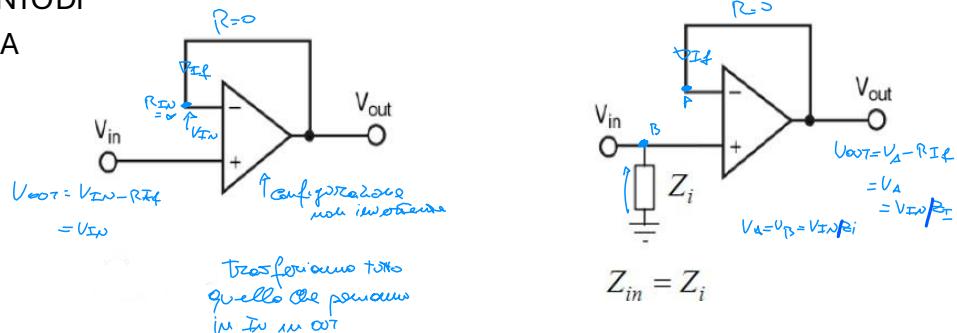
## RADICE QUADRATA



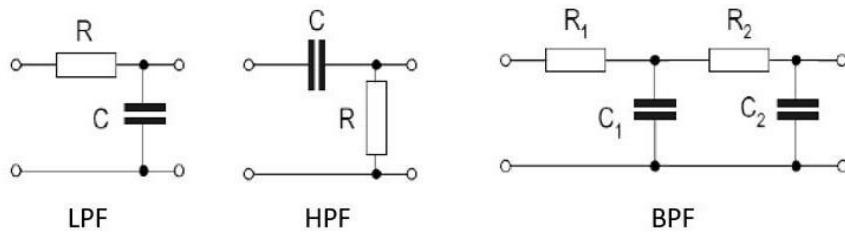
## VALORE EFFICACE



## ADATTAMENTO DI IMPEDENZA



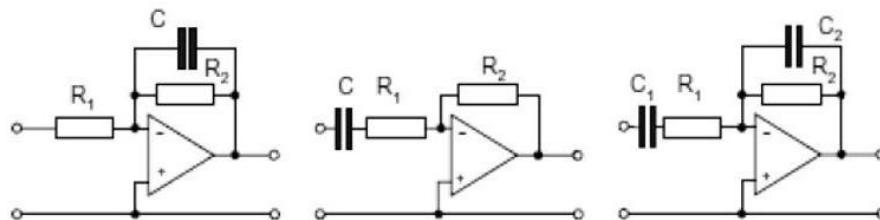
## FILTRI



$$G(s) = \frac{k}{1 + s\tau}$$

$$G(s) = k \frac{s}{1 + s\tau}$$

$$G(s) = k \frac{s}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

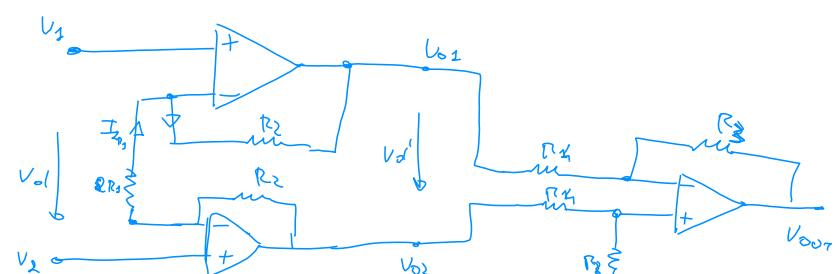


## AMPLIFICATORE PER STRUMENTAZIONE

$$V_d = V_2 - V_1 = V_{R_1} \Rightarrow i_{R_1} = \frac{V_2 - V_1}{R_1}$$

$$\begin{aligned} V_d' &= V_{o2} - V_{o1} = i_{R_1}(R_1 + 2R_2) \\ &= \frac{V_d}{R_1} (R_1 + 2R_2) = V_{o1} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \end{aligned}$$

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1} V_d = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) V_{o1} \Rightarrow Q = \frac{V_{out}}{V_{o1}} = \frac{V_{out}}{V_{o1}} = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)$$



$G_{cm} = 0$        $x_{ri} = \text{voltage amplificato}$   
 solo la differenza  
 Dissociazione dei due stati

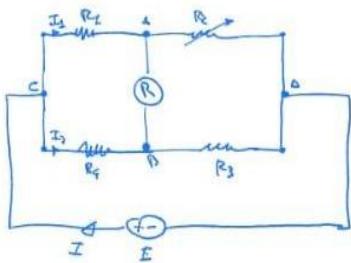
Amplificatore

Il blocco di condizionamento si occupa anche della trasmissione del segnale e quindi si occupa di convertire il segnale analogico in forma numerica e poi convertirlo in forma digitale.

Per poter tradurre una grandezza qualunque in una grandezza elettrica, si utilizzano i **circuiti a ponte**. I metodi di ponte prevedono dei procedimenti di confronto diretto fra grandezze fornendo una precisione di misura maggiore. Il confronto fra le due grandezze avviene paragonandone gli effetti in modo da raggiungere una condizione di equilibrio indicata dall'annullarsi della corrente o della tensione in un ramo del sistema, secondo il **metodo di zero**

## PONTI IN CC

Il ponte di Wheatstone è formato... [vedi immagine].



→ I resistori di cui uno è variabile e serve per portare all'equilibrio

→ Rivelatore di zero per misurare la grandezza

Il ponte si dice in equilibrio quando la tensione nella diagonale AB è nulla. Fra i resistori esiste una relazione:

$$\frac{I_1 = I_2}{\text{parallello}} \quad \begin{cases} R_3 I_2 = R_1 I_1 \\ R_4 I_2 = R_2 I_1 \end{cases}$$

$$R_1 = \frac{R_2}{R_4} R_3$$

$R_2$  è un resistore variabile che modificherà le altre grandezze in modo lineare

quando tutti i resistori sono uguali  $\Rightarrow$  maggiore sensibilità

Sostituiamo  $R_1$  con un trascettore che ne modifica il valore.

Basta di fare la variazione e si riequilibrerà il ponte

$$\text{LKT} \quad \begin{cases} V_{AD} + V_{DB} = V_{AB} \\ I_1 R_2 + I_2 R_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{e} \quad \begin{cases} V_{BC} + V_{CA} = V_{AD} \\ I_2 R_3 + I_1 R_1 = 0 \end{cases}$$

$V_{AB} = 0$  per equilibrio

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4}$$

$$\underline{I_1 = I_2}$$

$$\frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = \frac{E R_4}{R_3 + R_4} \rightarrow R_2 (R_3 + R_4) = R_4 (R_1 + R_2)$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

Variano  $R_2$  portiamo in equilibrio  $R_1$  e gli altri resistori

$R_1$  è una misura indiretta:

$$\begin{aligned} \left(\frac{U(R_1)}{R_1}\right)^2 &= \left(\frac{\partial R_1}{\partial R_2} \frac{U(R_2)}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_1}{\partial R_3} \frac{U(R_3)}{R_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_1}{\partial R_4} \frac{U(R_4)}{R_4}\right)^2 \\ &= \left(\frac{U(R_2)}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{U(R_3)}{R_3}\right)^2 + \left(\frac{U(R_4)}{R_4}\right)^2 + U(g)^2 \end{aligned}$$

$g \rightarrow$  sensibilità → indica entro quale limite di incertezza si può considerare raggiunto l'equilibrio. Questo perché nel ramo del trivoltinatore può scorrere uno I piccole che non viene notato.

$$\partial R_1 = \frac{R_2}{R_4} \partial R_2 \rightarrow \frac{\partial R_1}{R_1} = \frac{R_2}{R_4} \frac{\partial R_2}{R_2} = \frac{\partial R_2}{R_2}$$

$$\Delta R_1 \Rightarrow \Delta R_2 \text{ ma } \Delta R_2 \Rightarrow \delta \lambda \text{ (I molto più) } \gg$$

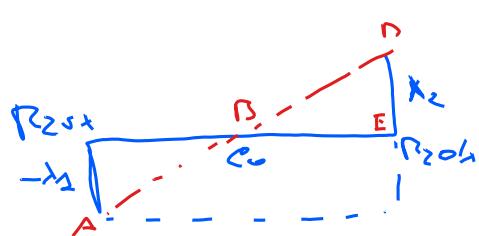
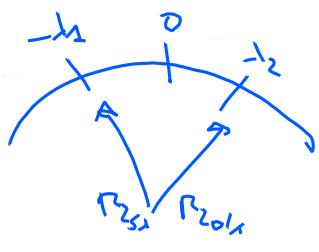
Vogliamo che  $\Delta R_2$  vogliamo che  $\Delta \lambda$  vari poco

$$\frac{\partial R_2}{\delta \lambda} = \frac{\Delta R_2}{\Delta \lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_2}{R_2} \frac{\delta \lambda}{\Delta \lambda} \rightarrow U_g = \frac{\Delta R_2}{R_2} \frac{\delta \lambda}{\Delta \lambda}$$

$U_g \gg$  l'accorciamento perfetto non si potrà mai avere per via

Allora possiamo trovare dei valori di  $R_2$  per realizzare la condizione, ma si trova di una approssimazione



$$\frac{\Delta F}{B \bar{E}} = \frac{DF}{D \bar{E}} \Rightarrow \frac{R_{2st} - R_{2ok}}{R_{2ok} - C_0} = \frac{-\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_2} \Rightarrow C_0 = \frac{\lambda_2}{\Delta \lambda} (\Delta R_2 - \Delta R_{2ok})$$

## PONTI IN ALTERNATA

I ponti in corrente DC sono limitati alle basse frequenze dove i resistori si possono considerare ideali.

Se alimentiamo il AC, il carico resistivo non sarebbe più in grado di compensare le componenti reattive e di portare in equilibrio lo ponte. Quindi al posto dei resistori consideriamo dei condensatori variabili che verranno poi trattate come impedanze nel mondo fasoriale.

In questo caso azzerare la corrente nel ramo AB significa eguagliare le tensioni dei punti A e B in termini fasoriali, cioè sia in ampiezza che in fase. Il rilevatore, per il ponte in alternata, è costituito da un microvoltmetro che misura il valore efficace della differenza di potenziale fra i due punti A e B tra cui è applicato.

Poiché la tensione di alimentazione può non essere perfettamente sinusoidale, le eventuali componenti armoniche modificano i valori di reattanza, rendendo impossibile il raggiungimento della condizione di equilibrio. Per tale motivo, il rilevatore comprende anche un amplificatore selettivo accordato sulla frequenza nominale alla quale si esegue la misura.

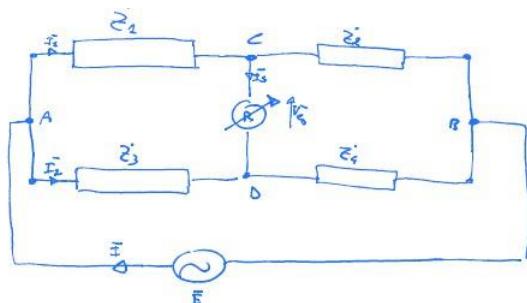
La condizione di equilibrio è data da:

$$\bar{I}_S = 0 \quad \text{e} \quad V_{CB} = 0$$

e questo si ha quando

$$V_{CB} = \bar{E} \left( \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2} - \frac{\bar{z}_3}{\bar{z}_3 + \bar{z}_4} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2} = \frac{\bar{z}_3}{\bar{z}_3 + \bar{z}_4}$$

$$\bar{z}_1 \bar{z}_2 + \cancel{\bar{z}_3 \bar{z}_4} = \cancel{\bar{z}_4 \bar{z}_1} + \bar{z}_3 \bar{z}_4$$



$$\begin{aligned} \bar{z}_1 \bar{z}_2 &= \bar{z}_3 \bar{z}_4 \quad \longrightarrow \text{Condizione di equilibrio} \\ \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{Re}(\bar{z}_1 \bar{z}_2) = \operatorname{Re}(\bar{z}_3 \bar{z}_4) \\ \operatorname{Im}(\bar{z}_1 \bar{z}_2) = \operatorname{Im}(\bar{z}_3 \bar{z}_4) \end{array} \right. \end{aligned}$$

Se  $\bar{z}_3$  maggiore allora:

$$\bar{z}_3 = \frac{\bar{z}_1 \bar{z}_2}{\bar{z}_4} \quad \bar{z}_3 = R_3 + jX_3$$

**PONTE DI SCHERRING** È molto usato sia per le misure di capacità che per la misura degli angoli di perdita dei materiali isolanti.

$$z_3 z_2 = z_1 z_4 \Rightarrow z_3 = \frac{z_1 z_4}{z_2}$$

$$(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}) \left( \frac{1}{R_2 + j\omega C_2} \right) = R_2 \frac{1}{j\omega C_4}$$

$$(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}) = (R_2 \frac{1}{j\omega C_4}) (1 + j\omega C_2)$$

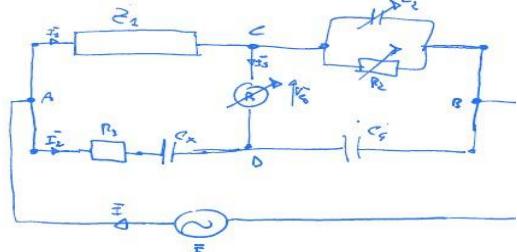
$$R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} = \frac{R_2 \frac{1}{j\omega C_4}}{R_2 + j\omega C_2} + \frac{R_2 j\omega C_2}{j\omega C_4}$$

$$R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} = -j \frac{R_2}{R_2 + j\omega C_2} + \frac{R_2 C_2}{C_4}$$

$$\textcircled{R} \quad R_3 = \frac{R_2 \cdot C_2}{C_4}$$

$$\textcircled{Im} \quad \frac{1}{j\omega C_3} = -j \frac{R_2}{R_2 + j\omega C_2}$$

$$\frac{-j}{\omega C_3} = -j \frac{R_2}{R_2 + j\omega C_2} \quad ; \quad C_3 = \frac{C_2 R_2}{R_2}$$



$$\boxed{\begin{aligned} R_3 &= R_2 \frac{C_2}{C_4} \\ C_3 &= \frac{R_2 C_2}{R_2} \end{aligned}}$$

**PONTE DI MAXWELL** Utilizzato per la misura di induttanze

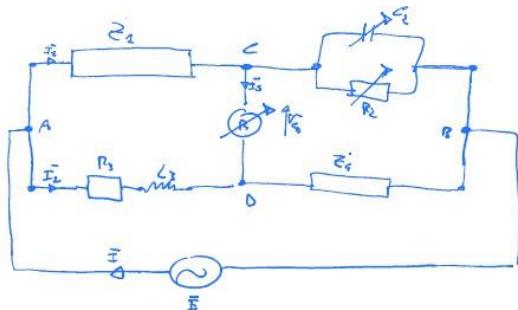
$$\text{parte reale} \rightarrow z_1 z_4 \in \mathbb{R}$$

$$R_1 R_4 = \left( \frac{1}{R_2 + j\omega C_2} \right) \cdot (R_3 + j\omega L_3)$$

$$\left( \frac{1}{R_2} + j\omega C_2 \right) R_1 R_4 = R_3 + j\omega L_3$$

$$\frac{R_1 R_4}{R_2} + j\omega C_2 R_1 R_4 = R_3 + j\omega L_3 \quad \textcircled{R} \quad R_3 = \frac{R_1 R_4}{R_2}$$

$$\textcircled{Im} \quad j\omega C_2 R_1 R_4 = j\omega L_3 \rightarrow L_3 = C_2 R_1 R_4$$



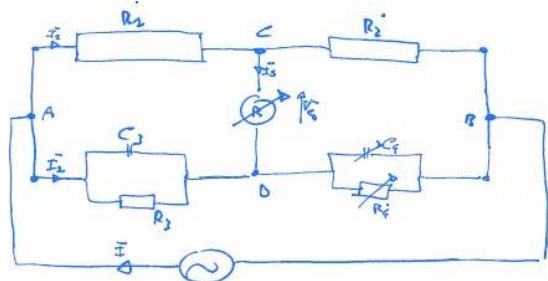
$$\boxed{\begin{aligned} R_3 &= R_4 \cdot \frac{R_1}{R_2} \\ L_3 &= R_4 R_2 C_2 \end{aligned}}$$

## PONTE DI DESAUTY Utilizzato per la misura di capacità.

$C_4 \in R_4 \rightarrow$  variabile       $C_3 \in R_3 \rightarrow$  incognita

$$R_1 \cdot z_1 = R_2 \cdot z_3 \rightarrow \frac{R_1}{z_4} = \frac{R_2}{z_3}$$

$$\frac{R_1}{R_1 + j\omega C_4} = \frac{R_2}{R_2 + j\omega C_3} \rightarrow \frac{R_1}{R_2 \left( \frac{R_1}{R_4} + j\omega C_4 \right)} = \frac{1}{R_2 + j\omega C_3}$$



$$R_3 + j\omega C_3 = \frac{R_2 (R_4 + j\omega C_4)}{R_1}$$

$$(R) R_4 R_3 = R_2 R_3$$

$$\frac{R_1}{C_4} = \frac{R_2}{C_3}$$

$$\frac{R_3}{R_2} = R_3 \cdot R_4$$

$$C_3 = \frac{R_2 \cdot C_4}{R_4}$$

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2}$$

$$C_3 = \frac{R_2 \cdot C_4}{R_4}$$

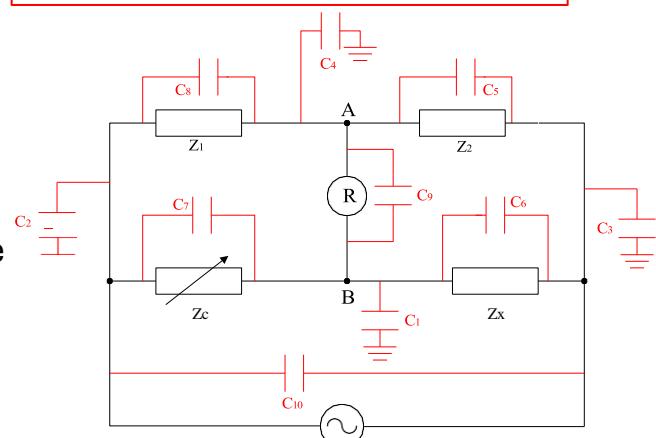
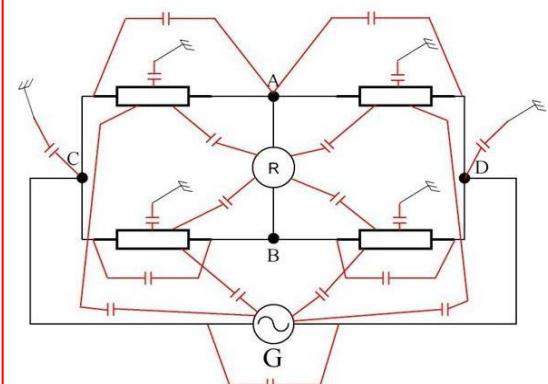
Tali accoppiamenti sono prettamente capacitivi (dato che la tensione è bassa le conduttanze di dispersione si possono trascurare) e possono essere modellati da delle ammettenze che sono attraversate da **correnti di dispersione** che influiscono sul risultato della misurazione.

Il problema principale è che tali ammettenze parassite dipendono dal potenziale dei punti del circuito, ma anche dalla topologia del circuito.

Per poter rappresentare le capacità di dispersione nel circuito di misura, è necessario fare una prima ipotesi semplificativa:

- si considera che i fili conduttori che collegano gli elementi del circuito abbiano resistività trascurabile e, quindi, siano conduttori equipotenziali. In questo caso, è possibile rappresentare le capacità di dispersione (che sarebbero distribuite lungo tutto il circuito) con un **modello a parametri concentrati**

Capacità parassite nel ponte non schermato



La presenza di queste capacità rende il circuito molto più complicato, ma si possono fare alcune considerazioni per semplificarlo.

- Innanzitutto, la capacità  $C_{10}$  in parallelo all'alimentazione può non essere presa in considerazione in quanto non incide sul raggiungimento dell'equilibrio; l'unico effetto della sua presenza è che l'alimentazione dovrà essere aumentata.
- Anche la capacità  $C_3$ , in parallelo al rilevatore, in condizioni di equilibrio non è attraversata da corrente ed è, quindi, ininfluente. In realtà a causa dell'incertezza di sensibilità non si ha la certezza di raggiungere l'equilibrio del ponte, però, alla condizione di minimo dell'indicazione del rilevatore di zero, la d.d.p. ai capi del rilevatore, e quindi di  $C_3$ , è molto piccola e si possono trascurare gli effetti di tale capacità.

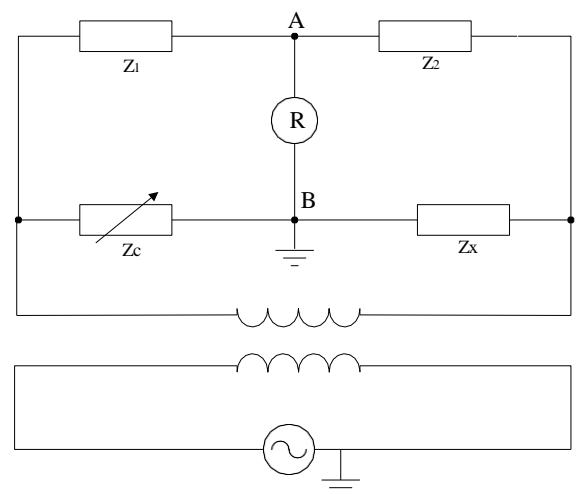
Un metodo valido per diminuire l'effetto delle capacità di dispersione è la **schermatura delle impedenze e del rilevatore**, in questo modo, conoscendo la composizione dello schermo, si conosce anche l'ordine di grandezza delle capacità parassite residue

Le capacità parassite verso massa dei vari rami non possono essere eliminate, quindi vanno mantenute costanti in tutte e due le fasi della misurazione. Per schermare un'impedenza si introduce il componente in un contenitore metallico (**schermo**) che se di piccole dimensioni rispetto alla lunghezza d'onda del segnale di eccitazione risulta **equipotenziale**; il contenitore è posto al potenziale di terra.

La geometria definita dello schermo determinerà una capacità parassita costante verso terra.

Un ulteriore problema da tenere in considerazione è costituito dalla necessità di collegare a terra le carcasse degli strumenti.

Solitamente il generatore ha un morsetto vincolato a massa; per cui se viene posto a massa anche il terminale B del rilevatore, l'impedenza  $Z_c$  viene ad essere cortocircuitata. Per ovviare a tale problema si disaccoppia galvanicamente la sezione di alimentazione dal circuito interponendo un **trasformatore di isolamento**, ovvero un trasformatore a rapporto di trasformazione unitario che ha il solo scopo di isolare il circuito collegato al primario dal circuito collegato al secondario.



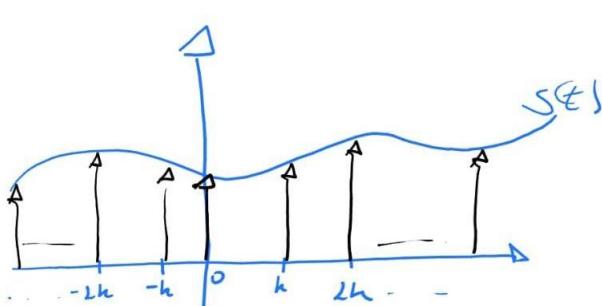
# CONVERTITORE ANALOGICO/DIGITALE

Il segnale analogico non può essere elaborato dal calcolatore perché rappresenta un insieme infinito i valori che il calcolatore non è in grado di rappresentare in quanto usa un numero finito di bit per rappresentare le informazioni. Allora il segnale prima di esser elaborato deve essere digitalizzato in modo da avere una rappresentazione finita del segnale che il calcolatore è in grado di rappresentare e comprendere.

Per digitalizzare il segnale è necessario prima campionarlo, quantizzarlo e infine codificarlo con la codifica compresa dal calcolatore.

## Campionamento di un segnale

Il campionamento di un segnale tempo-continuo permette di ottenere un segnale tempo-discreto prelevando un numero finito di campioni in istanti multipli di  $t_k$ . In questo modo è possibile considerare il segnale campionato come una somma di impulsi  $\delta(t)$  traslati nel tempo



$$s_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kh) \cdot \delta(t-kh)$$

$T_c$  = tempo di campionamento

$f_c = \frac{1}{T_c}$  = frequenza di campionamento

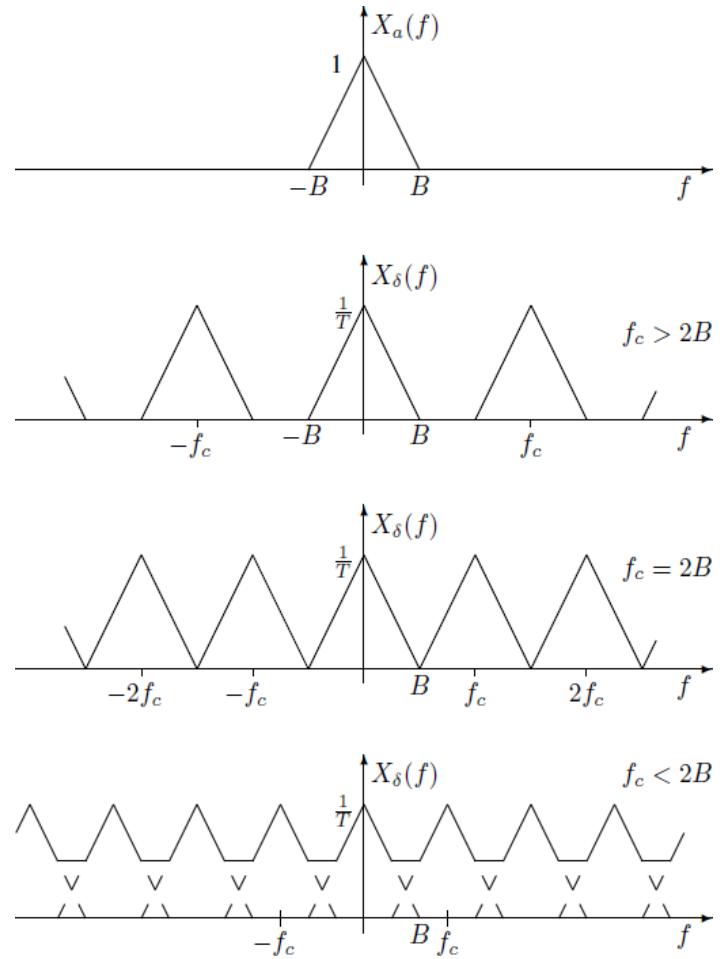
I campioni vengono presi a distanze di tempo  $T_c$  detto **periodi di campionamento** oppure possiamo dire con una **frequenza di campionamento**  $f_c$ . Quando campioniamo è importante scegliere correttamente la frequenza di campionamento per rappresentare correttamente il segnale.

Secondo il **teorema di Nyquist-Shannon** è possibile ricostruire correttamente un segnale partendo dai suoi campioni se:

1. usiamo un campionatore ideale, cioè basato sugli impulsi di Dirac;
2. se il segnale ha banda limitata;
3. se usiamo un  $f_c \geq 2B$ ;
4. se usiamo un filtro passa basso ideale con  $f_p \geq B$ .

Questo si tratta una situazione ideale perché nella realtà il segnale non ha una banda limitata, un campionatore è basato su impulsi nella realtà non è possibile realizzarlo e anche perché un filtro passa basso ideale introduce distorsioni.

Scegliere una frequenza di cambiamento pari o maggiore ha due volte la banda del segnale (spettro del segnale) permette di rappresentare correttamente il segnale altrimenti avremo delle perdite di informazioni e che avremo che Le repliche del segnale si sovrapporranno e quando filtreremo con il filtro passa basso, considereremo anche questa sovrapposizione. Questo problema è chiamato **aliasing**. Si può andare incontro all'**effetto di folding** e contamineremo i campioni che si trovano a frequenza  $f_n \leq f_c/2$ , detta anche **frequenza di folding**. Si ha una rotazione di  $180^\circ$  rispetto alla frequenza di folding delle frequenze ad essa superiori. Avviene un ripiegamento ("folding") delle componenti spettrali a cavallo di  $f_N$ . Il risultato è la nascita di componenti a frequenze false, che si possono sovrapporre a frequenze già esistenti nello spettro del segnale determinando interferenza armonica.



Per risolvere l'aliasing prima di campionare usiamo un filtro anti aliasing per oppure aumentiamo la frequenza di campionamento.

Il campionamento "elettronico" non può essere eseguito mediante una successione di delta di Dirac equispaziate di  $T_c$  perché nella realtà i circuiti richiedono un tempo non nullo per completare la loro funzione e durante tutto questo tempo è indispensabile che il segnale da convertire resti applicato all'ingresso di tali dispositivi.

Quindi per potere campionare si usa un **circuito sample-hold** il quale, acquisito il valore del segnale nell'istante di campionamento, usa un condensatore come dispositivo di memorizzazione per mantenere costante il segnale applicato in ingresso.

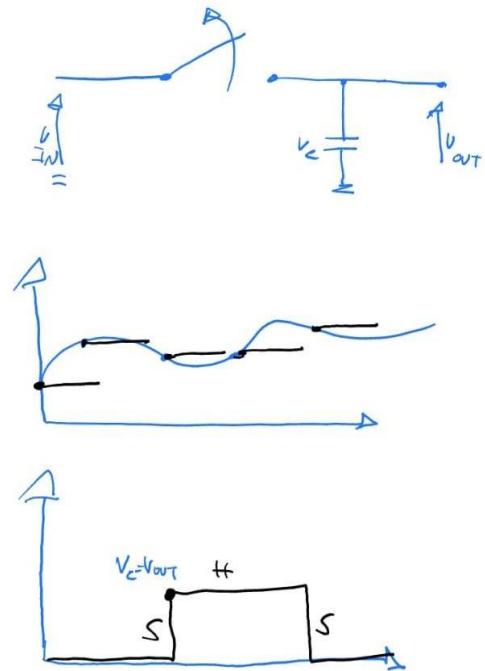
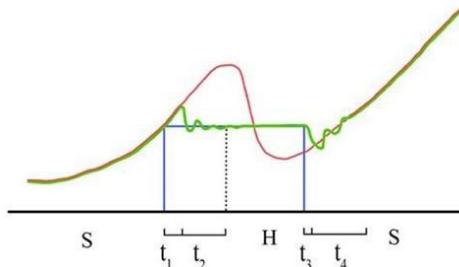
Idealmente potremmo vedere il SCH come un interruttore e un condensatore, con due stadi di funzionamento.

• Fase di SAMPLE. Interruttore chiuso. Durante infinitesima il condensatore si carica istantaneamente al valore della Vin. Memorizziamo il campione

• Fase di HOLD. Interruttore aperto. Il condensatore trasferisce la tensione cui si è portato nella fase di sample all'uscita Vout. Tratteniamo il campione.

Quando si verifica la condizione opposta, invece, il circuito prende il nome di track-and-hold.

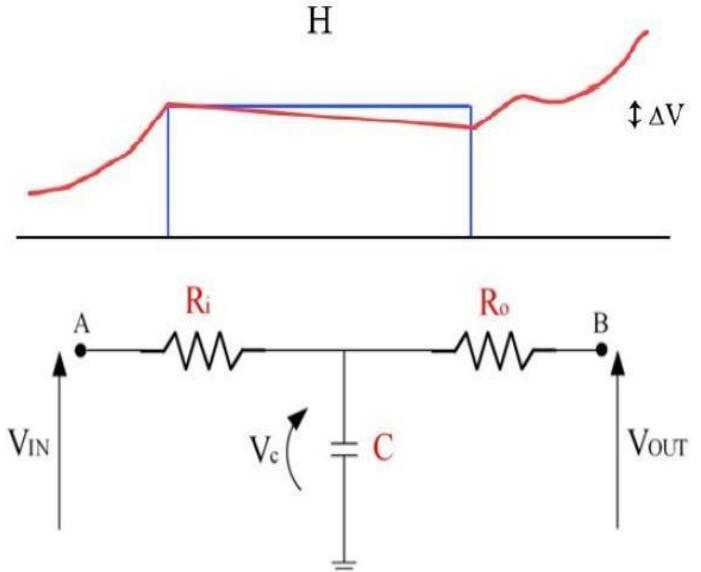
Tutto questo è ideale perché nella realtà i cambi di stato non avvengono istantaneamente quindi:



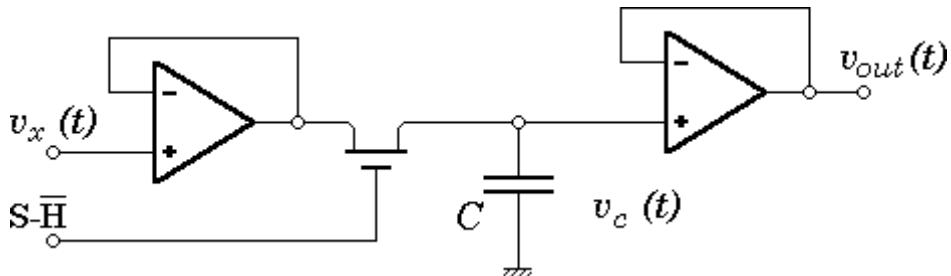
1. Il SCH è nella fase SAMPLE e l'uscita segue l'ingresso; non appena il blocco di controllo invia il segnale di HOLD, l'interruttore commuta il suo stato impiegando un certo tempo  $t_1$ .
2. Dopo un certo numero di oscillazioni che evolvono per un certo tempo  $t_2$ , il segnale si stabilizza su un valore medio. Da questo momento in poi il segnale in uscita è utile per la conversione A/D.
3. All'arrivo del segnale di SAMPLE l'interruttore commuta sull'ingresso con un certo ritardo  $t_3$  durante il quale l'uscita rimane al valore della fase HOLD. Trascorso questo tempo l'uscita cerca di inseguire l'ingresso, ma prima che ciò accada deve passare un tempo  $t_4$  in cui il segnale innesca un transitorio.

Quindi: t<sub>1</sub> e t<sub>3</sub> dipendono dal dispositivo semiconduttore usato per costruire l'interruttore e pertanto sono prevedibili e misurabili, t<sub>2</sub> e t<sub>4</sub> dipendono dal segnale di ingresso e sono quindi non prevedibili e dipendono dalla non idealità del condensatore.

- Nella fase di SAMPLE V<sub>in</sub> caricherà il condensatore con un tempo  $t = R_{in}C$ . Per far sì che  $t > 0$ , quindi che segua molto velocemente le variazioni dell'ingresso, occorre che  $R_{in}C$  sia molto bassa, ma non troppo per evitare di assorbire troppa corrente.
- Nella fase di HOLD la tensione del condensatore si scarica su V<sub>out</sub> tramite la  $R_{out}$  e per evitare una scarica si deve far sì che  $R_{out}C$  sia molto grande.

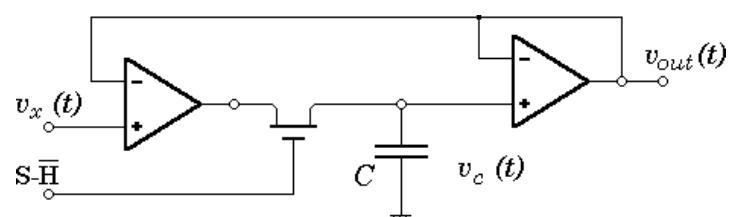


Per fare questo usiamo gli amplificatori operazionali.



Due inseguitori di tensione disaccoppiano la sorgente del segnale ed il circuito utilizzatore dalla capacità "di memoria" C che viene caricata tramite un interruttore bidirezionale realizzato con un FET. Questo è un problema perché se non sincronizziamo bene le due parti potremmo avere somme di segnali diversi.

Per avere un'elevata precisione, conviene adottare uno schema a retroazione. In questo tipo di realizzazione l'effetto sull'uscita delle tensioni di offset degli amplificatori e dei rumori di modo comune viene notevolmente ridotto.



Purtroppo il miglioramento dell'accuratezza del dispositivo avviene a scapito di un aumento del tempo richiesto per la carica della capacità. Durante il modo

HOLD, l'amplificatore d'ingresso è saturato in quanto mentre all'ingresso invertente è applicata la tensione costante presente all'uscita, all'ingresso non invertente è applicato il segnale variabile da campionare. Durante la fase di SAMPLE successiva l'amplificatore richiederà un certo tempo per uscire dalla saturazione, con una conseguente riduzione della velocità del componente rispetto alla realizzazione a catena aperta.

## Quantizzazione

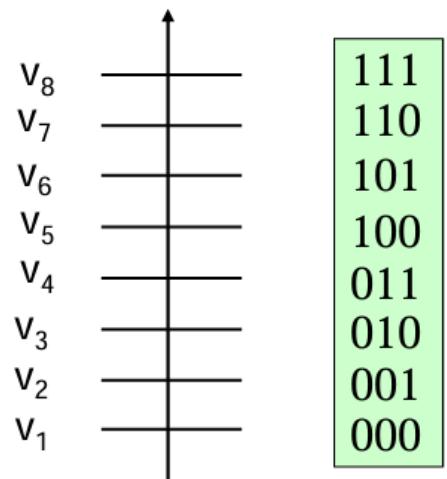
Dopo per campionato il segnale è necessario **quantizzarlo** cioè per ogni valore preso andiamo a valorizzare il campione andando a discretizzare l'asse Y. Creiamo degli intervalli uguali con cui dividiamo l'asse Y e associamo il campione all'estremo inferiore di quell'intervallo. Ad ogni intervallo attribuiamo un **livello di quantizzazione** in modo che ogni campione che ricade in quell'intervallo gli venga attribuito lo stesso valore. In questo modo si verrà a creare una funzione costante a tratti.

Il **quantizzatore** è un dispositivo che trasforma il campione reale nel campione quantizzato con un numero M di livelli.

Con N bit si ottengono  $M=2^N$  livelli di quantizzazione. Ad ogni livello si può dunque associare un codice di Nbit.

Ad esempio se il minimo e il massimo valore che può assumere il campione sono -V e V, la relazione tra il valore continuo e quello quantizzato è rappresentata da una scalinata con M livelli.

$$\text{Stringa } b = \log_2 M$$



Il fondo scala è il campo dei possibili valori entro cui può variare il segnale analogico:

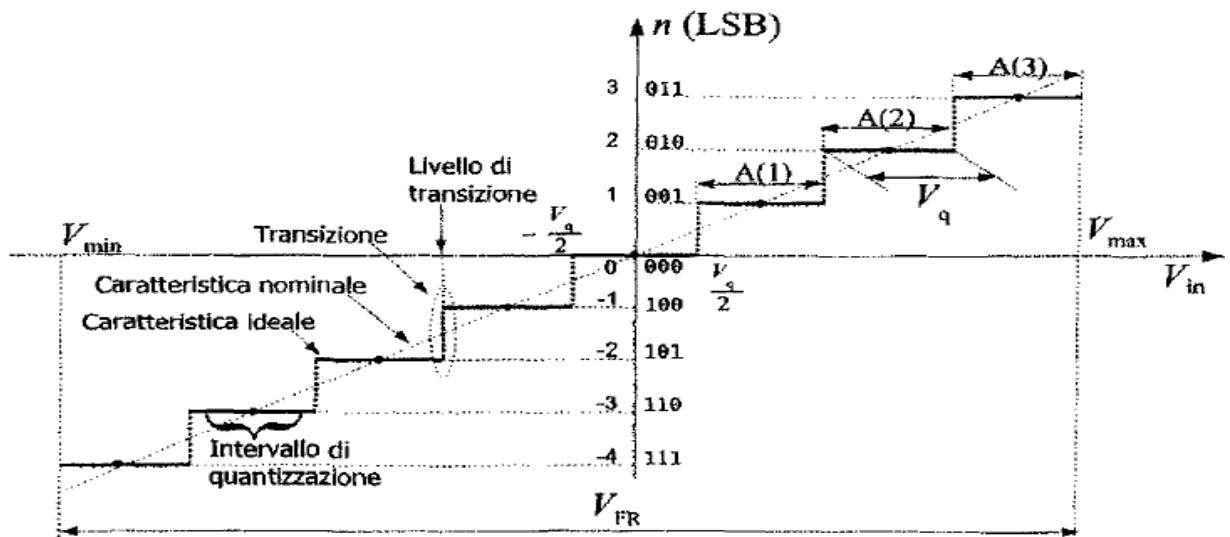
$$VFS = V_{max} - V_{min}$$

L'intervallo di quantizzazione  $\Delta$  è (nel caso di intervalli di ugual ampiezza):

$$\Delta = 2V/M = 2VFS/M = VFS/2^{N-1} = \text{Risoluzione LSB}$$

Un quanto rappresenta il centro dell'intervallo di quantizzazione ed è definito:

$$Q = FS/2^b$$



Il **disturbo di quantizzazione** è una conseguenza della suddivisione di un intervallo continuo del fondo scale in un numero finito di parti e nella necessità di adottare un set finito di numeri per rappresentarli.

L'errore introdotto dalla quantizzazione può essere definito la differenza fra l'ampiezza del segnale originario e il valore che lo approssima in forma discreta:

$$eq = v_i - v$$

Questo dipende dalla tecnica di quantizzazione che sceglieremo.

Nella quantizzazione **non silenziata** si prevede che la VFS sia suddiviso in un numero pari di intervalli di uguale ampiezza dei quali una coppia (quella centrale) abbia come estremo comune lo zero. Un valore analogico viene assegnato al valore di quantizzazione più vicino sul lato sinistro dell'intervalle.

Si ha un disturbo di quantizzazione contenuto nel range  $0 \div q$  (è inferiore a 1 LSB) e mai negativo.

Presenta due grossi inconvenienti:

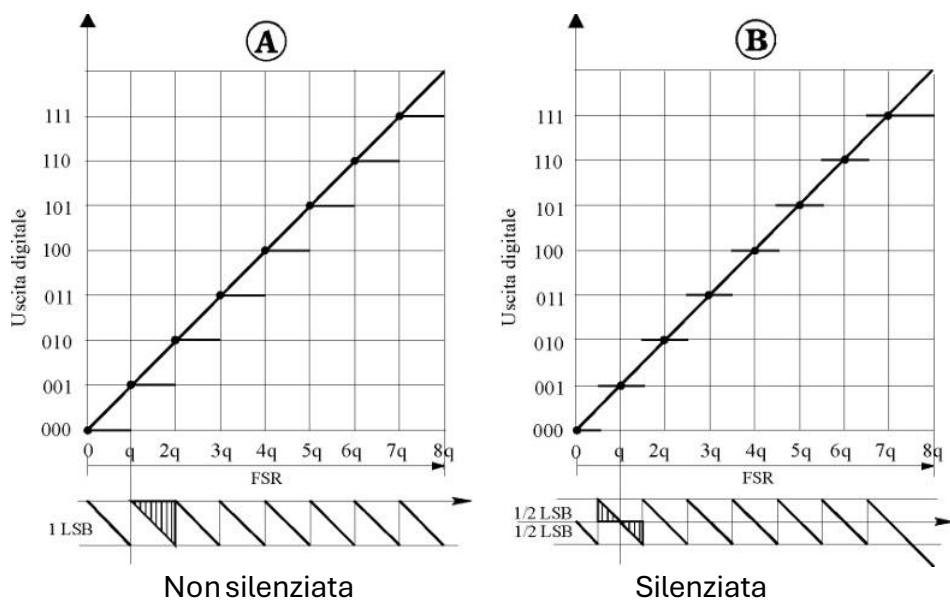
- lo zero corrisponde ad una soglia di transizione quindi, applicando in ingresso al convertitore una tensione nulla, per definizione di soglia di transizione, il convertitore presenterebbe in uscita, con la stessa probabilità, il codice 111 o il codice 000;
- due tensioni uguali in modulo ma di segno opposto, non forniscono due codici che sono l'uno il negato dell'altro nella rappresentazione in complementi a due.

La **quantizzazione silenziata** prevede che il range di tensioni d'ingresso sia ancora suddiviso in un numero pari di intervalli, tutti di uguale ampiezza salvo i due estremi, in modo da presentare un intervallo centrato sullo zero.

Gli intervalli di quantizzazione sono centrati rispetto al livello nominale di quantizzazione. Questo significa che il campione è associato al centro dell'intervallo di quantizzazione invece che al bordo.

L'errore di quantizzazione varia tra  $-q/2 \leq e \leq q/2$  (ossia tra  $-1/2 \text{ LSB} \leq e \leq 1/2 \text{ LSB}$ ).

Avendo nel caso della quantizzazione silenziata un intervallo centrato sullo zero, i campioni prelevati in corrispondenza di un segnale di ingresso nullo vengono associati al codice a zero. La quantizzazione silenziata risolve anche il secondo inconveniente



A parità di fondo scala (1 V) l'aumento di M e quindi del numero di bit fa diminuire il valore massimo dell'errore di quantizzazione.

Se il segnale è più piccolo della risoluzione non verrà mutato e quindi prima di quantizzarlo dobbiamo amplificarlo in modo tale che utilizzi tutta la scala ma dobbiamo fare attenzione a non saturare il sistema.

## Codifica

Dopo aver campionato e quantizzato il segnale è possibile codificare il segnale, quindi convertirlo in binario con una codifica compresa dal calcolatore. In pratica ad ogni intervallo di quantizzazione viene associata una combinazione di cifre binarie in base alla codifica utilizzata.

La codifica più semplice (comunemente usata per i segnali unipolari, cioè quelli sempre positivi), detta in **codice binario puro**, consiste nel far corrispondere ad ogni intervallo di quantizzazione un numero binario progressivo, partendo da 0 (in corrispondenza del livello più basso) fino a  $2^{n-1}$ , dove n è il numero di bit usati.

Il codice binario puro può essere facilmente usato anche per i segnali bipolari. In pratica basta far corrispondere il valore binario zero col primo intervallo negativo e così via per i successivi intervalli.

Nel codice binario “normale”, quando un contatore aumenta di uno, può succedere che cambi il valore di molti o addirittura di tutti i bit.

Il problema è che, a causa dei tempi di ritardo sempre presenti nei dispositivi reali, è improbabile che tutti i bit di un numero possano commutare esattamente nello stesso istante. Se questo non accade, si genera una configurazione binaria intermedia, la quale codifica un valore indesiderato.

Per evitare questo genere di problemi, alcuni convertitori adottano un codice particolare, detto **codice Gray**, nel quale le configurazioni successive distano sempre al massimo un solo bit. Poiché le combinazioni del codice Gray non corrispondono a quelle della numerazione binaria, è necessario poi convertirle in binario, tramite convertitori hardware o per mezzo di programmi.



## Parametri di un ADC e DAC

$$\text{Least significant bit LSB} = V_{FS}/2^b$$

Soglie di transizione (code transition levels)

- Valori ideali  $T_k$  (in volt)
- Valori reali  $T[k]$

La soglia  $T[k]$  è quel valore di tensione in ingresso corrispondente alla transizione tra i due codici adiacenti  $k-1$  e  $k$ . Produce in uscita codici  $k$  e  $k-1$  con probabilità del 50% (*su 100 campioni in uscita troverò 50 ke 50 k-1*)

La larghezza di un codice (code bin width), è la differenza fra le due soglie di transizione che delimitano tale codice:

$$W[k] = T[k+1] - T[k]$$

$$\text{Ideal code bin width} = Q \text{ (passo di quantizzazione)} = 1 \text{ LSB} = V_{FS}/2^b \text{ Errore}$$

$$\varepsilon[k] = T[k] - T_k$$

La caratteristica di trasferimento di un convertitore reale è diversa da quella del convertitore reale a causa dell'errore di quantizzazione e anche perché nella regione di transizione ha rumore e quindi presenterà una regione di transizione la cui ampiezza dipende dal rumore riferito all'ingresso presente.

Le differenze tra una la caratteristica reale ed una ideale sono dovute a 3 contributi:

- errori di offset
- errori di guadagno
- errori di linearità.

**L'errore di offset** è lo scostamento della retta di reale rispetto a quella ideale nell'origine. Per effetto dell'errore di offset un ADC può fornire un codice di uscita diverso da zero in corrispondenza di un valore nullo della tensione analogica di ingresso, cosa che nel convertitore ideale non dovrebbe accadere. L'errore di offset può essere corretto in fase di taratura.

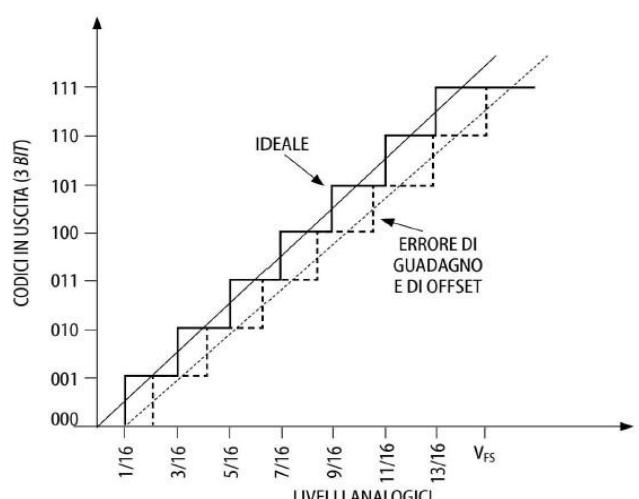
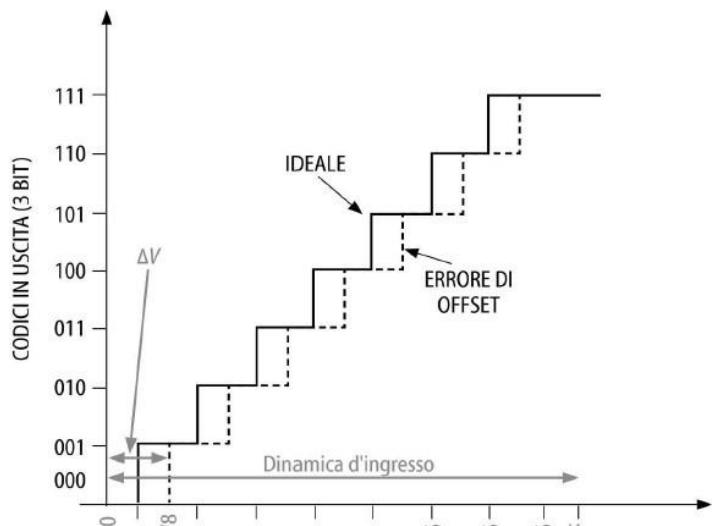
**L'errore di guadagno** è la variazione del pendente della caratteristica di trasferimento reale rispetto a quella ideale. Anche questo tipo d'errore può essere compensato.

Per determinare la linearità del dispositivo sfruttiamo delle linee interpolanti di riferimento:

#### Endpoint Terminal Based:

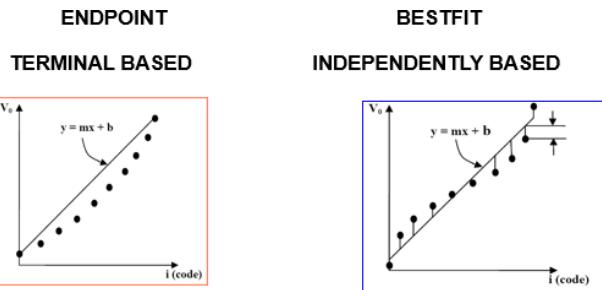
è la misura di linearità integrale più utile per applicazioni di misura e controllo per DAC e ADC; la valutazione complessiva degli errori dipende dalla deviazione della caratteristica di trasferimento reale da quella ideale

- Il guadagno e l'offset sono quel numero G da moltiplicare e la tensione Vo da aggiungere ai valori in ingresso per annullare l'errore rispetto ai valori di uscita in corrispondenza del primo e dell'ultimo codice.



**Bestfit Independently Based:** la *best straight line*, tuttavia, da una migliore previsione di distorsione per applicazioni in corrente alternata e un più basso valore di "errore di linearità" sui fogli riportanti i dati del componente.

- Il guadagno e l'offset sono quel numero da moltiplicare G e la tensione Vo da aggiungere ai valori in ingresso per minimizzare l'errore quadratico medio rispetto ai valori di uscita



L'errore di linearità nasce quando gli intervalli di quantizzazione non sono uniformi. Si distinguono due tipi di errori di linearità:

- differenziale (DNL)
- integrale (INL)

Nel caso limite in cui la larghezza di un gradino si riduca a zero o raddoppi rispetto a quella nominale, si ha un **missing code** nella caratteristica reale, si parla di **errore per omissione**. (DNL=-1).

L'errore **DNL** indica quanto l'ampiezza dell'intervalle di quantizzazione differisce da quella ideale, ed è espresso come:

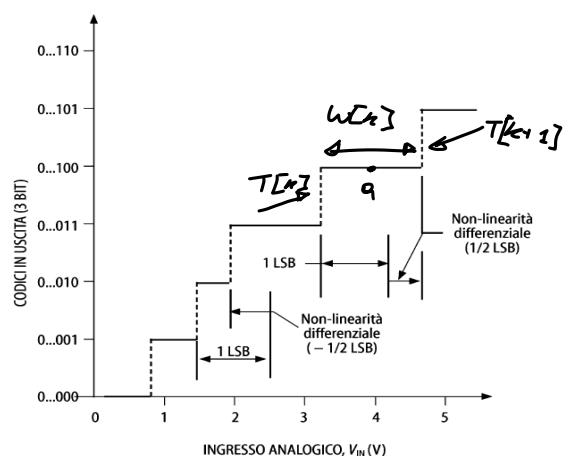
$$DNL[k] = \frac{w[k]}{\frac{T[k+1] - T[k] - Q}{Q}}$$

*w[k]*

*T[k+1] - T[k] - Q*

*Q*

*max(DNL[k])*

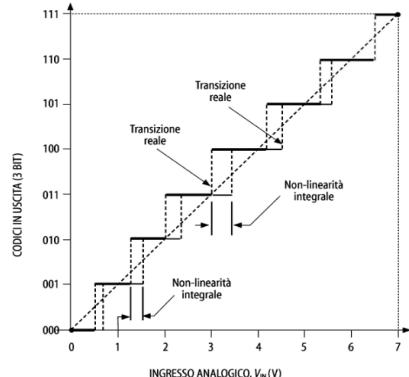


L'errore di **INL** rappresenta la differenza massima tra la tensione di transizione del convertitore reale e quella del convertitore ideale.

$$INL[k] = \frac{T_k - T[k]}{V_{FS}} \cdot 100$$

$$INL[k] = \sum_{i=1}^k DNL[i]$$

$$INL = \max(|INL[k]|)$$



La **Total Harmonic Distortion** (THD) è il rapporto, espresso in decibel, tra il valore efficace totale delle componenti armoniche e il valore efficace della componente fondamentale. Ci può dare info sulla linearità del sistema.

$$THD_F = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 \dots}}{V_1}$$

Il **Spurious-Free Dynamic Range** (SFDR) esprime la differenza, in decibel (dB), tra il valore efficace del segnale di ingresso e il picco del segnale spurio, cioè di ogni componente presente nello spettro in uscita che non era presente nel segnale in ingresso.

Il **Signal to Noise Ratio** (SNR) è rapporto segnale-rumore è il rapporto, espresso in decibel, tra il valore efficace della potenza segnale di ingresso e il valore efficace della potenza del rumore, cioè di tutte le componenti spettrali presenti, ad eccezione delle armoniche e della componente continua.

$$SNR = \frac{P_S}{P_N}$$

Il **Signal to Noise And Distortion ratio** (SINAD) è il rapporto, espresso in decibel, tra il valore efficace del segnale di ingresso e il valore efficace di tutte le componenti spettrali presenti, incluse le armoniche ed esclusa la componente continua.

$$SINAD = \frac{V_{rms}}{\sqrt{V_{noise}^2 + V_{distortion}^2}}$$

↑ noise                      ↑ distortion

La stessa informazione può essere fornita mediante il concetto di bit effettivi (Effective Number Of Bits, **ENOB**, o anche Effective Bits, EB), che indica la risoluzione effettiva di un ADC, quindi quanti bit servono per rappresentare il segnale. ENOB < numero bit nominali.

$$ENOB = \frac{SINAD_{dB} - 1.76}{6.02}$$

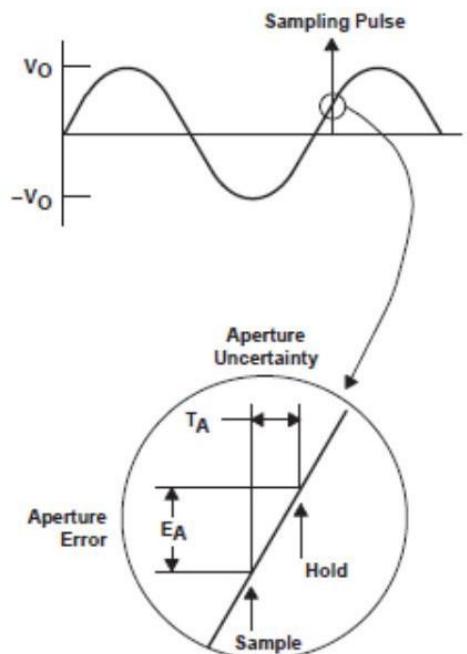
La proprietà dinamica più importante di un S/H è la sua capacità di scollegare rapidamente il condensatore di HOLD dall'amplificatore buffer di ingresso, il breve intervallo richiesto è detto **tempo di apertura** equivale ad introdurre un piccolo ritardo nel clock di campionamento che guida il S/H.

Se c'è *sample-to-sample* variazione nel ritardo di apertura *aperture delay (aperture jitter)*, allora si produrrà un corrispondente errore in tensione.

Questa variazione *sample-to-sample* nell'istante in cui l'interruttore apre è chiamata *aperture uncertainty*, o *aperture jitter* ed è usualmente misurato in rms picoseconds.

Più è alta la frequenza del segnale sinusoidale più è elevata la sua pendenza e, così, è più grande l'errore in ampiezza risultante da un dato cambio in un intervallo di tempo.

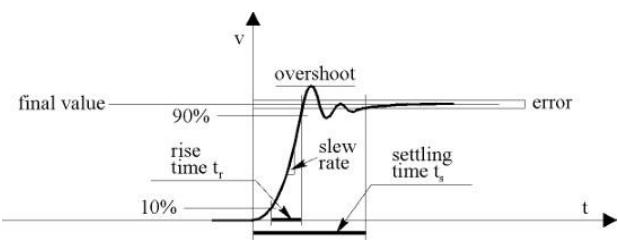
Di conseguenza, l'effetto di un certo *aperture jitter* dipende dalla frequenza del segnale di ingresso.



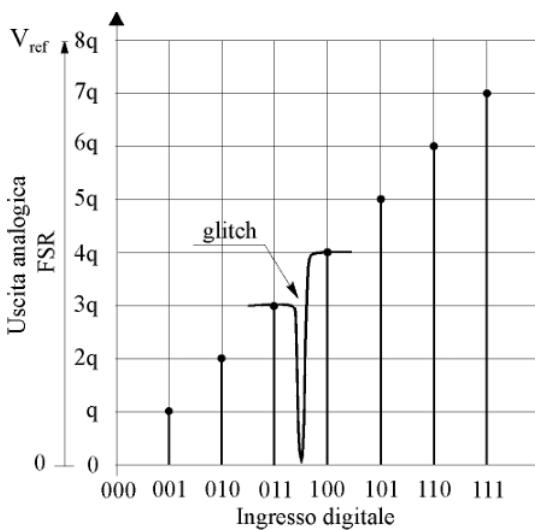
## Parametri dinamici dei convertitori DA

Il **tempo di assestamento** è un parametro importante nelle applicazioni veloci dei convertitori DA e rappresenta il tempo richiesto perché una tensione in uscita si avvicini al valore finale, entro un assegnato margine di errore, avendo applicato in ingresso una variazione a gradino.

Il **tempo di salita** (rise time) è il tempo necessario perché l'uscita passi dal 10 % al 90 % del valore finale. Il settling time dipende anche dal fatto che siano o meno presenti **sovraetelongazioni** (overshoot) dell'uscita.



**Glitch** In un convertitore DA la variazione della parola di codice da convertire comporta generalmente il cambiamento di stato di diversi bit. Per esempio, quando il codice digitale rappresenta valori attorno a metà scala e si ha una variazione di un LSB, corrispondente ad un intervallo elementare di quantizzazione  $q$ , tutti i bit cambiano stato. Per un convertitore a tre bit ( $2^3 = 8$  livelli di quantizzazione) il valore a metà scala è 011 (corrispondente a  $0x23+1x21+1x20 = 0+2+1 = 3$ ), mentre il successivo valore è 100 (corrispondente a  $1x23+0x21+0x20 = 32+0+0+0+0 = 32$ ).



Se, nel realizzare questa variazione, gli interruttori sono più veloci nel commutare verso lo stato off (1->0) di quanto non lo siano a commutare verso lo stato on (0->1), esisterà un breve intervallo di tempo durante il quale tutti i bit sono a zero e l'uscita del DAC risulta nulla. Successivamente, completate le transizioni degli switch, viene prodotto il valore corretto di tensione sull'uscita.

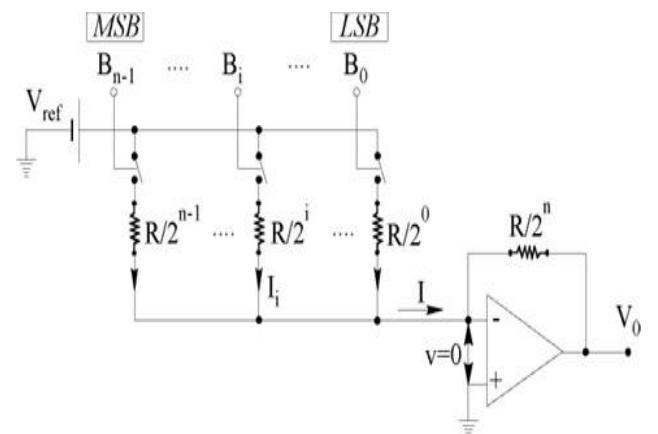
Questo fenomeno determina la comparsa sull'uscita di impulsi spuri (**glitch**), di ampiezza rilevante difficili da eliminare con azioni di filtraggio.

Si rendono così necessari appositi circuiti, detti **deglitcher**, per rimuovere gli impulsi spuri, o quantomeno per attenuarne gli effetti. Tali circuiti sono normalmente costituiti da dispositivi che mantengono l'uscita del convertitore inalterata finché non è terminata l'operazione di commutazione degli switch.

## Architetture DAC

**DAC a resistori pesati** Il convertitore impiega una rete di resistori, ciascuno di valore doppio del precedente e si serve di un generatore di riferimento  $V_{ref}$ . Gli interruttori che consentono di collegare le diverse resistenze all'alimentazione  $V_{ref}$  sono comandati dai bit di pertinenza e vengono chiusi quando il bit corrispondente è pari ad 1. In conseguenza della massa virtuale presente sul nodo sommatore all'ingresso dell'amplificatore operazionale, la corrente  $I$  risulta:

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} B_i \frac{V_{ref}}{R} 2^i$$



mentre la tensione in uscita  $V_o$  risulta:

$$V_{out} = -V_R = I_T \cdot \frac{R}{2^n} = \frac{V_{ref}}{R} \sum_{i=0}^{n-1} B_i 2^i \cdot \frac{R}{2^n}$$

$$= V_{ref} \sum_{i=0}^{n-1} B_i 2^{n-i}$$

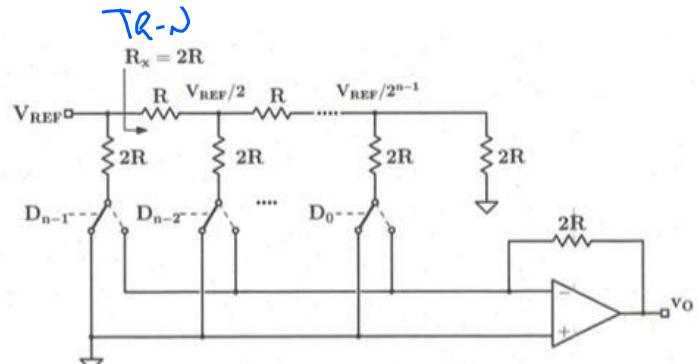
Tale espressione, a parte il segno (che può essere cambiato invertendo la polarità di  $V_{ref}$ ), è proprio la definizione di un generico valore analogico in funzione del codice digitale  $B_i$ .

L'accuratezza del convertitore è legata all'accuratezza e alla stabilità della tensione di riferimento e dei rapporti tra i resistori che possono variare a causa del riscaldamento di esso

**DAC R-2R** Il circuito è simile a quelle DAC con resistenza pesate ma cambia il valore delle resistenze in quanto si usano resistenze di valore  $R$  e  $2R$  configurati in questo modo la resistenza equivalente a destra di ciascun deviatore sia sempre pari a  $2R$  e che si venga dunque ad avere sempre un parallelo tra due resistenze di ugual valore.

La corrente  $I_i = V_i R$  passerà per metà nel ramo del deviatore, verso l'amplificatore operazionale o la terra a seconda del valore di  $D_i$ , e per metà nella parte a destra del circuito, generando una caduta di tensione ( $I_i / 2$ )  $R = V_i / 2$ . Si nota quindi che ad ogni intersezione fra il ramo superiore e i deviatori, la tensione dimezza in valore, generando correnti che saranno sempre in rapporto pari a potenze del 2. In parole povere l'effetto finale sarà il medesimo di quello visto nel DAC a resistenze pesate, ma verrà ottenuto tramite il dimezzamento, in punti progressivi del circuito, della  $V_{REF}$  imposta.

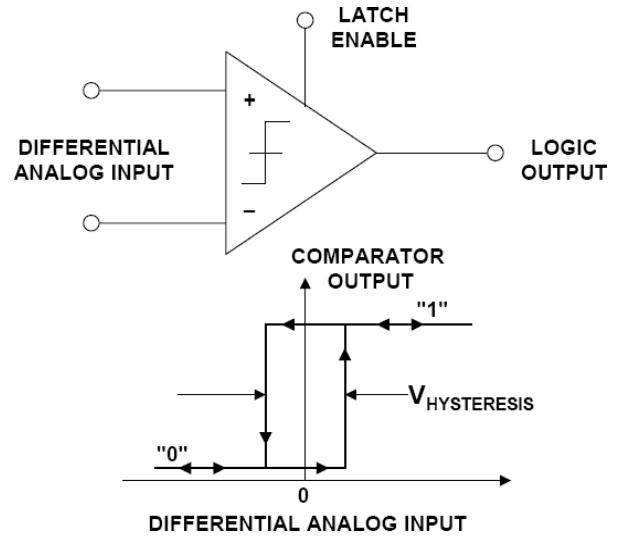
Se  $V_{REF}$  è una tensione esterna, allora il DAC opera il prodotto di un input di tensione analogica per un input digitale, e si chiama **DAC moltiplicatore**.



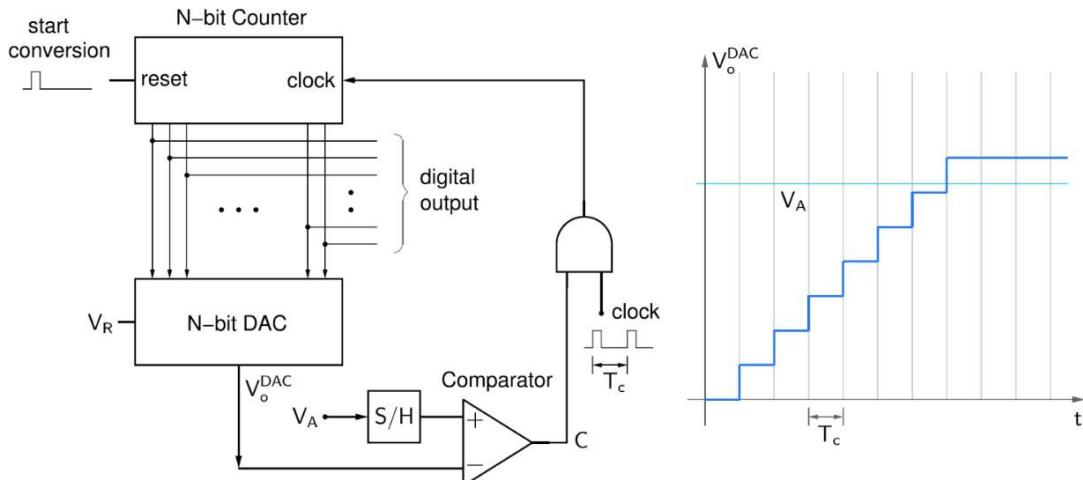
## Architetture ADC

Tutti gli ADC presentano un comparatore per poter codificare il segnale; se l'ingresso è al di sopra di un certo valore di soglia l'output assume valore 1, altrimenti 0.

- ADC a contatore
- ADC ad inseguimento
- ADC ad approssimazioni successive (SAR)
- ADC flash
- ADC Sigma-Delta
- ADC Time Interleaved



**ADC a contatore** Il convertitore contiene un DAC, con una tensione di riferimento  $V_{REF} = V_{FS}(\text{ADC})$  pari al fondo scala dell'ADC. All'inizio della conversione viene abilitato il clock in ingresso al contatore. Le uscite del contatore sono inviate in ingresso ad un DAC. La tensione all'uscita del DAC e la tensione analogica di ingresso sono confrontate da un comparatore. Quando l'uscita del DAC eguaglia la tensione di ingresso il conteggio viene inibito. Il dato

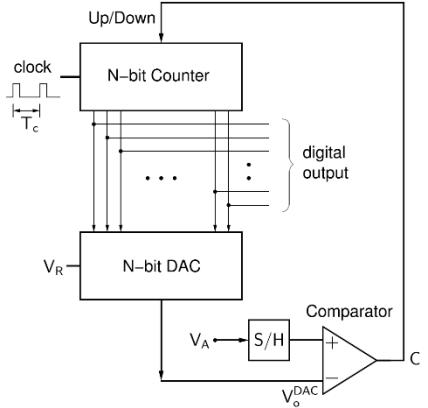


del contatore viene passato ad un registro di uscita ed il contatore viene azzerato. Il fondo scala di questo ADC dipende dal fondo scala del DAC utilizzato.

Il tempo di conversione dipende dall'ampiezza dell'ingresso. Il numero massimo di gradi è  $2^b$  e si ha quando  $V_{in} = V_{DAC}$ , quindi la max frequenza di campionamento è  $f_s = f_{clk}/2^b$ .

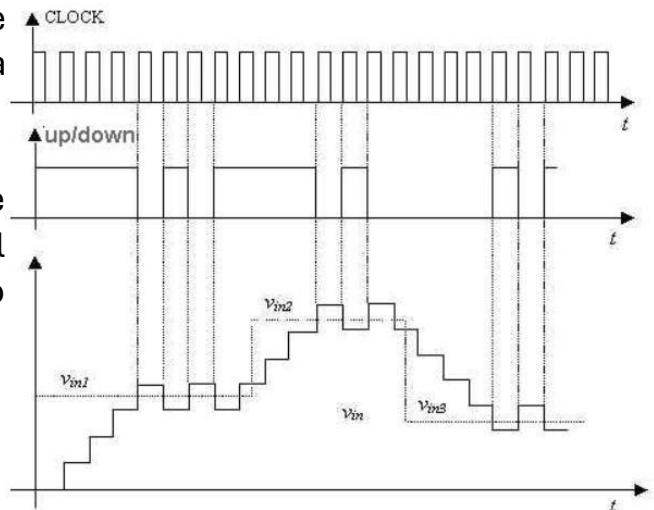
**L'ADC a inseguimento** rappresenta una versione migliorata dell'ADC a contatore. In questo caso il contatore utilizzato è un contatore up/down, cioè in grado di effettuare un conteggio a incremento (up) o a decremento (down), a seconda dell'uscita del comparatore.

1. Fino a quando  $V_A > V_{DAC}$  l'uscita del comparatore è ALTA. Questo livello ALTO abilita il conteggio in UP del contatore, il quale incrementa il proprio conteggio. L'uscita  $V_{DAC}$ , è una rampa digitale crescente che prosegue fino a quando si verifica la condizione  $V_A < V_{DAC}$
2. Nell'istante in cui  $V_A < V_{DAC}$  l'uscita del comparatore commuta portandosi a livello BASSO. In questo modo viene abilitato il conteggio in DOWN del contatore il quale decrementa di uno il proprio conteggio. Ne deriva che la tensione  $V_{DAC}$  scende di un quanto 1 LSB ripristinando la condizione  $V_A > V_{DAC}$ .



Il conteggio raggiunto dal contatore rappresenta il codice digitale del campione a meno di  $\pm 1$  LSB.

Quando viene acquisito un nuovo campione il contatore non viene resettato ma, in base al funzionamento descritto, incrementa o decrementa il proprio conteggio.



## ADC ad approssimazioni successive SAR

La procedura di approssimazione richiede che all'ingresso del convertitore la tensione si mantenga costante, almeno per tutta la durata della conversione.

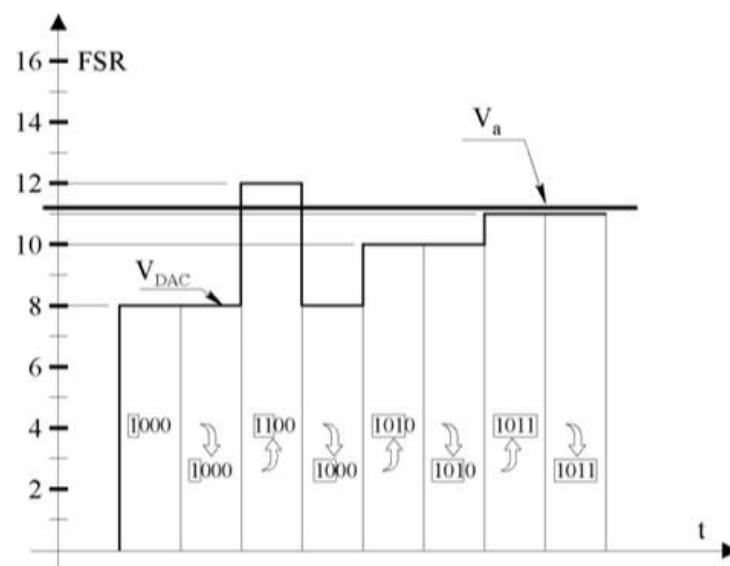
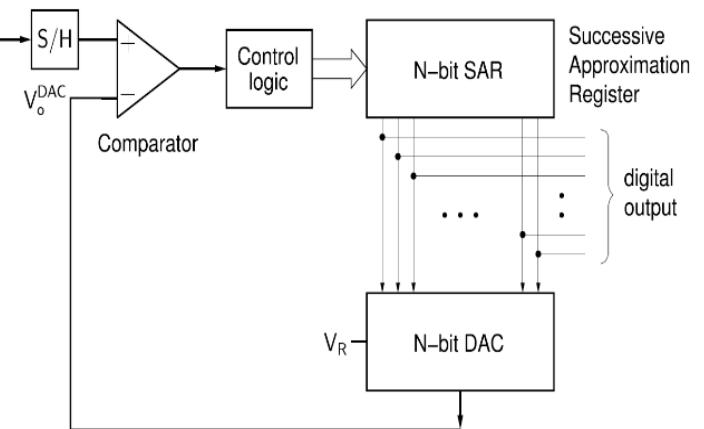
La conversione avviene in N passi, dove N è il numero di bit che il dispositivo usa per la codifica.

Esso utilizza al suo interno un convertitore DA inserito in un circuito a retroazione, nel quale la tensione VDAC prodotta dal DAC viene confrontata, per mezzo di un comparatore, con la tensione analogica da convertire Va.

Il controllo della procedura è gestito dal registro ad approssimazioni successive (Successive Approximation Register, SAR), all'interno del quale vi è un contatore che ha la particolarità di portare a uno, in corrispondenza di ogni impulso di clock, una cifra binaria del codice d'uscita, a partire dal bit più significativo.

- Si parte dal bit più significativo (MSB) e si imposta provvisoriamente a 1. Questo fa sì che il DAC generi un valore pari a metà del valore massimo possibile (FSR/2).
- Al confronto del comparatore la tensione analogica Va risulta maggiore di quella VDAC prodotta dal convertitore DA e pertanto la tensione Vo è alta. Il registro ad approssimazioni successive mantiene il MSB pari ad 1 e passa a determinare il bit n-2, ponendolo provvisoriamente ad 1 e quindi incrementando la tensione VDAC di una quantità pari a metà di quella precedente.

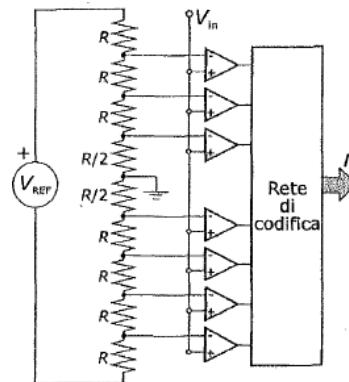
L'errore di quantizzazione viene mantenuto entro  $\pm \frac{1}{2}q$



## Convertitori in parallelo (flash)

Il convertitore AD flash è un convertitore veloce per la comparazione simultanea della tensione analogica  $V_a$  con tutti i possibili valori discreti di tensione.

Il principio di funzionamento è basato sul confronto tra il valore del campione da convertire e i potenziali presenti sui morsetti invertenti dei comparatori dati dalla partizione di una tensione di riferimento  $V_{REF}$ . In ogni comparatore, sul morsetto non invertente, è presente il valore di tensione da convertire: l'uscita è alta per il comparatore in cui si verifica che  $V_i$  è maggiore del potenziale del morsetto invertente. Le uscite dei comparatori vanno in un encoder che fornisce così il codice binario.



La tensione all'altro ingresso è ottenuta ripartendo la tensione di riferimento  $V_{ref}$  in  $2^n$  intervalli di ampiezza  $q$ , mediante delle resistenze tarate di valore  $R$ . Soltanto la prima e l'ultima resistenza hanno valori diversi (rispettivamente  $R/2$  e  $3R/2$ ) al fine di centrare l'intervallo di indifferenza rispetto al livello di quantizzazione.

## ADC sigma-delta ( $\Sigma\Delta$ )

I convertitori Sigma-Delta presentano una buona reiezione ai disturbi sovrapposti ai segnali, ottenuta esclusivamente per via numerica tramite filtri digitali.

L'elevata risoluzione è ottenuta:

- utilizzando la tecnica del sovraccampionamento;
- utilizzando un particolare circuito di modulazione, detto modulatore  $\Sigma\Delta$  che consente di ridurre il rumore di quantizzazione solo dove è più utile, cioè alle basse frequenze.

La struttura di questi convertitori è basata su convertitori a bassa risoluzione, ma con una frequenza di campionamento molto elevato, seguito da un filtro digitale e da un decimatore.

Si parte sovraccampionando il segnale di ingresso e questo idealmente dovrebbe avere tutte le componenti spettrali pari a zero tranne quella relativa alla frequenza del segnale di ingresso. Nella realtà non è così perché, l'errore di quantizzazione sporca le componenti spettrali, perché genera del rumore alle basse frequenze  $[0, f_s/2]$ . In seguito al sovraccampionamento eseguiamo un'operazione di filtraggio a frequenza  $f_s/2$  che permette di rimuovere il rumore di quantizzazione.

Essendo che avremmo bisogno di fattori di campionamento molto elevati per avere una buona risoluzione, allora usiamo una tecnica chiamata **noise shaping**

che consiste nel filtrare il segnale in modo che in segnale utile vengo filtro in modo passa basso e il rumore in modo passa alto, in modo da portare il rumore fuori la banda del segnale.

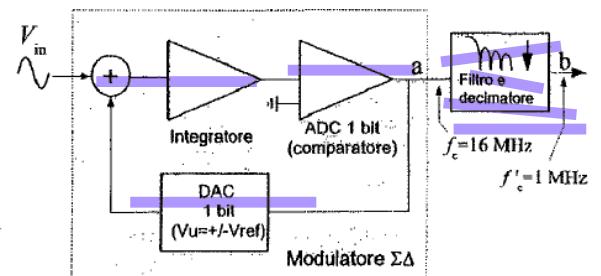
Questo si può realizzare tramite un modulatore  $\Sigma\Delta$  che presenta un fdt con zeri nei poli. Per farlo usiamo un integratore. In questo modo aumentiamo SNR.

Poi alla fine c'è il decimatore che scarta un campione ogni N presi.

Il modulatore è formato da un nodo differenza ( $\Delta$ ) e da un circuito in retroazione ( $\Sigma$ ) insieme ad un comparatore e un DAC ad un bit.

Il convertitore DA eroga semplicemente  $\pm V_{ref}$  con polarità opportuna, in modo da rendere il modulatore stabile.

L'integratore inserito in un circuito con retroazione riduce le componenti spettrali a bassa frequenza ed enfatizza quelle ad alta frequenza (*noise shaping*), che saranno poi eliminate dal filtro.

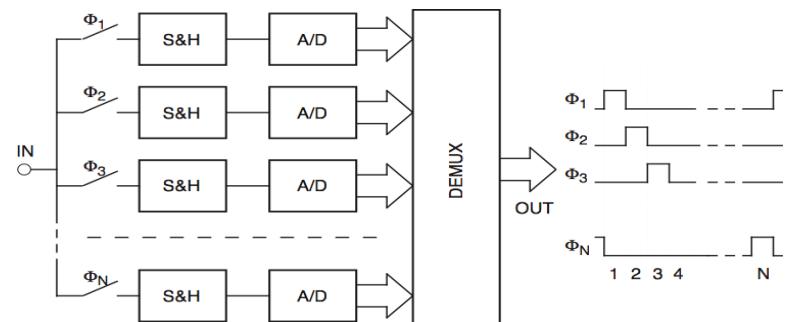


### ADC Time Interleaved

Si utilizzano più ADC che operano ognuno a frequenze di campionamento più basse, ciascuno che campiona il segnale a fasi diverse; un multiplexer analogico in ingresso connette il terminale di input a uno dei canali di conversione.

La tecnica interleaved consente di incrementare la frequenza di conversione dell'ADC. Più ADC operano in parallelo con istanti di campionamento interlacciati.

L'azione combinata degli ADC equivale a quella di un singolo convertitore operante ad un multiplo della frequenza di campionamento del singolo ADC.



- Il segnale analogico in ingresso viene suddiviso tra M ADC.
- Ogni ADC campiona il segnale in modo alternato, con una fase sfalsata di  $1/M$  rispetto al periodo di campionamento totale.
- Se ogni ADC ha una frequenza di campionamento  $f_s$ , il sistema raggiunge una frequenza di campionamento effettiva pari a  $M \times f_s$ .

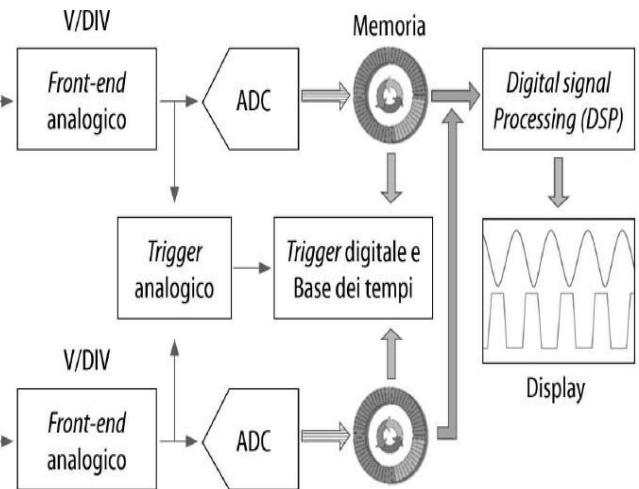
## OSCILLOSCOPIO DIGITALE

L'**oscilloscopio digitale** è uno strumento che converte in forma numerica i segnali analogici applicati ai suoi ingressi, caricandoli quindi nella memoria del sistema, da cui vengono prelevati per le successive elaborazioni e per la visualizzazione su un monitor. Per tale motivo si parla anche di **oscilloscopio digitale a memoria** (Digital Storage Oscilloscope, DSO).

Il funzionamento dell'oscilloscopio digitale a memoria può essere ricondotto a quello di un sistema di acquisizione dati.

Il processo di misura è formato da quattro fasi:

1. Il condizionamento analogico, il campionamento e la conversione in sequenza numerica del segnale di misura,
2. La memorizzazione dei campioni
3. L'elaborazione numerica per la ricostruzione temporale del segnale
4. La visualizzazione del risultato su un display

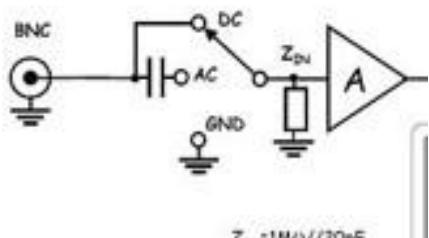


Il processo di campionamento è gestito dalla base dei tempi, mentre la sezione di trigger consente di ottenere la sincronizzazione necessaria per una corretta visualizzazione del segnale acquisito. Il segnale digitalizzato viene memorizzato in una memoria RAM, dalla quale viene poi prelevato appunto per la successiva visualizzazione, oltre che per le elaborazioni numeriche.

Un vantaggio rispetto all'oscilloscopio analogico è che si ha una separazione temporale del processo di acquisizione dati e quello della visualizzazione perché è in grado di acquisire e memorizzare i segnali in modo da elaborarli in un secondo momento.

## Condizionamento analogico

Il segnale viene trasferito all'attuatore di ingresso attraverso una commutazione a tre opposizioni indicate con DC, AC, GND.



Nella posizione DC (Direct Coupling) detta di accoppiamento in continua il segnale viene trasferito senza subire alterazioni attenuatore.

Nella posizione AC (Alternate Coupling) detta di accoppiamento in alternato, il segnale di ingresso

viene filtrato passa-alto attraverso un condensatore in serie che ha la funzione di eliminare la componente continua del segnale. Il polo di questo filtro si trova tra 5-10 Hz e questo permette a tensione dai 50 Hz di essere poco distorte. I segnali a bassa frequenza non vengono misurati correttamente.

Nella posizione GND, l'attenuatore è cortocircuitato a massa e questo è importante per visualizzare la posizione della tensione di riferimento e quindi di regolarne la sua posizione verticale. Il fattore di visualizzazione verticale è impostato su V/DIV e si ottiene con un commutatore.

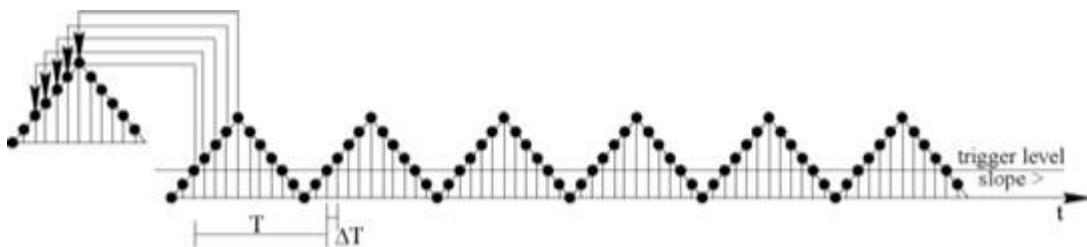
L'attenuatore deve mostrare un'impedenza di ingresso costante che si realizza con il parallelo di una resistenza di  $1\text{ M}\Omega$  e di una capacità di  $20\text{ pF}$ . Questo per preservare l'integrità del segnale misurato e minimizzare l'interazione tra l'oscilloscopio e il circuito.

A valle dello stadio di attenuazione è presente un'elettronica di amplificazione che consente di aggiungere un offset in continua e al termine della catena di condizionamento analogico e posto un filtro passa a basso anti-aliasing, Anche se in generale viene evitato per non limitare la banda del segnale.

## Campionamento

A questo punto è possibile campionare il segnale ottenuto e di convertirlo con i convertitori analogici digitali presenti all'interno dell'oscilloscopio.

**Campionamento in tempo reale** Il campionamento in tempo reale (real time sampling) è la forma utilizzata dagli oscilloscopi digitali. I campioni vengono acquisiti in forma sequenziale a intervalli di tempo uniformemente spaziati e la visualizzazione è legata all'evento di trigger. Questa tecnica consente di operare altrettanto bene sia con segnali ripetitivi che con segnali di durata finita o eventi singoli (single-shot event).

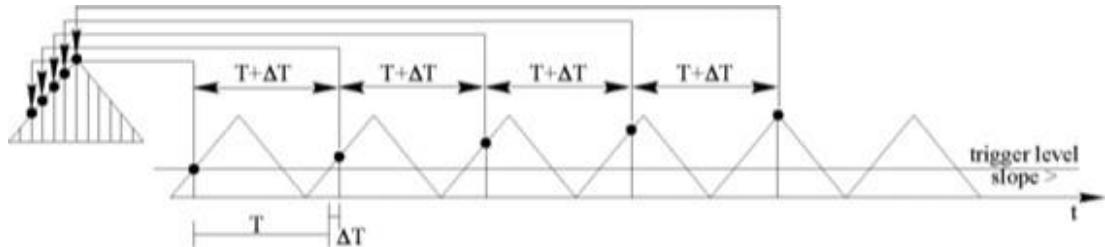


Se il segnale in ingresso è ripetitivo, l'evento di trigger attiverà l'inizio della rappresentazione visiva sempre nello stesso punto della forma d'onda e le successive acquisizioni, dopo ogni evento di trigger, consentiranno di aggiornare l'immagine sul monitor, determinando la riproduzione di una forma d'onda stabile.

Se si analizza l'evento singolo, l'acquisizione verrà arrestata dopo il primo evento di trigger. I dati acquisiti, caricati in una memoria digitale, potranno essere visualizzati per tutto il tempo necessario, anche quando l'evento si è concluso. Come detto, la banda passante effettivamente utilizzabile in queste condizioni operative è la più piccola tra quella imposta da teorema del campionamento e quella derivante dal comportamento dei circuiti analogici.

**Campionamento in tempo equivalente** Questa è una tecnica che può presentare dei vantaggi, ma introduce anche delle limitazioni. Infatti è applicabile solo a segnali strettamente ripetitivi e richiede una base dei tempi estremamente stabile. La porzione di forma d'onda mostrata nel monitor non viene ricostruita prelevando i campioni in successione, nell'arco dell'intervallo visualizzato, bensì viene costruita analizzando più intervalli, sfruttando appunto la periodicità del segnale e la stabilità del trigger. Esistono due modalità di campionamento in tempo equivalente: sequenziale e casuale.

**Campionamento in tempo equivalente sequenziale** Al verificarsi del primo evento di trigger si preleva il primo campione. Al secondo evento di trigger si attende per un tempo esattamente controllato  $\Delta T$  prima di prelevare il secondo campione.



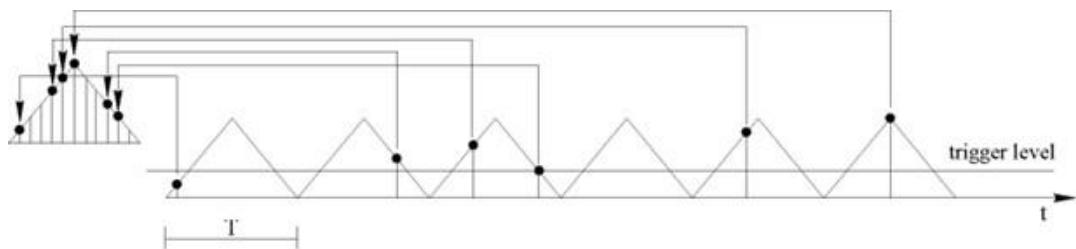
Pertanto, al verificarsi di ogni evento di trigger il ritardo viene incrementato ( $2\Delta T$ ,  $3\Delta T$ , ecc.) in modo che risulti correttamente campionata tutta la porzione di segnale che si desidera visualizzare. La ricostruzione avverrà con il contributo di campioni prelevati in molte porzioni successive del segnale. La distanza tra un evento di trigger e il successivo è stata assunta, pari al periodo  $T$  del segnale, ma nella realtà essa potrà essere costituita da un numero molto elevato di periodi. Il vantaggio è che possiamo visualizzare l'andamento di segnali con frequenze elevate usando una  $f_c$  molto inferiore alla minima prevista del teorema del campionamento. Infatti la frequenza di campionamento equivalente risulta

$$f_{c,eq} = 1/\Delta T$$

dove il valore minimo per  $\Delta T$  non è imposto dalla velocità del sistema di acquisizione (che è invece chiamato a lavorare con periodo di campionamento  $T+\Delta T >> \Delta T$ , e quindi con una frequenza di campionamento

$$f_c = 1/(\Delta T + \Delta T) \ll f_{c,eq}$$

**Campionamento in tempo equivalente casuale** I campioni sono presi a intervalli regolari, dettati normalmente dalla massima velocità di campionamento possibile, in modo non correlato con l'evento di trigger. Si otterranno così campioni precedenti e seguenti l'evento di trigger. Tuttavia viene misurato il tempo che intercorre fra il generico campione e l'evento di trigger più vicino per la visualizzazione del segnale sullo schermo. In tal modo è possibile per il microprocessore del sistema ricostruire una sequenza ordinata di campioni, in funzione degli intervalli temporali che li separano dal trigger, e rappresentare sul monitor la forma d'onda corretta. Il limite della frequenza equivalente di campionamento dipende dalla risoluzione di misura degli intervalli di tempo.



La **larghezza di banda** è la frequenza di ingresso più alta che un oscilloscopio è in grado di acquisire e misurare con precisione è basata sulla specifica di larghezza di banda dell'oscilloscopio. Un oscilloscopio non può effettuare tuttavia misurazioni precise su segnali di frequenza uguale alla frequenza della larghezza di banda.

Tutti gli oscilloscopi presentano una risposta in frequenza a passo basso, in genere definita risposta gaussiana. Una risposta in frequenza gaussiana corrisponde approssimativamente a un filtro a passo basso a singolo polo. Quando la frequenza di un segnale di ingresso aumenta, l'oscilloscopio inizierà ad attenuare il segnale di ingresso e quindi a effettuare misurazioni non precise. La frequenza a cui il segnale di ingresso di un'onda sinusoidale viene attenuato di 3 dB è la larghezza di banda dell'oscilloscopio.

## Trigger

Il **trigger dell'oscilloscopio** è una funzione che consente di sincronizzare l'acquisizione e la visualizzazione di un segnale, in modo da osservarlo stabilmente sullo schermo. Senza il trigger, i segnali ciclici o complessi apparirebbero come una linea confusa o instabile.

Il trigger dice all'oscilloscopio **quando iniziare a registrare un segnale**. Lo fa osservando il segnale in ingresso e aspettando una condizione specifica (ad

esempio, una particolare tensione o variazione del segnale) per avviare l'acquisizione.

Il tipo di trigger più comune consiste nell'attivare l'oscilloscopio quando il segnale di ingresso supera una determinata soglia di tensione in direzione positiva o negativa. Questo comportamento è definito **edge trigger**, l'oscilloscopio si attiva quando il segnale di ingresso passa da un livello di tensione inferiore a un livello di tensione superiore (edge trigger di salita) oppure quando il segnale di ingresso passa da un livello di tensione superiore a un livello di tensione inferiore (edge trigger di discesa).

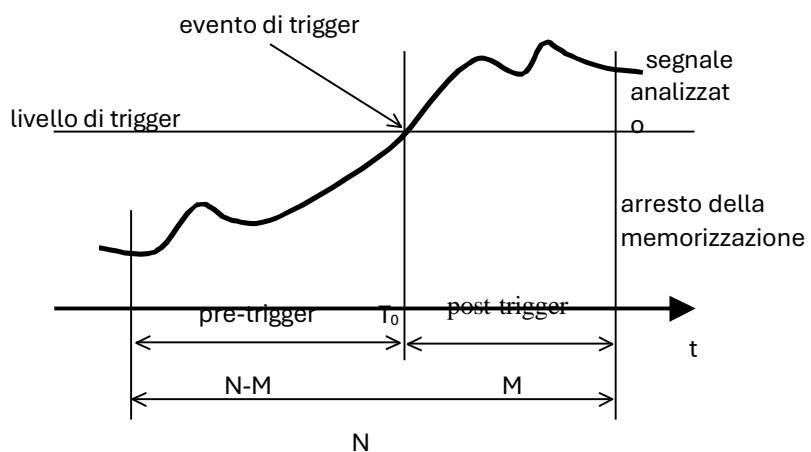
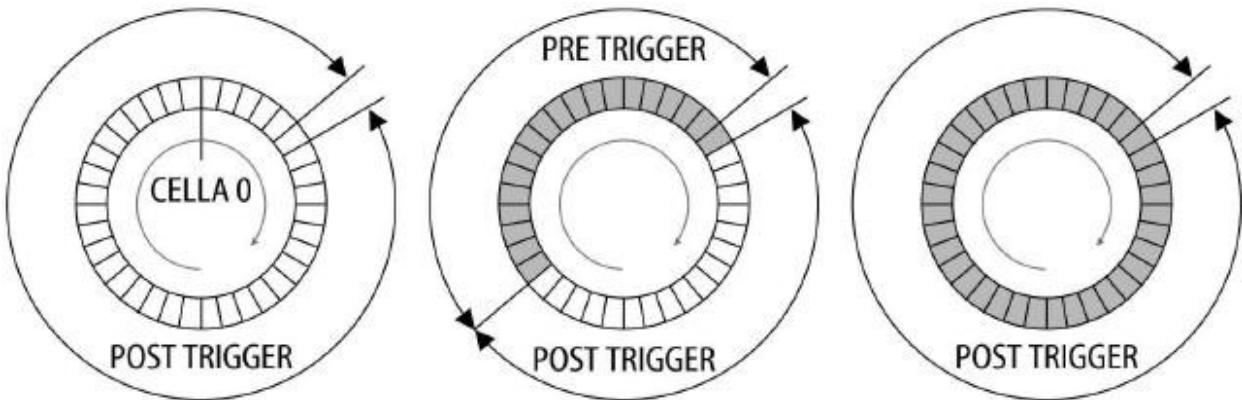
Quando questa soglia viene superata il comparatore usato per verificare il livello della tensione genera un impulso di temporizzazione che viene usato per individuare il trigger e quindi di andare a prelevare i dati della memoria per visualizzare la prossima porzione di segnale.

- La modalità trigger di default **Auto**, l'oscilloscopio acquisisce immagini asincrone del segnale di ingresso e possiamo osservare quella che appare come una forma d'onda instabile. Questo è in effetti un esempio di assenza di trigger. Quando si utilizza la modalità di trigger Auto, l'oscilloscopio genera trigger asincroni “automatici” se un reale evento trigger non si verifica dopo un periodo di timeout specificato. Benché la forma d'onda non sia sincronizzata e appaia instabile, siamo almeno in grado di verificare la scala verticale della forma d'onda.
- Se avessimo usato la modalità di trigger **Normal** con livello di trigger impostato sopra la forma d'onda, l'oscilloscopio non avrebbe acquisito immagini e non saremmo in grado di osservare alcuna forma d'onda, stabile o instabile. Si tratta della posizione di default del trigger dell'oscilloscopio.

Gli oscilloscopi a memoria digitale sono invece in grado di mostrare porzioni delle forme d'onda precedenti (tempo negativo o dati pre-trigger) o successive (dati di tempo positivo) all'evento trigger.

In questo caso la memoria dati sarà un buffer circolare con capacità N di celle di memoria. Durante il campionamento e la conversione le N celle vengono riempite in modo contiguo e una volta che il buffer è pieno, i dati più vecchi vengono sovrascritti dai nuovi.

Quando il trigger viene attivato, l'oscilloscopio ferma l'acquisizione e salva i dati presenti nel buffer. La CPU segna il campione acquisito in quell'istante e in questo modo è possibile identificare i campioni precedenti e successivi all'evento di trigger



Si supponga che all'istante  $T_0$  nel quale si verifica un evento di trigger nella memoria siano già conservati gli ultimi  $N$  campioni acquisiti in precedenza, cioè che il transitorio iniziale sia già terminato.

Lo strumento può essere predisposto in modo che la memorizzazione si arresti dopo  $M$  campioni dall'istante in cui si è verificato il trigger; poiché il blocco di conversione rimane continuamente in funzione, i campioni successivi all'Mesimo andranno persi. All'arresto della memorizzazione in memoria sono pertanto conservati  $N$  campioni allocati temporalmente rispetto all'istante di trigger in base al valore del parametro  $M$  con cui lo strumento è stato predisposto.

Quando la memorizzazione viene arrestata in memoria sono quindi conservati M campioni acquisiti dopo l'evento di trigger e N-M campioni acquisiti prima. Possono cioè essere analizzate anche porzioni di segnale precedenti all'evento di trigger.

La durata temporale della porzione di segnale conservata in memoria rispetto all'evento di trigger dipende dalla frequenza di campionamento adottata, dalla capacità complessiva della memoria e dal valore del parametro M scelto con opportune modalità dall'operatore.

Se  $M=0$ , l'evento di trigger blocca la memorizzazione e gli N campioni presenti in memoria sono tutti relativi a una porzione di segnale che precede il trigger.

Se invece  $M=N$  tutti gli N campioni memorizzati sono successivi all'evento di trigger; concettualmente è come se tale evento abilitasse la conservazione dei campioni in memoria.

Con riferimento all'evento di trigger si può affermare che nel primo caso in memoria sono conservati solo campioni appartenenti al passato, mentre nel secondo caso i campioni appartengono al futuro.

## Ricostruzione del segnale

La ricostruzione può aver campionato e quantizzato il segnale deve avvenire disponendo di un insieme finito di campioni. Il filtraggio può essere considerato come una sequenza di campioni troncata di durata

$$T_w \xrightarrow{\text{segnale}} \text{campioni} \quad N = \frac{T_w}{T} \quad T = \frac{1}{2B} \Rightarrow N = 2BT_w$$

N rappresenta il numero di gradi di libertà per rappresentare il segnale

$$x_p(t) = \sum_{m=M_0}^{M+N-1} x(mT) \cdot \frac{\sin \pi \left( \frac{t}{T} - m \right)}{\pi \left( \frac{t}{T} - m \right)} + e_{tr}(t)$$

Questa formula rappresenta il segnale ricostruito tramite i suoi campioni in cui usiamo la funzione sinc per riscostruire il segnale fra i campioni.

$$e_{tr}(t) = x_r(t) - x(t)$$

rappresenta lo scostamento fra  $x(t)$  e il segnale ricostruito che rappresenta l'errore introdotto dal fatto che la somma non è infinita ma limitata a un numero finito di campioni

**L'effetto di Gibbs** è un fenomeno che si verifica durante la ricostruzione di un segnale (o nella sua approssimazione) quando esso contiene discontinuità. Questo effetto provoca la comparsa di oscillazioni o sovra/undershoot (picchi e avallamenti) vicino ai punti di discontinuità, che non scompaiono nemmeno aumentando il numero di campioni utilizzati per la ricostruzione.

Si verificano oscillazioni indesiderate:

1. la ricostruzione utilizza la funzione sinc per interpolare i campioni.
2. Quando il segnale contiene discontinuità (cambiamenti improvvisi nel valore del segnale), la funzione sinc non riesce ad "adattarsi" perfettamente a questi salti.

Per risolvere usiamo una funzione interpolatrice a triangolo perché essendo un'interpolazione lineare non genera l'oscillazione infinita tipica della funzione sinc, l'effetto di Gibbs si riduce notevolmente vicino ai punti di discontinuità.

La funzione triangolare, introduce attenuazioni maggiori nelle alte frequenze, distorcendo i dettagli del segnale e quindi smussa il segnale perdendo dettagli in caso di segnali ad alta frequenza o variazioni rapide.

## Parametri di scelta per l'oscilloscopio

### Numero di canali

Gli oscilloscopi nascono a 2 canali, per permettere la misura di sfasamento ed il confronto diretto di due segnali. Molto diffusi sono i modelli a 4 canali analogici, estremamente comodi per gestire contemporaneamente l'acquisizione di più segnali. Esistono anche modelli con 32 o più canali, ma sono meno diffusi e tipicamente dedicati ad applicazioni specifiche. In aggiunta ai canali analogici, si possono avere canali digitali, tipicamente da 8 a 64.

## Banda analogica

La banda analogica rappresenta la frequenza della sinusoide di ingresso, che viene attenuata di 3 dB rispetto a una sinusoide a bassa frequenza. Gli oscilloscopi a basso costo partono generalmente da 50-60 MHz di banda analogica, mentre gli oscilloscopi con le massime prestazioni arrivano a superare i 100 GHz.

## Frequenza di campionamento

La frequenza di campionamento è il numero di campioni al secondo che un canale è in grado di acquisire e deve essere almeno 4 volte il fondoscale dell'oscilloscopio.

## Risoluzione

Gli oscilloscopi digitali sono stati caratterizzati da una risoluzione di 8 bit (256 livelli, un'ottima risoluzione per visualizzare un segnale su schermo con scale lineari), realizzata tramite un voltmetro flash. Esistono anche strumenti a 16 bit, che sono però realizzati con tecniche di sovraccampionamento e medie mentre l'acquisizione fisica avviene con convertitori a 8 bit reali. L'esigenza di migliorare la risoluzione è stata principalmente dettata dalle applicazioni di tipo spettrale.

## Rumore

Al di là della risoluzione, una caratteristica importante per valutare la qualità del segnale acquisito è il fondo di rumore dello strumento. Tale valore è limitato dalla risoluzione per cui generalmente migliora negli strumenti con più bit, ma è una caratteristica propria dello strumento che va quindi controllata e non data per scontato. I **bit equivalenti** cambiano in funzione della banda analogica impostata, in quanto cambia il rumore ad essa associato.

## Profondità di memoria

Rappresenta il numero massimo di campioni che possono essere acquisiti con continuità (sono i campioni dello schermo). I moderni DSO variano da poche migliaia di punti (per strumenti a bassissimo costo) fino a superare 1 GSa, acquistando l'apposita estensione di memoria in strumenti ad altissime prestazioni. Si ricordi che la memoria dei DSO deve essere molto più veloce delle normali RAM da PC, e quindi presenta costi decisamente superiori.

## Numero massimo di schermate al secondo (waveform update rate)

Come specificato nella descrizione del suo funzionamento, un DSO non è in grado di acquisire con continuità temporale i segnali. La **waveform update rate** misura il numero di schermate al secondo che lo strumento è in grado di acquisire. I migliori DSO riescono a superare 1 milione di schermate al secondo. Si noti che questo valore, per quanto elevato, implica che per una gran parte del tempo l'oscilloscopio sia cieco (tra una acquisizione e la successiva). Per superare questa problematica, sono state sviluppate diverse tecnologie, basate principalmente su **trigger digitali complessi**.

## **Analisi spettrale**

I moderni oscilloscopi digitali hanno sempre a disposizione, tra le opzioni di elaborazione matematica del segnale (MATH), la possibilità di visualizzare lo spettro del segnale calcolato tramite FFT. Esistono però prestazioni molto differenti tra macchine diverse, a partire da una semplice funzione FFT (per oscilloscopi di bassa gamma, normalmente molto lenti nella sua visualizzazione) fino a incorporare un vero e proprio analizzatore di spettro digitale, con molteplici impostazioni di visualizzazione (ad esempio lo spettrogramma, che mostra l'evoluzione dello spettro nel tempo), operazioni di media degli spettri, ed elaborazioni ancor più complesse sugli spettri acquisiti.

## **Connettività e capacità di elaborazione**

Un moderno DSO è sempre equipaggiato di una porta USB frontale dedicata al salvataggio diretto delle acquisizioni, come immagine o come dati numerici. Esistono normalmente altre porte di comunicazione, per il controllo dello strumento da remoto. Fino ai primi anni 2000 lo standard più diffuso era la porta GPIB, oggi è spesso presente una seconda porta USB dedicata al controllo remoto, mentre gli strumenti più performanti sono interfacciabili anche tramite protocollo **ethernet** e inseribili direttamente in sistemi IoT (**Internet of Things**).

## ELEMENTI CAMPIONE

Il problema della riferibilità delle misure viene normalmente affrontato attraverso una catena di confronti, diretti o indiretti, a partire dalle unità di misura legali (campioni primari).

Per questo scopo, è necessario utilizzare un certo numero di campioni secondari, da verificare periodicamente presso i centri specializzati e riconosciuti, in modo da mantenere la catena di riferibilità rispetto alle unità di misura legali.

Ai campioni secondari, detti campioni di laboratorio, si fa riferimento per tutti gli altri strumenti di impiego comune.

Poiché, in pratica, è impossibile mantenere un campione di corrente (grandezza fondamentale elettrica del SI) si ricorre solitamente a:

- campioni di tensione
- campioni passivi (di resistenza, di capacità e di induttanza)

Si chiamano **sorgenti di tensione campione** quei particolari stabilizzatori in corrente continua, che forniscono ai loro morsetti di uscita una tensione con elevata costanza nel tempo, rispetto alla temperatura e alla sorgente di alimentazione dello stabilizzatore.

Per le sorgenti di tensione campione, si sfruttano, di solito le proprietà dei diodi Zener, che, nella zona negativa della loro caratteristica  $I = f(V)$ , presentano un valore di tensione  $V_z$ , al di là del quale la corrente inversa aumenta notevolmente per piccoli incrementi di tensione.

### Resistenza

Nel caso delle misure di resistenza il modello a cui si fa riferimento dipende dalla definizione di resistenza di un conduttore metallico in funzione delle sue caratteristiche geometriche e fisiche:

Assunzioni:

- la resistività  $\rho$  del materiale è costante all'interno del resistore;
- il resistore è un cilindro geometrico e quindi la sua geometria è definita dai parametri  $S$  ed  $l$ .

Nella realtà non è possibile definire con precisione queste caratteristiche a causa dei processi di lavorazione che non definiscono con precisione i tagli dei materiali e di conseguenza la lunghezza; un altro problema è dato anche dalla non idealità dei materiali per la presenza di impurità e per inevitabili variazioni locali di temperatura.

Quindi definiamo questi come una **incertezza intrinseca del misurando** necessaria perché, se si volesse tener conto di tutti questi problemi si dovrebbe

ipotizzare un modello del misurando troppo complesso da non risultare utile nell'esecuzione della misura.

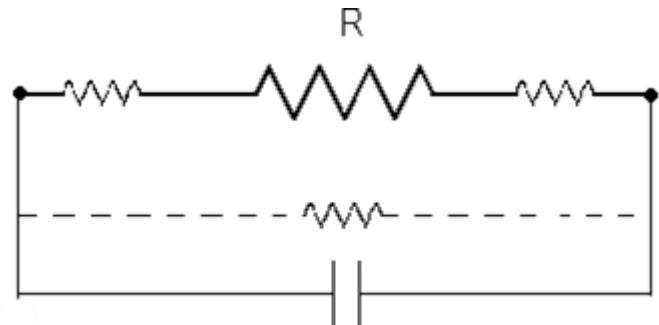
Poiché i fili conduttori non possono essere ideali e quindi a resistenza nulla, un elevato valore di corrente causerà delle cadute che influenzano la misura di tensione.

Innanzitutto nel modello reale ci saranno altre due resistenze, che rappresentano i contatti tramite i quali il resistore viene connesso al circuito, che saranno in serie alla resistenza R.

Ovviamente tali resistenze di contatto creano problemi solo se il loro valore non è trascurabile rispetto al valore di R.

Man mano che il valore di resistenza sale, l'effetto delle resistenze di contatto influisce sempre meno, ma si dovrà aumentare la tensione ai capi della resistenza per veder circolare in essa una piccola corrente. In presenza di una forte d.d.p. ai capi della resistenza, si potrebbero generare delle correnti di dispersione in aria che pur non attraversando la resistenza R, verrebbero misurate dall'amperometro e andrebbero a falsare le misure di resistenza. Quindi nel modello della resistenza dobbiamo aggiungere altri componenti che rappresentano i percorsi alternativi seguiti dalla corrente

Si inserisce una **resistenza di dispersione** in parallelo, per tenere in conto del fenomeno appena descritto; inoltre, tra il filo di conduttore destro e quello sinistro si genera una forte d.d.p. e i due rami si comportano come armature di un condensatore, anch'esso rappresentato nel modello.

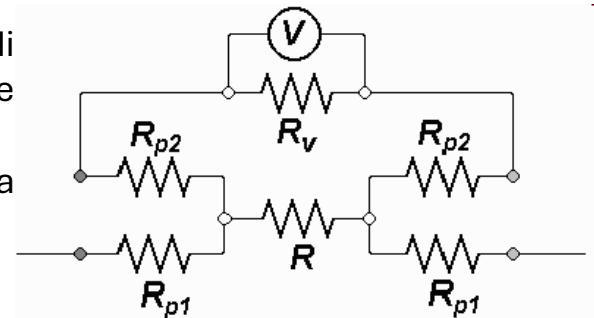


Alle alte frequenze bisogna tener conto degli effetti parassiti del resistore reale. Il circuito equivalente prevede una induttanza in serie e una capacità in parallelo alla serie RL. In genere l'induttanza parassita è quella che alle frequenze alte produce i maggiori problemi.

Alle basse frequenze l'effetto della capacità e dell'induttanza possono essere trascurati in quanto C si comporta come un circuito aperto (altissima resistenza) e L si comporta come un corto circuito (resistenza in serie praticamente nulla).

Un'alternativa al resistore a due morsetti è un resistore con due coppie di morsetti:

- Ad una coppia si applica la tensione di alimentazione che provoca la circolazione della corrente incognita –
  - morsetti amperometrici (scritta CURRENT)
- All'altra coppia si rileva la caduta di tensione
  - morsetti voltmetrici (scritta SENSE)



Esiste anche un quinto morsetto che va connesso "a massa" per protezione e stabilizzazione.

## Condensatore

Un condensatore è costituito da due piastre conduttrici (armature) separate da un materiale isolante che ha la funzione di dielettrico. Se si applica una differenza di potenziale  $v(t)$  fra le due armature, su ciascuna delle due armature si accumula

una carica  $Q(t)$  che risulta essere proporzionale a  $v(t)$  mediante una costante  $C$ :  

$$Q(t) = Cv(t)$$

La capacità  $C$  [F] di questo modello è definita a partire dalle caratteristiche geometriche (dimensioni delle piastre e spessore del dielettrico) e dalle caratteristiche fisiche (quelle che contraddistinguono il dielettrico) del modello stesso secondo la nota relazione:

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

dove  $\varepsilon$  è la costante dielettrica del materiale,  $S$  è la superficie delle armature e  $d$  è la distanza tra le armature.

Assunzioni:

1. le piastre conduttrici presentano resistività nulla o, in maniera equivalente, conducibilità infinita, quindi avremo potenza attiva nulla per qualunque sia la corrente;
2. il dielettrico presenta resistività infinita o conducibilità nulla allora, qualunque sia la d.d.p. tra le due piastre, che insiste quindi sul dielettrico stesso, la corrente che lo attraversa è nulla e quindi non ci può essere potenza dissipata per effetto Joule.
3. le due piastre sono perfettamente parallele e uguali nel senso che hanno la stessa forma piana, per cui ha senso parlare di una distanza  $d$  tra le piastre
4. il dielettrico è omogeneo ossia la costante dielettrica  $\varepsilon$  può ritenersi costante all'interno del dielettrico, quindi non si presenta isteresi

Integrando la potenza rispetto al tempo otteniamo l'energia che è necessario fornire al sistema per stabilire fra le due armature una d.d.p. pari a  $v(T)$  a partire da una condizione iniziale in cui la d.d.p. è inizialmente scarica cioè che  $v(0)=0$ :

$$\int_0^T v(t)i(t)dt = \frac{1}{2} Cv^2(T)$$

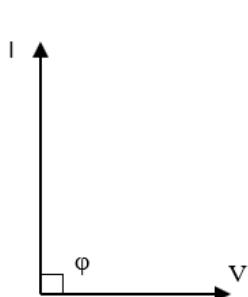
che è il valore dell'energia necessaria a caricare la capacità in modo che ai suoi capi si stabilisca la tensione  $v(T)$  a partire da condizioni iniziali nulle.

Una volta che la tensione tra le armature ha raggiunto il valore  $v(T)$  è possibile sottrarre cariche al sistema, ossia avere una variazione di cariche opposta alla precedente; il che vuol dire avere circolazione di corrente in verso opposto a quello applicato in precedenza.

Il sistema capacità è quindi conservativo perché non esiste alcuna aliquota di potenza dissipata attiva, ma tutta l'energia che la capacità accumula può essere poi essere restituita.

Il sistema conservativo è tale solo grazie alle ipotesi di idealità fatte in precedenza.

Se passiamo nel dominio dei fasori, l'equazione caratteristica del condensatore diventa



$$I = j\omega CV \Rightarrow V = \frac{1}{j\omega C} I$$

Quindi, nel piano fasoriale la corrente che attraversa un condensatore ideale e la caduta di tensione ai suoi capi si trovano in quadratura. Il rapporto tra i fasori rappresentativi di tensione e corrente è dato da:

$$\frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$$

Alla quantità  $X_C = 1/j\omega C$  viene dato il nome di reattanza capacitiva, che dimensionalmente deve essere espresso in  $[\Omega]$  dato che è il rapporto tra una tensione e una corrente. La quantità  $Z_C = -j1/\omega C$  è l'impedenza capacitiva, dove il fattore  $-j$  che tiene conto del fatto che la tensione  $V$  è sfasata, in ritardo, di  $90^\circ$  rispetto alla corrente  $I$ .

La relazione fasoriale tra tensione e corrente nel condensatore ideale fornisce un'ulteriore prova che esso è un sistema conservativo. Valutando, infatti, la potenza attiva assorbita dal bipolo si ha:

$$p = V \cdot I \cdot \cos(\phi) = 0$$

essendo  $\phi=90^\circ$  e, quindi,  $\cos=0$ .

Il condensatore non può esibire le ipotesi ideali: le armature non possono esibire resistività nulla, il dielettrico non può presentare resistività infinita e, inoltre, presenta effetti isterici tra le operazioni di carica e scarica.

Ne consegue che qualsiasi condensatore deve risultare non conservativo ma deve necessariamente presentare una certa aliquota di potenza attiva dissipata che, non può essere restituita. Il modello di un condensatore reale deve quindi tenere conto, dei termini dissipativi (perdite del condensatore).

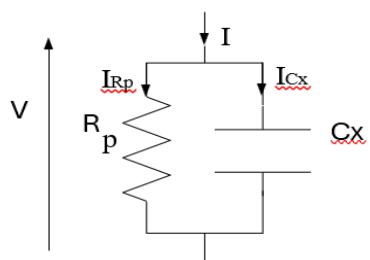
**Modello reale di un condensatore** Per misure accurate è necessario tener conto degli elementi parassiti che caratterizzano il dispositivo fisico condensatore rispetto al modello ideale.

Gli elementi parassiti tengono conto degli aspetti dissipativi come:

- l'isteresi dielettrica, poiché il dielettrico, nel piano E-D, si presenta con un ciclo di isteresi ellittico ad area non nulla;
- l'effetto Joule prodotto dalla circolazione di corrente nelle armature metalliche di resistività non nulla; e l'effetto Joule prodotto nello stesso dielettrico di resistività non infinita.

Per queste ragioni la potenza dissipata dal condensatore sarà diversa da zero. Per tenere conto della potenza dissipata, viene introdotto, nel modello del condensatore, anche una resistenza che rappresenta una aliquota di potenza attiva dissipata sul condensatore. La resistenza può essere inserita in serie o in parallelo alla capacità e ciò dà origine a due modelli differenti per il condensatore reale.

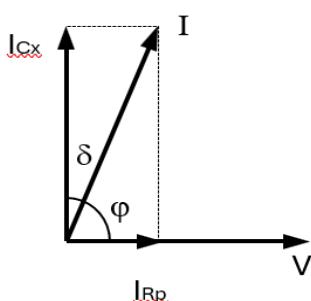
Per quanto riguarda il **modello con resistenza in parallelo**, la corrente nel condensatore reale può essere vista come somma di due aliquote: la



componente che fluisce nella resistenza  $R_p$  e la corrente che fluisce nella capacità  $C_x$ .

Se  $V$  è la tensione ai capi del parallelo, si ha:

$$I_{R_p} = \frac{V}{R_p} \quad I_C = j\omega CV$$



la corrente che circola nel resistore è in fase con la tensione applicata, la corrente della capacità è in quadratura con la tensione e in particolare è in anticipo rispetto alla tensione. La corrente risultante  $I$  entrante nel condensatore, non è più sfasata di  $90^\circ$  rispetto alla tensione come accade in un modello ideale di capacità, ma è sfasata di un angolo  $\delta$ .

Lo sfasamento si discosta tanto più dai 90° quanto più è elevata la componente IR<sub>p</sub>; nelle condizioni ideali R<sub>p</sub> tende ad infinito, ovvero IR<sub>p</sub> tende a zero, in modo che I e V siano in quadratura quanto più è piccolo questo termine tanto minori sono i parametri parassiti del condensatore. Si definisce il **fattore di perdita**:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{I_{R_p}}{I_{C_X}} = \frac{V}{R_p} \frac{1}{\omega C V} = \frac{1}{\omega R_p C}$$

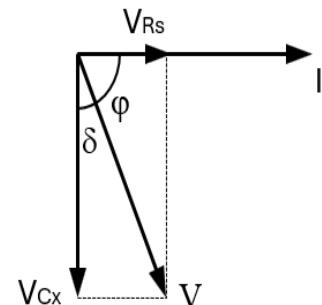
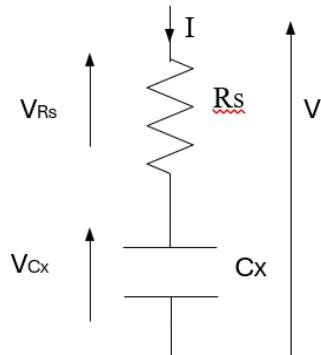
Quanto più piccolo è questo termine tanto minori sono gli effetti parassiti.

Un modello alternativo del condensatore reale è rappresentato da una capacità e una **resistenza posta in serie**.

In questo caso, la capacità ed il condensatore sono attraversati dalla stessa corrente I, mentre la tensione ai capi del condensatore viene ripartita nelle aliquote V<sub>Cx</sub> e V<sub>Rs</sub>. In questo modello, il fattore di perdita diventa:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{V_{Rs}}{V_{Cx}} = R_s I \cdot \frac{\omega C}{I} = \omega R_s C$$

In questo modello, quanto minori sono le perdite del condensatore, tanto minore è il parametro R<sub>S</sub>; al limite, se R<sub>S</sub>=0 e, quindi, V<sub>Rs</sub>=0, si ottiene il modello del condensatore ideale con V e I in quadratura.



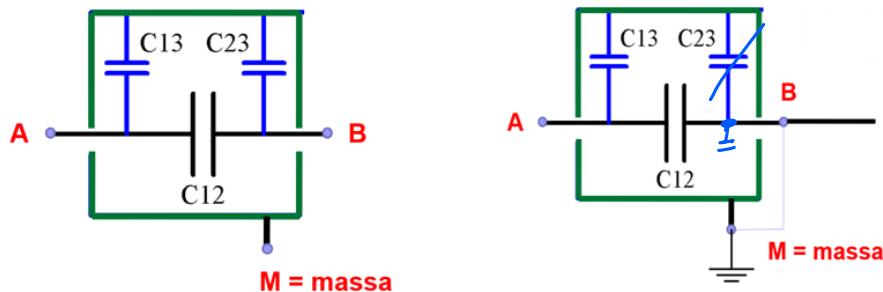
I due schemi circuituali (serie e parallelo) modellano lo stesso condensatore; affinché essi siano equivalenti deve risultare che l'angolo  $\delta$  sia lo stesso.

Eguagliando le equazioni si ottiene la relazione che consente di passare da un modello all'altro:

$$\frac{1}{\omega R_p C} = \omega R_s C$$

Dal punto di vista teorico è equivalente utilizzare l'uno o l'altro modello, ma da un punto di vista pratico cambia molto nella valutazione dell'incertezza di misura.

Una capacità a tre morsetti, ha il terzo morsetto che è la massa.



Mettere o meno a massa l'involucro del condensatore cambia la misura. Tra il condensatore e l'involucro esistono delle capacità parassite. Dividiamo le capacità parassite "a sinistra" e quelle "a destra" della capacità del condensatore.

La capacità totale sarà, quindi un parallelo tra e la serie delle capacità parassite

$$C = C_{12} + \frac{C_{13}C_{23}}{C_{13} + C_{23}}$$

Se però collego l'uscita a massa (B e M a massa), la capacità avrà un terminale che coincide con B e un terminale che coincide con M -> cortocircuito.

La capacità totale sarà semplicemente il parallelo tra

$$C = C_{12} + C_{13}$$

## Induttori

Si definisce induttanza L [H] il fattore di proporzionalità tra la corrente che attraversa un conduttore ed il flusso di induzione magnetica che si concatena con le sue spire:

$$L = \frac{\Phi}{i}$$

Derivando rispetto al tempo l'espressione appena scritta, si trova:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

In dipendenza delle caratteristiche costruttive dell'induttore, L può mantenersi costante o variare nel tempo

Classifichiamo i parametri costruttivi da cui dipende L in:

- parametri geometrici (diametro, numero delle spire, lunghezza dell'avvolgimento, modo in cui il conduttore è avvolto) e parametri fisici (permeabilità magnetica  $\mu$  che rappresenta, in generale, la permeabilità del mezzo in cui si chiudono le linee di flusso). I parametri geometrici si possono considerare indipendenti dal tempo (anche se si potrebbe obiettare che variando la temperatura il materiale subisce una dilatazione che modifica le dimensioni geometriche dell'induttore!).
- La permeabilità  $\mu$  può dipendere, e anche in maniera significativa, dal tempo. Infatti, il parametro  $\mu$  lega il campo magnetico H applicato ad un conduttore all'induzione magnetica B:

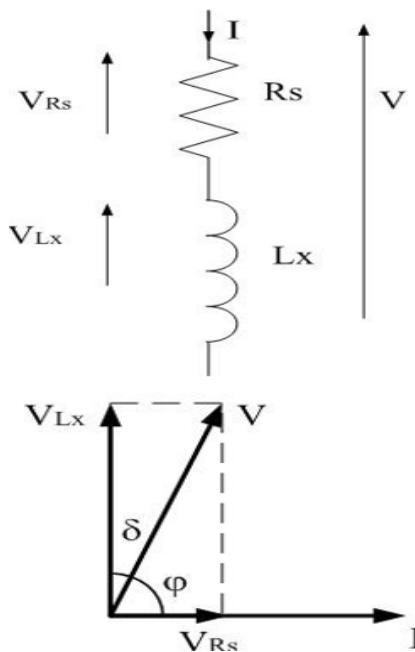
$$B = \mu H$$

Il modello di un **induttore ideale** è schematizzabile col solo parametro  $L$  ed è un sistema conservativo. Gli **induttori campione** sono costituiti da filo avvolto su un supporto di materiale isolante per evitare il formarsi di **correnti di Foucault** correnti che si generano in seguito alla variazione del flusso magnetico per la legge di Faraday-Neumann. Un **induttore reale**, invece, non è conservativo per la presenza di inevitabili effetti dissipativi.

**Perdite per correnti parassite** Il nucleo ferromagnetico è sottoposto ad un campo magnetico variabile nel tempo prodotto dalla corrente che circola nell'induttore; ciò significa che il flusso che attraversa il nucleo è anch'esso variabile nel tempo. Per la legge di Lenz, quindi, il nucleo è sottoposto ad una forza elettromotrice indotta che, a sua volta, dà origine alla circolazione di una corrente parassita nel supporto e quindi a dissipazione per effetto Joule. Tali correnti sono anche note come correnti di Foucault.

**Perdite nel rame** Il filo conduttore con cui si realizza l'avvolgimento ha una certa lunghezza, sezione e resistività non nulla; dunque la circolazione di corrente in esso comporta perdite per effetto Joule;

Sono tenute in conto tramite il parametro resistivo  $R = \rho l / S$ . Nel modello equivalente dell'induttore tale parametro può essere schematizzato in serie o in parallelo.



Nel caso della schematizzazione serie, il diagramma fasoriale si mostra che la tensione risultante  $V$  ai capi del condensatore non è più sfasata di  $90^\circ$  rispetto alla tensione come accade in un modello ideale di induttore, ma è sfasata di un angolo  $\phi$ .

Lo sfasamento si discosta tanto più dai  $90^\circ$  quanto più è elevata la componente  $V_{Rs}$ ; nelle condizioni ideali  $R_s$  tende a zero, ovvero  $V_{Rs}$  tende a zero, in modo che  $I$  e  $V$  siano in quadratura.

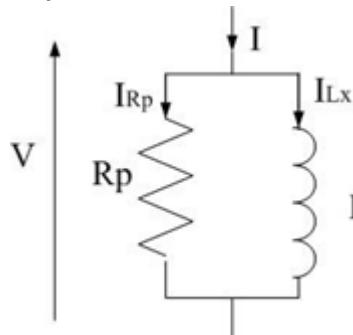
Si definisce il **fattore di perdita** il termine:

$$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{V_{Rs}}{V_{Lx}} = \frac{IR_x}{VL_x} = \frac{R_s}{\omega L}$$

Quanto più è piccolo questo termine tanto minori sono i parametri parassiti dell'induttore.

Nella schematizzazione con resistenza in parallelo, invece, è la corrente che si divide in due aliquote:  $I_{Rp}$  nella resistenza e  $I_{Lx}$  nell'induttanza.

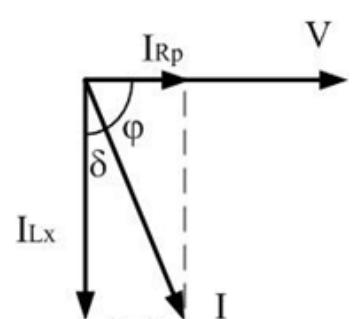
In questo modello, il fattore di perdita diventa:



$$\text{tg}(\delta) = \frac{I_{Rp}}{I_{Lx}} = \frac{V}{R_p} \frac{\omega L}{V} = \frac{\omega L}{R_p}$$

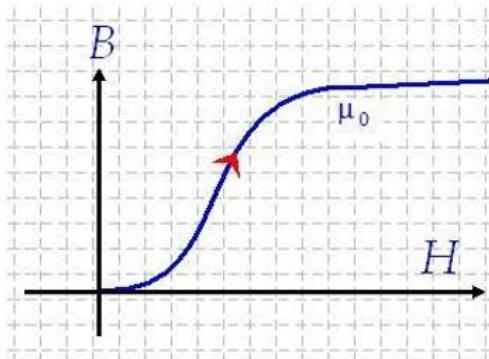
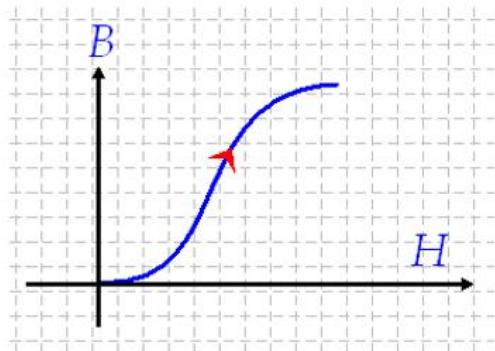
In questo modello, quanto minori sono le perdite dell'induttore, tanto maggiore è il parametro  $R_p$ . In questo caso.

Il fattore di perdita, anche in questo caso, rappresenta il rapporto tra la potenza attiva e quella reattiva assorbite dal bipolo.

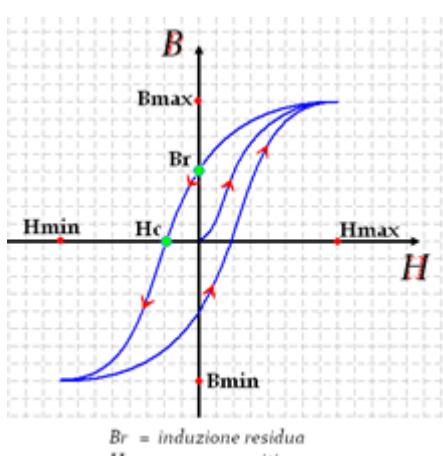


**Perdite nel ferro per isteresi** Si supponga di applicare, ad un materiale smagnetizzato, un campo magnetico  $H$ , facendo circolare una corrente nell'induttore.

Essendo il materiale smagnetizzato il punto di partenza è l'origine degli assi.



Aumentando il campo  $H$ , l'andamento dell'induzione  $B$  aumenta, ma non in maniera lineare.



La curva così tracciata è detta curva di prima magnetizzazione. La pendenza della curva rappresenta la permeabilità  $\mu$  in funzione di  $H$ . Incrementando  $H$ , l'induzione  $B$  aumenta finché tutti i dipoli magnetici del materiale sono orientati secondo il campo magnetico. In questa condizione, il materiale ferromagnetico ha raggiunto la saturazione. Continuando ad aumentare il campo  $H$ , l'induzione aumenta con pendenza  $\mu=0$ .

Se, a questo punto, il campo  $H$  viene ridotto, si nota che l'induzione non assume gli stessi valori del tratto di salita; quando il campo  $H$  torna a zero, l'induzione  $B$  ha un valore non nullo detto di magnetizzazione residua  $B_r$ . Per portare l'induzione di nuovo a zero, deve essere applicato un campo opposto  $-H_c$  detto campo coercitivo.

Riportando il campo al valore massimo si delinea un percorso diverso dal precedente, ottenendo, alla fine, il ciclo di isteresi magnetica.

Conoscere il ciclo di isteresi permette di conoscere la dissipazione di energia ogni volta che lo si percorre. In dettaglio l'area racchiusa dal ciclo di isteresi rappresenta l'energia specifica per unità di volume dissipata nel materiale per percorrere un ciclo.

Dunque, il prodotto tra  $B$  e  $H$  è, dimensionalmente una energia per unità di volume.

Se il periodo di percorrenza del ciclo è noto, cioè se si conosce la frequenza della corrente circolante nell'induttore, si può risalire anche alla potenza dissipata.

All'aumentare della frequenza il ciclo di isteresi si "allarga", ovvero aumenta la potenza dissipata per unità di volume; in particolare, il legame tra potenza dissipata per isteresi magnetica e frequenza è lineare.

In realtà, nell'area racchiusa dal ciclo di isteresi c'è una seconda aliquota di potenza dovuta alle correnti parassite per le quali, come detto, la dipendenza dalla frequenza è quadratica. L'area del ciclo rappresenta quindi entrambi i contributi. Se, però, il ciclo lo si percorre molto lentamente, cioè a basse frequenze, la potenza legata alle correnti parassite è trascurabile. In questa ipotesi si arriva a quello che si chiama **ciclo di isteresi statico**.

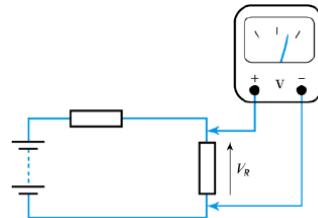
Se si modella l'induttore su ferro come serie (o parallelo) di una resistenza e di una induttanza, come nel caso dell'induttore in aria, la resistenza deve tener conto di tutti e tre gli effetti di dissipazione descritti.

# MISURE DELLE GRANDEZZE ELETTRICHE

## Voltmetro

Per misurare la d.d.p. fra gli estremi di un resistore è necessario che questi siano allo stesso potenziale dei morsetti del voltmetro.

Quindi il voltmetro deve essere inserito in parallelo con il resistore, avendo cura di collegare il morsetto positivo con l'estremo a potenziale maggiore e quello negativo con l'estremo a potenziale minore.

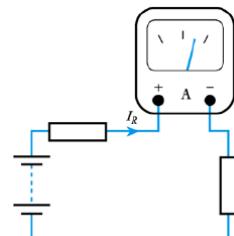


E' necessario che l'inserimento del voltmetro non alteri l'intensità della corrente che scorre nel circuito. Quando misuriamo una tensione, collegiamo in parallelo la resistenza interna del voltmetro con la resistenza del carico, modificando quindi la resistenza complessiva del circuito e la tensione che vogliamo misurare. Questo effetto è detto di "**carico**".

Quindi bisogna che la resistenza interna  $r$  del voltmetro sia molto più grande di  $R$  per far sì che la corrente che circoli nel voltmetro sia 0. In questo modo la corrente scorre tutta resistore.

## Amperometro

Un amperometro misura l'intensità di corrente che attraversa  $R$ , e quindi deve essere inserito in serie nel circuito su cui si vuole eseguire la misura, in modo che strumento e circuito siano percorsi dalla stessa corrente.



Poiché il dispositivo possiede una polarità, è inoltre necessario fare attenzione a collegare il morsetto positivo con il polo positivo del generatore e il morsetto negativo con il polo negativo.

Poiché l'amperometro presenta una resistenza interna  $r$ , il suo inserimento nel circuito fa aumentare la resistenza totale.

Di conseguenza, la corrente che si misura ha un'intensità minore rispetto a quella che scorreva prima.

Affinché questa perturbazione sia trascurabile, la resistenza interna  $R_M$  deve essere molto piccola rispetto alla resistenza totale del circuito.

## Metodo Voltamperometrico

Una resistenza non è misurabile direttamente, poiché è un effetto percepibile solo quando il resistore è attraversato da una corrente.

L'idea di base è quello di misurare tensione e corrente ai capi del resistore e sfruttare la legge di Ohm.

Questo può essere fatto usando due tipi di inserzioni:

- Inserzione con voltmetro a valle
- Inserzione con voltmetro a monte

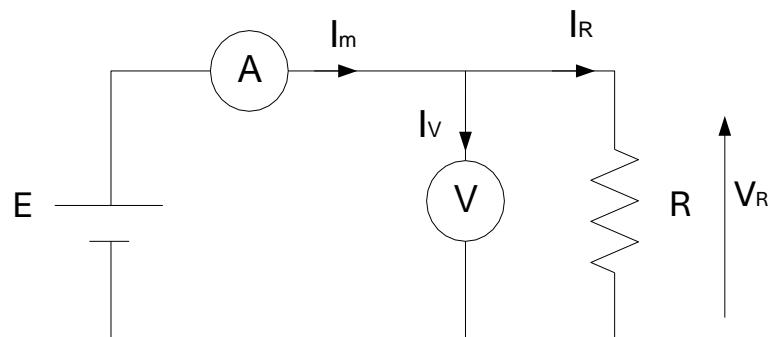
Gli strumenti di misura impiegati alterano le grandezze che vengono misurate e, quindi, la misura di resistenza. Il risultato degli effetti di carico è che la tensione e la corrente misurate dal voltmetro e dall'amperometro non sono uguali a  $V_R$  e  $I_R$ , tensione e corrente sul resistore.

Nel caso del circuito dove il voltmetro è stato inserito a valle dell'amperometro, una parte della corrente misurata dall'amperometro circola nel voltmetro; tale aliquota è paria:

$$I_V = \frac{V_R}{R_V}$$

Dove  $R_V$  è la resistenza interna del voltmetro.

Quindi la resistenza misurata è:



$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{-V_R}{I_R + I_V} \quad \frac{V_m}{R_V} \quad \frac{R R_V}{R + R_V}$$

la resistenza effettiva sarebbe:

$$R = \frac{V_R}{I_R}$$

ma nota  $R_V$  allora

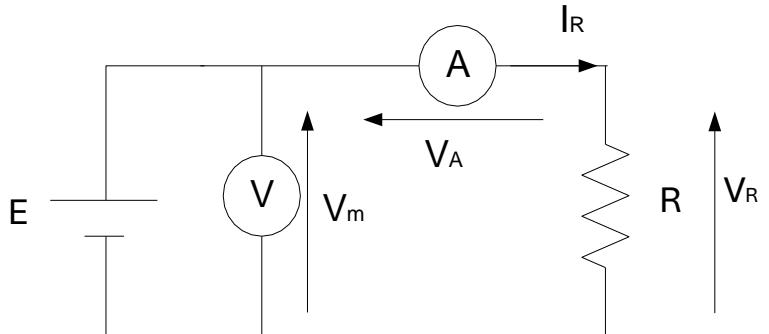
$$R \neq \frac{R_V R_m}{R_V + R_m}$$

La resistenza misurata è più piccola di quella vera, proprio perché la corrente misurata dall'amperometro è la somma di  $I_R$  e  $I_V$ . Se si ripete N volte la misura e viene valutata l'incertezza di tipo A, l'incertezza dovuta al carico strumentale non compare perché non è un'incertezza aleatoria ma sistematica; questo comporta anche la possibilità di effettuare una correzione delle misure in quanto è possibile prevedere l'effetto di carico strumentale, conoscendo le caratteristiche del voltmetro (la sua resistenza interna).

Un'altra soluzione è quella di inserire gli strumenti di misura in un altro modo, con l'amperometro a valle del voltmetro

In questo caso il voltmetro misura una tensione che è la somma della tensione su  $R$  e la caduta di tensione sull'amperometro data da:

$$V_A = R_A I_R$$



con  $R_A$  la resistenza interna dell'amperometro. La resistenza misurata è data quindi da:

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_R + V_A}{I_R} = \frac{V_R}{I_R} + \frac{V_A}{I_R} = R + R_A$$

L'incertezza dovuta agli strumenti è tanto più trascurabile quanto minore è la caduta sull'amperometro, ovvero quanto più è bassa la resistenza interna dell'amperometro rispetto alla resistenza  $R$ . Anche in questo caso, è possibile correggere il valore di resistenza misurato conoscendo le caratteristiche dell'amperometro impiegato.

$$R = R_m - R_A$$

La soluzione migliore è quella che prevede il termine correttivo più basso. Sul termine correttivo è presente comunque una certa incertezza che influisce meno sulla misura quanto è più piccolo il termine correttivo.

Nella pratica, dalla prima misura è possibile stimare il valore di  $R$  senza correzione, in modo da conoscere almeno l'ordine di grandezza della resistenza e poi viene confrontato tale valore con  $R_A$  e  $R_V$ , resistenze interne dell'amperometro e del voltmetro delle quali dobbiamo considerare l'incertezza sulla conoscenza delle resistenze interne di voltmetro e amperometro.

### Voltmetro a valle

$$R = \frac{R_V R_m}{R_V - R_m} = \frac{R_V \frac{V_m}{I_m}}{R_V - \frac{V_m}{I_m}} = \frac{R_V V_m}{I_m R_V - V_m}$$

$$U_R^2 = \left( \frac{\partial R}{\partial V_m} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial I_m} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial R_V} \right)^2 U_{R_V}^2$$

$$U_R^2 = \left( \frac{R_V (I_m R_V - V_m) + R_V V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( \frac{-R_V^2 V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{I_m}^2 +$$

$$\left( \frac{V_m (I_m R_V - V_m) - R_V V_m I_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{R_V}^2$$

$$U_R^2 = \left( \frac{R_V^2 I_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( \frac{-R_V^2 V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left( \frac{-V_m^2}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{R_V}^2$$

$$\frac{U_R^2}{R^2} = \left( \frac{I_m R_V - V_m}{R_V V_m} \right)^2 \left[ \left( \frac{R_V^2 I_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( \frac{R_V^2 V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left( \frac{V_m^2}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{R_V}^2 \right]$$

$$= \left( \frac{R_V I_m}{I_m R_V - V_m} \right)^2 \frac{U_{V_m}^2}{V_m^2} + \left( \frac{R_V I_m}{I_m R_V - V_m} \right)^2 \frac{U_{I_m}^2}{I_m^2} + \left( \frac{V_m}{I_m R_V - V_m} \right)^2 \frac{U_{R_V}^2}{R_V^2}$$

*relativo*  $u_R^2 = \left( \frac{1}{R_V - R_m} \right)^2 [(u_{V_m}^2 + u_{I_m}^2) R_V^2 + R_m^2 u_{R_V}^2]$

Se  $R_V \gg R_m$  il contributo di incertezza su  $R_V$  può essere trascurato, per cui:  $u_R^2 = u_{V_m}^2 + u_{I_m}^2$

### Voltmetro a monte

$$R = R_m - R_A = \frac{V_m}{I_m} - R_A$$

$$U_R^2 = \left( \frac{\partial R}{\partial V_m} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial I_m} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial R_A} \right)^2 U_{R_A}^2$$

$$U_R^2 = \left( \frac{1}{I_m} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( -\frac{V_m}{I_m^2} \right)^2 U_{I_m}^2 + (-1)^2 U_{R_A}^2$$

$$\frac{U_R^2}{R^2} = \left( \frac{I_m}{V_m - R_A I_m} \right)^2 \left[ \left( \frac{1}{I_m} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left( \frac{V_m}{I_m^2} \right)^2 U_{I_m}^2 + U_{R_A}^2 \right]$$

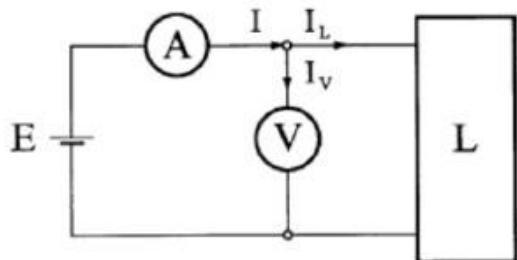
*relativo*  $u_R^2 = \left( \frac{1}{R_m - R_A} \right)^2 \left[ \left( \frac{V_m}{I_m} \right)^2 \frac{U_{V_m}^2}{V_m^2} + \left( \frac{V_m}{I_m} \right)^2 \frac{U_{I_m}^2}{I_m^2} + R_A^2 \frac{U_{R_A}^2}{R_A^2} \right]$

$$u_R^2 = \left( \frac{1}{R_m - R_A} \right)^2 [R_m^2 \cdot (u_{V_m}^2 + u_{I_m}^2) + \cancel{R_A^2 \cdot u_{R_A}^2}]$$

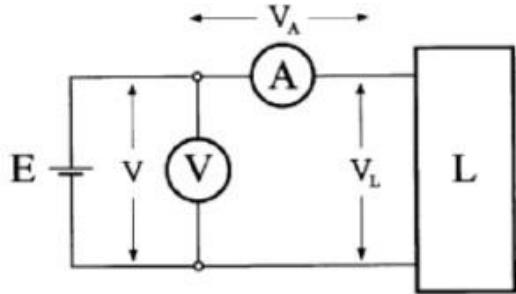
Se  $R_m \gg R_A$  il contributo su  $R_A$  è trascurabile, per cui:  $u_R^2 = u_{V_m}^2 + u_{I_m}^2$

## Misure di potenza

Possiamo usare sempre le due configurazioni di inserzione e in entrambi i casi misureremo una potenza maggiore di quella assorbita dal carico per via degli **errori di inserzione**.



**Voltmetro a valle**



**Voltmetro a monte**

$$I_m = I_L + I_V$$

$$V_m = V_L$$

$$P_m = V_m I_m =$$

$$= V_L (I_V + I_L) =$$

$$= V_L I_L \left( \frac{I_V}{I_L} + 1 \right) =$$

$$= P_L \left( \frac{R_L}{R_V} + 1 \right)$$

$$R_V \gg R_L \Rightarrow \frac{I_m}{P_m} \rightarrow I_L$$

$$\frac{P_m}{P_L} \rightarrow 1$$

$$I_m = I_L$$

$$V_m = V_L + V_A = V_L + I_L R_A =$$

$$= V_L \left( 1 + \frac{R_A}{R_L} \right)$$

$$P_m = V_m I_m =$$

$$= V_L I_L \left( 1 + \frac{R_A}{R_L} \right) =$$

$$= P_L \left( 1 + \frac{R_A}{R_L} \right)$$

$$R_A \ll R_L \Rightarrow \frac{V_m}{P_m} \rightarrow V_L$$

$$\frac{P_m}{P_L} \rightarrow 1$$

Nei circuiti alimentati in alternata, la potenza elettrica, definita come prodotto tra la caduta di tensione su di un carico predefinito e la corrente che fluisce in esso in funzione del tempo

$$p(t) = v(t)i(t)$$

viene definita come potenza istantanea. Nei circuiti in ac si è principalmente interessati al valore medio della potenza istantanea in un determinato intervallo di tempo. In circuiti alimentati da tensioni periodiche è rilevante definire la potenza media dissipata in un periodo T (potenza attiva) come:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

un generatore sinusoidale che alimenta un carico puramente resistivo. In questo caso,  $v(t)$  e  $i(t)$  sono in fase e  $p(t)$  è data da

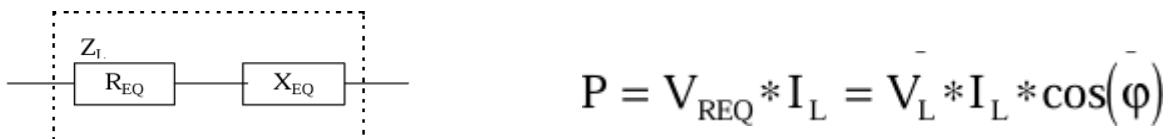
$$p(t) = V \cdot I \cdot [1 - \cos(2\omega t)]$$

La potenza elettrica dissipata sul carico è data da un valore costante  $V \cdot I$  più una quantità oscillante a frequenza doppia di quella dell'alimentazione, il valor medio della potenza, in un periodo è semplicemente pari al prodotto  $V \cdot I$  (potenza attiva).

Nel caso di circuiti puramente reattivi si ha: la caduta di tensione ai capi del carico e la corrente che scorre in esso sono sfasate di 90 gradi. La potenza istantanea  $p(t)$  è data da:

$$p(t) = V \cdot I \cdot \sin(2\omega t)$$

Più in generale il carico è espresso tramite un numero complesso. In questo caso, l'impedenza del carico può essere rappresentata tramite il suo circuito equivalente consistente, ad esempio, nella serie di una pura resistenza e di una pura reattanza. La potenza elettrica dissipata su di un carico  $Z_L$  (Fig. 3) può essere espressa dalla somma delle componenti di potenza dissipate separatamente sulla resistenza equivalente  $R_{EQ}$  e sulla reattanza  $X_{EQ}$  del circuito equivalente di  $Z_L$



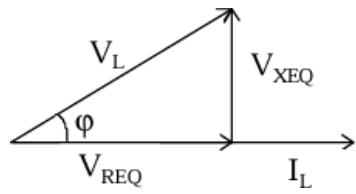
Il termine  $\cos(\phi)$  prende il nome di **fattore di potenza**, e tiene conto del fatto che solo una frazione della tensione  $V_L$  dà contributo alla potenza, infatti la sua componente  $X_{EQ}$  (caduta sulla reattanza) non produce alcuna potenza attiva essendo ortogonale alla corrente  $I_L$  che scorre nel carico. Osservando gli andamenti relativi di tensione e corrente negli stessi istanti si può dedurre che il loro prodotto avrà un valore medio (i) non-nullo, solo se esiste una differenza di fase, e (ii) in particolare, proporzionale a tale sfasamento.

potenza apparente  $\square$   $P_A = V_L \cdot I_L$

potenza reattiva  $\square$   $Q = V_{XEQ} \cdot I_L = V_L \cdot I_L \cdot \sin(\phi)$

La potenza reattiva è come una caduta di tensione sulla pura reattanza e quindi, non dà alcun contributo alla potenza attiva.

È possibile dedurre la relazione esistente tra potenza apparente, potenza attiva e potenza reattiva:



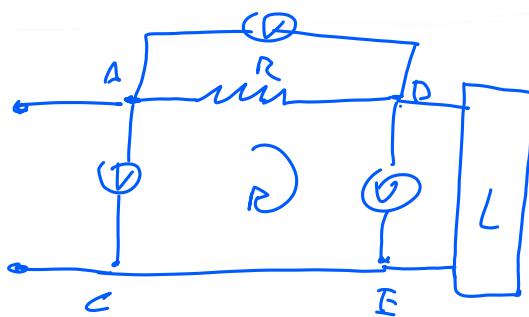
$$P_A = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

I wattmetri costruiti per operare in circuiti in a.c. sono progettati per poter integrare la potenza istantanea

**Metodo dei tre voltmetri** La potenza dissipata su un carico L può essere misurata utilizzando un resistore R e misurando tre tensioni come mostrato in Fig. I tre voltmetri servono tre misure indipendenti per valutare la potenza dall'eq

$$P = V_{REQ} * I_L = V_L * I_L * \cos(\phi)$$

In particolare, dalle cadute di tensione  $V_{ab}$  e  $V_{bc}$ , possono essere valutate direttamente la corrente e la tensione;  $V_{ac}$  è necessario per ottenere informazioni sulla loro fase relativa. Trascurando le correnti derivate dai voltmetri e detta  $I_L$  la corrente sul carico L, si ha:



$$V_{AC} = V_L + R_i L$$

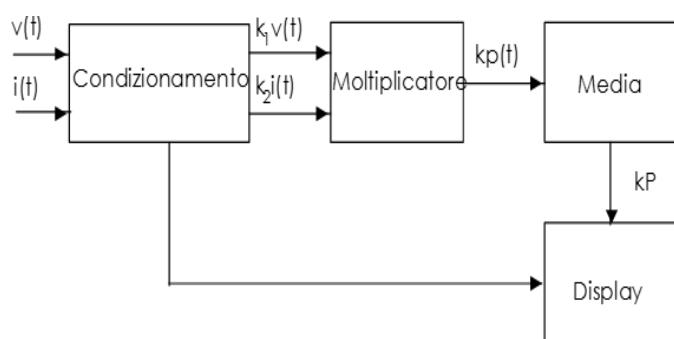
$$V_{AC}^2 = V_L^2 + R_{iL}^2 + 2R_i V_L i_L$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T V_{AC}^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T R_{iL}^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T 2R_i V_L i_L dt$$

$$= V_{AC}^2 - V_L^2 = LR \left( \frac{R_L + R_{iL}^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow P_L = \frac{V_{AC}^2 - V_L^2 - R_{iL}^2}{2R}$$

## Wattmetri moltiplicatori



I wattmetri elettronici possono essere suddivisi in due categorie a seconda se le operazioni di moltiplicazione e di media siano effettuate in maniera discreta o continua. Nei metodi "continui", le moltiplicazioni sono effettuate da moltiplicatori analogici. Nei metodi "discreti", wattmetri a campionamento prelevano contemporaneamente campioni delle forme d'onda di tensione e corrente, li digitalizzano ed effettuano quindi le operazioni necessarie utilizzando tecniche digitali.

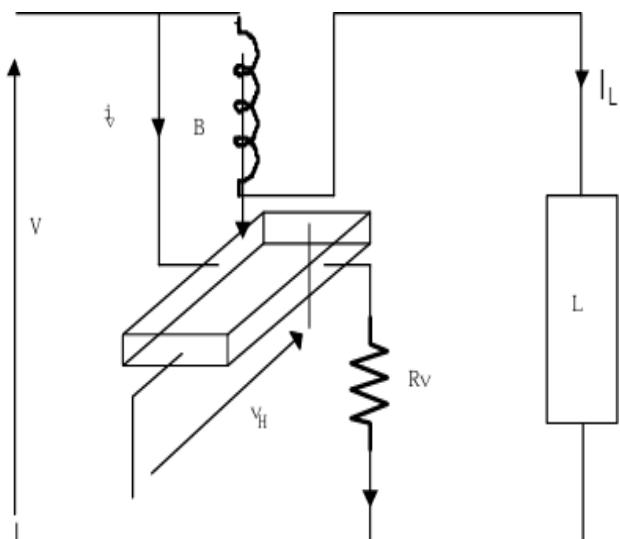
campionamento prelevano contemporaneamente campioni delle forme d'onda di tensione e corrente, li digitalizzano ed effettuano quindi le operazioni necessarie utilizzando tecniche digitali.

**Wattometri a campionamento** Il wattmetro più importante di quelli che operano su campioni discreti è quello a campionamento. E' composto essenzialmente da due canali analogico-digitali, costituiti da un condizionamento (C), un sample and hold (S/H) ed un convertitore analogico-digitale (ADC), da un moltiplicatore digitale (MUL), un sommatore (SUM), un divisore (DIV), ed una unità di visualizzazione (DISP). L'intero strumento è gestito da un opportuno processore. Se i campioni sono equispaziati, la potenza attiva è valutata come media delle sequenze dei campioni di potenza istantanea  $p(k)$ :

$$P = \frac{1}{N^*} \sum_{k=0}^{N^*-1} p(k) = \frac{1}{N^*} \sum_{k=0}^{N^*-1} v(k) \cdot i(k)$$

dove  $N^*$  rappresenta il numero di campioni in un periodo del segnale di ingresso.

### Wattmetri ad effetto Hall



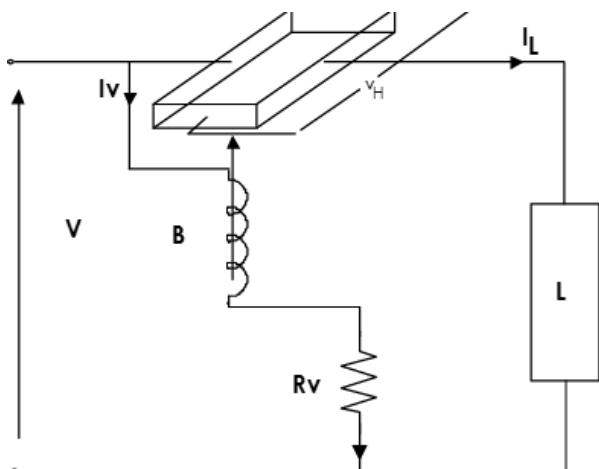
per l'effetto Hall  $\Rightarrow V_H = R_H \cdot i(t) \cdot B(t)$

$V_H(t)$  misurabile con un voltmmetro con alta impedenza  
conosciuto che

$$V_H(t) = Q \cdot i(t) \quad \Rightarrow \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T V_H(t) \cdot i(t) dt = Q \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt = R_H V_H^2$$

$B$  e  $i_L$  e  $i_V$  (corrente di polarizzazione) è fissata da  $R_V$

Per valori di frequenza superiori al GHz, la piastrina di Hall è posizionata direttamente nella guida d'onda in modo da sentire il campo magnetico.



Fino al GHz, è possibile un arrangiamento alternativo, riportato in Fig. a sx, in cui la corrente del carico  $I_L$  scorre direttamente nella piastrina di Hall, fungendo da corrente di polarizzazione, ed il campo magnetico è generato dalla tensione  $v$ .

## Misure di energia

L'energia elettrica è una forma di energia che può essere ottenuta sia tramite fonti energetiche primarie di origine fossile sia tramite fonti rinnovabili. L'energia elettrica non può essere immagazzinata se non in piccole quantità (es. batterie). Per questo in una rete elettrica l'energia prodotta dalle centrali deve essere sempre uguale a quella utilizzata dai clienti. Se questo equilibrio viene a mancare possono verificarsi interruzioni o blackout.

L'energia elettrica viene misurata in chilowattora (kWh)

La potenza è la quantità di energia disponibile istante per istante in un punto di prelievo. È misurata in watt (W).

La rete elettrica per poter funzionare correttamente si deve verificare istante per istante un bilanciamento dell'energia prodotto e quella utilizzata per la mancanza di stoccaggio; è necessario controllare la frequenza e la tensione e quindi la massima potenza sulla rete.

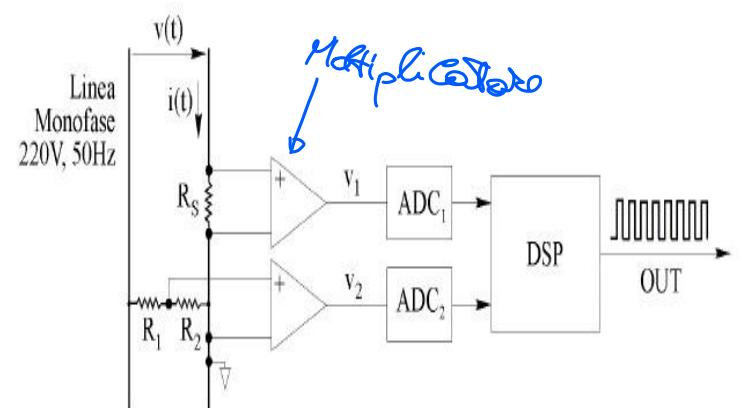
La misura dell'energia elettrica ha una importanza pratica fondamentale, in quanto costituisce la base dei rapporti commerciali tra il produttore e l'utente. Lo strumento che viene utilizzato per la misura dell'energia prende il nome di **contatore di energia elettrica**.

I contatori elettronici (o statici) derivano dai wattmetri elettronici:

- Contatore analogico mediante circuito moltiplicatore tensione/corrente
- Contatore analogico a effetto Hall
- Contatore digitale a campionamento di tensione e corrente

Essenzialmente un contatore statico è costituito da un sistema di conversione analogico-digitale (ADC) e un sistema di signal-processing.

Uno schema semplificato, per una linea monofase, dove la tensione di linea  $v(t)$  viene trasformata con il partitore resistivo ( $R_1$  e  $R_2$ ) e la corrente di linea  $i(t)$  viene trasformata dalla resistenza ( $R_s$ ). In pratica si possono impiegare anche altri sistemi di traduzione, come per esempio trasformatori di misura.



La **telegestione** è un sistema di misura, comunicazione e gestione del contratto di fornitura di energia, formato da strumenti elettronici interconnessi.

Il contatore è in grado di comunicare dati con l'esterno mediante un sistema integrato di misura, comunicazione e gestione del contratto di fornitura di energia.

È costituito da tre componenti principali:

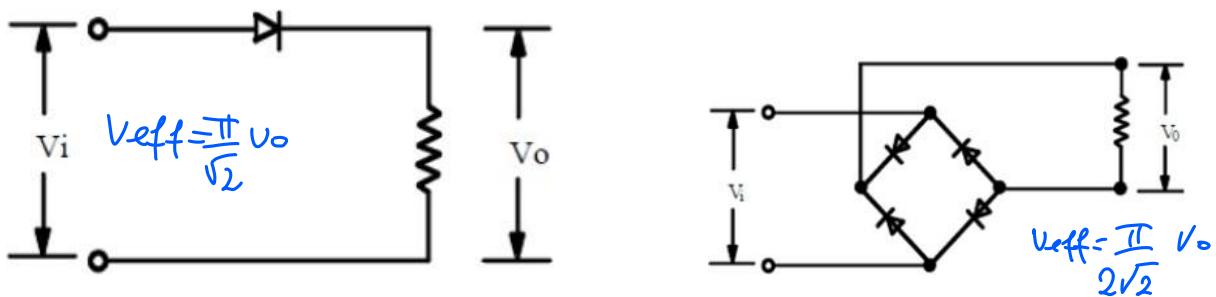
- Contatore statico di energia che manda le informazioni tramite **onde convogliate**
- Che vengono prima filtrate da un trasformatore MT/BT a 200 V<sub>eff</sub>
- Concentratore BT installato nelle cabine di trasformazione, che riceve le onde convogliate filtrate contenenti le info dei contatori
- Sistema di acquisizione dati centrale chiamato AMM (Automatic Meter Management)

### Misure di valore efficace

La misurazione diretta del parametro "valore efficace" di un segnale non è agevole si sono cercati metodi di misura indiretti che permettano la stima del valore efficace dal valore di altri parametri stazionari del segnale.

I convertitori RMS/DC forniscono in uscita un segnale la cui tensione media è legata al valore efficace del segnale di ingresso.

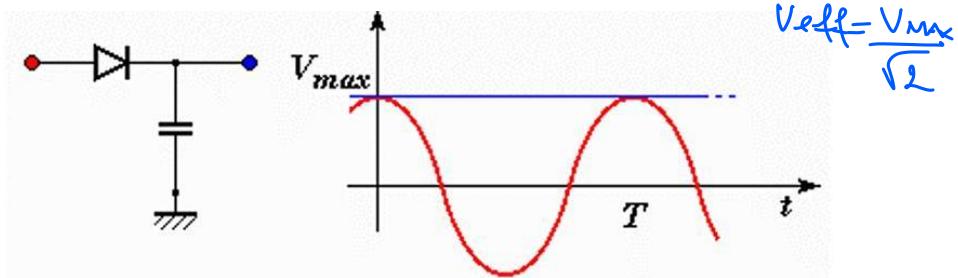
I **convertitori a valore medio** si basa su raddrizzatori a diodi a singola semionda, in questo caso il valore efficace è legato al valore medio dell'onda raddrizzata.



Esiste anche una versione a diodi a ponte, che è un raddrizzatore a doppia semionda.

Dalla conoscenza del valore di picco si potrebbe quindi agevolmente ricavare il valore efficace semplicemente dividendo il valore numerico ottenuto per il fattore di cresta. Per un segnale sinusoidale, il fattore di cresta vale 2. Cambia per ogni forma d'onda.

In condizioni ideali un semplice circuito composto da un diodo e da un condensatore permette, di ottenere in uscita una tensione costante di valore pari al valore di picco del segnale in ingresso.



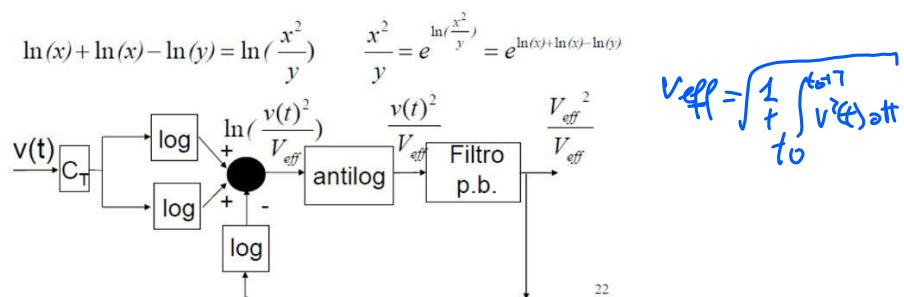
Questi circuiti in presenza di distorsioni non calcolano il valore efficace in modo corretto. Infatti sono stati sviluppare circuiti che permettono la corretta misura del valore efficace.

Per distinguere gli strumenti del primo tipo (utilizzabili correttamente solo se il segnale da misurare ha forma d'onda sinusoidale) da quelli del secondo tipo (utilizzabili correttamente anche con segnali distorti) sono rispettivamente utilizzate le sigle **RMS** e **TRMS**, acronimi di "root mean square" e "true root mean square".

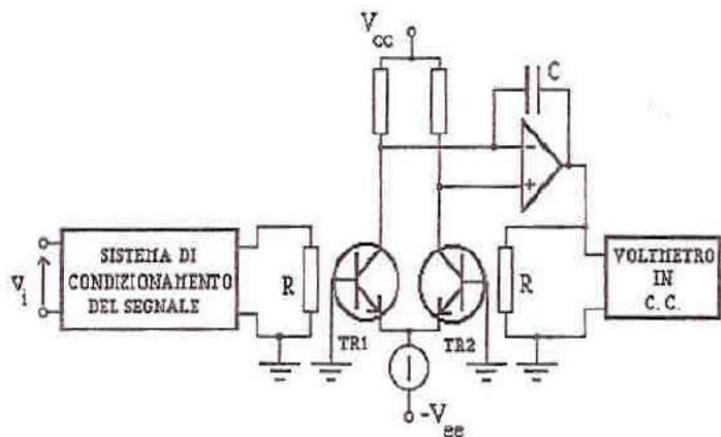
I convertitori **TRMS** basati sui **moltiplicatori** sono formati da:

- un moltiplicatore analogico è un dispositivo a due ingressi X ed Y che fornisce un'uscita pari al prodotto dei valori istantanei degli ingressi, XY;
- un filtro passa-basso restituisce (a meno del segno) un segnale proporzionale al valore medio (praticamente la componente continua) del segnale 2 x applicato al suo ingresso;
- estrattore di radice, presenta in controreazione un altro moltiplicatore che fornisce il quadrato della tensione in uscita Vo.

I convertitori **TRMS** basati sui **log** e **antilog** sono formati da due amplificatori in configurazione log e uno antilog. Il segnale condizionato viene calcolato in logaritmo, sommato (per calcolare il quadrato) con sé stesso e si sottrae l'uscita del circuito retroazionata. Sulla somma viene calcolato l'antilogaritmo (estratto l'esponente) e poi con un filtro passa-basso si calcola l'integrale.



In un **convertitore TRMS transistor con retroazione negativa** la tensione in ingresso determina il riscaldamento di una resistenza R e di un transistor TR1 (termistore); la corrente che fluisce nel transistor aumenta e la tensione al morsetto invertente diminuisce.



La tensione di sbilanciamento viene amplificata fino a quando l'aumento della corrente del transistor TR2 non riduce a zero lo sbilanciamento. All'equilibrio la tensione continua è uguale al valore efficace della tensione in ingresso.

### Strumenti magnetometrici

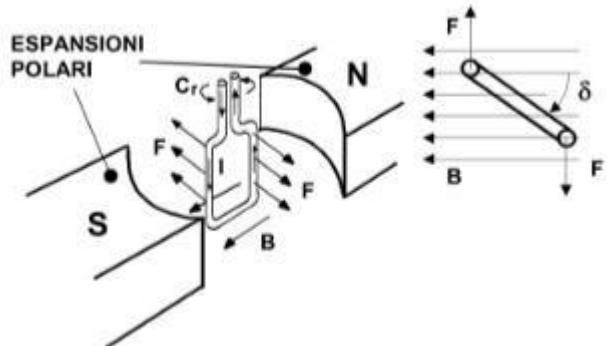
Questi strumenti sono chiamati comunemente "a bobina mobile" e sono basati sull'azione motrice esercitata dal campo di un magnete permanente (parte attiva) su una bobina percorsa da una corrente continua. Lo strumento è costituito da una bobina, di solito rettangolare e con un numero  $n$  di spire, portata da un asse a perni ruotanti.

Essi si basano su una bobina mobile percorsa da corrente in un campo magnetico costante generato da un magnete permanente. Il magnete crea un'azione motrice sulla bobina libera di muoversi, percorsa da corrente continua. L'avvolgimento della bobina è costituito da  $m$  spire avvolte su un supporto cilindrico. Il nucleo magnetico crea un campo di induzione magnetica costante, ortogonale alla superficie del cilindro mobile. Facendo scorrere una corrente negli avvolgimenti si genera una forza sul lato attivo della spira.

$$\text{In modulo: } F = ILB \sin 90^\circ m = ILBm$$

Essendo le spire vincolate al supporto generano una coppia motrice (forza  $\times$  braccio (larghezza spira)):  $CM = F \cdot d = ILdmB$

Un sistema di molle antagoniste si oppone alla torsione e va ad equilibrare la coppia motrice con una coppia resistente proporzionale alle deviazioni angolari sulla scala:  $CR = k \cdot \theta$



Eguagliando le due coppie otteniamo:

$$IldmB = k\theta$$

$$\theta = \frac{ldmB}{k} \cdot I$$

La deflessione angolare dell'indice dello strumento è quindi proporzionale alla corrente che circola in esso -> si costruisce così un amperometro.

La **scala** di uno strumento analogico è la suddivisione dell'arco di cerchio che può essere percorso dall'indice.

La **costante** di uno strumento è il rapporto tra il fondo scala e il numero di divisioni della scala. La costante strumentale rappresenta la variazione di grandezza di ingresso per ottenere lo spostamento di una deviazione. Uno strumento simile ha un range di funzionamento che va da 10 µA a 30 mA. Questi limiti sono dovuti alla coppia di attrito che i perni di sospensione applicano tanto da rendere immobile lo strumento per valori inferiori, sia alla dimensione fisica della bobina che per valori superiori al limite superiore risulterebbe troppo grossa.

$$K = \text{Portata}/\text{Fondo scala}$$

La **classe di precisione** è definita dai limiti dell'errore espresso in percentuale di un valore convenzionale. Il valore convenzionale coincide solitamente col valore di fondo scala, ossia con la portata.

L'**errore assoluto** dello strumento in qualunque punto della scala non deve essere superiore a:

$$u = \varepsilon / \sqrt{3} = \text{Classe} \cdot \text{Portata} / 100\sqrt{3}$$

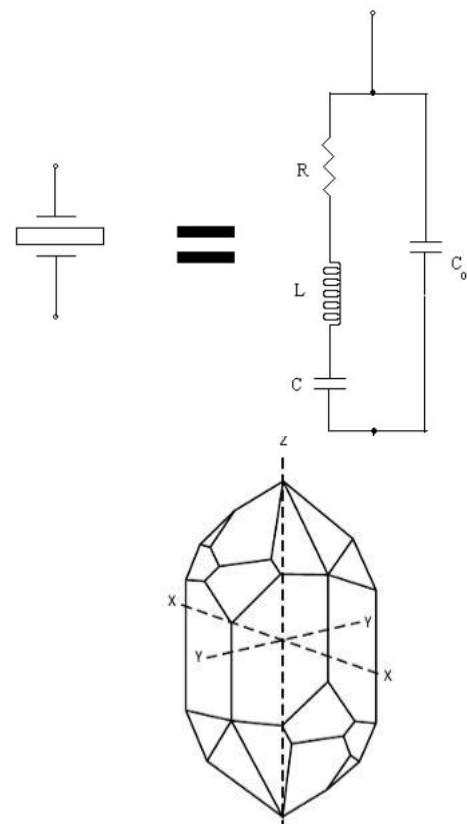
## MISURE DI TEMPO E DI FREQUENZA

I cristalli di quarzo, hanno proprietà **piezoelettriche**: se sottoposti a deformazione meccanica, generano sulle loro facce una tensione.

Eliminando la tensione applicata, i quarzi tornano allo stato di equilibrio attraverso una serie di oscillazioni smorzate con una frequenza precisa e legata ai parametri del cristallo. In sostanza si comportano da sistemi oscillanti, in cui l'oscillazione elettromeccanica avviene con perdite molto basse e presentano un comportamento risonante.

Il condensatore  $C_0$  rappresenta l'effetto capacitivo delle due facce metallizzate del cristallo; invece il ramo RLC rappresenta le caratteristiche di risonanza elettromeccanica proprie del quarzo piezoelettrico.

Un opportuno frammento di quarzo viene ottenuto tagliando il cristallo secondo assi ed angoli specifici. La scelta di assi ed angoli determina i parametri fisici ed elettrici per il risonatore. Numerosi tagli possono essere fatti semplicemente cambiando l'angolo e l'asse di riferimento.



$$\bar{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

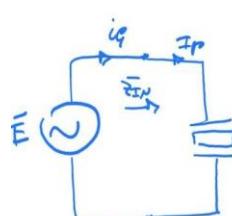
$$|\bar{I}| = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

Se  $\omega L \gg \frac{1}{\omega C} \Rightarrow$  anticipo  $90^\circ$

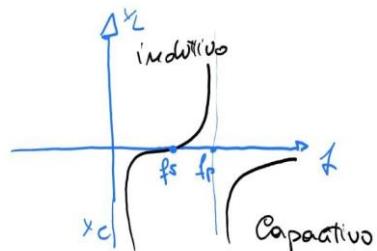
Se  $\omega L \ll \frac{1}{\omega C} \Rightarrow$  ritardo  $90^\circ$

Se  $\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow I_{max} \quad \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



Al varare della frequenza del generatore la resistenza totale cambia in questo modo



Quindi al variare della frequenza del generatore possiamo avere diverse combinazioni di  $I_g$  e  $I_p$ .

F1 → in cui si ha una risonanza meccanica del cristallo la componente  $I_p \rightarrow \infty$ , quindi il generatore vede un corto circuito;

F2 → in cui  $I_p$  è uguale e in opposizione di fase a  $I_g$  e quindi il generatore vede un circuito aperto.

Quando la reattanza è nulla o infinita corrispondono alla frequenza di risonanza in serie  $f_s$  e di parallelo  $f_p$ . Quindi il circuito si può comportare sia in serie che in parallelo.

La  $R$  è molto bassa e tiene conto delle perdite di tipo meccanico ed elettrico. A perdite basse corrisponde un fattore di qualità molto alto. Per avere fattore di qualità molto bassi bisogna interferire il meno possibile con il cristallo, in modo che possa oscillare liberamente.

Su questo principio di funzionamento vengono realizzati gli oscillatori che non sono altro che generatori di segnale sinusoidale di una frequenza precisa che dipende dal taglio del cristallo. A regime questi si autopilotano, sono come amplificatori.

Si cerca di portare il sistema ad una oscillazione spontanea quindi per fare questo retroazioniamo il sistema. In questo modo grazie al rumore termico che viene amplificato dalla retroazione e produrrà un'oscillazione.

L'amplificatore deve essere lineare con un guadagno maggiore di 1. Col crescere dell'ampiezza dell'oscillazione, la diminuzione di  $A$ , causata dai fenomeni di non linearità, riporta gradualmente il valore ad 1, con conseguente stabilizzazione dell'ampiezza.

Negli oscillatori vi è un trasporto di energia dall'ingresso alla uscita, che serve a mantenere le oscillazioni persistenti nel circuito, senza che nessuna tensione esterna venga applicata all'oscillatore.

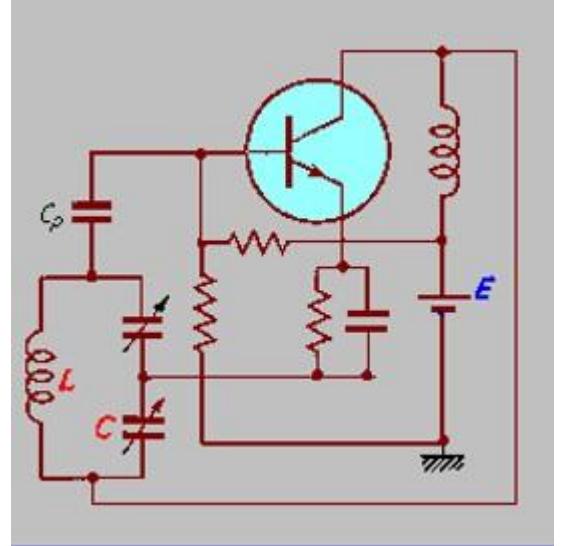
In questo caso si dice che l'oscillatore è **autoeccitato** mediante un fenomeno di reazione positiva tra circuito d'ingresso e circuito d'uscita.

In pratica si considera un oscillatore come un amplificatore selettivo cioè capace di amplificare solo segnali a frequenza determinata ottenendo oscillazioni sinusoidali.

La frequenza di oscillazione è fissata dalle dimensioni del cristallo di quarzo, dimensioni maggiore frequenza minore.

Ma dipende anche dalla temperatura. È possibile migliorare la stabilità della frequenza se si inserisce l'oscillatore in una cella termostata a temperatura costante in questo modo si avrà il fenomeno della deriva di frequenza col tempo.

**L'oscillatore di Colpitts** è un tipo di oscillatore elettronico a retroazione positiva utilizzato per generare segnali sinusoidali ad alta frequenza. È uno dei circuiti oscillatori più comuni, particolarmente apprezzato per la sua stabilità e semplicità. Utilizza una combinazione di componenti attivi (come transistor o amplificatori operazionali) e una rete di retroazione LC per stabilire le condizioni di oscillazione.



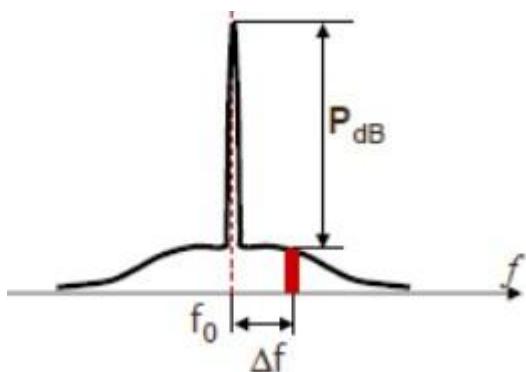
Si basa su un circuito con le seguenti componenti principali:

1. **Rete LC (induttore e condensatori):** Questa rete determina la frequenza di oscillazione. La particolarità del Colpitts è che il divisore capacitivo è costituito da due condensatori in serie, con un punto centrale utilizzato per la retroazione.
2. **Elemento attivo:** Generalmente un transistor (BJT o MOSFET) o un amplificatore operazionale, che amplifica il segnale e fornisce la necessaria retroazione positiva.
3. **Alimentazione DC:** Fornisce energia al circuito.
4. **Rete di retroazione:** È realizzata tramite il divisore capacitivo della rete LC, che stabilisce la fase e l'ampiezza corrette del segnale per mantenere le oscillazioni.

La **purezza spettrale** in un **oscillatore al quarzo** è una misura di quanto il segnale generato dall'oscillatore sia vicino a una perfetta sinusoide, con particolare riferimento alla presenza e all'ampiezza di componenti spettrali indesiderate.

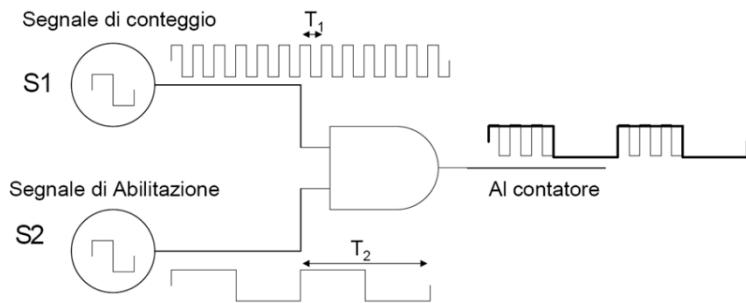
Idealmente alla frequenza  $f_0$  la sinusoide ha uno spettro rappresentato dall'impulso ma nella realtà non è così per le componenti spettrali indesiderate

$P_{dB}$  è il dislivello tra il segnale a  $f_0$  e una riga spettrale distante  $\Delta f$ .



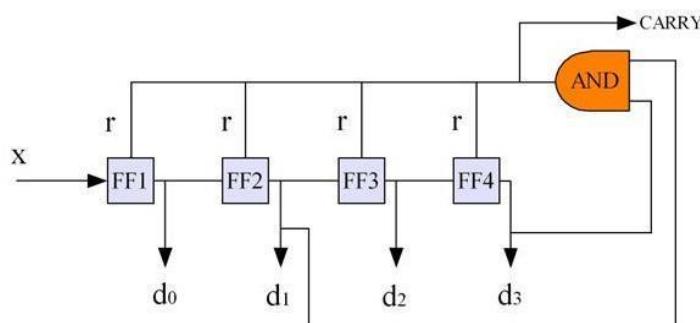
## CONTATORI NUMERICI

La misurazione della frequenza di un segnale periodico è eseguita contando il numero di cicli (periodi) si ripetono in un intervallo di tempo. Le misurazioni effettuate con i contatori consistono nel contare quanti fronti di salita o discesa del segnale di conteggio si verificano tra il fronte di salita e quello di discesa del segnale di abilitazione.



Infatti è possibile usare come strumento di calcolo un flip-flop. Un solo flip-flop costituisce un divisore modulo due. Mettendo in serie più flip flop si costruisce una rete divisore modulo  $2^k$  in cui l'uscita di ogni flip-flop rappresenta una cifra binaria del conteggio.

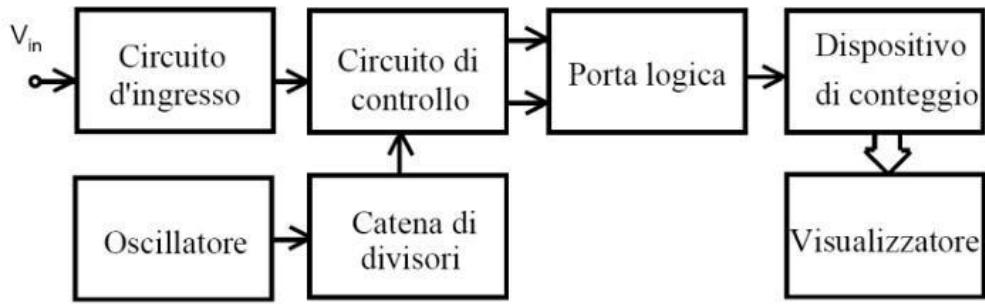
Se usiamo 4 flip-flop e usiamo 4 bit per il conteggio, possiamo contare fino a 15, il 16 non può essere rappresentato perché avrebbe come valore binario 10000, e usando quattro cifre è 0000. Questo vuol dire che il contatore si resetta e riparte il conteggio da zero. Possiamo dire che il contatore conta in modulo 16. Ma noi vogliamo che conti il modulo 10 allora per risolvere utilizziamo un circuito che al decimo impulso in entrata resetti il conteggio e riparta da zero.



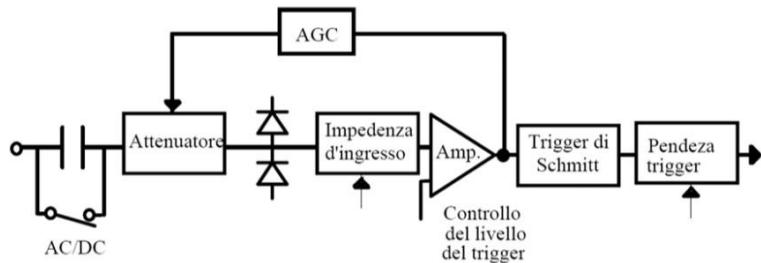
Usiamo una AND per risolvere il problema. Prende in ingresso d1 e d3 e in questo modo è in grado di riconoscere il valore 1010. Quanto riconosce questo valore il segnale di reset riporta immediatamente tutti i flip-flop allo stato 0000. L'uscita della end corrisponde anche al riporto che viene portato in ingresso al contatore successivo e così si può realizzare un contatore multicifre.

In un contatore numerico sono presenti i seguenti blocchi funzionali fondamentali:

1. blocco di ingresso o condizionamento;
2. blocco porta o gate;
3. base dei tempi e riferimento di frequenza;
4. blocco di conteggio;
5. blocco di visualizzazione.



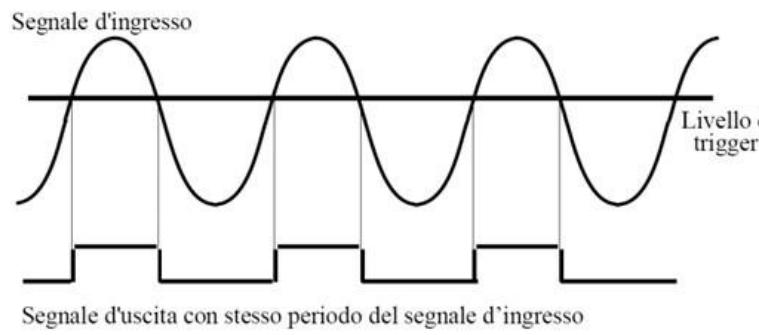
**Blocco di ingresso o condizionamento** Tale blocco esegue il condizionamento del segnale elettrico di ingresso in modo da renderlo adatto ad essere trattato dai successivi blocchi funzionali che richiedono un segnale di tipo impulsivo o caratterizzato da un determinato livello logico. Normalmente il blocco di condizionamento comprende sia circuiti normalizzatori, sia circuiti formatori di segnale; mentre i primi realizzano le amplificazioni e/o le attenuazioni necessarie per adattare il segnale da misurare alla portata dello strumento, i secondi forniscono in uscita un segnale generalmente di tipo impulsivo o logico.



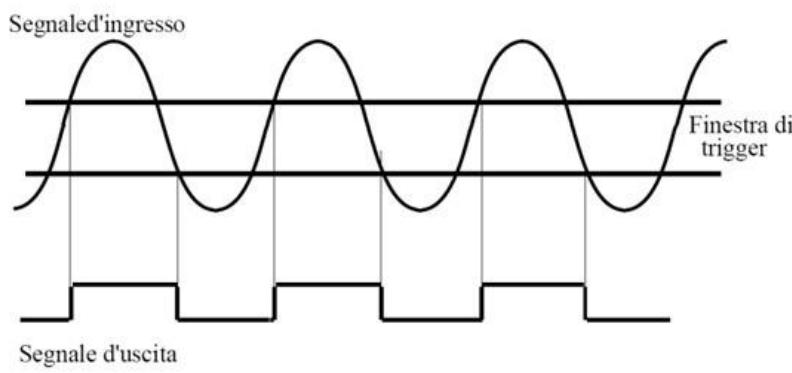
Esso è costituito da:

- un **circuito di accoppiamento AC/DC**: nella posizione DC il segnale è inviato direttamente al successivo blocco di attenuazione, mentre nella posizione AC viene inserita una capacità in serie che provvede ad eliminare la componente continua del segnale nel caso questa non deve essere oggetto di misurazione;
- un **attenuatore RC compensato** che consente di selezionare diverse sensibilità d'ingresso dove, per sensibilità di un contatore, si intende il minimo valore dell'ampiezza del segnale d'ingresso che può essere misurata.
- un **limitatore di tensione**, generalmente a diodi, per la protezione del circuito da eventuali sovraccarichi;
- un **convertitore d'impedenza** che converte l'elevata impedenza d'ingresso in una bassa impedenza d'uscita ed è realizzato generalmente con un amplificatore a FET;

- un **trigger di Schmitt** che converte i segnali in impulsi logici. In una delle situazioni più tipiche si agisce in questa maniera: l'operatore fissa un livello di riferimento ed una pendenza del segnale d'ingresso mediante un comando esterno, dopo di che il segnale di ingresso viene “squadrato” in base a tale livello ed alla pendenza posseduta. L'utilizzo di un livello di trigger per quanto semplice presenta però un inconveniente legato alla presenza di rumore sul segnale che può provocare delle commutazioni errate; per questo motivo si preferisce utilizzare una finestra di trigger. In questo caso l'uscita commuta al livello alto quando l'ingresso supera in salita la soglia più alta e commuta al livello basso quando l'ingresso supera in discesa la soglia più bassa. L'introduzione di un'isteresi permette di ridurre la sensibilità al rumore sovrapposto al segnale in quanto esso non produce effetti indesiderati finché con le sue escursioni non supera l'ampiezza della finestra di trigger.



(a)



(b)

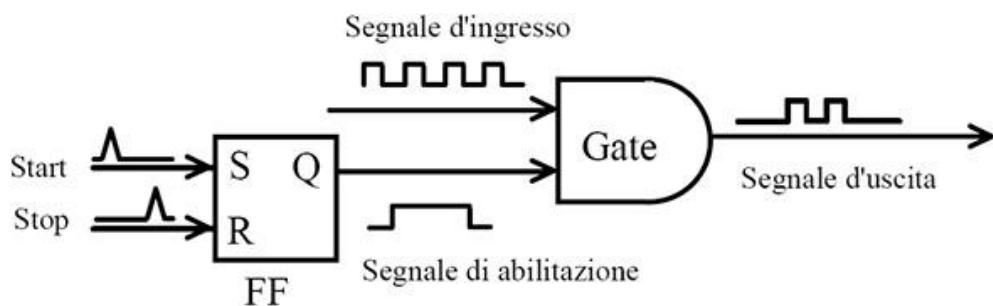
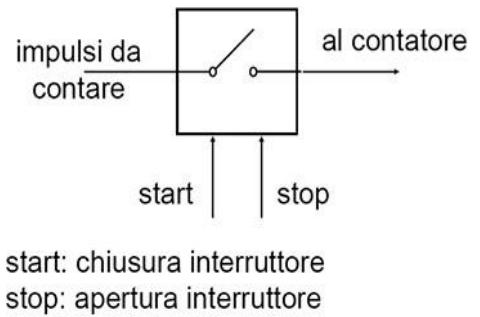
**Blocco porta o gate** Tale blocco ha la funzione di discriminare fra gli impulsi forniti dal blocco di ingresso quelli che devono essere contati dal successivo blocco di conteggio.

Il blocco gate presenta infatti due ingressi, uno per il segnale costituito dagli impulsi da contare e uno per il segnale di comando; gli impulsi da contare

passano al successivo blocco di conteggio o vengono bloccati in funzione del valore assunto dal segnale di comando.

L'inizio e la fine del conteggio sono individuati mediante due opportuni segnali, di solito denominati rispettivamente comando di "start" (apertura della porta) e comando di "stop" (chiusura della porta); i comandi di apertura e chiusura del gate possono inoltre essere forniti sia dalla base dei tempi, sia dai circuiti di controllo, con modalità dipendenti dal tipo di misurazione.

Il blocco può essere implementato con una porta AND, e anche un flip-flop. In questo modo i segnali di start e di stop, oltre ad essere distinti, sono anche costituiti da impulsi. In ogni caso questa porta ha un limite in frequenza oltre il quale non è possibile seguire correttamente le escursioni del segnale e quindi alcuni impulsi potrebbero essere persi.



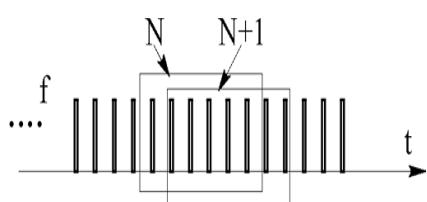
**Base tempi** Tale blocco è composto da un insieme di circuiti che hanno lo scopo di generare un riferimento temporale interno allo strumento che verrà utilizzato per misurare la durata di un intervallo di tempo. Tali circuiti producono un segnale con frequenza di riferimento FR mediante l'utilizzo di un oscillatore interno e permettono di ottenere segnali aventi frequenza FC multipla o sottomultipla di FR mediante opportune operazioni di moltiplicazione o divisione di frequenza.

L'accuratezza di un contatore è fortemente dipendente dalla stabilità nel tempo dell'oscillatore interno la cui realizzazione richiede particolare cura. A tale scopo vengono utilizzati oscillatori al quarzo con frequenza di oscillazione compresa tra 1 e 10 MHz, ossia nel campo di frequenza che assicura le migliori prestazioni dei quarzi; per ottenere frequenze maggiori si preferisce poi ricorrere a circuiti moltiplicatori. Vengono scelti angoli di taglio, rispetto agli assi cristallografici del quarzo, che consentono di minimizzare l'effetto della temperatura sulla frequenza di oscillazione. Per strumenti di prestazioni particolarmente elevate, inoltre, l'oscillatore può essere mantenuto in ambiente a temperatura controllata.

**Blocco di conteggio** Tale blocco ha come scopo principale il conteggio degli impulsi, in genere di tensione, compresi tra il segnale di start e quello di stop. Esso è costituiti da uno o più flip-flop opportunamente connessi in modo da realizzare un circuito sequenziale che, ad ogni impulso, passa da uno stato ad un altro secondo una sequenza di conteggio stabilita. Ci sono due tipi di contatori definiti in base al modo in cui l'impulso di clock determina l'attivazione dei flip-flop. Si parla di contatori asincroni nel caso in cui il segnale di clock viene applicato solo al primo flip-flop della serie il quale, a sua volta, genera il segnale di attivazione per il flip-flop successivo e così di seguito; si parla di contatori sincroni nel caso in cui il segnale di clock viene applicato direttamente e simultaneamente a tutti i flip-flop.

**Blocco di visualizzazione** Composto dai dispositivi per la presentazione visiva del risultato, normalmente a LED o a cristalli liquidi, ma anche dai circuiti di decodifica che elaborano opportunamente i dati forniti dal blocco di conteggio. La conversione da cifre codificate BCD fornite dal blocco di conteggio in segnali idonei a pilotare il dispositivo di visualizzazione avviene mediante adatti circuiti integrati spesso facenti parte degli elementi di presentazione. La corrispondenza è ottenuta mediante circuiti a logica combinatoria.

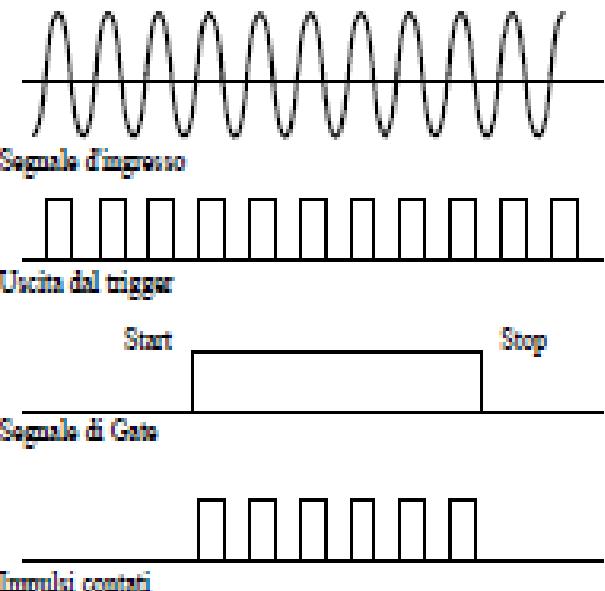
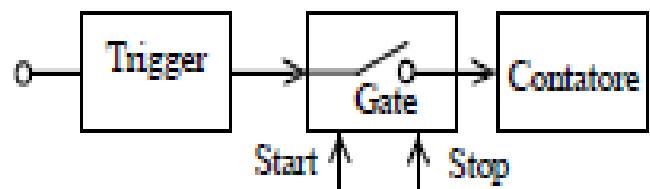
Le misure che impiegano contatori elettronici sono affette da diverse cause di incertezza. Una prima causa è legata al cosiddetto **errore di conteggio**, dovuto al fatto che la finestra temporale, durante la quale si contano gli impulsi, non risulta necessariamente un multiplo intero del periodo degli impulsi contati.



Pertanto la stessa finestra può racchiudere N impulsi oppure N+1, determinando quindi un errore massimo di  $\pm 1$  nel numero degli impulsi contati.

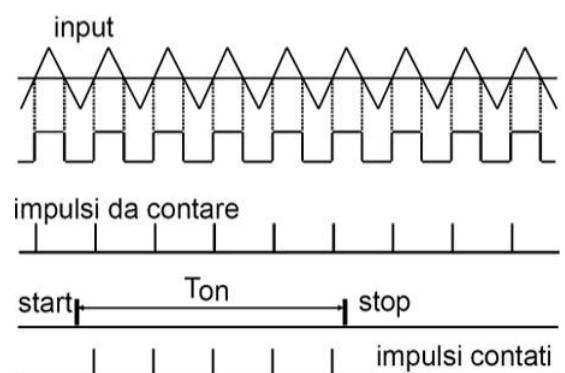
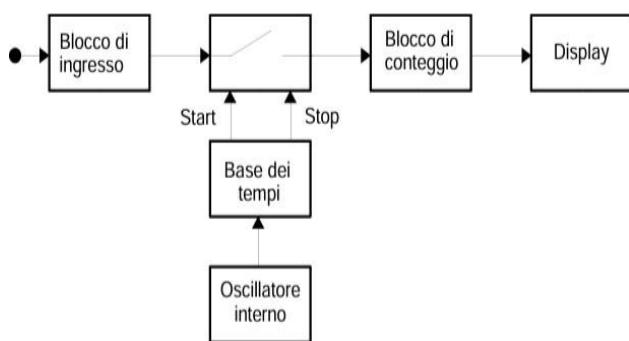
## CONTATORE AD EVENTI

Nel conteggio di eventi. La natura di tali eventi può essere molto varia, ma in ogni caso il segnale di ingresso deve essere trasformato dal blocco di condizionamento in una successione di impulsi di tensione da inviare al blocco di conteggio. In ingresso un segnale sinusoidale periodico esso viene trasformato in una serie di impulsi (anch'essi periodici) dal trigger contenuto nel blocco di condizionamento. Tali impulsi vengono inviati al blocco di conteggio, mediante l'abilitazione del gate tramite il segnale di start e stop, per essere contati. Il risultato di tale conteggio verrà in fine visualizzato sul display.



## MISURAZIONI DI FREQUENZA

Ad ogni periodo del segnale in ingresso si ottiene un impulso da contare mediante il blocco di condizionamento; a questo scopo vengono fissati il livello e la pendenza di trigger. La base dei tempi abilita il passaggio di tali impulsi attraverso la porta per un tempo predefinito  $T_{ON}$ , l'inizio e la fine del quale (start e stop) determinano rispettivamente l'apertura e la chiusura della porta.



La frequenza di un segnale periodico è data dal rapporto tra il numero di periodi che si verificano in un dato intervallo di tempo e la durata di tale intervallo. Per tale motivo il numero  $N$  degli impulsi contati dal contatore nell'intervallo di tempo  $T_{ON}$  risulta proporzionale alla frequenza  $f$  degli impulsi in arrivo e di conseguenza alla frequenza del segnale di ingresso. Detto  $T_{ON}$  la durata dell'intervallo di

tempo che intercorre tra il comando di start e quello di stop, e  $T_X$  il periodo del segnale di ingresso, ossia la distanza temporale tra due impulsi, si può scrivere:

$$T_{ON} = N_x \cdot T_X$$

dove  $N_X$  è il numero di periodi contati. Essendo che  $T_{ON}$  è fissato dalla base dei tempi e  $N_x$  è misurato possiamo determinare:

$$T_c = \frac{T_{on}}{N_c}$$

Allora la frequenza del segnale è:

$$F_c = \frac{1}{T_c} = \frac{N_c}{T_{on}}$$

A causa della non sincronizzazione tra le finestre temporali e impulsi in ingresso si ha un errore assoluto pari:

$$\Delta F_c = \pm \frac{1}{T_{on}}$$

**Relazione finale:**

$$F_C = \frac{N_c}{T_{on}} \pm \frac{1}{T_{on}} = \frac{N_c}{T_{on}} \pm \frac{1}{N_c \cdot T_c}$$

**Osservazioni: a parità di  $T_{on}$ :**

- Se  $N_c$  è piccolo -> frequenza misurata con errore elevato
- Se  $N_c$  è grande -> errore trascurabile

Si conclude che il frequenzimetro è un circuito adatto a misurare segnali di frequenza molto elevata (frequenze > 1000 Hz).

## MISURAZIONI DEL RAPPORTO DI DUE FREQUENZE

Per tale misurazione, mentre non è richiesta la presenza della base dei tempi, devono essere presenti due blocchi di ingresso a cui giungono i due segnali le cui frequenze devono essere confrontate. Da un canale viene ricavato il comando di apertura e chiusura della gate mentre dall'altro si ottengono gli impulsi da contare.

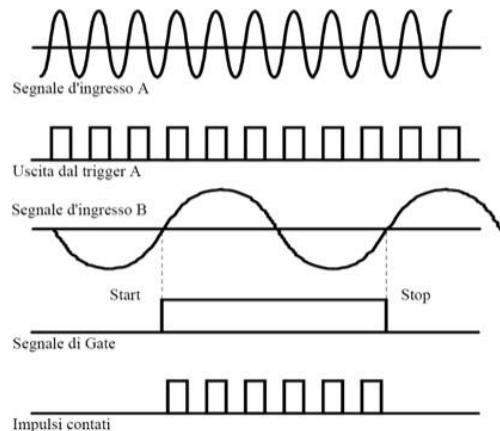
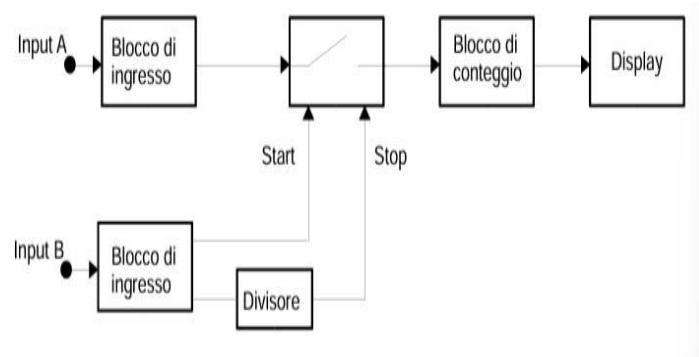
Si supponga che la durata TON di apertura della gate corrisponda a N2 periodi di durata T2 del segnale x2; se in tale intervallo vengono contati N1 impulsi ottenuti dal segnale x1 di periodo T1, si ha:

$$T_{ON} = N_2 \cdot T_2 = N_1 \cdot T_1$$

da questa si può ricavare facilmente il rapporto delle due frequenze

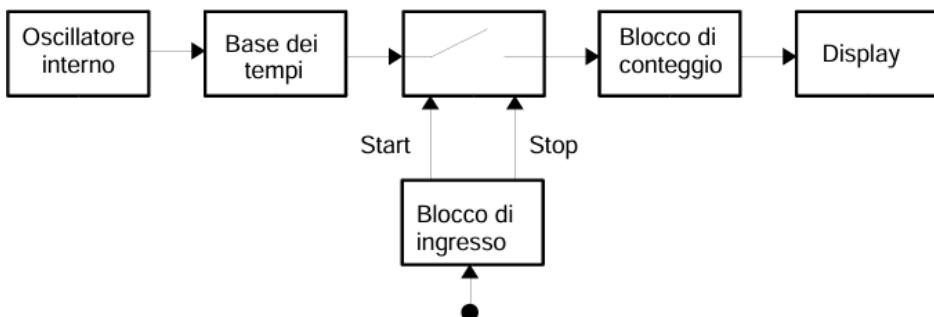
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Si osservi che variando N2, che corrisponde al numero di periodi del segnale x2, è possibile variare il numero di cifre del risultato. L'aumento di tale valore consente infatti di confrontare frequenze prossime tra loro in modo accurato.



## MISURAZIONE DI PERIODO

Per periodo di un segnale si intende l'intervallo di tempo corrispondente al passaggio di tale segnale per lo stesso livello e con la stessa pendenza.



In questo caso indichiamo con  $T_z$  il tempo tra due passaggi per lo zero con derivata positiva del segnale di ingresso (periodo del segnale), pari a  $T_{on}$  (la finestra temporale di controllo),  $T_c$  il periodo del segnale della base dei tempi e  $N_c$  è il numero di conteggi di  $T_c$  nella finestra  $T_{on}$

$$T_{on} = T_z = N_c \cdot T_c$$

Riassumendo:  $T_{on}$  e  $T_c$  sono in questo caso invertiti (come significato).

Poiché la finestra temporale e gli impulsi di clock non sono sincronizzati si ha un errore assoluto di  $\pm 1$  impulso:

$$\Delta T_z = \pm 1 \cdot T_c$$

$$\text{Quindi } \rightarrow T_z = T_{on} = N_c \cdot T_c \pm 1 \cdot T_c$$

A differenza del frequenzimetro nel periodometro le misure saranno tanto più precise quanto è piccolo il periodo della base dei tempi.

Quest'ultimo, però, per ragioni costruttive, non può scendere oltre un certo limite.

Quindi: se  $T_z$  è confrontabile con  $T_c$   $\rightarrow$  il numero di conteggi risulterà poco preciso.

Per questo motivo il periodometro si usa per segnali a bassa frequenza.

### Misuratore di periodo medio

Il periodo medio è dato dal rapporto tra  $T_z$  e il numero di periodi (?)  $N_p$ :

$$T_z = \frac{T_{on}}{N_p} = \frac{N_c' \cdot T_c}{N_p}$$

L'incertezza dovuta alla risoluzione è data da:

$$\Gamma_T = \frac{T_c}{N_p \cdot T_z} = \frac{1}{N_c'}$$

Cause di incertezza: indeterminazione sull'istante di commutazione dovuta alla presenza di rumore sul segnale di ingresso.

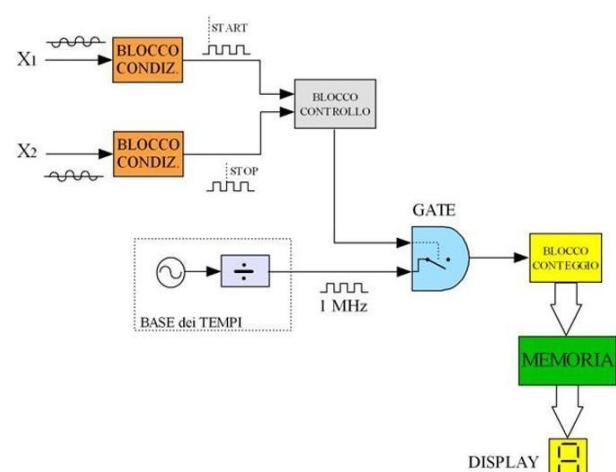
### Scegliere misura di frequenza o di periodo?

Si sceglie il metodo che permette di avere la miglior risoluzione di misura.

Per segnali con frequenza elevata si preferisce usare un frequenzimetro (basso errore), per segnali a bassa frequenza si usa invece il periodometro.

## MISURAZIONE DI FASE

Il **fasometro** determina lo sfasamento tra due segnali in ingresso di uguale frequenza. E' dei segnali entrano in ingresso in un blocco di condizionamento e quando X1 passa l'origine con pendenza positiva si genera un segnale di start che farà aprire la gate mentre quando X2 passa per l'asse dei tempi con pendenza positiva si genera il segnale di stop che chiude la gate.



La finestra compresa tra il segnale di start e quello di stop rappresenta lo sfasamento temporale che è determinato dal contatore come prodotto fra il numero di impulsi fondati per il periodo del segnale di clock, cioè la base dei tempi.

## INCERTEZZA SULLA MISURA

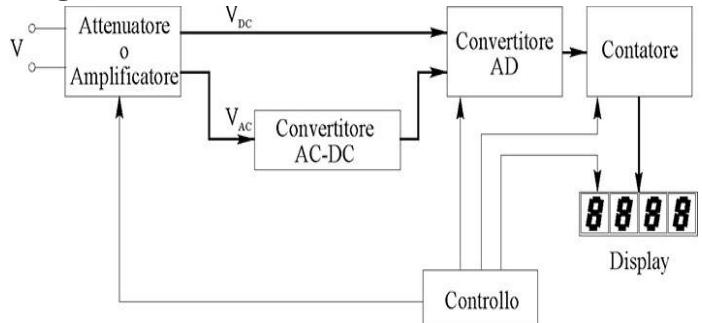
Incertezza della misura degli intervalli di tempo può essere ricondotta

- alla risoluzione del contatore
- alla stabilità della frequenza dalla base dei tempi
- dal rumore del trigger
- incertezza sulla base dei tempi
- incertezza sui livelli di trigger
- un parametro dovuto al ritardo differenziale tra due canali start e stop del contatore

## VOLTMETRO

Il voltmetro è uno strumento in grado di misurare la tensione sia continua che alternata. Questi presentano un blocco di condizionamento e si basano sui convertitori AD, infatti si parla di voltimetri digitali.

I convertitori analogici-numerici utilizzati nella moderna strumentazione effettuano in generale un doppio processo di conversione.

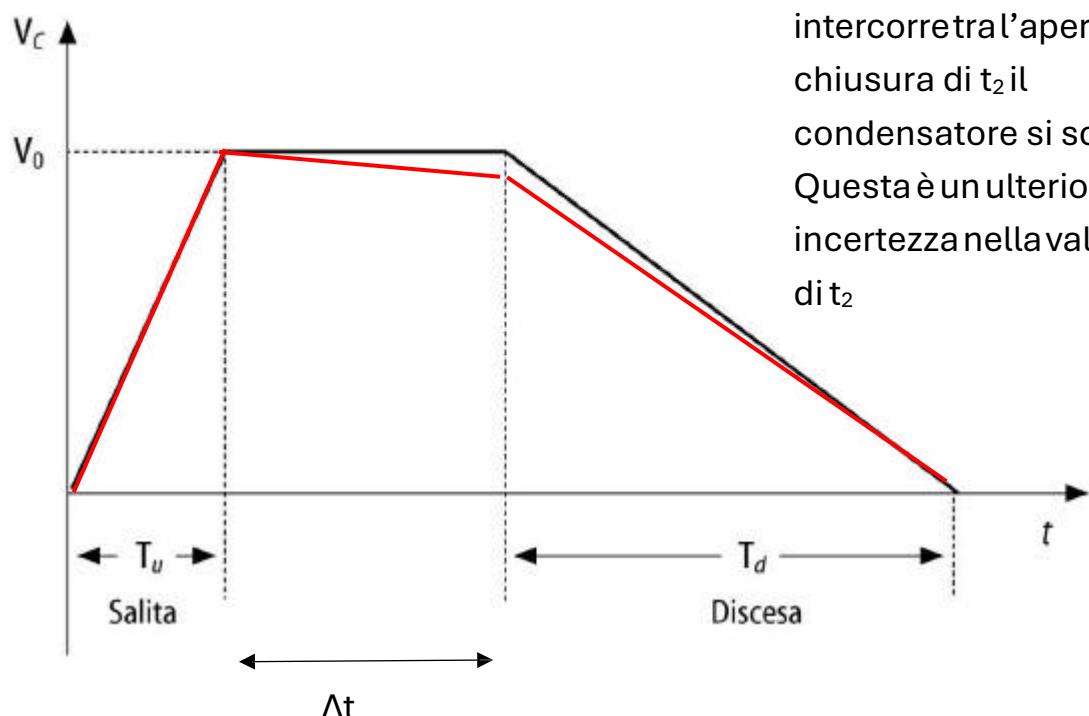
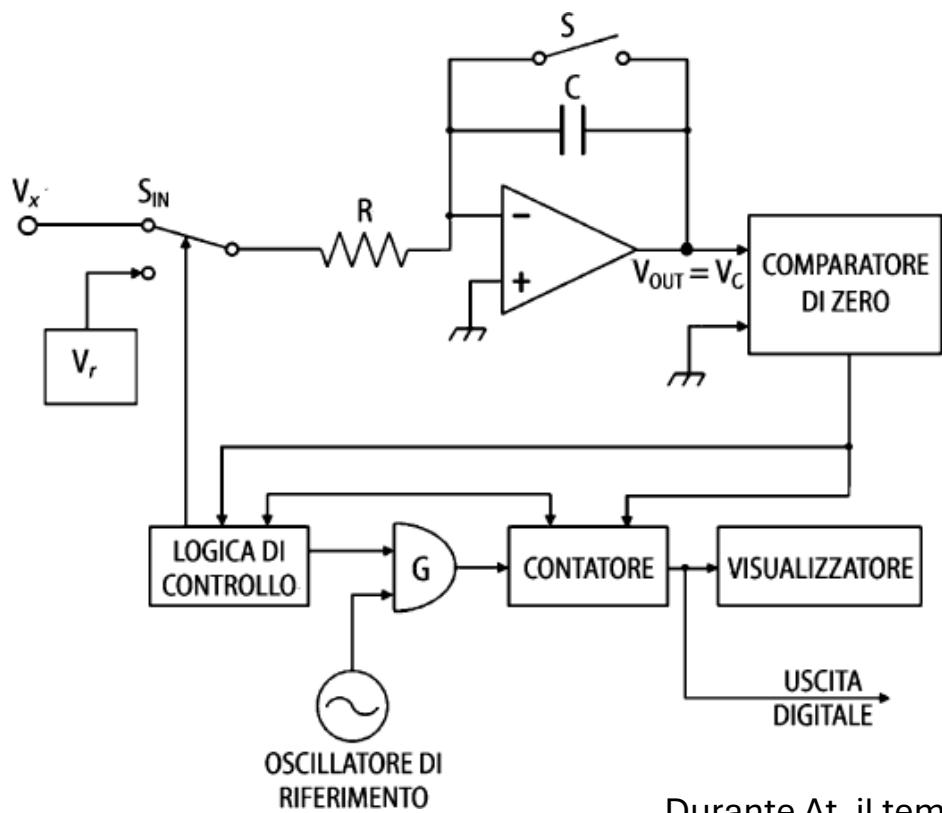


Il **voltmetro a doppia rampa** converte il valore medio della tensione rispettivamente in una frequenza e in un tempo e poi completano il processo attraverso la conversione in numerico. In questo modo li rende meno sensibili al rumore.

La buona accuratezza della conversione dipende principalmente da due considerazioni:

- la tensione di ingresso viene applicata ad un circuito integratore, che, effettuando di fatto un'operazione di media, consente di massimizzare la reiezione del rumore di modo comune
- la misura della tensione viene ricondotta alla misura di un intervallo di tempo o di una frequenza, che può essere effettuata con la tecnica del conteggio degli impulsi

L'interruttore S posto in parallelo al condensatore c viene chiuso per azzerare la tensione  $V_{out}=V_c$  in uscita l'integratore. Lo switch permette l'integrazione della tensione in ingresso  $V_x$  da parte dell'amplificatore operazionale per un tempo  $T_U$  stabilito dalla logica di controllo. Durante questo tempo il condensatore C si carica a un valore proporzionale alla tensione di ingresso. All'uscita dell'integratore abbiamo una tensione  $V_c$  variabile linearmente con il tempo è proporzionale alla tensione di ingresso alla fase di salita. Lo switch muterà in modo da avere come ingresso la tensione di riferimento azzerà il contatore e apre la porta G permettendo al contatore di totalizzare gli impulsi provenienti dall'oscillatore di riferimento negli standard di tempo  $T_D$  in cui la porta rimane aperta. In questa fase il condensatore chi si scarica a corrente costante, fase di discesa. Quando il comparatore di zero avverte la completa scarica del condensatore c si provvede a chiudere il gate G e arrestare il conteggio, che viene inviato al visualizzatore come uscita digitale.



Durante  $\Delta t$ , il tempo che intercorre tra l'apertura di  $t_1$  e la chiusura di  $t_2$  il condensatore si scarica. Questa è un ulteriore causa di incertezza nella valutazione di  $\Delta t$

Nella fase di salita

$$V_o = \frac{1}{R_C} \int_0^{T_C} V_x dt = \frac{1}{R_C} V_x T_C$$

al condensatore si carica  $V_x$

Nella fase di discesa

$$V_o = \frac{1}{R_C} \int_0^{T_D} V_{ref} dt = \frac{1}{R_C} V_{ref} T_D$$

al condensatore si scarica  $V_{ref}$

$$\frac{V_x}{R_C} T_C = \frac{V_{ref}}{R_C} T_D$$

$$\Rightarrow V_x = V_{ref} \frac{T_D}{T_C}$$

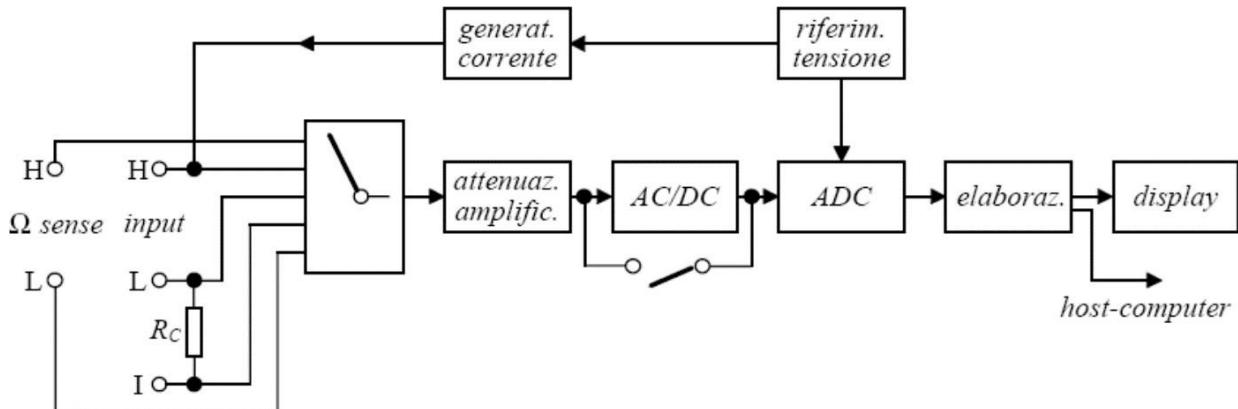
$T_D$  e  $T_C \rightarrow$  conseguo  
una puls.

$$T_C = N_C \cdot T_q \quad T_D = N_D \cdot T_q$$

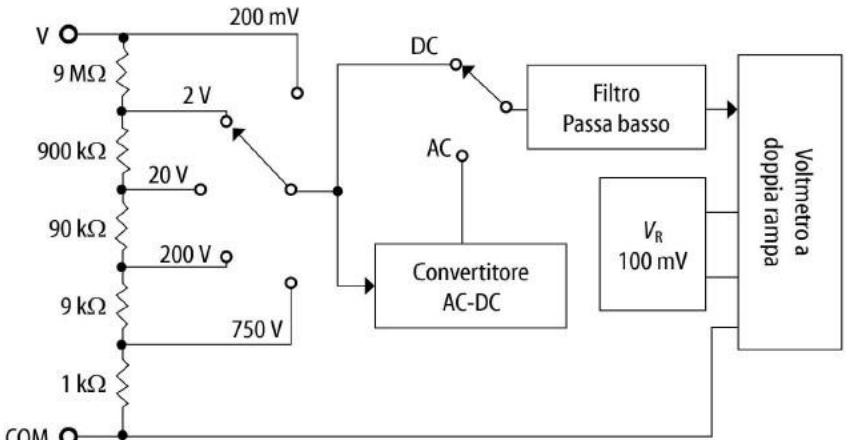
$$\Rightarrow V_x = V_{ref} \frac{N_C}{N_D}$$

# MULTIMETRO

I multimetri digitali realizzano normalmente le ulteriori funzioni di amperometri e ohmmetri per le misure di corrente e di resistenza. Queste grandezze elettriche, per poter essere misurate, sono preventivamente convertite in tensione. Si basano sui voltometri a doppia rampa.



Per realizzare una **misura di tensione** è necessario un partitore resistivo configurabile in base alla massima potenza misurabile. Per minimizzare l'effetto dell'incertezza di quantizzazione si deve impostare la portata immediatamente superiore al valore incognito.



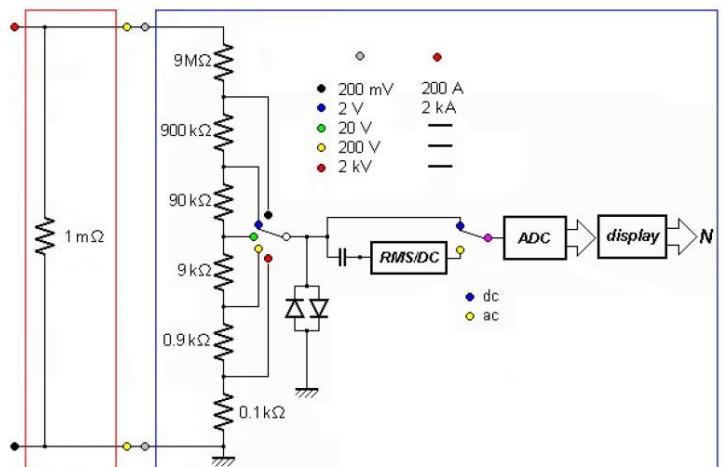
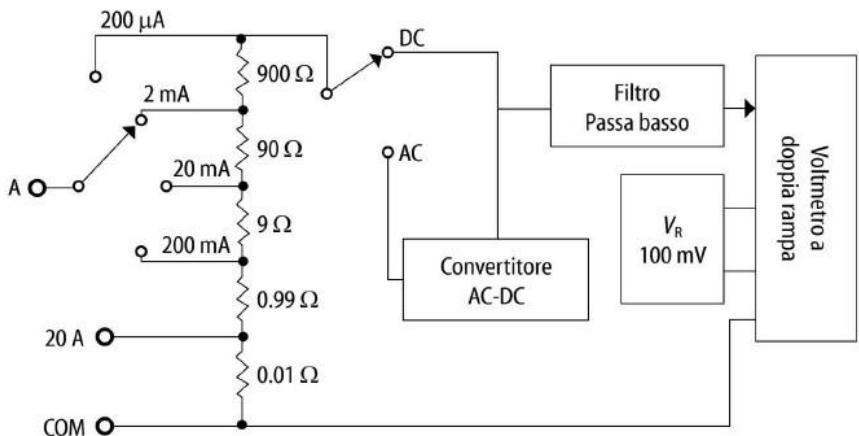
Dopodiché c'è il dispositivo di protezione da sovraccarichi formato da due diodi in anti-parallelo con il compito di proteggere i circuiti da tensioni troppo elevate. Nel caso di sovraccarico la tensione è applicata ai blocchi di conversione può salire fino a quando uno dei due diodi passa in conduzione di Potenza. La repentina variazione di resistenza del dispositivo di protezione limita la tensione in uscita dal partitore ed evita di danneggiare i circuiti di conversione.

Dopo di questo abbiamo il selettore della funzione dc/ac e convertitore rsm/dc il quale è preceduto da un filtro passa basso. Nel caso in cui il contatto del selettore sia nella posizione DC il convertitore ADC ha in ingresso il segnale incognito e le converte in forma numerica il valore medio. Nel caso in cui il contatto del selettore sia nella posizione AC il convertitore ADC riceve in ingresso il segnale generato dal convertitore rms/dc il quale fornisce in uscita un segnale la cui tensione media risulta legata al valore efficace del segnale in ingresso.

Per la **misura di corrente** si realizza un amperometro facendo percorrere la corrente incognita in un resistore di resistenza nota (shunt) e misurato con un valore la caduta di potenziale che si ha sul resistore. Per realizzare più portate amperometriche si usano resistori diversi, di valore ohmico elevato per le portate minori, di valore

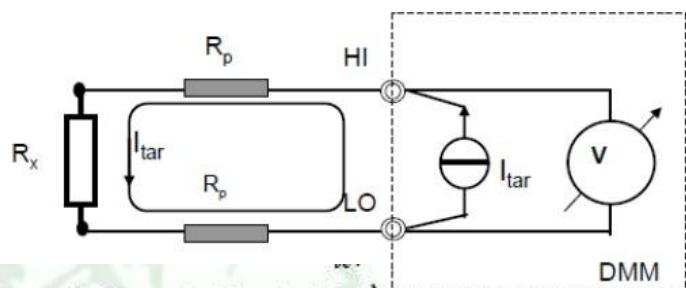
ohmico basso per le portate maggiori in modo da mantenere costante la caduta di tensione a fondo scala. Si hanno dei morsetti diversi da quelli per la misura di tensione. In serie ai resistori sia un fusibile che ha la funzione di proteggere lo strumento di sovraccarichi per correnti di valore superiore alla porta da massima.

Per misurare correnti elevate si aggiunge al multimetro una resistenza detta **shunt** formata da un resistore a quattro morsetti che viene usato insieme a un voltmmetro numerico per effettuare la misurazione della intensità di corrente. Questa è la **resistenza di shunt** è messa in parallelo al partitore resistivo.



Per la **misura di resistenze**, la resistenza da misurare  $R_x$  è collegata a due resistenze,  $r_{cH}$  e  $r_{cL}$ , dette resistenze di collegamento, le quali rappresentano la resistenza dei cavi di collegamento che collegano la grandezza in uscita  $V$  alla grandezza in ingresso  $R_x$ . In presenza di cavi di collegamento realizzati con materiali diversi e, in particolare, in corrispondenza del punto di contatto tra i due cavi si realizza una giunzione (termocoppia), la quale dà luogo a resistenze di contatto ( $r_{ctH}$  e  $r_{ctL}$ ) e produce le f.e.m. di contatto  $I_L$  e  $I_H$ . Questo metodo presenta l'inconveniente di misurare oltre alla caduta di tensione ai capi della resistenza  $R_x$  anche altre grandezze come la caduta di tensione dovuta alla resistenza dei

$(R_x + r_{ctH} + r_{ctL} + r_{cL} + r_{cH})$

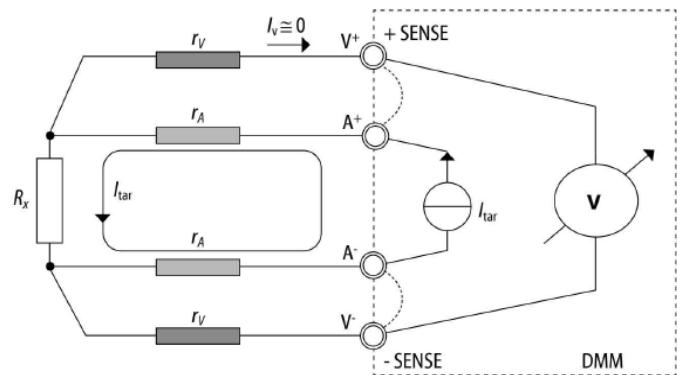


conduttori di collegamento, la caduta di tensione dovuta alla resistenza dei contatti e alle forze elettromotrici di contatto.

Per scorporare le resistenze di collegamento è necessario, prima di realizzare il collegamento con il dipolo di interesse  $R_x$ , cortocircuitare i cavi di collegamento ed effettuare una misurazione dell'entità dei collegamenti. Questo metodo di **misura è detto a due fili** consente di ottenere una misurazione delle resistenze anche di basso valore ( $<1\Omega$ ).

La **misura di resistenza a 4 morsetti** serve a condensare il contributo delle resistenze dei cavi di collegamento. Impiega due cavi per applicare la corrente al resistore da misurare e altre due cavi in cui non scorre corrente, per misurare la tensione sul misurando.  $R_a$  e  $R_v$  sono resistenze parassite.

- $R_a$  sono quelle dovute ai puntali e ai contatti che iniettano la corrente proveniente dal multmetro;
- $R_v$  sono quelle relative ai puntali e i contatti che riportano le tensioni a misurare al multmetro.



$I_{tar}$  è la corrente iniettata dal multmetro nel resistore da misurare  $R_x$  e scorre attraverso la serie formata  $R_a$  e  $R_x$ . Le resistenze parassite  $R_v$  non solo attraversano la corrente grazie all'alta impedenza di ingresso del multmetro e quindi non essendoci caduta di tensione la tensione  $V_x$  è misurata dai punti di  $V^+$  e  $V^-$  che corrisponde a quella presente su  $R_x$ . Quindi essendo che la corrente  $I_{tar}$  è nota e che  $V_x$  la misuriamo, possiamo sfruttare la legge di ohm per calcolare  $R_x$ .