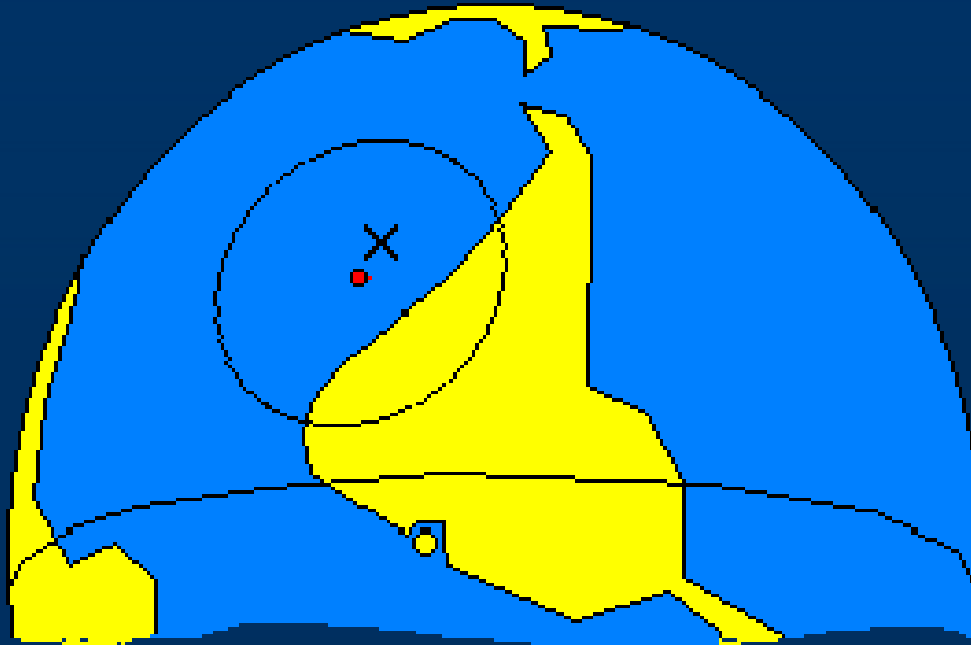


La recta de altura



TN Sergio Borrallo Tirado

Sección de
Efemérides Astronómicas



Sabemos **cómo obtener alturas** con un sextante.

Sabemos **cómo usar el Almanaque Náutico.**

Entendemos perfectamente el **Triángulo de Posición.**

Objetivo:

Entender qué es un **círculo de altura** y qué representa.

Entender qué es una **recta de altura** y qué representa.

Aprender **cómo se calcula** una recta de altura.

Vamos a intentar pensar cómo obtener nuestra posición mediante la observación de un astro.

A priori, no parece demasiado difícil, y parece que, con lo que ya sabemos, podemos calcular nuestra posición sin problemas...



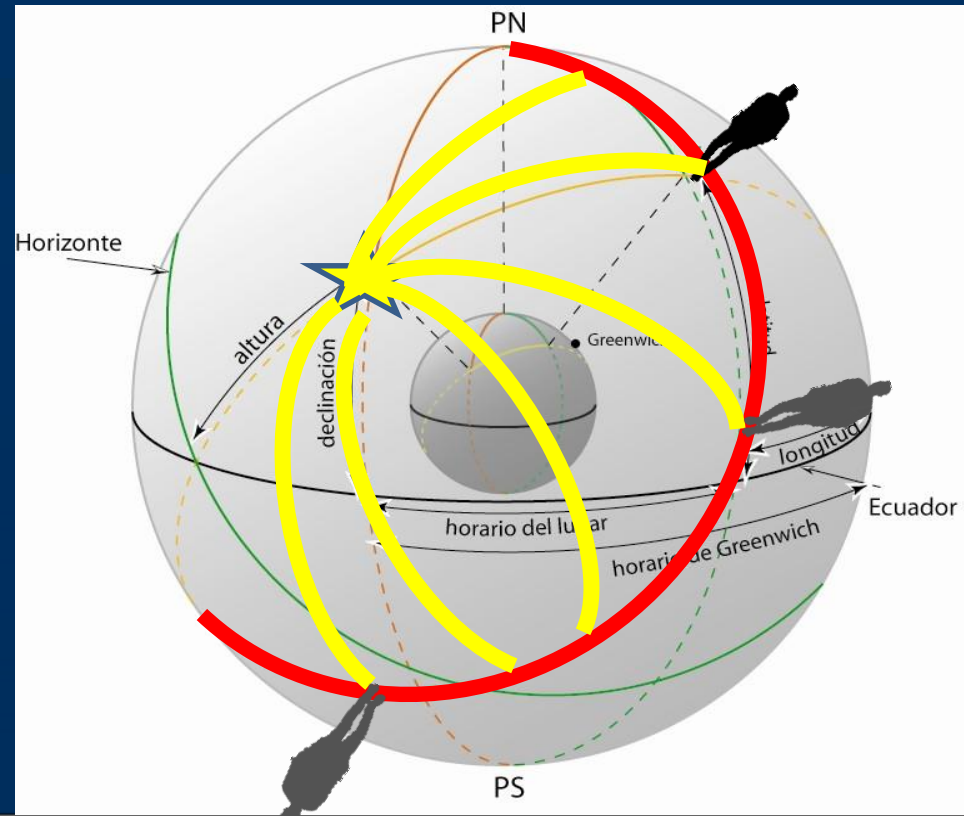
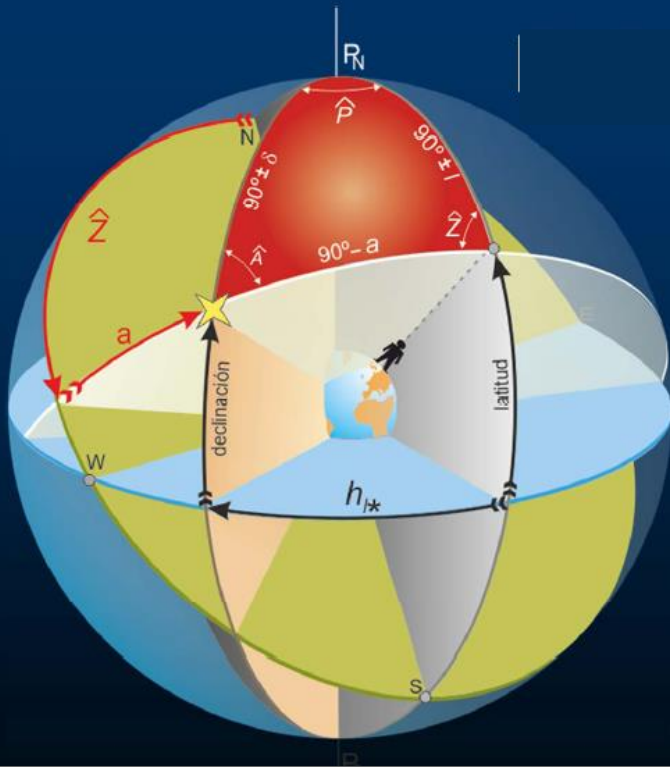
- 1) Cojo mi sextante, observo un astro conocido y **obtengo su altura instrumental**. Realizo las correcciones correspondientes para obtener la **altura verdadera**.
- 2) Obtengo la **posición del Punto Astral** (proyección del astro sobre la superficie terrestre) de los datos del Almanaque Náutico (Hg/AS y declinación).

CORRECCIONES A REALIZAR A UNA ALTURA TOMADA CON EL SEXTANTE

- CORRECCIÓN DE **ÍNDICE**
- CORRECCIÓN POR **DEPRESIÓN DEL HORIZONTE**
- CORRECCIÓN POR **REFRACCIÓN**
- CORRECCIÓN POR **SEMIDIÁMETRO**
- CORRECCIÓN POR **PARALAJE**

180		Miércoles 20 de junio de 2018															
UT	SOL					LUNA					Latitud	Principio del crepúsculo	Salida de Sol	Salida de Luna		Puesta de Luna	
	SD: 15°7'					SD: 15°9'								Hora		R°	
	PMG: 12h 01m6					Edad: 6d2 PHE { 4h: 58'2 12h: 57'9 20h: 57'7											
	hG ☉					hG ☾											
	hG ☉	Dec		hG ☾	Dif	Dec	Dif		Náutico	Civil		Hora	R°	Hora	R°		
h	o	f	h	o	f	h	o	f	o	h	m	h	m	h	m		
0	179	38.1	+ 23	25.7	35	09.7	+ 6	16.2	58	N	*** **	0 49	2 36	11 44	83		
1	179	37.7		25.7	107	39.8	111	+ 6	60		*** **	1 40	2 56	46	80		
2	209	37.8		25.7	122	09.9	117	+ 5	53		*** **	2 10	3 13	48	78		
3	224	37.7		25.8	136	40.2	113		41	3	54	0 45	33	27	50		
4	239	37.5		25.8	151	10.4	117		29	6	52	1 32	2 1	51	74		
5	254	37.4	+ 23	25.8	165	40.7	113	+ 5	18	6	50	2 00	3 06	3 50	11		
6	269	37.3	+ 23	25.8	180	11.1	114	+ 5	06	3	45	2 46	3 36	4 13	11		
7	284	37.1		25.9	194	41.6	115	+ 4	54	3	40	3 16	3 58	31	11		
8	299	37.0		25.9	209	12.0	114		42	8	35	4 00	4 16	46	12		
9	314	36.9		25.9	223	42.6	116		31	1	30	3 58	3 40	42	59		
10	329	36.7		25.9	238	1.3	116	19	17	20	4	2 47	4 37	5 21	06		
11	344	36.6	+ 23	25.9	252	43.8	116	+ 4	07	6	10	4 50	5 17	5 40	12		
12	359	36.4	+ 23	25.9	267	14.5	117	+ 3	55	8	0	5 09	5 53	5 58	12		
13	14	36.3		26.0	281	45.3	118		10	S	26	5 35	6 15	15	44		
14	29	36.2		26.0	296	16.1	118		32	18	20	42	6 10	34	18		
15	44	36.0		26.0	310	46.9	118		20	5	30	5 59	29	6 55	21		
16	59	35.9		26.0	325	17.8	119	+ 3	08	3	35	6 08	39	7 08	23		
17	74	35.8	+ 23	26.0	339	48.8	120	+ 2	56	9	40	6 17	6 51	7 22	12		
18	89	35.6	+ 23	26.0	354	19.7	119	+ 2	45	6	45	6 27	7 05	7 39	12		
19	104	35.5		26.0	8	50.8	121		33	4	50	39	21	7 59	31		
20	119	35.4		26.0	23	21.8	120		21	6	52	45	28	8 09	33		
21	134	35.2		26.1	37	53.0	121	+ 2	09	8	54	50	37	20	34		
22	149	35.1		26.1	52	24.1	121	+ 1	58	0	56	6 56	46	33	36		
23	164	34.9		26.1	66	55.3	122		46	2	58	7 03	7 56	8 48	38		
24	179	34.8	+ 23	26.1	81	26.6	123	+ 1	34	5	60	7 11	8 08	9 05	12		
UT	ARIES		VENUS		MARTE		JUPITER		SATURNO								
	PMG		Mag.: -4.0		Mag.: -1.8		Mag.: -2.4		Mag.: +0.0								
	6h 06m 4s		PMG: 14h 48m		PMG: 2h 57m		PMG: 20h 51m		PMG: 6h 35m								
	hG ☉	hG ☽	hG ☽	hG ☿	hG ♀	hG ♀	hG ♀	hG ♀	hG ♀	hG ♀							

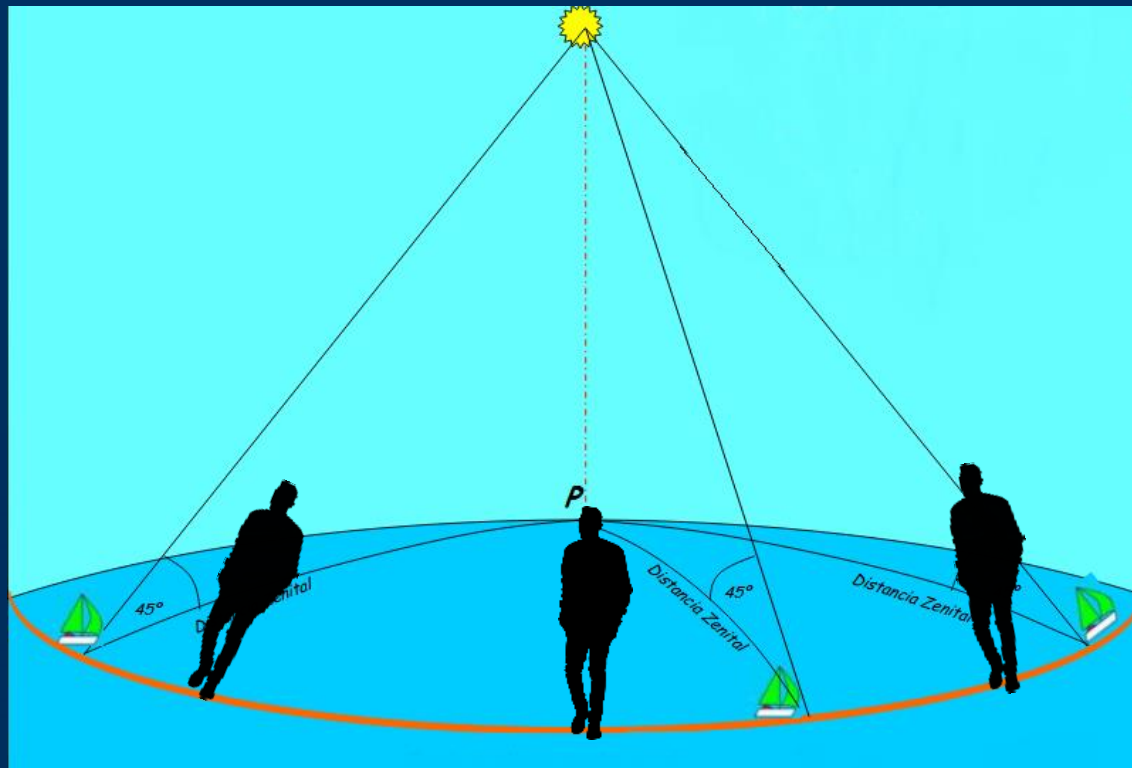
- 3) Cogiendo una esfera terrestre puedo representar exactamente la posición del Punto Astral.
- 4) Recordamos el Triángulo de Posición: La distancia angular del observador al Punto Astral es 90° - altura del astro (**distancia cenital**).



Puedo pintar, sobre mi esfera terrestre, un círculo de centro el Punto Astral y de radio la distancia cenital.

Eso es lo que se llama un **Círculo de altura**. Es un lugar geométrico de todos los puntos de la superficie terrestre que observan a ese astro a la altura que hemos medido.

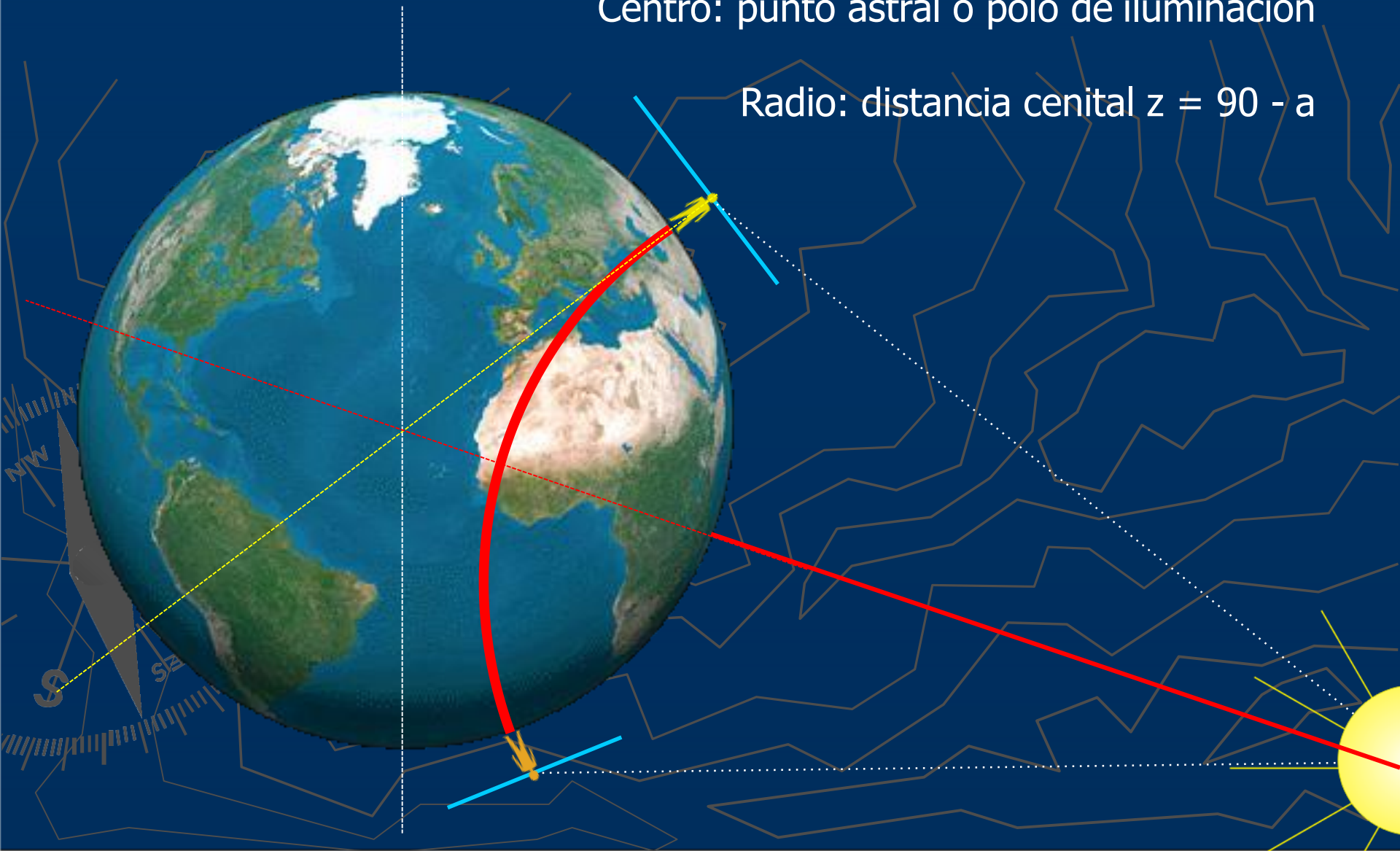
¡NUESTRA POSICIÓN SE ENCUENTRA EN ALGÚN PUNTO DE DICHO CÍRCULO!



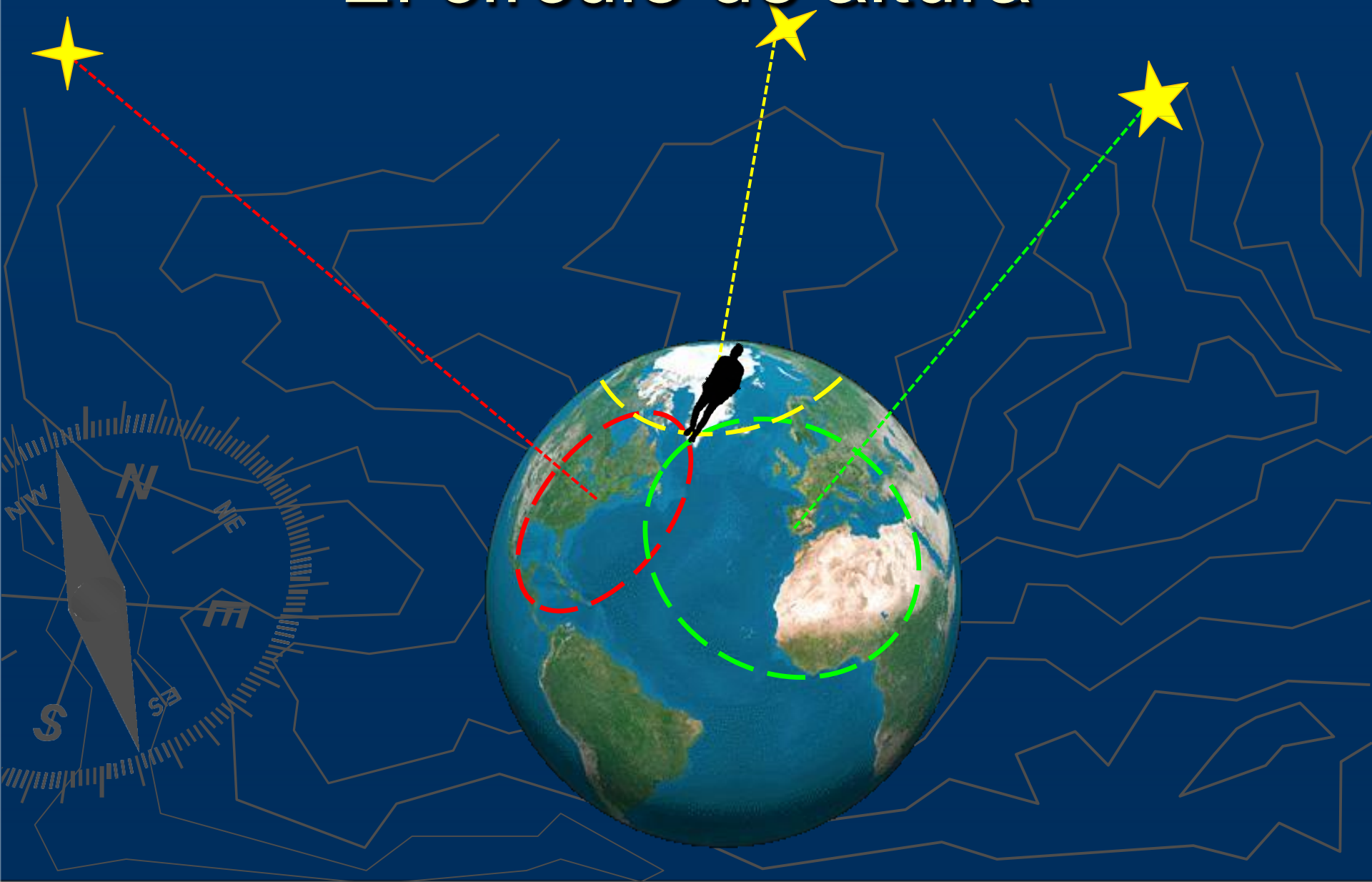
El círculo de altura

Centro: punto astral o polo de iluminación

Radio: distancia cenital $z = 90 - a$



El círculo de altura



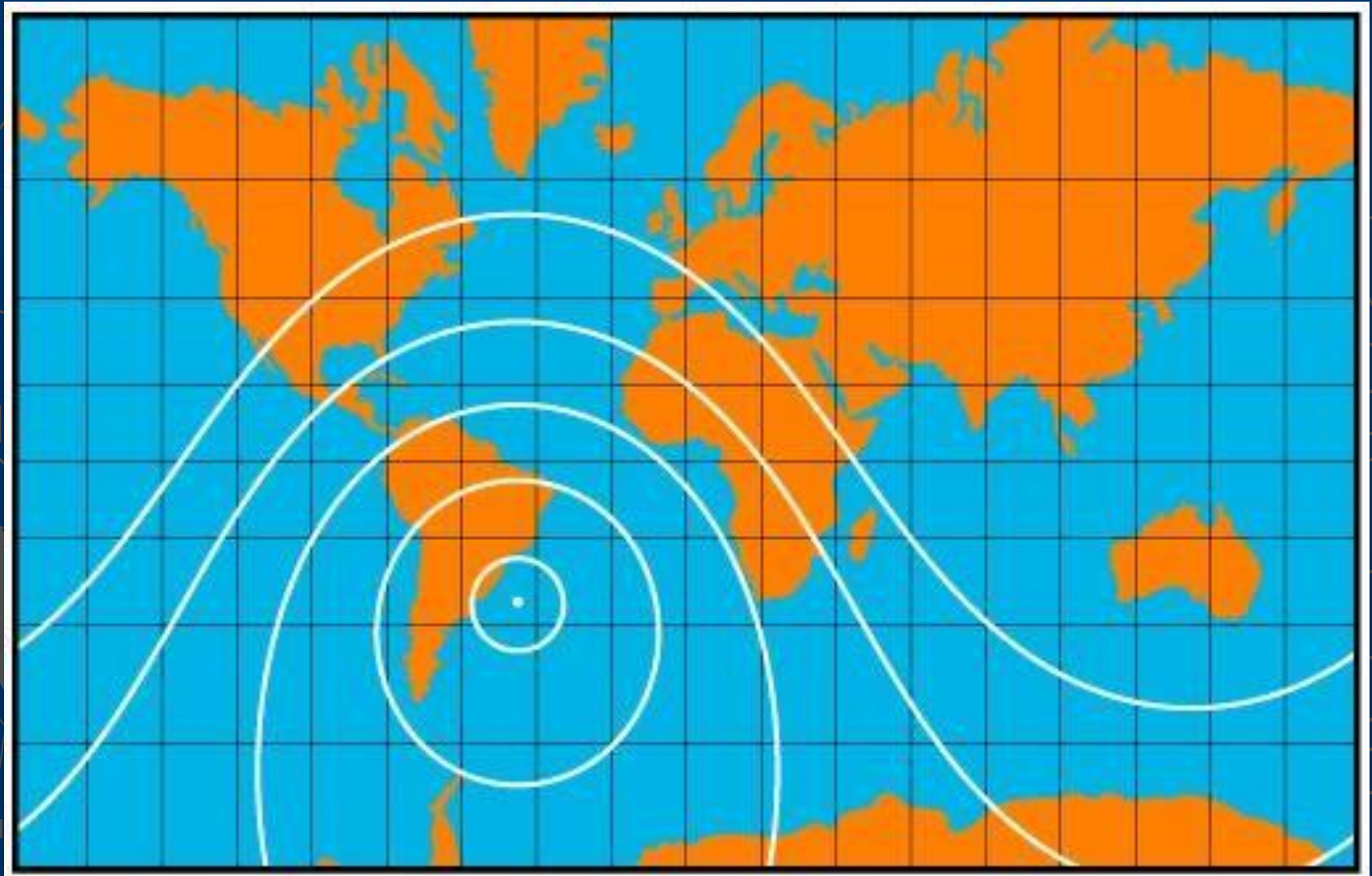
Cálculo... ¿sencillo?

- ▶ Dibujamos los círculos de altura en una esfera y medimos la latitud y la longitud
 - Dimensiones: 1 milla náutica = 1 mm
 - $360^\circ = 360 \times 60 \text{ millas} = 21.600 \text{ mm} = 21,6 \text{ m}$
 - $\text{Diámetro} = 21,6 / \pi \approx \mathbf{6,9 \text{ m}}$

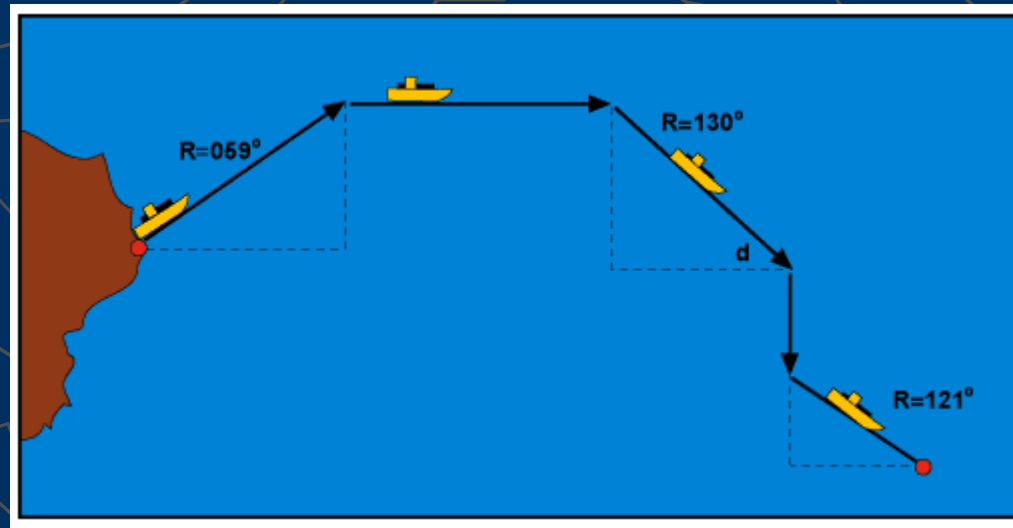


▶ **Necesario calcular sobre una carta náutica**

Problema. Salvo grandes alturas:

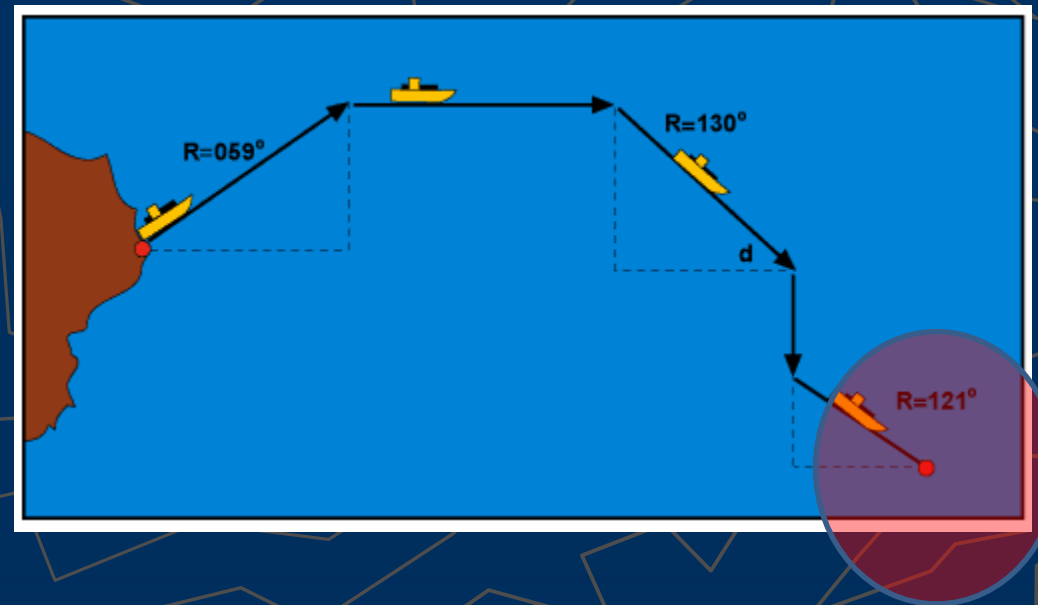
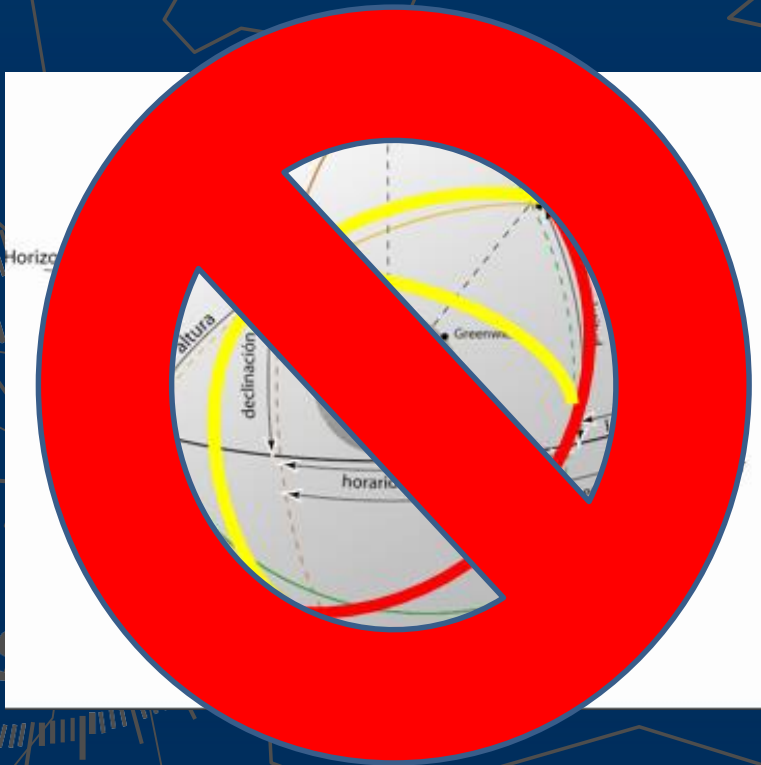


Esto son malas noticias... parece que el problema no tiene una solución tan sencilla como pensábamos...

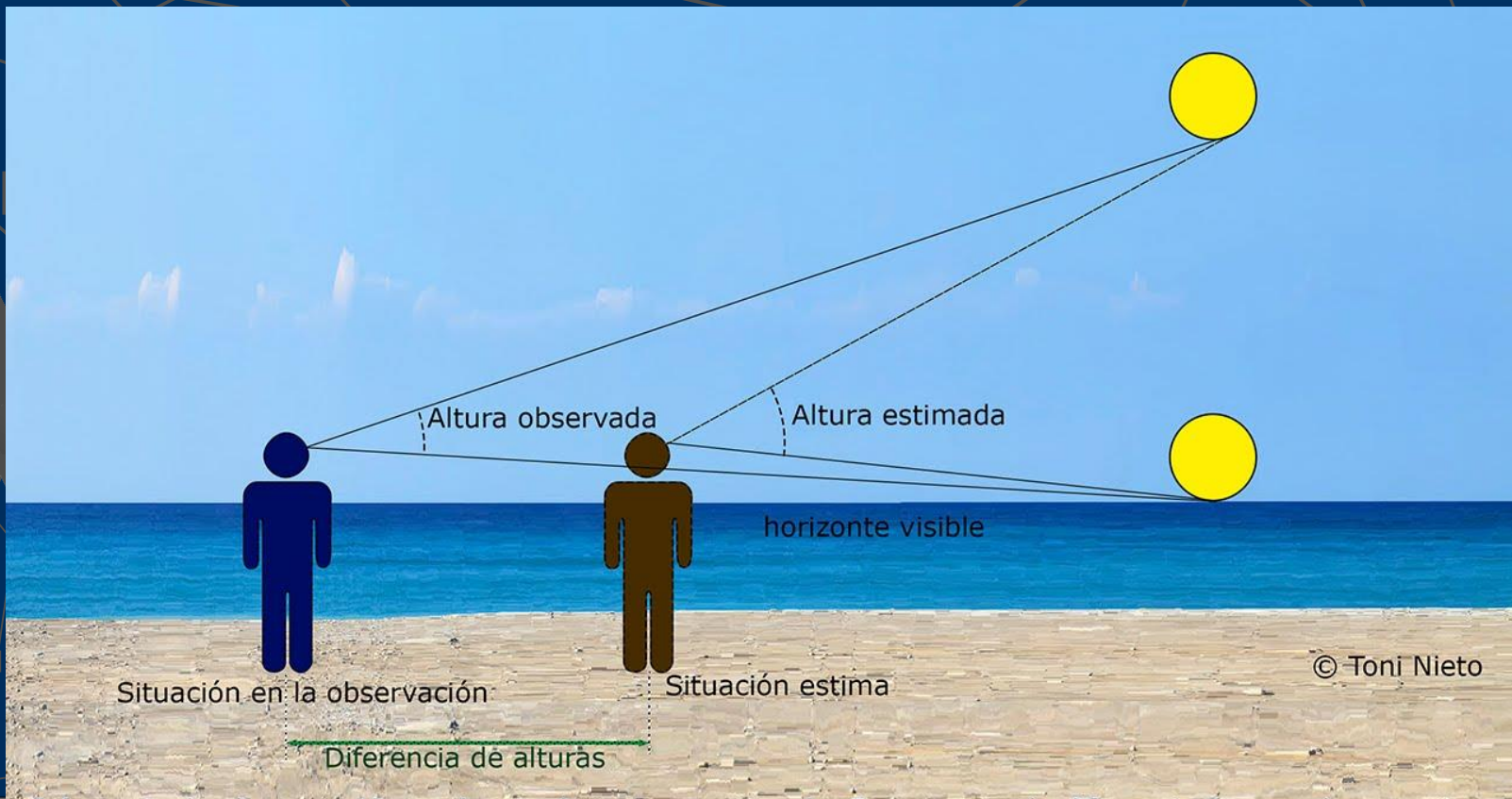


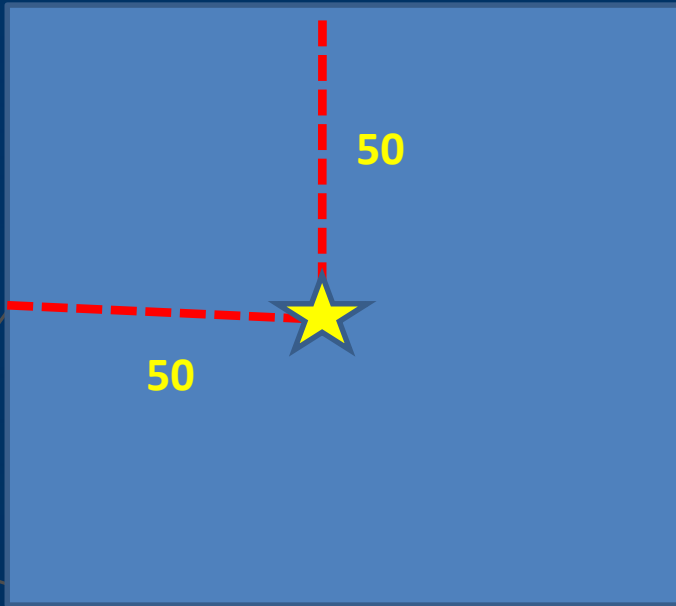
Lo bueno es que, en realidad, llevaremos una **situación de estima bastante aceptable**, y esto nos brinda una **OPORTUNIDAD** para resolver el problema...

Como tenemos una situación estimada, en vez de intentar obtener nuestra posición verdadera a partir de la posición del astro (Punto astral), encontraremos nuestra posición verdadera **a partir de nuestra posición estimada.**



¿Cómo haremos esto? Comparando **cómo vemos el astro realmente**, desde donde estamos en realidad (altura verdadera del astro) y **cómo veríamos el astro si estuviéramos donde creemos estar**, en la posición estimada (altura estimada del astro)





$$50 - 54 = -4$$

$$50 - 45 = 5$$

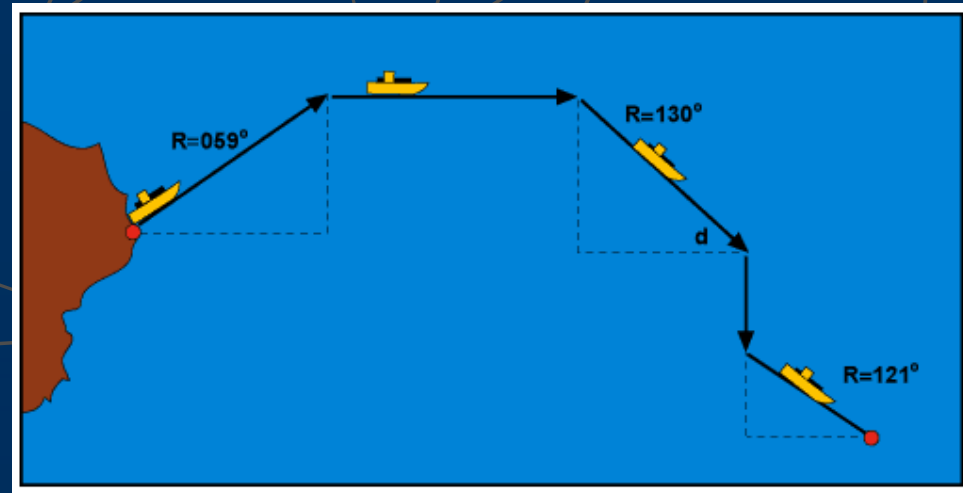
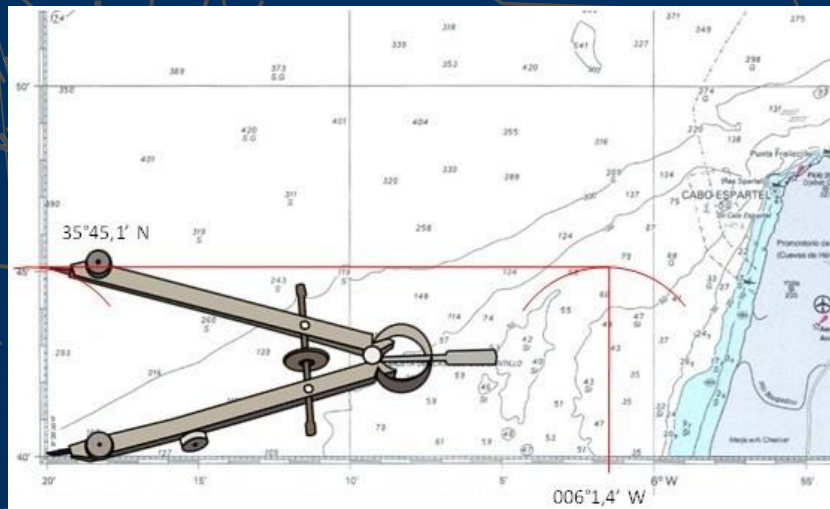
Estoy 5 metros “a la izquierda” y 4 metro “abajo” respecto del centro de la habitación.



En nuestro caso, comparando la altura verdadera y la altura estimada, veremos como de lejos estoy realmente de la posición estimada (“centro de la habitación”)

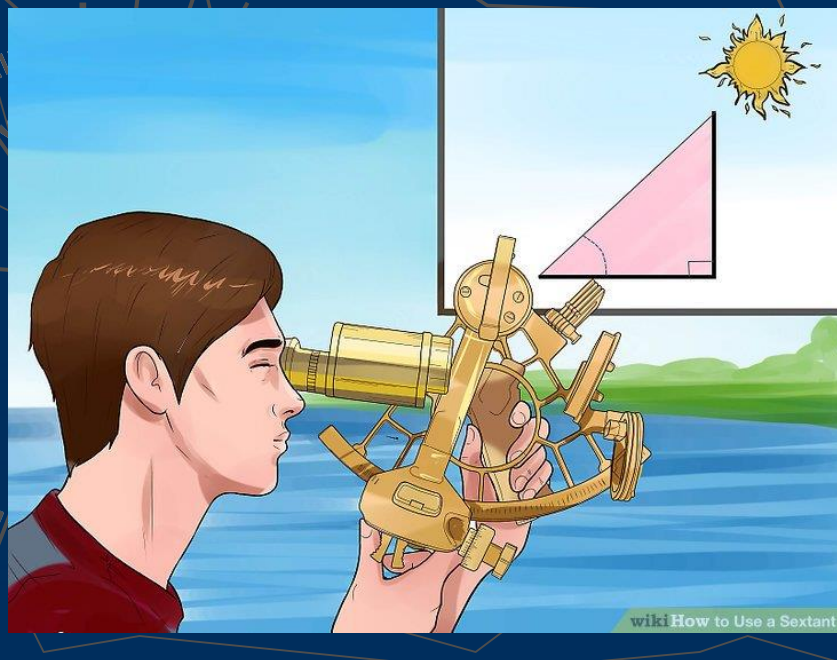
Planteemos la siguiente situación:

Imaginemos que tenemos una situación de estima (2 datos, **latitud de estima** y **longitud de estima**). Puedo pintar esta situación en una carta náutica.



Localizo un astro conocido, y mido su altura con el sextante. Tras las correcciones correspondientes, obtengo su **altura verdadera**.

Haciendo uso del Almanaco Náutico, obtengo el **Horario de Greenwich** y la **declinación del astro**.



Miércoles 1 de enero de 2020											
SOL				LUNA				Principio del compendio			
SD: 16.37°				SD: 14.9°				Salida de Luna			
PMG: 12° 03.3'				Edad: 5.8 ^h				Puesta de Luna			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3'				R ^h : 41°				H ^h : 8°			
MG: 12° 03.3											

Entonces dispongo de los siguientes datos:

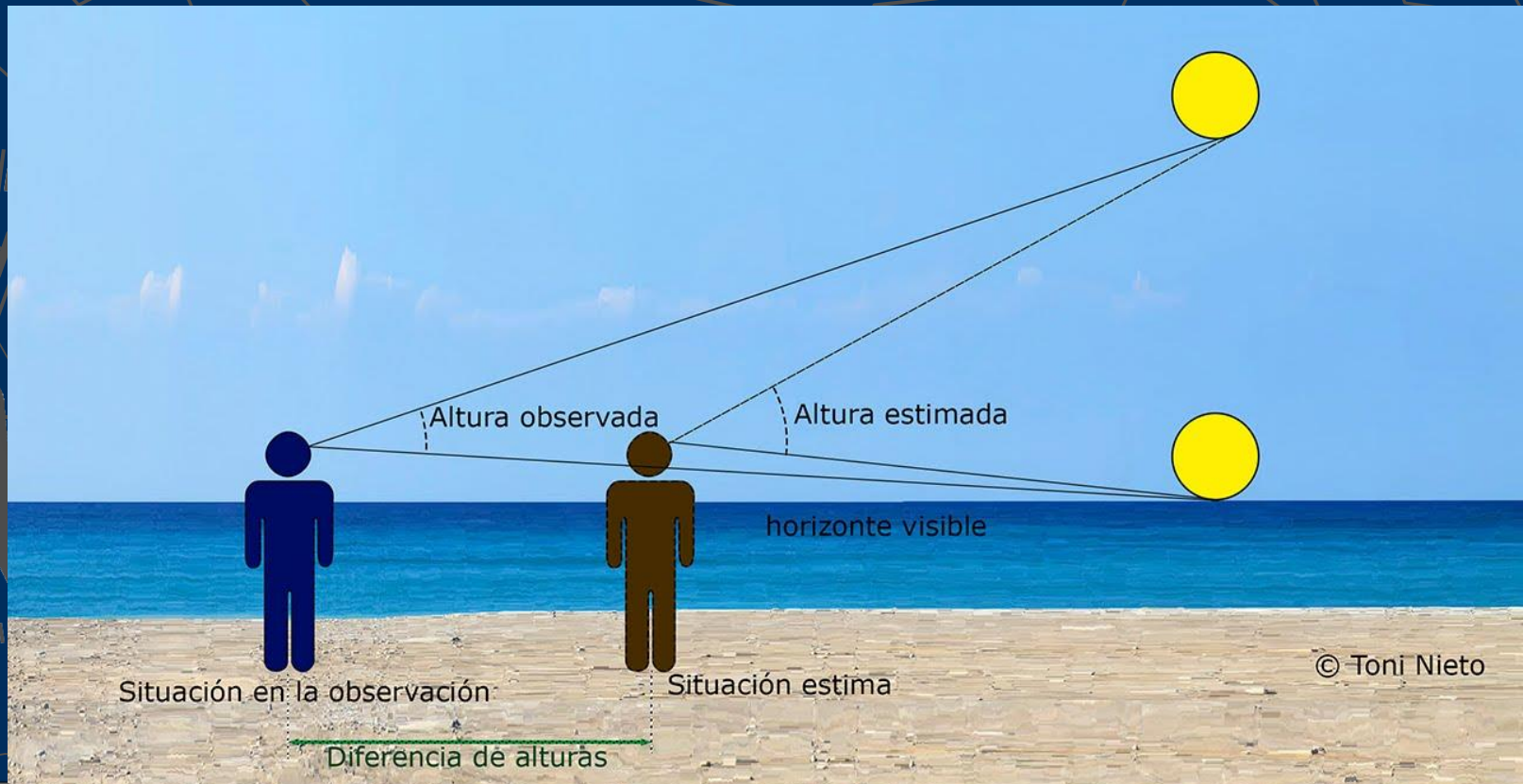
Latitud y Longitud **estimada**: donde creo que estoy.

Horario Greenwich y **declinación** del astro (“**verdaderos**”, sacados del AN).

Altura verdadera: la altura “de verdad” del astro medida desde donde realmente estoy.

Acimut ~~verdadero~~: no puedo medirlo con la suficiente precisión.

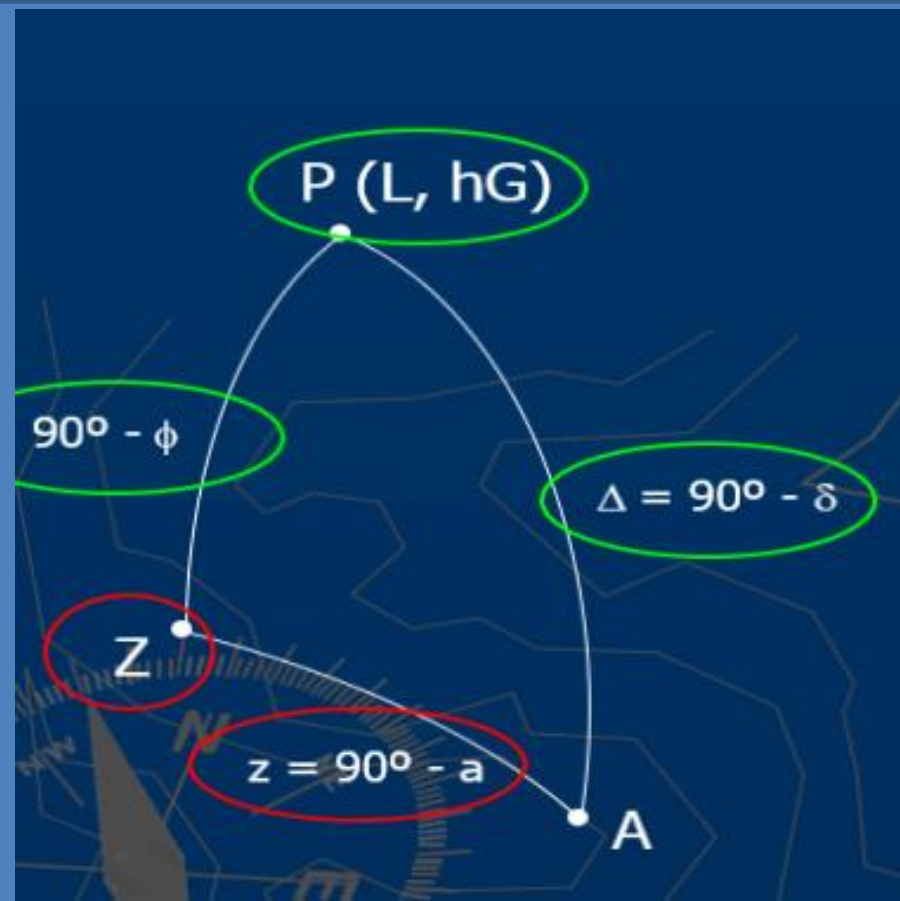
Soy consciente de que, muy probablemente, no estoy en la situación de estima. Me pregunto: ¿qué altura mediría un observador que, efectivamente, estuviera en dicha posición de estima?



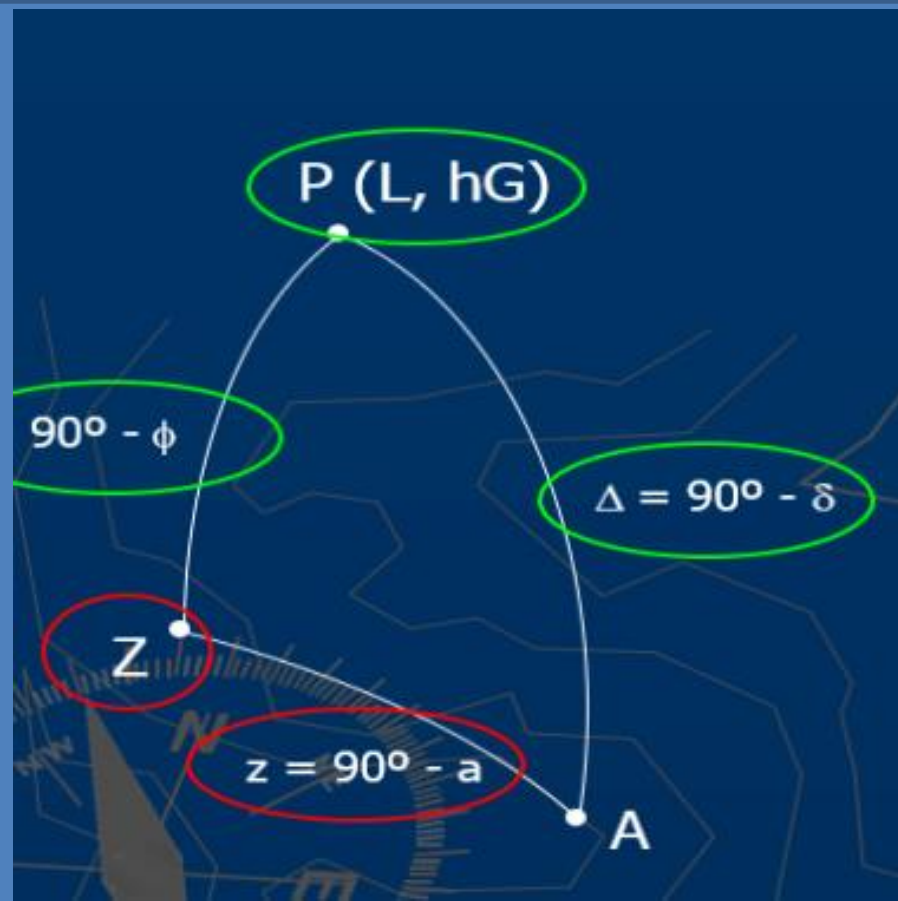
Por suerte, tengo los datos necesarios para realizar ese cálculo.

Con los datos anteriores tengo lo necesario para resolver el Triángulo de Posición y obtener los dos siguientes datos:

Acimut del punto estimado (Z) y Altura del punto estimado (a)

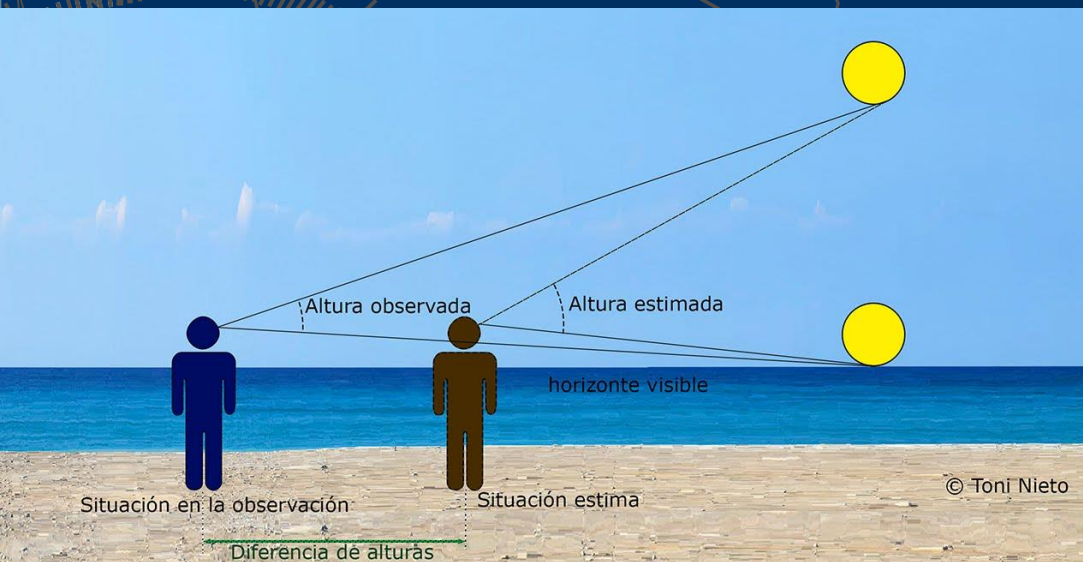


Lo que estoy haciendo es lo siguiente: haciendo uso de mi posición de estima y de la posición conocida de un astro, estoy calculando su **altura y acimut** (la que vería un observador en dicha posición de estima)



La altura que calcule mediante la resolución del Triángulo de Posición será la altura estimada, esto es, la altura **a la que debería ver el astro** si realmente estuviera en la posición estimada en la que creo estar.

Así pues, una vez resuelva el triángulo de posición tendré dos datos “relacionados”: la **altura VERDADERA** (la que he medido) y la **altura ESTIMADA** (la que acabo de calcular, la que debería ver si estuviera en la posición que creo estar, la posición de estima) además del acimut del astro.

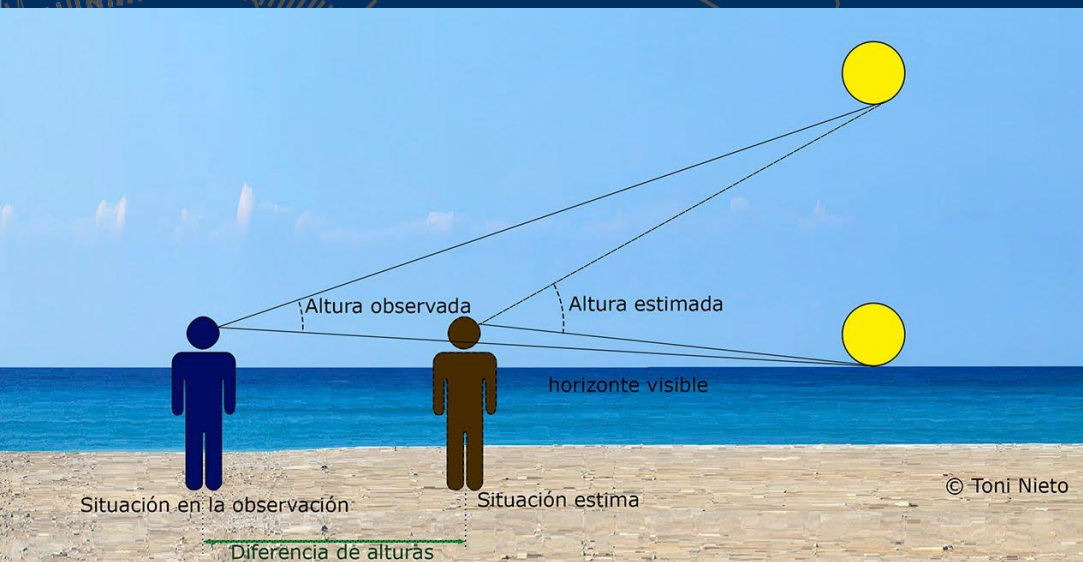


© Toni Nieto



Diferencia de alturas = Altura observada - Altura estimada. En este caso la diferencia da un valor negativo, y significa que el observador está más lejos de donde creía estar en un principio con su situación de estima.

El hecho de que nuestra altura verdadera (observada) y nuestra altura estimada (calculada) no coincidan **son un indicativo claro de que mi situación de estima es incorrecta** (si estuviera donde creo estar, ambas alturas coincidirían)

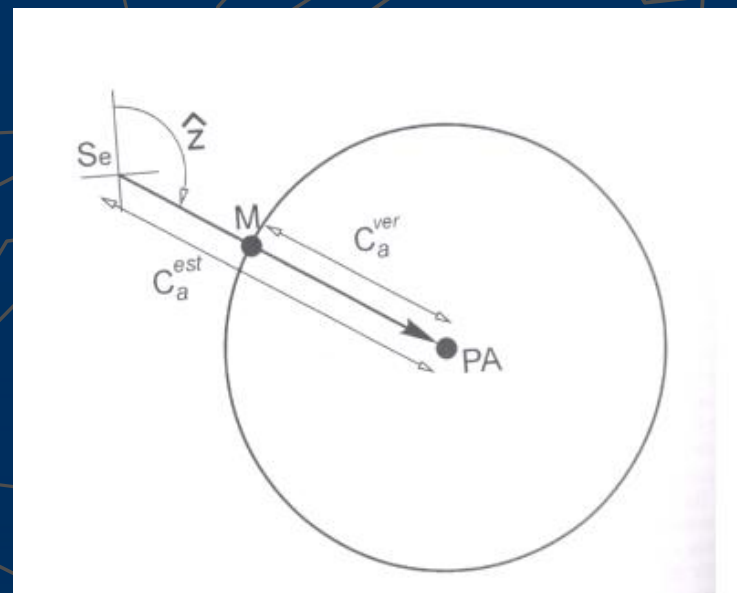


Diferencia de alturas = Altura observada - Altura estimada. En este caso la diferencia da un valor negativo, y significa que el observador está más lejos de donde cree estar en un principio con su situación de estima.

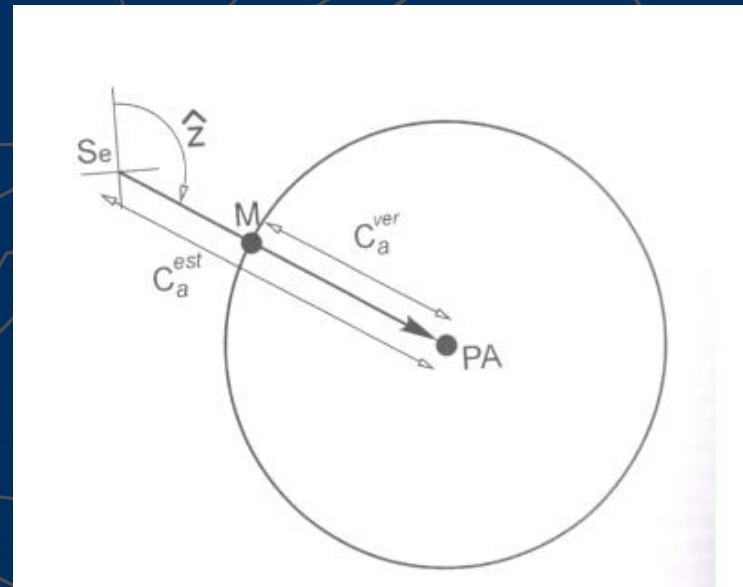


Ahora, desde mi situación de estima, podré obtener la **proyección del astro** (Punto Astral) dado que conozco el acimut del astro y la Distancia Cenital estimada (90° - altura estimada).

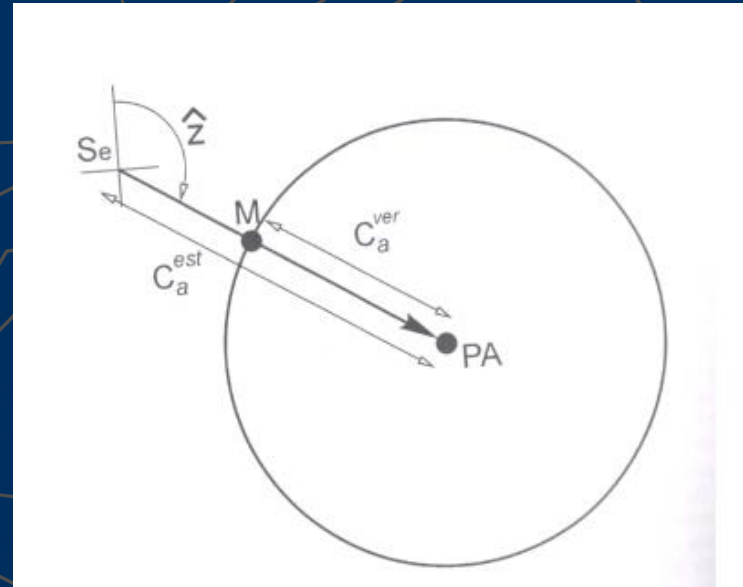
Desde el Punto Astral puedo pintar el **círculo de altura verdadera** (puesto que tengo el dato de altura verdadera, la altura que he observado). Dicho círculo de altura cortará en algún punto a la línea que une la situación de estima con el polo de iluminación. Dicho punto será el **punto M**.



Si nuestra situación de estima no es demasiado mala (error inferior a 10 millas náuticas), la diferencia entre la altura verdadera y la altura estimada será muy pequeña, por lo que igualmente la distancia entre el punto M y la situación de estima será muy pequeña.

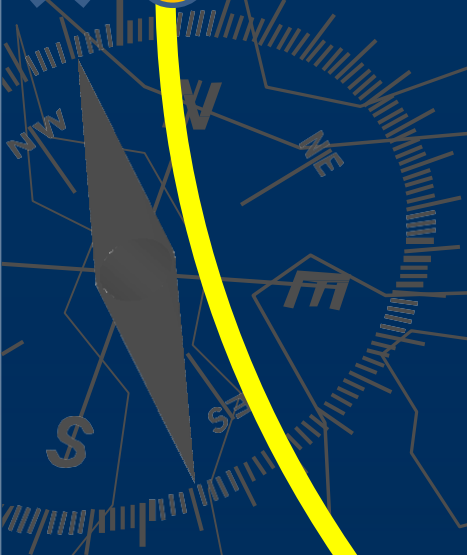


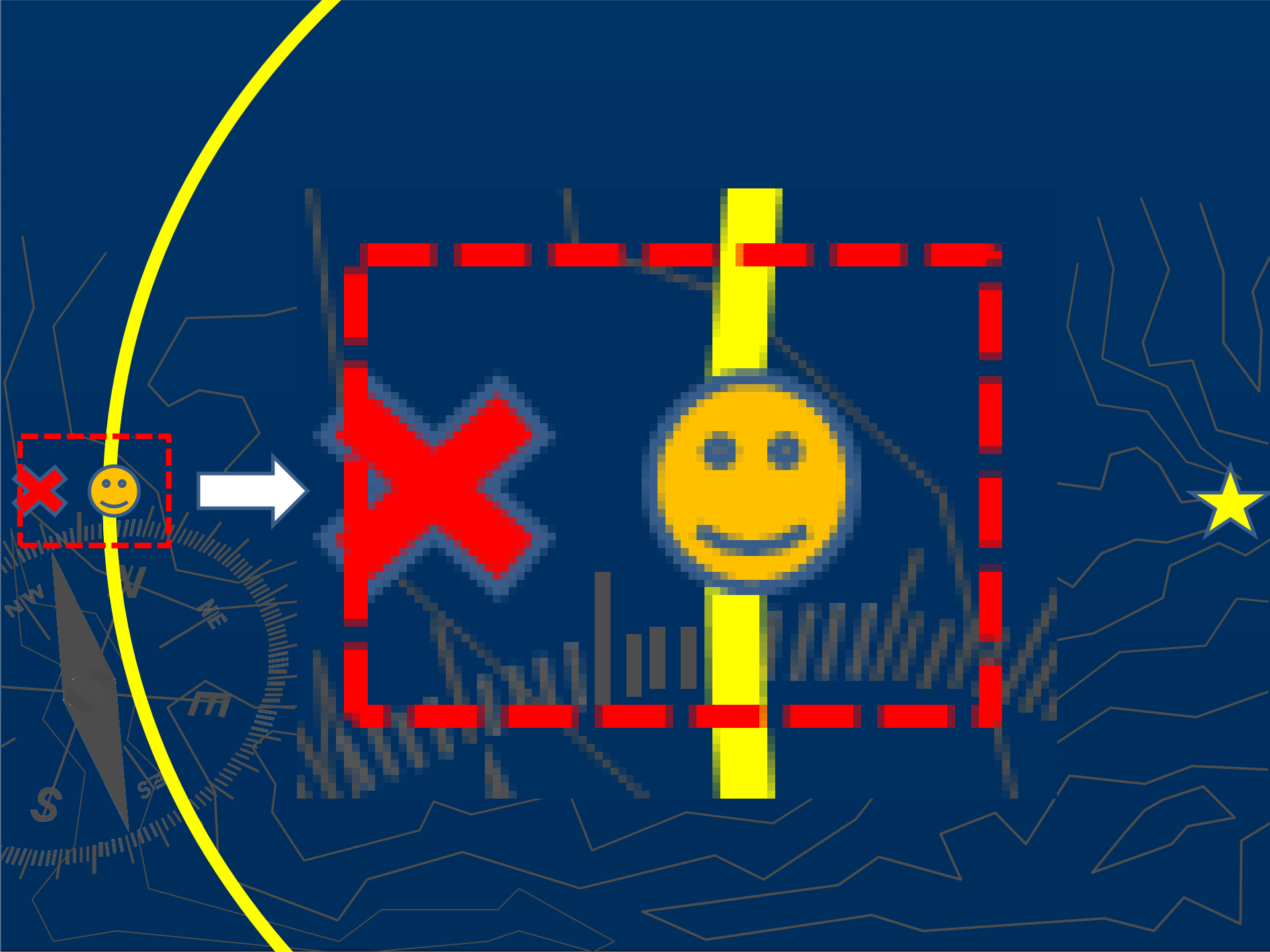
Pero si nuestra situación de estima no es demasiado mala (error inferior a 10 millas náuticas), la diferencia entre la altura verdadera y la altura estimada será muy pequeña, por lo que igualmente la distancia entre el punto M y la situación de estima será muy pequeña.



¿MILES DE MILLAS?

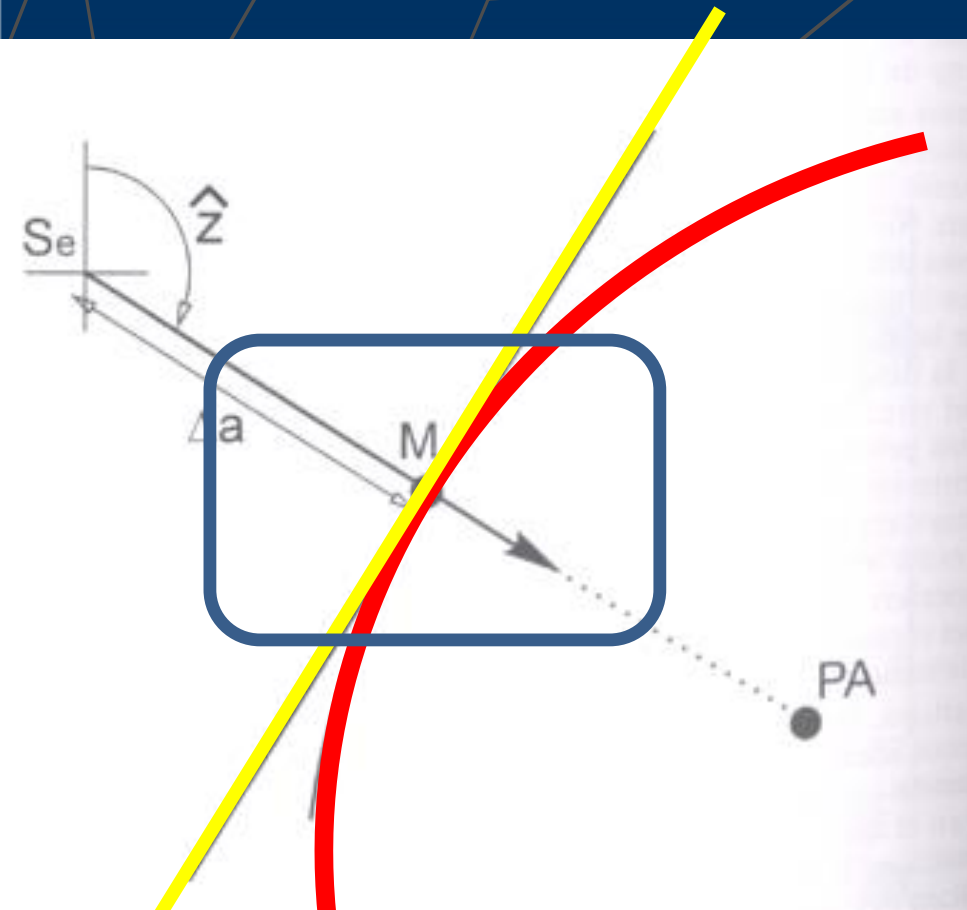
¿DECENAS DE MILLAS?



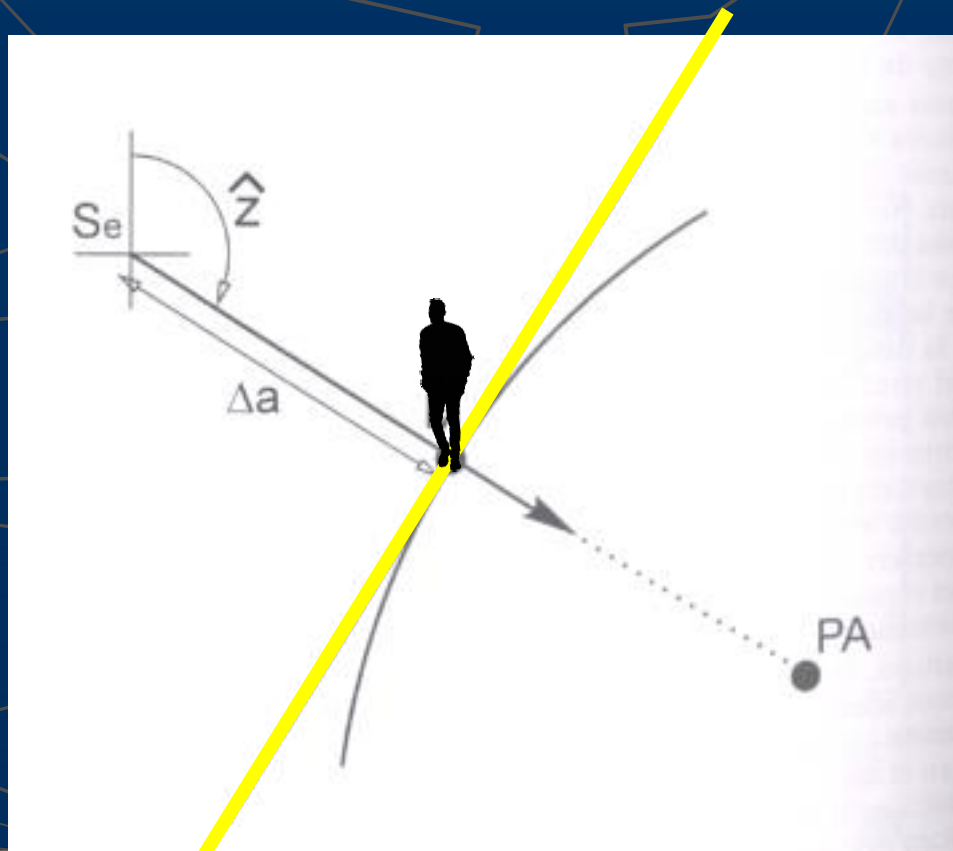


Y, dado que la distancia es muy pequeña, el círculo de altura (que pasa por M, cerca de la situación de estima) lo podré aproximar por una recta.

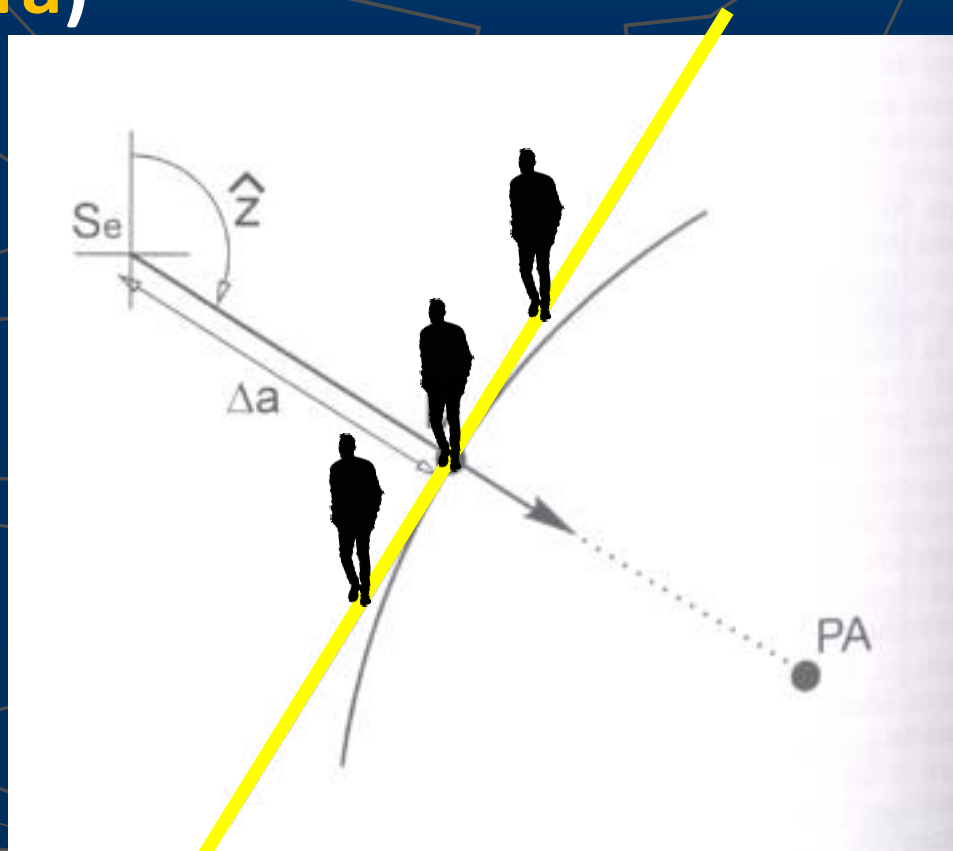
Esta recta será lo que se llama una **Recta de altura**.



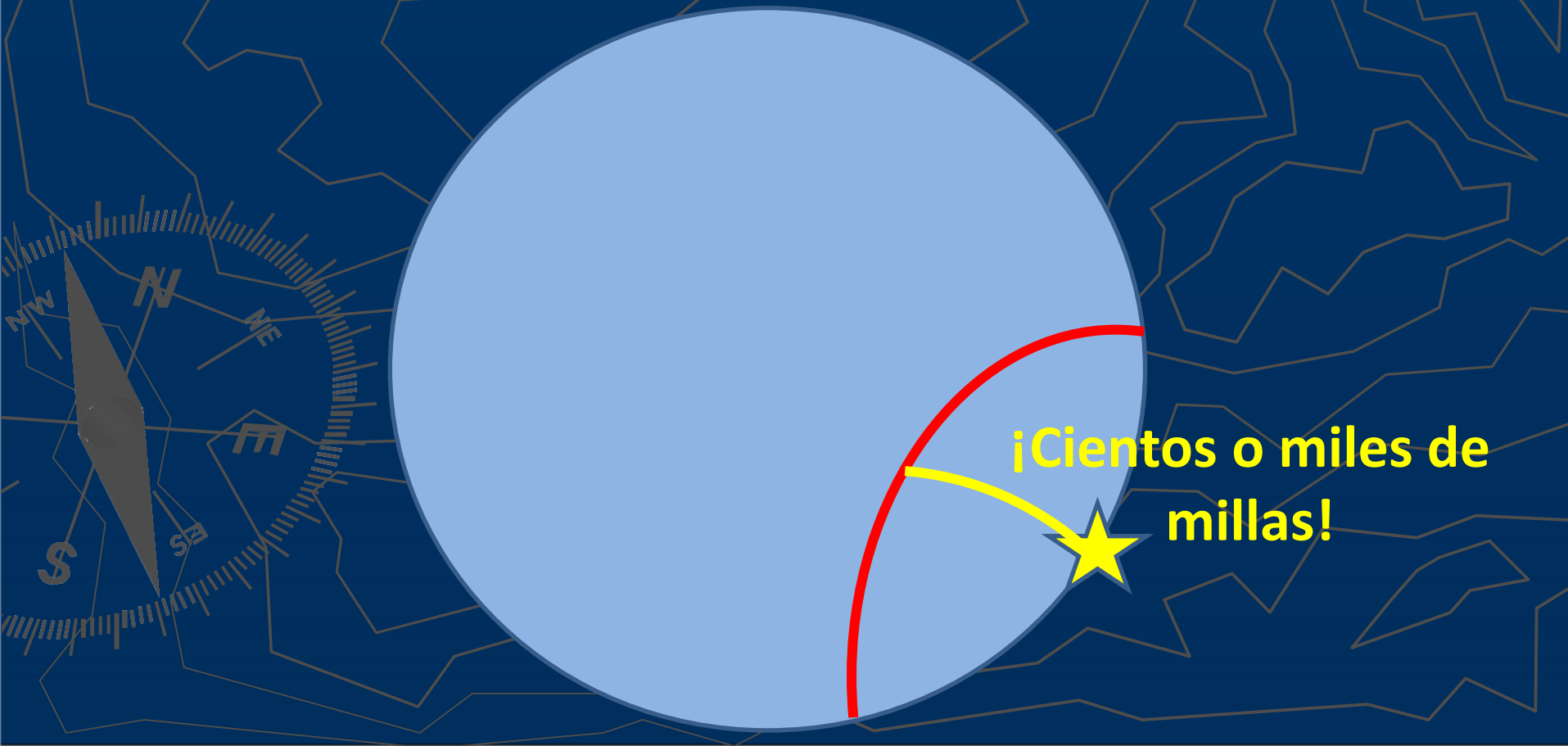
Dado que he calculado la recta de altura mediante una altura observada , eso quiere decir que **el barco debería estar, realmente en algún punto de dicha recta de altura** (de hecho, si pudiéramos estar seguros de que nuestro acimut estimado es 100% correcto, nuestra posición real sería directamente el punto M, previamente calculado.



Pero como el acimut es ligeramente incorrecto pues entonces estaré no sobre el punto M, sino sobre algún punto cercano a M de la recta de altura (que de hecho pasa por M). Por este motivo al punto M se le llama **Punto Aproximado** (o **Determinante de la recta de altura**)



Lo ideal sería poder **evitar pintar el circulo-recta de altura desde el polo de iluminación** (el objetivo principal de trabajar con rectas de altura es, precisamente, prescindir de los círculos de altura, que en general tienen un radio enorme).

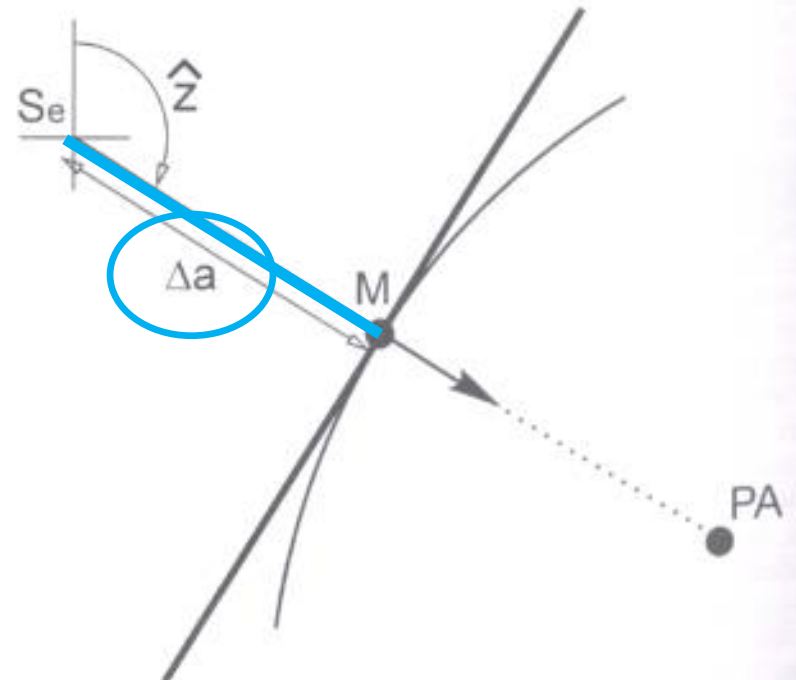
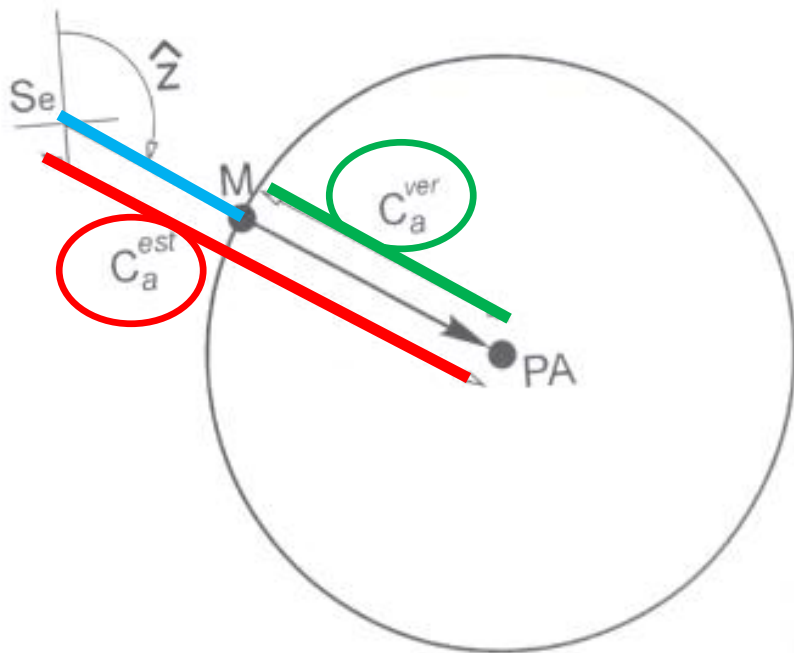


Como he dicho antes, lo ideal sería **NO pintar el círculo/recta de altura desde el Punto Astral** sino **pintar el círculo/recta desde la SITUACIÓN DE ESTIMA.**

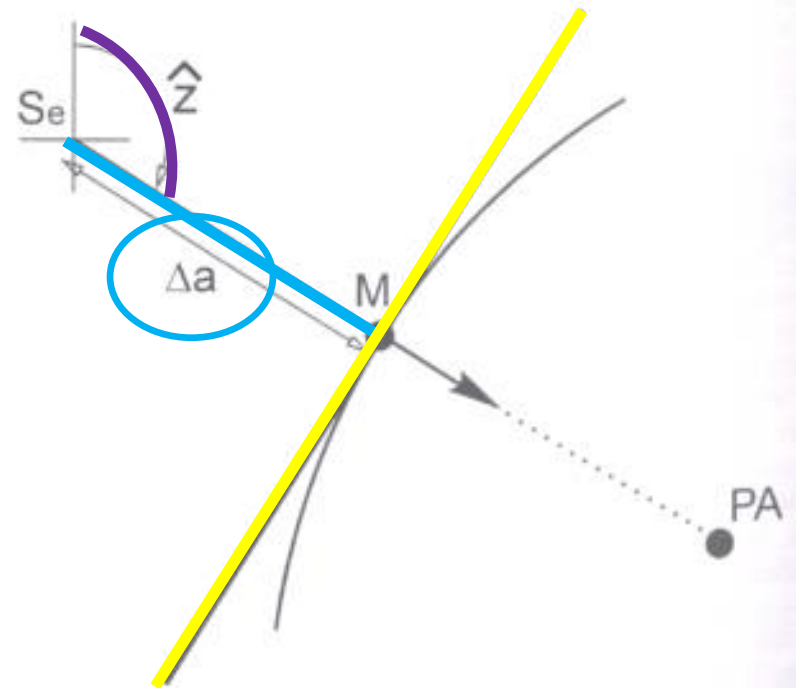
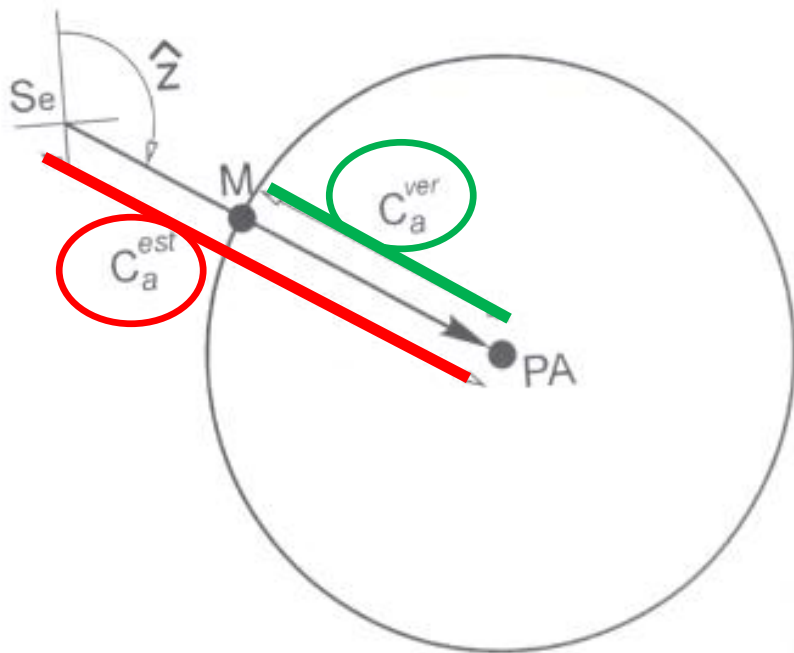


¡Cientos o miles de millas!

Para evitar tener que hallar el Punto Astral y tener que pintar el Círculo de Altura, el único dato que de verdad nos interesa es el **delta de altura (ΔA)**. Con el delta de altura podré pintar la recta de altura, partiendo desde la situación de estima, conociendo el acimut del astro observado.

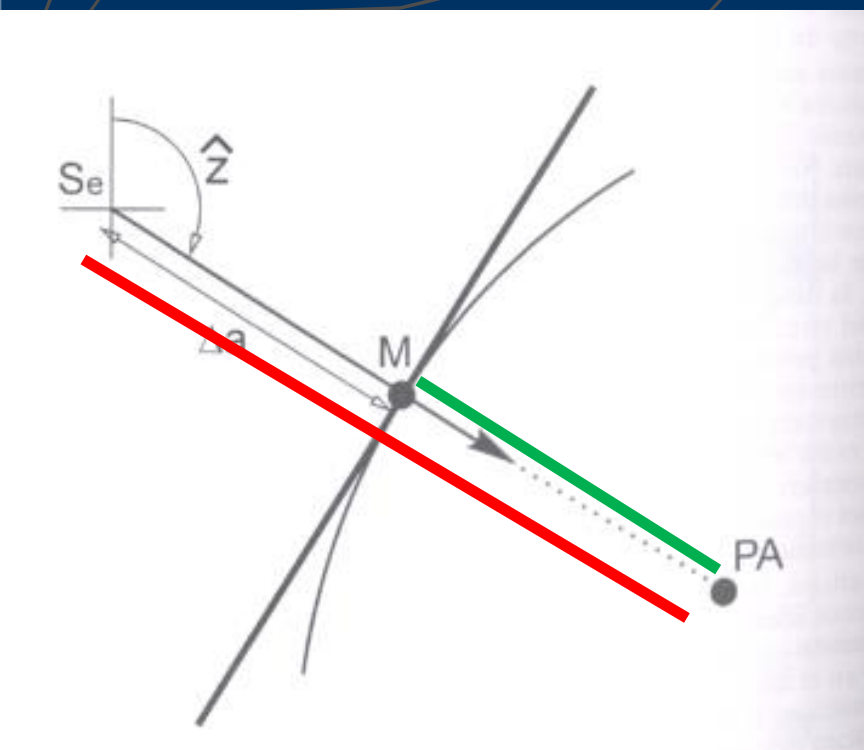


$$\Delta a = C_a^{est} - C_a^{verd} = 90^\circ - a_e - (90^\circ - a_v) = a_v - a_e,$$



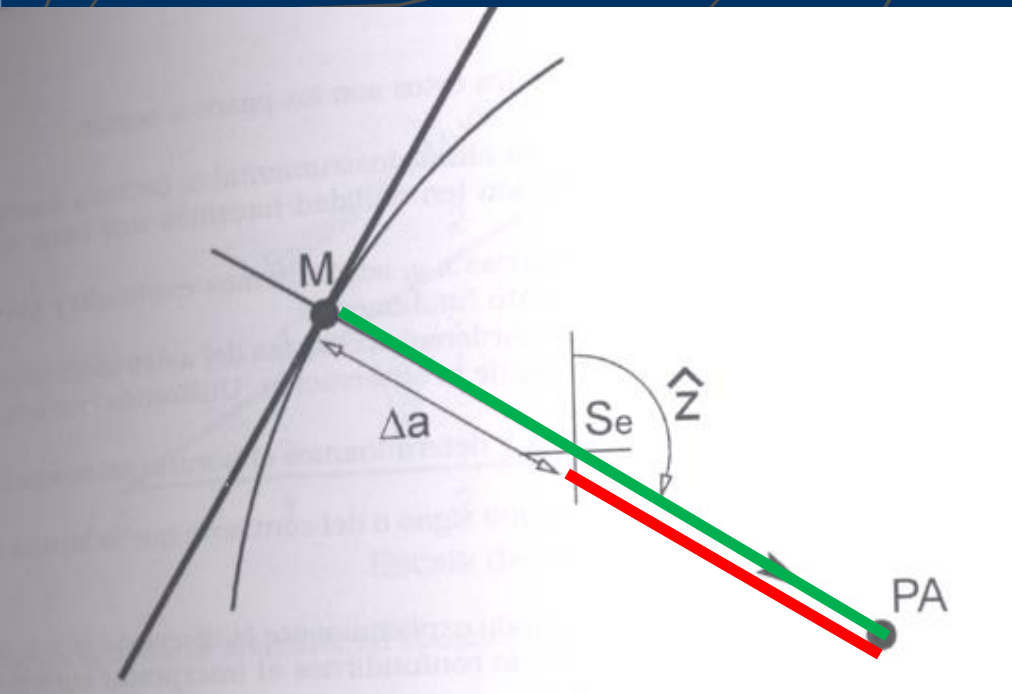
Ahora pueden ocurrir 2 casos...

1) A_v mayor que A_e , luego ΔA mayor que cero (positivo). En este caso, **distancia cenital verdadera** es menor que la **distancia cenital estimada**, y el punto aproximado M está situado ΔA millas desde la situación de estima, a lo largo de la línea del acimut y en **SENTIDO AL ASTRO** (a su punto astral)



$$\Delta a = C_a^{est} - C_a^{verd} = 90^\circ - a_e - (90^\circ - a_v) = a_v - a_e,$$

2) **A_v menor que A_e** , luego **ΔA menor que cero (negativo)**. En este caso, **distancia cenital verdadera** es mayor que la **distancia cenital estimada**, y el punto aproximado M está situado ΔA millas desde la situación de estima, a lo largo de la línea del acimut y en **SENTIDO OPUESTO AL ASTRO** (a su punto astral)



PUNTO
APROXIMADO

ΔA

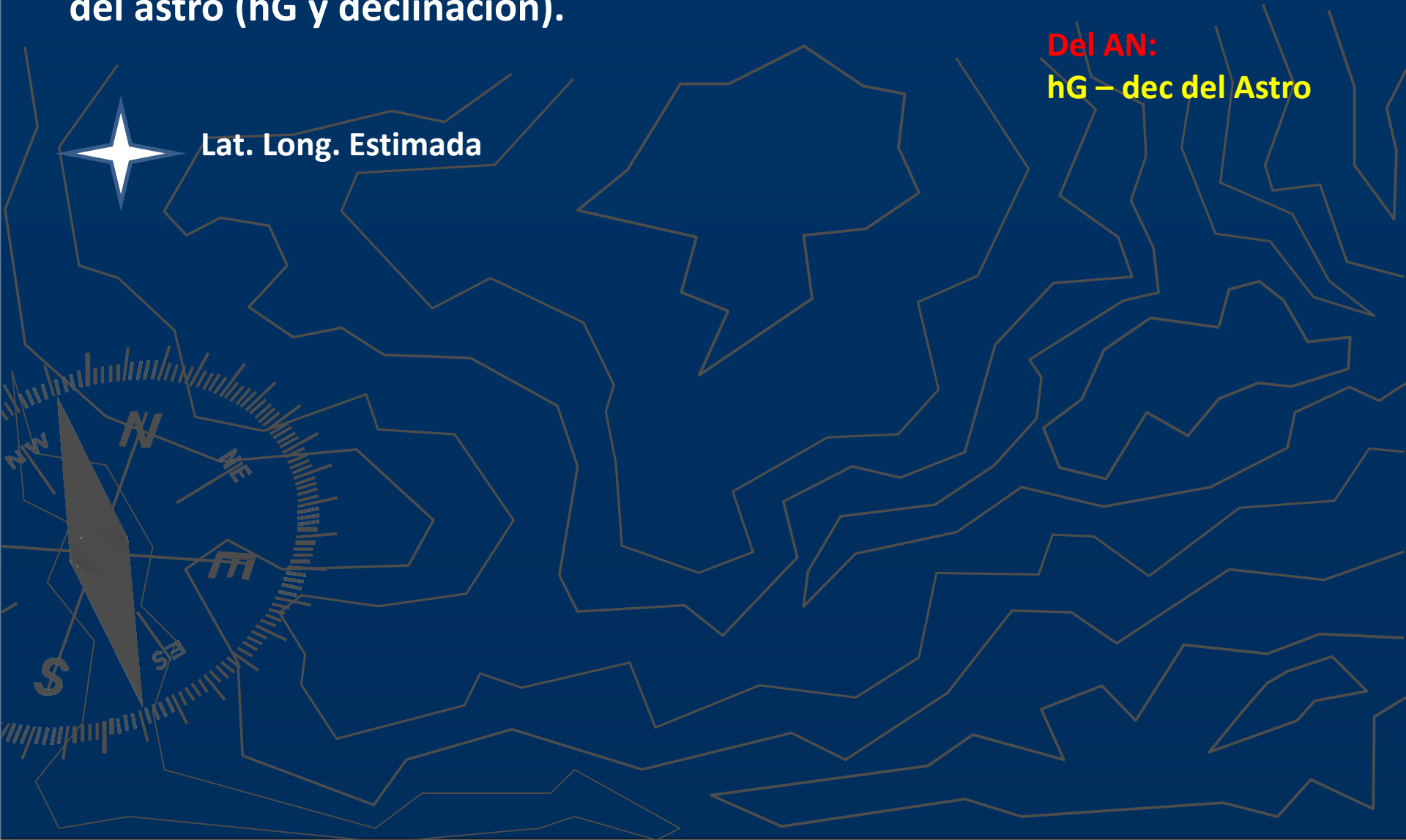
SITUACIÓN
ESTIMADA

PUNTO
ASTRAL

$$\Delta a = C_a^{est} - C_a^{verd} = 90^\circ - a_e - (90^\circ - a_v) = a_v - a_e,$$

Resumiendo...

- Inicialmente tengo una latitud y longitud estimada y las coordenadas del astro (hG y declinación).



Lat. Long. Estimada

Del AN:

hG – dec del Astro

- Obtengo la altura verdadera del astro con un sextante + correcciones
- Resuelvo el triángulo de posición de la situación de estima (tengo todos los datos necesarios) y obtengo la altura del astro y el acimut en la posición estimada.



Del AN:
hG – dec del Astro.

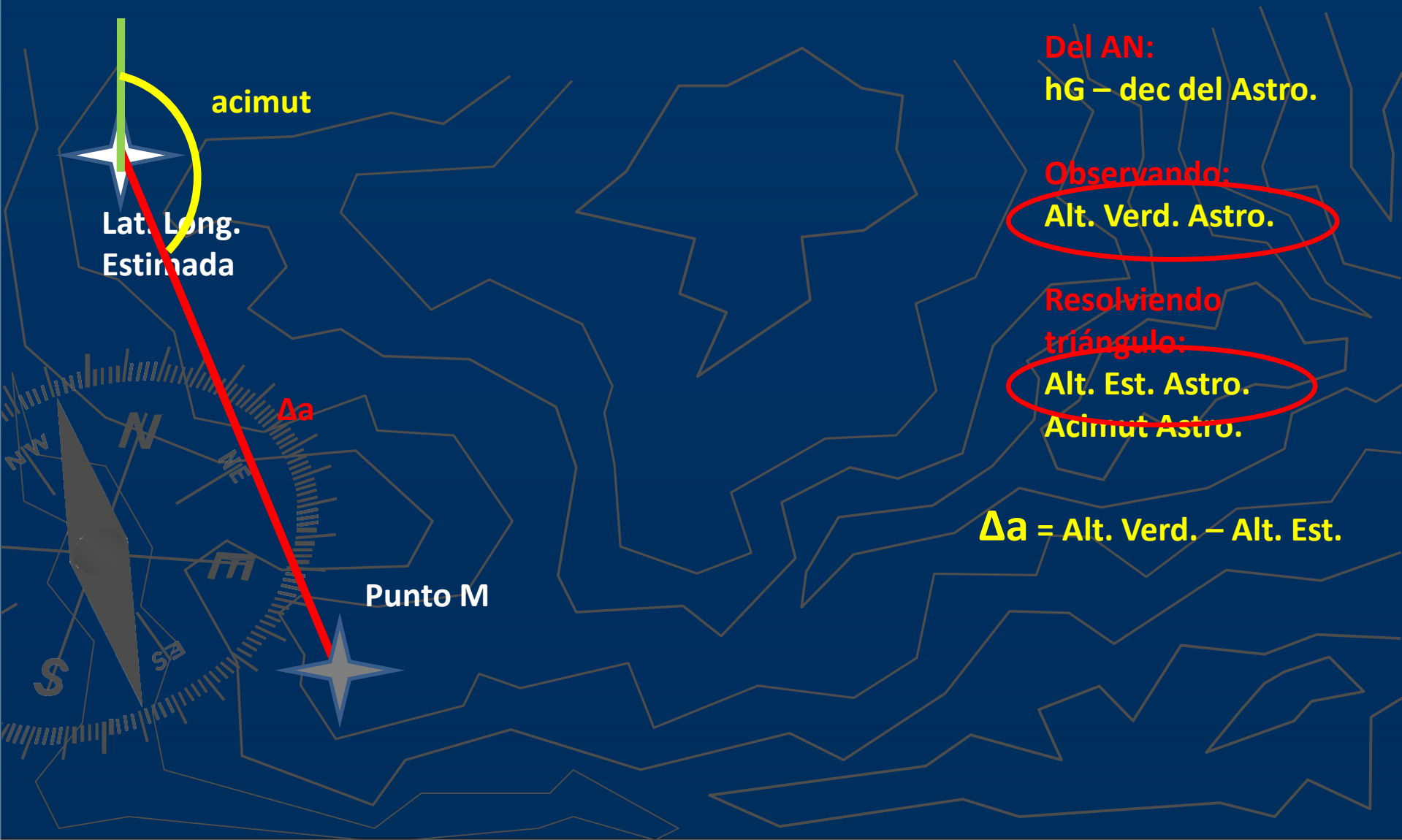
Observando:
Alt. Verd. Astro.

Resolviendo triángulo:
Alt. Est. Astro.
Acimut Astro.

- Calculo el Δa como la diferencia entre la altura verdadera y la altura estimada.



- Desde mi situación de estima, pinta una recta de longitud Δa en la dirección del acimut (calculado previamente) en el sentido que corresponda. Obtengo el punto M.



- En el punto M pinto una recta perpendicular a la recta Δa . Dicha recta es mi **RECTA DE ALTURA** (lugar geométrico donde me encuentro).



• Realizo este cálculo otra vez “simultáneamente”, o traslado las rectas de altura si no lo hago simultáneamente, y donde se corten las rectas de altura es mi situación verdadera.



